UNIFASB CENTRO UNIVERSITÁRIO SÃO FRANCISCO DE BARREIRAS | UNINASSAU

Grupo Ser Educacional — Gente criando o futuro

PROFESSORA ELENA BRENTANO

Matemática

POTENCIAÇÃO e RADICIAÇÃO

POTENCIAÇÃO

POTENCIAÇÃO

A **potenciação** ou exponenciação é a operação matemática que representa a multiplicação de fatores iguais. Ou seja, usamos a **potenciação** quando um número é multiplicado por ele mesmo várias vezes.

Exemplo:

O número **n** é chamado de **expoente.**

O número **a** é chamado de **base.**

EXEMPLOS

Vamos calcular as potências...

- $(-3)^2 =$
- $2^3 =$
- $(-2)^3 =$
- $-2^3 =$

EXEMPLOS

Vamos calcular as potências...

- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$
- $2^3 = 8$
- $(-2)^3 = -8$

  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
- $-2^3 = -(2 \cdot 2 \cdot 2)$

  -8

ALGUMAS REGRAS IMPORTANTES!

POTÊNCIA DE EXPOENTE NULO

$$\boxed{a^0 = 1, \forall a \neq 0}$$

EXEMPLOS:

$2^0 =$ 1

$(-3)^0 =$ 1

POTÊNCIA DE BASE NEGATIVA

$$\boxed{\begin{array}{c}(-a)^{par} = + \\ (-a)^{ímpar} = -\end{array}}$$

EXEMPLOS:

$(-1)^{120} =$ 1

$(-1)^{731} =$ – 1

ALGUMAS REGRAS IMPORTANTES!

POTÊNCIA DE EXPOENTE NEGATIVO

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

EXEMPLOS:

$2^{-3} =$

$(-3)^{-2} =$

POTÊNCIA DE EXPOENTE RACIONAL

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

EXEMPLOS:

$4^{\frac{1}{2}} =$

$3^{\frac{2}{3}} =$

ALGUMAS REGRAS IMPORTANTES!

POTÊNCIA DE EXPOENTE NEGATIVO

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

EXEMPLOS:

$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$(-3)^{-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

POTÊNCIA DE EXPOENTE RACIONAL

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

EXEMPLOS:

$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$

$3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

Se você tem dúvidas ou não se lembra das propriedades sugiro que assista ao vídeo abaixo.

Se você lembra das propriedades pode pular a vídeo aula.

https://youtu.be/WNG0UkUSoWY?si=W3DeG-Mxa__Q3QIx

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

1° PROPRIEDADE

MULTIPLICAÇÃO DE POTÊNCIA DE MESMA BASE

$$\boxed{a^m . a^n = a^{m+n}}$$

EXEMPLOS:

$(-2)^2 . (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5$

$3^7 . 3^{-5} = 3^{7+(-5)} = 3^2$

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

2° PROPRIEDADE

DIVISÃO DE POTÊNCIA DE MESMA BASE

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$$

EXEMPLOS:

$(-2)^8 : (-2)^3 = (-2)^{8-3} = (-2)^5$

$\frac{3^7}{3^{-5}} = 3^{7-(-5)} = 3^{7+5} = 3^{12}$

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

3° PROPRIEDADE

POTÊNCIA DE PRODUTO

$$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$$

EXEMPLOS:

$(2.3)^5 = 2^5 . 3^5$

$(4.7)^3 = 4^3 . 7^3$

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

4° PROPRIEDADE

POTÊNCIA DE QUOCIENTE

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

EXEMPLOS:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$$

$$(12:7)^3 = 12^3 \div 7^3$$

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

5° PROPRIEDADE

POTÊNCIA DE POTÊNCIA

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$$

EXEMPLOS:

$(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5} = 2^{15}$

$((-3)^4)^{-2} = (-3)^{-8}$

EXERCÍCIO:

1. Calcule as potências:

a) $-7^2 =$

b) $(-5)^2 =$

c) $-2^5 =$

d) $(-2)^5 =$

e) $-(-3)^4 =$

f) $-(-3)^3 =$

g) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} =$

i) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 =$

j) $150^0 =$

k) $6^{-2} =$

l) $\left(\frac{8}{5}\right)^{-1} =$

m) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$

n) $\left(\frac{13}{9}\right)^1 =$

o) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

EXERCÍCIO:

1. Calcule as potências:

a) $-7^2 =$ -49

b) $(-5)^2 =$ 25

c) $-2^5 =$ -32

d) $(-2)^5 =$ -32

e) $-(-3)^4 =$ -81

f) $-(-3)^3 =$ $-(-27) = 27$

g) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$ $\frac{8}{125}$

h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} =$ $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8}$

i) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 =$ $\frac{1}{16}$

j) $150^0 =$ 1

k) $6^{-2} =$ $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

l) $\left(\frac{8}{5}\right)^{-1} =$ $\frac{5}{8}$

m) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$ $-\frac{8}{27}$

n) $\left(\frac{13}{9}\right)^1 =$ $\frac{13}{9}$

o) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

$\left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

DESAFIO:

(PUC-SP) O valor da expressão $\frac{10^{-3}.10^{5}}{10.10^{4}}$ é:

a) 10
b) 10^{-2}
c) 1000
d) 10^{-3}

DESAFIO:

(PUC-SP) O valor da expressão $\frac{10^{-3}.10^{5}}{10.10^{4}}$ é:

a) 10
b) 10^{-2}
c) 1000
d) 10^{-3}

$$\frac{10^{-3+5}}{10^{5}} = \frac{10^{2}}{10^{5}} = 10^{2-5}$$

$$\boxed{10^{-3}}$$

EXERCÍCIO:

(Fatec) Das três sentenças abaixo:

I. $2^{x+3} = 2^x . 2^3$

II. $(25)^x = 5^{2x}$

III. $2^x + 3^x = 5^x$

a) somente a I é verdadeira;
b) somente a II é verdadeira;
c) somente a III é verdadeira;
d) somente a II é falsa;
e) somente a III é falsa.

EXERCÍCIO:

(Fatec) Das três sentenças abaixo:

I. $2^{x+3} = 2^x \cdot 2^3$ Verdade

II. $(25)^x = 5^{2x}$ $(5^2)^x = 5^{2x}$ Verdade

III. $2^x + 3^x = 5^x$ Falsa

a) somente a I é verdadeira;

b) somente a II é verdadeira;

c) somente a III é verdadeira;

d) somente a II é falsa;

e) somente a III é falsa.

POTENCIAÇÃO

DEFINIÇÃO DE POTÊNCIA

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ vezes}}$$

EXEMPLOS:

$(-3)^2 = (-3).(-3) = +9$

$2^3 = 2.2.2 = 8$

$(-2)^3 = (-2).(-2).(-2) = -8$

$-2^3 = -(2.2.2) = -8$

POTÊNCIA DE EXPOENTE NEGATIVO

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

EXEMPLOS:

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $\quad (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

POTÊNCIA DE EXPOENTE NULO

$$a^0 = 1, \forall a \neq 0$$

EXEMPLOS:

$2^0 = 1$ $\quad (-3)^0 = 1$

POTÊNCIA DE EXPOENTE RACIONAL

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

EXEMPLOS:

$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt[2]{4} = 2$

$3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$

POTÊNCIA DE BASE NEGATIVA

$(-a)^{par} = +$

$(-a)^{ímpar} = -$

EXEMPLOS:

$(-1)^{120} = +1$

$(-1)^{731} = -1$

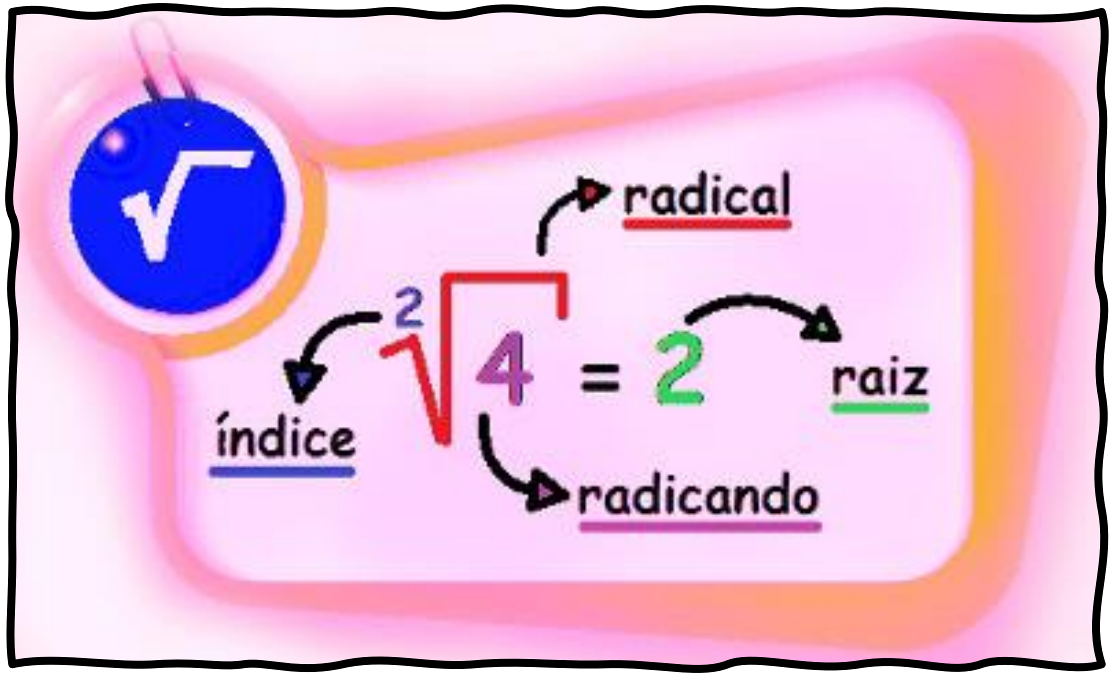
R E S U M O

PROFESSORA ELENA BRENTANO

RADICIAÇÃO

RADICIAÇÃO

Radiciação é a operação matemática inversa à potenciação. Enquanto a potenciação é uma multiplicação na qual todos os fatores são iguais, a **radiciação** procura descobrir que fatores são esses, dando o resultado dessa multiplicação.



EXEMPLOS

Vamos calcular as raízes...

$\sqrt[3]{16}$

$\sqrt{160}$

$\sqrt[3]{-27}$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \Rightarrow 16 = 2^4$$

$\sqrt{-4}$

$\sqrt[3]{0}$

EXEMPLOS

Vamos calcular as raízes...

$\sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 16 = 2^4$$

$$\begin{array}{r|l} 160 & 2 \\ 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$\sqrt{160}$

$2 . 2 . \sqrt{2 . 5}$

$\boxed{4\sqrt{10}}$

$\sqrt{-4}$ $\nexists$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$\sqrt[3]{-27} = -3$

$\sqrt[3]{0} = 0$

PROPRIEDADES DOS RADICAIS

Agora chegou a hora das propriedades.
Se você ainda lembra pode ir para a próxima tela.
Se você precisar assista a vídeo aula abaixo.

https://youtu.be/AZHl4UrdOew?si=yAAdyEuPAAdLIOrs

PROPRIEDADES DOS RADICAIS

EXPOENTE DA POTÊNCIA IGUAL AO ÍNDICE DO RADICAL

$$\boxed{\sqrt[m]{a^m} = a^{\frac{m}{m}} = a^1 = a}$$

Exemplo:

$$\sqrt[3]{4^3} = 4^{\frac{3}{3}} = 4^1 = 4$$

PROPRIEDADES DOS RADICAIS

PRODUTO DE RAÍZES

$$\sqrt[m]{a} \,.\, \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \,.\, b}$$

QUOCIENTE DE RAÍZES

$$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}\;, com\; b \neq 0$$

Exemplos:

$$\sqrt[3]{3} \,.\, \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3 \,.\, 9}$$

$$\sqrt{3} \,.\, \sqrt{12} = \sqrt{3 \,.\, 12}$$

Exemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{36}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{36}{2}}$$

PROPRIEDADES DOS RADICAIS

POTÊNCIA DE RAÍZES

$$\left(\sqrt[m]{a}\right)^k = \sqrt[m]{a^k}$$

Exemplo:

$$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$$

RAIZ DE UMA RAIZ

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\,.\,n]{a}$$

Exemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3\,.\,2]{64}$$

R
E
S
U
M
O

PROPRIEDADES DOS RADICAIS

EXPOENTE DA POTÊNCIA IGUAL AO ÍNDICE DO RADICAL

$$\sqrt[m]{a^m} = a^{\frac{m}{m}} = a^1 = a$$

EXEMPLOS:

$$\sqrt[3]{4^3} = 4^{\frac{3}{3}} = 4^1 = 4$$

QUOCIENTE DE RAÍZES

$$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}, com\ b \neq 0$$

EXEMPLO: $\frac{\sqrt[3]{36}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{36}{2}}$

PRODUTO DE RAÍZES

$$\sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a.b}$$

EXEMPLOS:

$$\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3.9}$$

$$\sqrt{3}.\sqrt{12} = \sqrt{3.12}$$

POTÊNCIA DE RAÍZES

$$(\sqrt[m]{a})^k = \sqrt[m]{a^k}$$

EXEMPLO: $(\sqrt[3]{5})^2 = \sqrt[3]{5^2}$

RAÍZ DE UMA RAÍZ

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$$

EXEMPLO: $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3.2]{64}$

EXERCÍCIO:

$a)\ 8^{\frac{2}{3}} =$

$c)\ \sqrt[3]{-8} =$

$b)\ \sqrt{(-4)^2} =$

$d)\ -\sqrt[4]{81}$

EXERCÍCIO:

$a)\ 8^{\frac{2}{3}} =$

$c)\ \sqrt[3]{-8} =$

$b)\ \sqrt{(-4)^2} =$

$d)\ -\sqrt[4]{81}$

EXERCÍCIO:

a) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 2 . 2 = 4$

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\left(2^3\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

b) $\sqrt{(-4)^2} =$

$\sqrt{16} = 4$

c) $\sqrt[3]{-8} = -2$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

d) $-\sqrt[4]{81}$

-3

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

EXERCÍCIO:

(ifce) O número $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{2^5}}} \cdot \sqrt[3]{2}$ é igual a

a) 0. b) $\sqrt{2}$. c) 1. d) $\sqrt{3}$. e) $1+\sqrt{2}$.

EXERCÍCIO:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}=\frac{3+2-5}{6}=0$$

(ifce) O número $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{2^5}}}\cdot\sqrt[3]{2}$ é igual a

a) 0. b) $\sqrt{2}$. c) 1. d) $\sqrt{3}$. e) $1+\sqrt{2}$.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[6]{2^5}}\cdot\sqrt[3]{2}=\frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{5}{6}}}=2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}}=2^0=1$$

Para ser possível a utilização da linguagem matemática como ferramenta relevante para a Matemática Aplicada, é necessário que se domine as manipulações de certos objetos matemáticos, tais como potências, raízes e frações. Esse domínio manipulativo refere-se à possibilidade de resolução de certas expressões matemáticas que envolvam esses objetos supracitados. Considerando essas informações e o conteúdo estudado sobre raízes, potências e frações, pode-se dizer que a expressão $3^5 \times 3^1$ pode ser reescrita como 3^6 porque:

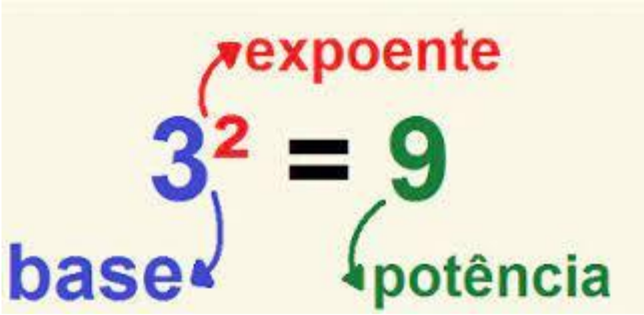
I - a regra geral $a^m \times a^n = a^{m+n}$ garante a validade dessa igualdade.

II - a regra geral $a^m \times b^m = (a \times b)^m$ garante a validade dessa igualdade.

III - a regra geral $a^1 = a$ garante a validade dessa igualdade.

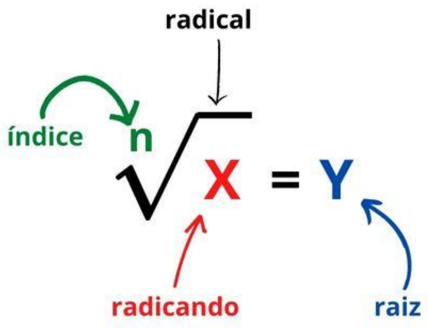
IV - a regra geral $(a^m)^n = a^{m \times n}$ garante a validade dessa igualdade.

V - a regra geral $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ garante a validade dessa igualdade.



As operações de radiciação e potenciação possuem uma forte relação algébrica. A radiciação pode ser definida como a operação inversa da potenciação, de modo que $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$, portanto, é possível transformar uma raiz em potência e vice e versa. Como ela se trata, ainda, de uma forma de potência, porém fracionária, as propriedades de radiciação são as mesmas da potenciação, elas são equivalentes.

Considerando essas informações e o conteúdo estudado acerca de radiciação e potenciação, afirma-se que a radiciação é a operação inversa da potenciação porque:



I - $\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n} = a^1 = a.$

II - $\sqrt[n]{a^n} = 1.$

III - $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}.$

IV - $\sqrt[n]{a} = a^{1/n} = a.$

V - $\sqrt[n]{a} = a^n.$

Agora que você já assistiu vídeo aulas, estudou as propriedades da potenciação e radiciação chegou a hora de praticar.

Faça a atividade a seguir, marque a resposta correta e envie até o dia 06/03/25.

O envio até o dia 06/03 garante a sua presença na aula do dia 28/02/25.

Bom carnaval. Se cuide!!!

https://forms.gle/CS85PRY9SVGBwcrs8