CONJUNTOS NUMÉRICOS:

dos naturais aos reais

PROFESSORA ELENA BRENTANO

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

O conjunto dos **NÚMEROS NATURAIS** é representado por **N**. Ele reúne os números que usamos para contar (incluindo o zero) e é infinito.

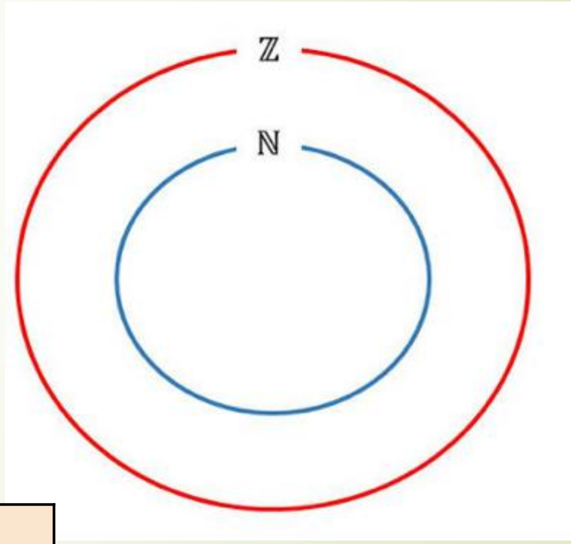
$$\boxed{\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}}$$

SUBCONJUNTOS DOS NÚMEROS NATURAIS

N* = {1, 2, 3, 4, 5..., n, ...} ou N* = N – {0}: conjuntos dos números naturais não-nulos, ou seja, sem o zero.

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

O conjunto dos **NÚMEROS INTEIROS** é representado por **Z**. Reúne todos os elementos dos números naturais (N) e seus opostos. Assim, conclui-se que N é um subconjunto de Z (N ⊂ Z).



Z = { …-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, …}

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

SUBCONJUNTOS DOS NÚMEROS INTEIROS

Z* = {..., –4, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 4, ...} ou Z* = Z – {0}: conjuntos dos números inteiros não-nulos, ou seja, sem o zero.

Z+ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}: conjunto dos números inteiros e não-negativos. Note que Z+ = N.

Z*+ = {1, 2, 3, ...}: conjunto dos números inteiros positivos e sem o zero.

Z – = {..., –3, –2, –1, 0}: conjunto dos números inteiros não-positivos.

Z*– = {..., –5, –4, –3, –2, –1}: conjunto dos números inteiros negativos e sem o zero.

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

O conjunto dos **NÚMEROS RACIONAIS** é representado por **Q**. Reúne todos os números que podem ser escritos na forma p/q, sendo *p* e *q* números inteiros e q≠0.

Q = {0, ±1, ±1/2, ±1/3, ..., ±2, ±2/3, ±2/5, ..., ±3, ±3/2, ±3/4, ...}

Note que todo número inteiro é também número racional. Assim, Z é um subconjunto de Q.

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

SUBCONJUNTOS DOS NÚMEROS RACIONAIS

Q* = subconjunto dos números racionais não-nulos, formado pelos números racionais sem o zero.

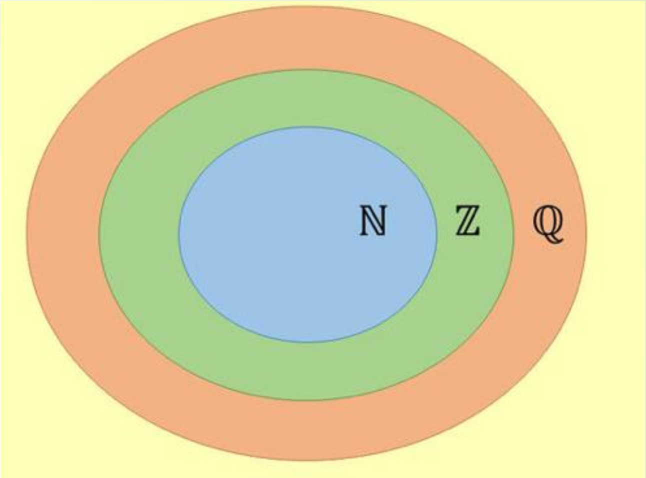
Q+ = subconjunto dos números racionais não-negativos, formado pelos números racionais positivos e o zero.

Q*+ = subconjunto dos números racionais positivos, formado pelos números racionais positivos, sem o zero.

Q– = subconjunto dos números racionais não-positivos, formado pelos números racionais negativos e o zero.

Q*– = subconjunto dos números racionais negativos, formado números racionais negativos, sem o zero.

EXEMPLOS DE NÚMEROS RACIONAIS



<u>NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS</u>

- **4** $\quad \boxed{\frac{4}{1}}$
- **-5** $\quad \boxed{\frac{-5}{1}}$
- **-2** $\quad \boxed{\frac{-2}{1}}$

<u>NÚMEROS DECIMAIS EXATOS</u>

- **0,4** $\quad \boxed{\frac{4}{10} = \frac{2}{5}}$
- **1,25** $\quad \boxed{\frac{125}{100} = \frac{5}{4}}$
- **13,2** $\quad \boxed{\frac{132}{10} = \frac{66}{5}}$

Para transformar um decimal finito em fração copia-se o número sem a vírgula e a quantidade de casas decimais será a quantidade de zeros do denominador.

DÍZIMAS PERIÓDICAS SIMPLES

1. Números que começam com zero e após a vírgula inicia diretamente o período.

1 - Identificar e copiar o período no numerador
2– A quantidade de algarismos do mesmo será a quantidade de "9" do denominador
3 – Simplificar a fração sempre que possível

EXEMPLOS:

- 0,4444… $\frac{4}{9}$
- 0,4747… $\frac{47}{99}$
- **0,351351…** $\frac{351}{999} = \frac{117}{333} = \frac{29}{111}$
- **0,575757…** $\frac{57}{99} = \frac{19}{33}$

REGRAS DE DIVISIBILIDADE

São regras que possibilitam saber se um número natural é múltiplo ou divisível por outro número natural, diferente de zero, sem que seja necessário resolver a divisão.

DIVISIBILIDADE POR 2

Um número é divisível por 2 se for par, isto é, se o último algarismo for 0, 2, 4, 6 ou 8.

DIVISIBILIDADE POR 3

Um número é divisível por 3 se a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 3.

783

7 + 8 + 3 = 18
É DIVISÍVEL

1852

1 + 8 + 5 + 2 = 16
NÃO É DIVISÍVEL

DIVISIBILIDADE POR 4

Um número é divisível por 4 se os seus dois últimos algarismos forem 00 ou formarem um número divisível por 4.

736

termina em 36
É DIVISÍVEL

314

termina em 14
NÃO É DIVISÍVEL

DIVISIBILIDADE POR 5

Um número é divisível por 5 se terminar em 0 ou 5.

DIVISIBILIDADE POR 6

Um número é divisível por 6 se for divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo.

100

é par — DIVISÍVEL POR 2

1+0+0=1 — NÃO É DIVISÍVEL POR 3

NÃO É DIVISIVEL POR 6

354

é par — DIVISÍVEL POR 2

3+5+4=12 — É DIVISÍVEL POR 3

É DIVISIVEL POR 6

DIVISIBILIDADE POR 8

Um número é divisível por 8 SE termina em 000 ou se os três últimos algarismos forem divisíveis por 8.

DIVISIBILIDADE POR 9

Um número é divisível por 9 se a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 9.

783

7 + 8 + 3 = 18

É DIVISÍVEL

DIVISIBILIDADE POR 10

Um número é divisível por 10 se terminar em 0.

DÍZIMAS PERIÓDICAS SIMPLES COM PARTE INTEIRA

2. Números que não começam com zero e após a vírgula inicia diretamente o período.

1 – Separar a parte inteira da decimal
2 – Repetir o procedimento da dízima simples na parte decimal
3 – Efetuar a soma das frações (MMC)
4 – Simplificar a fração sempre que possível

EXEMPLOS:

- **1,333...**

$$1 + 0,333\ldots = 1 + \frac{3}{9} = \frac{9+3}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

- **2,252525...**

$$2 + 0,2525\ldots = 2 + \frac{25}{99} = \frac{198+25}{99} = \frac{223}{99}$$

DÍZIMAS PERIÓDICAS SIMPLES COM PARTE INTEIRA

2. Números que não começam com zero e após a vírgula inicia diretamente o período.

1 – Separar a parte inteira da decimal
2 – Repetir o procedimento da dízima simples na parte decimal
3 – Efetuar a soma das frações (MMC)
4 – Simplificar a fração sempre que possível

- 3,4444...

$$3 + 0{,}444\ldots = 3 + \frac{4}{9} = \frac{27 + 4}{9} = \frac{31}{9}$$

- 1,123123...

$$1 + 0{,}123123\ldots = 1 + \frac{123}{999} = 1 + \frac{41}{333} = \frac{333 + 41}{333} = \frac{374}{333}$$

DÍZIMAS PERIÓDICAS COMPOSTA

3. Números que após a vírgula tem um ou mais algarismos que não fazem parte do período. Este valor é chamado de ANTIPERÍODO.

FÓRMULA

$$\frac{\textit{número até o período} - \textit{número até o antiperíodo}}{\square}$$

A regra dos "9" permanece e após coloca-se zeros de acordo com a quantidade de algarismos do anti período.

EXEMPLOS:

- 1,1222...

$$\frac{112-11}{90}=\frac{101}{90}$$

- 0,2555...

$$\frac{25-2}{90}=\frac{23}{90}$$

- 2,3252525...

$$\frac{2325-23}{990}=\frac{2302}{990}=\frac{1151}{495}$$

- 1,2211111...

$$\frac{1221-122}{900}=\frac{1099}{900}$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

Os **NÚMEROS IRRACIONAIS** são **números decimais**, **infinitos** e **não-periódicos** e não podem ser representados por meio de frações irredutíveis.

Os números IRRACIONAIS mais comuns são as RAÍZES NÃO EXATAS, o NÚMERO PI e NÚMERO DE OURO.

I = $\{\ldots,\sqrt{2}, \sqrt{3},\sqrt{7}, 3{,}141592\ldots.\}$

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

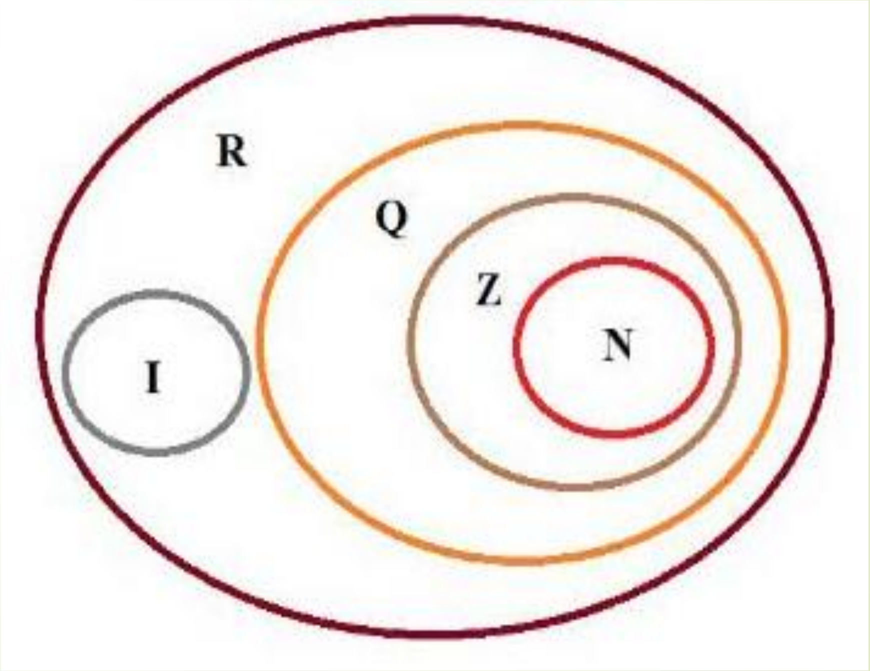
Chamamos de **Números Reais** o conjunto de elementos, representado pela letra maiúscula **R**, que inclui os:

Números Naturais (N):
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5,...}

Números Inteiros (Z):
Z= {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}

Números Racionais (Q):
Q = {...,1/2, 3/4, –5/4...}

Números Irracionais (I):
I = {...,$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$,$\sqrt{7}$, 3,141592....}



Exercícios

- Sobre os números irracionais, julgue as afirmativas a seguir:
- I – A divisão de dois números irracionais sempre será um número irracional.
- II – Toda dízima é um número irracional.
- III – Um número não pode ser racional e irracional ao mesmo tempo.

Analisando as afirmativas, marque a alternativa correta.

A) Somente I é verdadeira.
B) Somente II é verdadeira.
C) Somente III é verdadeira.
D) Somente I e II são verdadeiras.
E) Somente II e III são verdadeiras.

Observe os números a seguir:

I) 3,141414….

II) 4,1234510

III) 2π

IV) 1,12349093...

São números irracionais:

A) Somente I e II.
B) Somente III e IV.
C) Somente I e III.
D) Somente II e IV.
E) Somente II, III e IV.

Dos números a seguir, assinale aquele que corresponde a uma dízima periódica composta.

a) 3,14159284…

b) 2,21111

c) 0,3333….

d) 1,21111….

A fração geratriz da dízima 12,3727272… é ?

a) 1372/9999

b) 12249/990

c) 12/999

d) 123/990

OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Na adição de números inteiros, somam-se as parcelas:

SINAIS IGUAIS

Sinais iguais: soma e conserva o sinal.

EXEMPLOS:

$+2+5=+7$ $\quad$ $+10+22=+32$

$-5-4=-9$ $\quad$ $-56-12=-68$

SINAIS DIFERENTES

Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do número de maior módulo.

EXEMPLOS:

$3-4=-1$

$-15+20=+5$

$-10+22=+12$

$-56+12=-44$

IMPORTANTE:

Sinal de + na frente de ( ) conserva o sinal que está dentro dos ( ).

Sinal de – na frente de ( ) inverte o sinal que está dentro dos ( ).

EXEMPLOS:

a) $(+8)+(-5)=3$

b) $(+15)+(-3)=12$

c) $(-5)+(-3)=-8$

d) $(+8)+(-3)+(+7)=12$

e) $(-5)+(-8)-(+5)=-18$

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Multiplica-se e após aplica-se as regras de sinais.

- Se os dois números possuírem o mesmo sinal, o resultado será POSITIVO.

- Se os dois números possuírem sinais diferentes, o resultado será NEGATIVO.

REGRA DE SINAIS

(+).(+) = +
(-).(-) = +
(+).(-) = -
(-).(+) = -

EXEMPLO:
Resolva:

a) (+ 2) . (+ 4) = 8

b) (- 4) . (- 10) = 40

c) (+ 6) . (– 7) = - 42

d) (– 12) . (+ 2) = - 24

e) (–4) · (–5) · (+2) = 40

f) (+9) · (–2) · (+5) = - 90

g) (–10) · (+2) · (+3) = - 60

DIVISÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Divide-se e após aplica-se as regras de sinais.

- Se os dois números possuírem o mesmo sinal, o resultado será POSITIVO.
- Se os dois números possuírem sinais diferentes, o resultado será NEGATIVO.

REGRA DE SINAIS

(+).(+) = +
(-).(-) = +
(+).(-) = -
(-).(+) = -

EXEMPLO:
Resolva:

a) (+ 12) : (+ 4) = 3

b) (- 20) : (- 10) = 2

c) (+ 42) : (– 7) = - 6

d) (– 12) : (+ 3) = - 4

e) (–40) : (–5) = 8

f) (+36) : (–9) = - 4