PROFESSORA ELENA BRENTANO

POLINÔMIOS

DEFINIÇÃO E CLASSIFICAÇÃO

Os polinômios são expressões matemáticas que formam as funções polinomiais. Eles são formados a partir da seguinte característica:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

São classificados quanto ao grau, observe:

- *$p(x) = 2x + 7 \rightarrow$ grau 1*
- *$p(x) = 3x^2 + 4x + 12 \rightarrow$ grau 2*
- *$p(x) = 5x^3 + 2x^2 – 4x + 81 \rightarrow$ grau 3*
- *$p(x) = 10x^4 – 3x^3 + 2x^2 + x – 10 \rightarrow$ grau 4*
- *$p(x) = 4x^5 + 2x^4 – 3x^3 + 5x^2 + x – 1 \rightarrow$ grau 5*

VALOR NUMÉRICO DE UM POLINÔMIO

Dado um polinômio p(x), temos que seu valor numérico é tal que x = a é um valor que se obtém substituindo x por a, onde a pertence ao conjunto dos números reais. Dessa forma, concluímos que o valor numérico de p(a) corresponde a p(x) onde x = a.

EXEMPLO: Calcular o valor numérico do polinômio p(x) = $2x^3 + 5x^2 - 6x - 10$, para x = 3 ou p(3):

Resposta:

$$p(3) = 2.3^3 + 5.3^2 - 6.3 - 10$$
$$p(3) = 2.27 + 5.9 - 6.3 - 10$$
$$p(3) = 54 + 45 - 18 - 10$$
$$p(3) = 71$$

RAIZ DE UM POLINÔMIO

Ao calcularmos o valor numérico de um polinômio e encontrarmos como resultado zero, dizemos que o número trocado por x na expressão é a raiz do polinômio.

P(a) = 0

EXEMPLO:

1. Na expressão $p(x) = -x^2 + 5x - 6$, verifique se o número real 2 é raiz do polinômio.

Resposta:

$$p(2) = -2^2 + 5.2 - 6$$

$$p(2) = -4 + 10 - 6$$

$$p(2) = 0 \rightarrow sim\ é\ raiz\ do\ polinômio$$

RAIZ DE UM POLINÔMIO

2. Vamos verificar se no polinômio $p(x) = 4 – (x – 5)^2 – 2.(x – 3).(x + 3)$ a condição $p(3) = 0$ é verdadeira.

Resposta:

$$p(3) = 4 - (3 - 5)^2 - 2.(3 - 3).(3 + 3)$$

$$p(3) = 4 - (-2)^2 - 2.0.6$$

$$p(3) = 4 - 4 - 0$$

$$p(3) = 0$$

IGUALDADE DE POLINÔMIOS

Para que os polinômios sejam iguais, devem ser de mesmo grau e devem ter os coeficientes iguais.

EXEMPLO: Determine os valores de a, b, c, e d de modo que os polinômios sejam iguais.

$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e $q(x) = x^3 + 2x^2 + 4x - 2$.

Resposta:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = x^3 + 2x^2 + 4x - 2$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = 4$$

$$d = -2$$

SIMPLIFICAÇÃO DE POLINÔMIOS

Para efetuar uma adição algébrica de termos semelhantes, basta adicionar ou subtrair os coeficientes, mantendo a parte literal.

EXEMPLOS:

a) $7x + 5y - 3x + 2y =$

b) $X^2 + 4y - x - 3x^2 - 9y + 6x =$

SOMA E SUBTRAÇÃO DE POLINÔMIOS

Para a ADIÇÃO Fazemos essa operação somando os coeficientes dos termos semelhantes (mesma parte literal). Para a SUBTRAÇÃO O sinal de menos na frente dos parênteses inverte os sinais de dentro dos parênteses. Após eliminar os parênteses, devemos juntar os termos semelhantes.

EXEMPLO: Considere os polinômios A = $2x^2 + 4x – 1$ e B = $5x^2 - 6x + 8$. Determine:

a) A+B

b) A - B

Resposta:

a) $(2x^2 + 4x - 1) + (5x^2 - 6x + 8) = 7x^2 - 2x + 7$

b) $(2x^2 + 4x - 1) - (5x^2 - 6x + 8)$

$2x^2 + 4x - 1 - 5x^2 + 6x - 8 = -3x^2 + 10x - 9$

MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS

Na multiplicação devemos multiplicar termo a termo. Na multiplicação de letras iguais, repete-se e soma-se os expoentes.

EXEMPLO: Efetue $(3x^2 - 5x + 8) . (-2x + 1)$

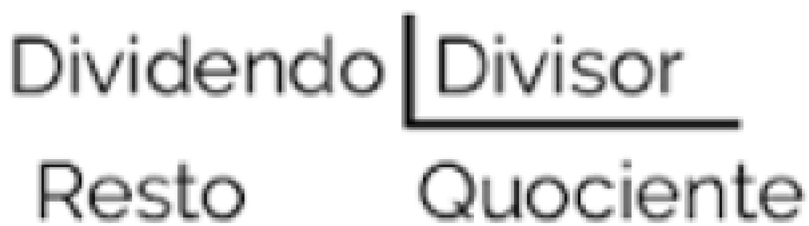
Resposta:

$$(3x^2 - 5x + 8).(-2x + 1)$$
$$-6x^3 + 3x^2 + 10x^2 - 5x - 16x + 8$$
$$-6x^3 + 13x^2 - 21x + 8$$

DIVISÃO DE POLINÔMIOS – MÉTODO DA CHAVE

Efetua-se a divisão com o dispositivo numérico. Primeiramente realizamos a divisão entre os coeficientes numéricos e depois a divisão de potências de mesma base. Para isso, conserva-se a base e subtraia os expoentes.

LEMBRAR DE COMPLETAR O POLINÔMIO QUANDO ESTIVER INCOMPLETO (TANTO NO DIVIDENDO COMO NO DIVISOR)



EXEMPLO

Cálculo auxiliares:

$$\frac{10x^2}{2x} = 5x$$

$$\frac{-18x}{2x} = -9$$

Efetue as divisões indicadas:

$a)\ (10x^2 - 43x + 40) : (2x - 5)$

$$\begin{array}{r|l} 10x^2 - 43x + 40 & 2x - 5 \\ \cline{2-2} -10x^2 + 25x & 5x - 9 \\ \hline -18x + 40 & \\ +18x - 45 & \\ \hline +5 & \end{array}$$

$5x - 9$ ➡ Quociente

Resto ➡ $+5$

EXEMPLO

$$b)\ (6x^5 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5) : (x^2 - 4x + 5)$$

EXEMPLO

$$6x^5 + 0x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5 \quad \Big| \quad x^2 - 4x + 5$$

$$-6x^5 + 24x^4 - 30x^3 \qquad\qquad 6x^3 + 24x^2 + 56x + 113$$

$$24x^4 - 40x^3 + 9x^2$$

$$-24x^4 + 96x^3 - 120x^2$$

$$56x^3 - 111x^2 + 9x$$

$$-56x^3 + 224x^2 - 280x$$

$$113x^2 - 271x - 5$$

$$-113x^2 + 452x - 565$$

$$181x - 570$$

EXERCICIO:

Qual o valor do resto de P(x) : Q(x) ?

$$P(x) = 3x^4 + 5x^3 - 11x^2 + 2x - 3$$
$$e \quad Q(x) = x - 2$$

$$3x^4 + 5x^3 - 11x^2 + 2x - 3 \quad \Big| \quad x - 2$$

$$-3x^4 + 6x^3 \qquad\qquad 3x^3 + 11x^2 + 11x + 24$$

$$11x^3 - 11x^2$$

$$-11x^3 + 22x^2$$

$$+11x^2 + 2x$$

$$-11x^2 + 22x$$

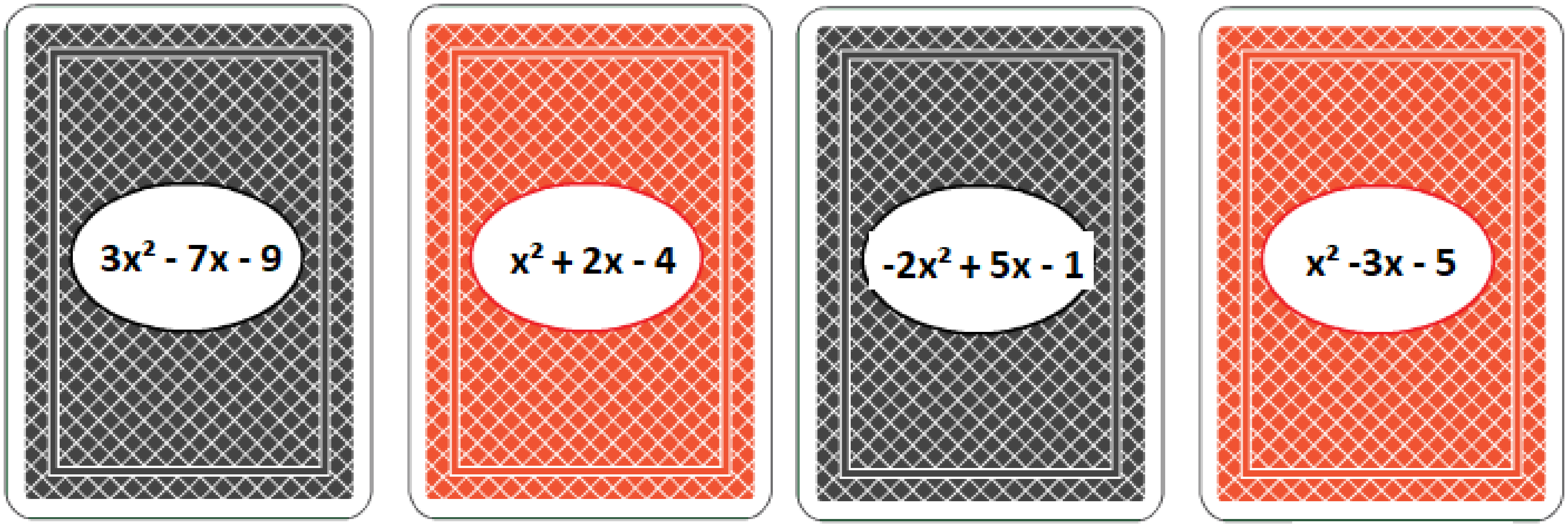
$$+24x - 3$$

$$-24x + 48$$

$$+45$$

EXERCICIO:

Observe as cartas abaixo:



CARTA 1 CARTA 2 CARTA 3 CARTA 4

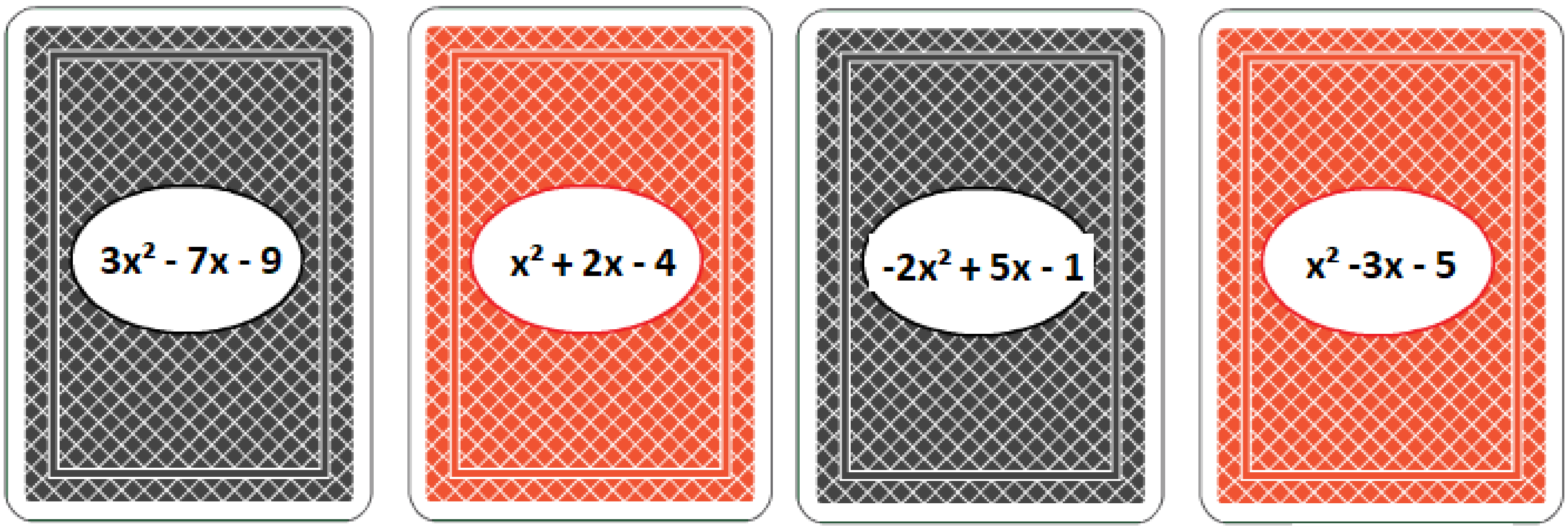
Agora calcule:

a) Carta 1 + Carta 3 =

b) Carta 4 + Carta 1 =

EXERCICIO:

Observe as cartas abaixo:



CARTA 1 CARTA 2 CARTA 3 CARTA 4

Agora calcule:

a) Carta 4 - Carta 3 =

b) Carta 1 - Carta 2 =

EXERCICIO:

a) $3x \cdot (5x^2 + 3x - 1) =$

b) $4a \cdot (2a - 3x) =$

c) $(2x + 3) \cdot (4x - 5) =$

d) $(3x - 1) \cdot (2x - 2) =$

e) $(x^2 - 7x + 10) : (x - 2) =$