



Função: conceitos iniciais

Qual o valor pago
para encher o tanque
de combustível de
um automóvel?

Quanto tempo leva
uma viagem de
Barreiras até
Salvador?



Qual o valor pago
para encher o tanque
de combustível de um
automóvel?

Quanto tempo leva
uma viagem de
Barreiras até Salvador?



DEPENDE!!!

Qual o valor pago para encher o tanque de combustível de um automóvel?

DEPENDE!!!



- Tamanho do tanque
- Valor do combustível



Quanto tempo leva uma viagem de Barreiras até Salvador?

DEPENDE!!!



A viagem será feita de carro? Ônibus? Avião?



FUNÇÃO

Na matemática, **FUNÇÃO** é uma relação de dependência entre duas grandezas, na qual uma está em função da outra.

FUNÇÃO

Por exemplo:

O valor cobrado na bomba depende da quantidade de combustível com a qual se abasteceu o carro.

Suponha que o preço do litro de combustível seja R\$ 6,10.



FUNÇÃO

Se o preço do litro de combustível for R\$ 6,10.

Qual é a expressão matemática que define o valor pago P (em R\$) em função da quantidade de litros abastecida x ?



FUNÇÃO

Vamos fazer uma tabela:

Quantidade abastecida	Valor pago (em R\$)
1 litro	$6,10 \cdot 1 = 6,10$
5 litros	$6,10 \cdot 5 = 30,50$
10 litros	$6,10 \cdot 10 = 61,00$
...	...
x litros	$6,10 \cdot x = p$



FUNÇÃO

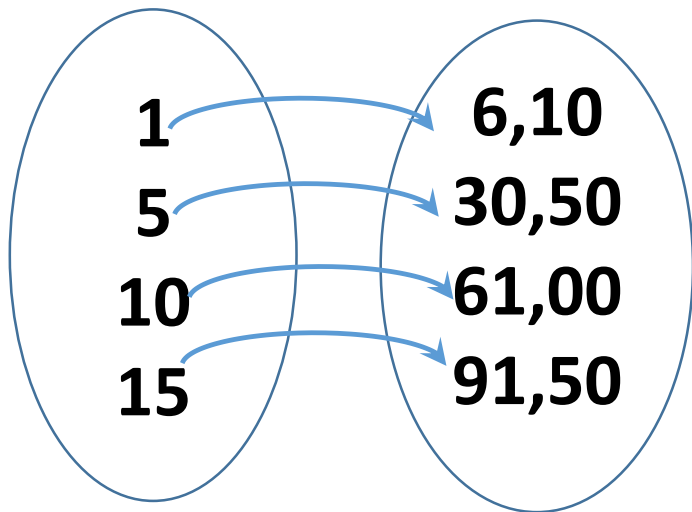
Resumindo:

Quantidade abastecida	Valor pago (em R\$)
1 litro	6,10
5 litros	30,50
10 litros	61,00
15 litros	91,50



FUNÇÃO

Coloque em um conjunto:



Quantidade abastecida	Valor pago (em R\$)
1 litro	6,10
5 litros	30,50
10 litros	61,00
15 litros	91,50

Exercício 1

Um empreendedor produz salgadinhos para festa, os PREÇOS DEPENDEM DA QUANTIDADE que for encomendada, mais uma taxa fixa de R\$ 15,00 para o frete. Sabendo que a cada 100 salgadinhos o valor cobrado é de R\$ 135,00. Qual é a expressão que nos fornece o valor a ser cobrado P em função da quantidade vendida x ?



Exercício 1 - Resolução

Sabendo que a cada 100 salgadinhos o valor cobrado é de R\$ 135,00, mais uma taxa fixa de R\$ 15,00 para o frete.

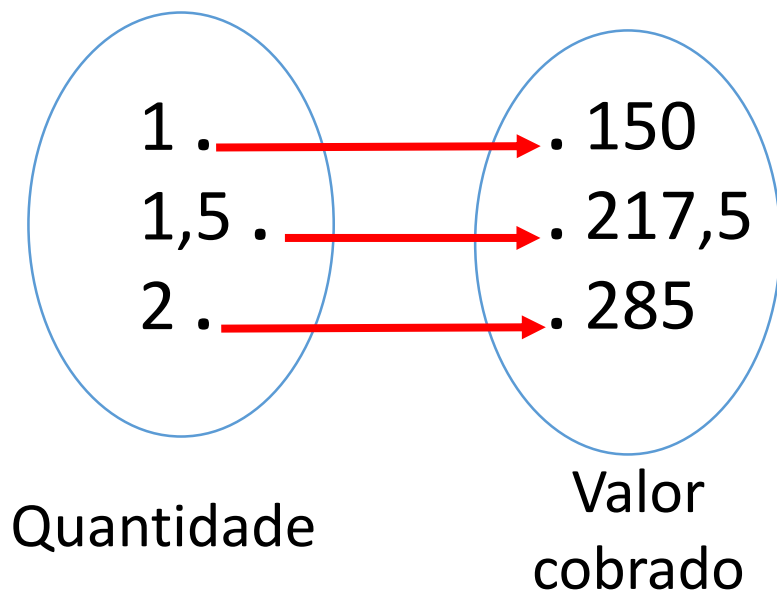


$$P = 15 + 135.x$$

FRETE
VALOR
FIXO

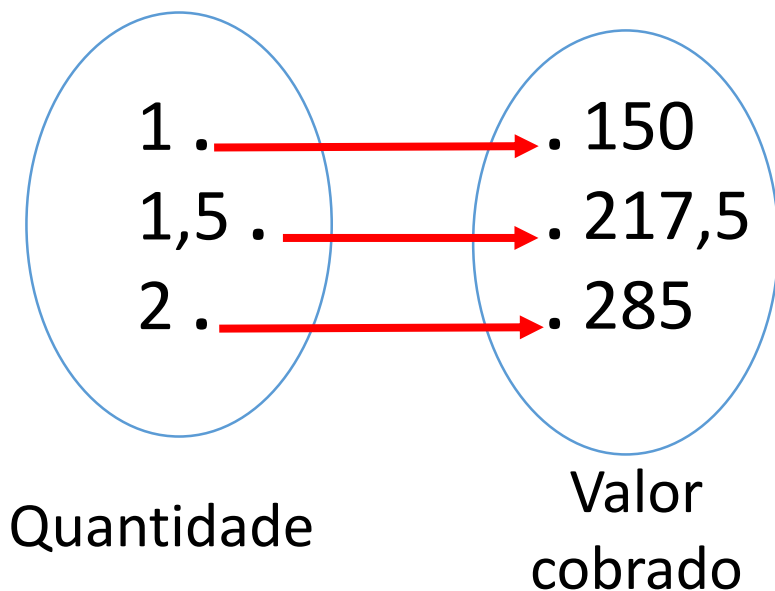
CENTO
(CADA 100
UNIDADES)

$$P = 15 + 135.x$$



Representação de
uma função através
de um diagrama

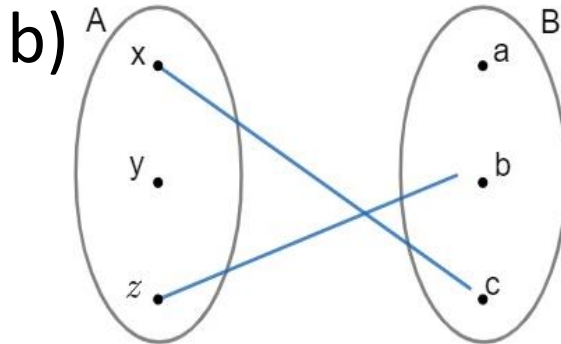
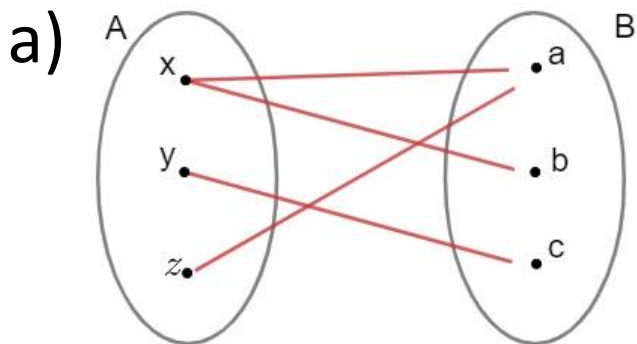
$$P = 15 + 35.x$$



Observe que existe apenas uma correspondência da “Quantidade” para o “Valor cobrado”

Exercício 2

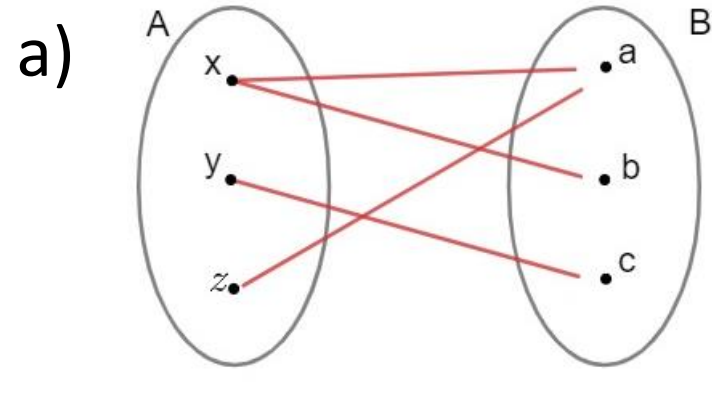
As relações a seguir representam função de A em B?



Exercício 2 - Resposta

As relações a seguir representam função de A em B?

Temos um elemento em A que está associado a dois elementos em B.

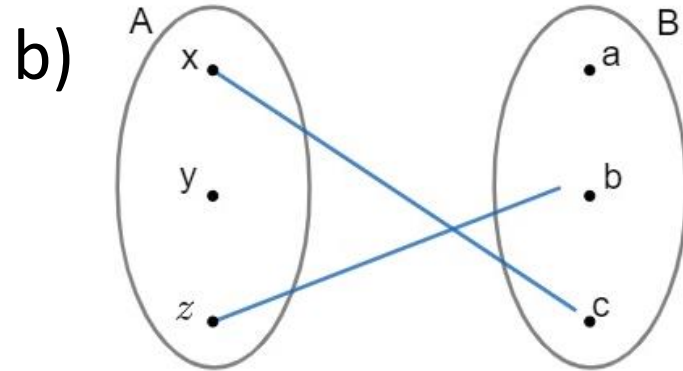


Não

Exercício 2 - Reposta

As relações a seguir representam função de A em B?

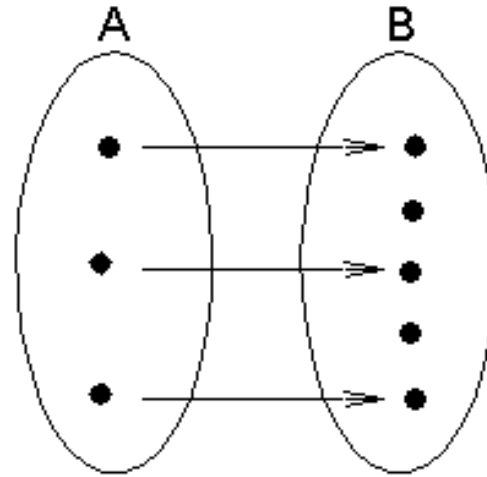
Temos um elemento em A que não está associado a nenhum elemento em B.



Não

FUNÇÃO - Definição

Uma relação entre dois conjuntos A e B , será uma função $f: A \rightarrow B$, se e somente se, cada elemento $x \in A$, existir um, e somente um $f(x) \in B$.





Na matemática, **FUNÇÃO** é uma relação de dependência entre duas grandezas. Mas o que é uma grandeza?

- a) Tudo aquilo que pode ser contado e medido, como o tempo, a velocidade, comprimento, preço, idade, temperatura entre outros.
- b) Coisas com tamanho maior que 10 metros, como carros, trens, caminhões etc.



Na matemática, **FUNÇÃO** é uma relação de dependência entre duas grandezas. Mas o que é uma grandeza?

a) Tudo aquilo que pode ser contado e medido, como o tempo, a velocidade, comprimento, preço, idade, temperatura entre outros.

b) Coisas com tamanho maior que 10 metros, como carros, trens, caminhões etc.

Ponto
de
partida



Finalidade

Opções



Resultado
desejado

Matematicamente falando...

DOMÍNIO

Ponto
de
partida

CONTRADOMÍNIO Opções



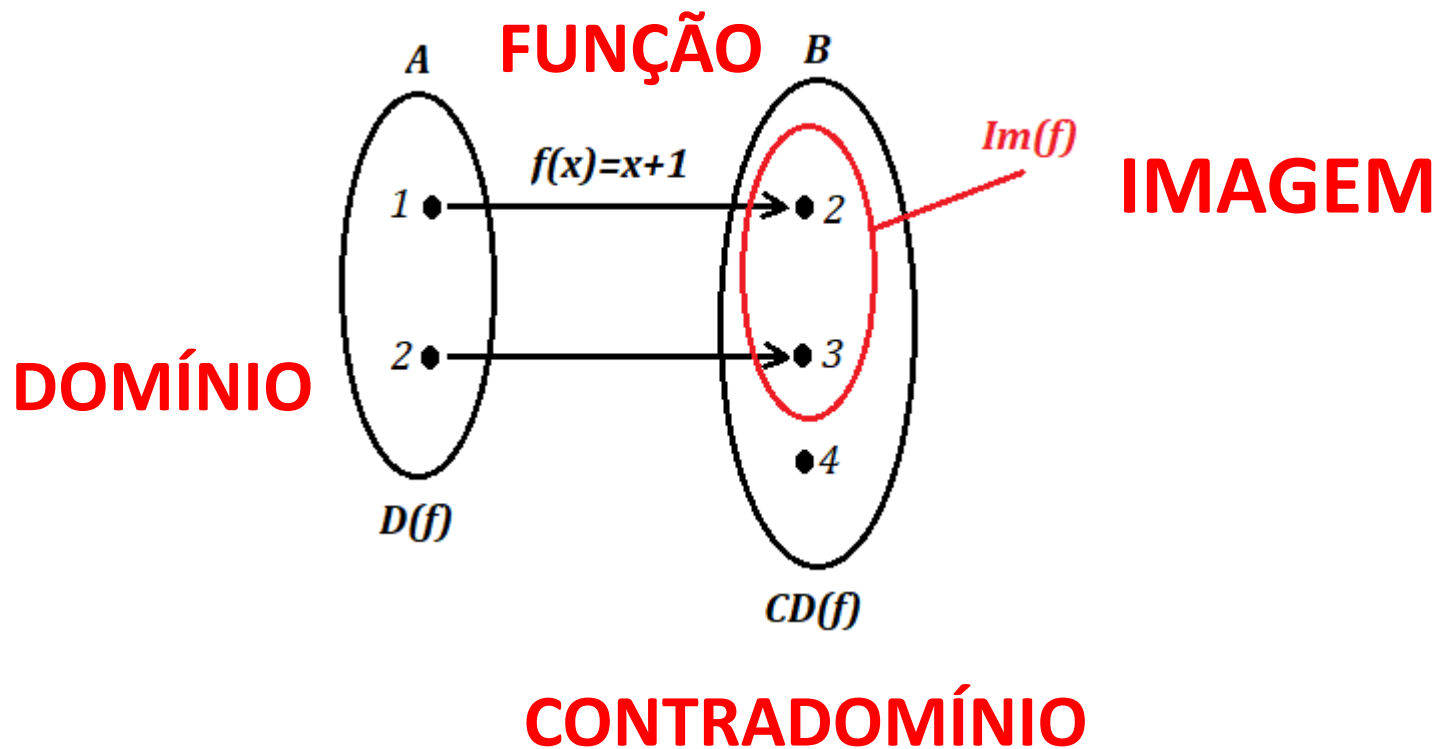
IMAGEM

Resultado
desejado

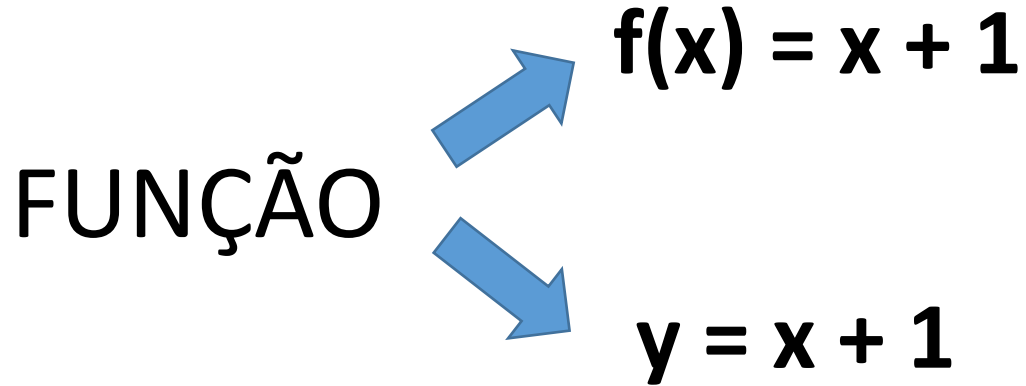
Finalidade

FUNÇÃO

Matematicamente falando...



Nomenclatura



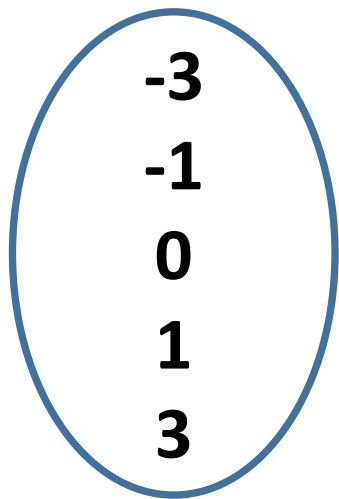
$f(x)$ ou y significam a mesma coisa.

Exercício 3

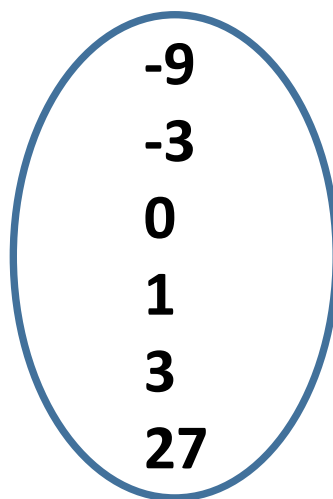
Dados os conjuntos $A = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ e $B = \{-9, -3, 0, 1, 3, 27\}$ e uma relação entre A e B expressa por $y = 3x^2$, em que $x \in A$ e $y \in B$.
Encontre os conjuntos: Domínio, Contradomínio e Imagem dessa função.

Exercício 3 - Resolução

$A = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ e $B = \{-9, -3, 0, 1, 3, 27\}$ e $y = 3x^2$, em que $x \in A$ e $y \in B$.



A



B

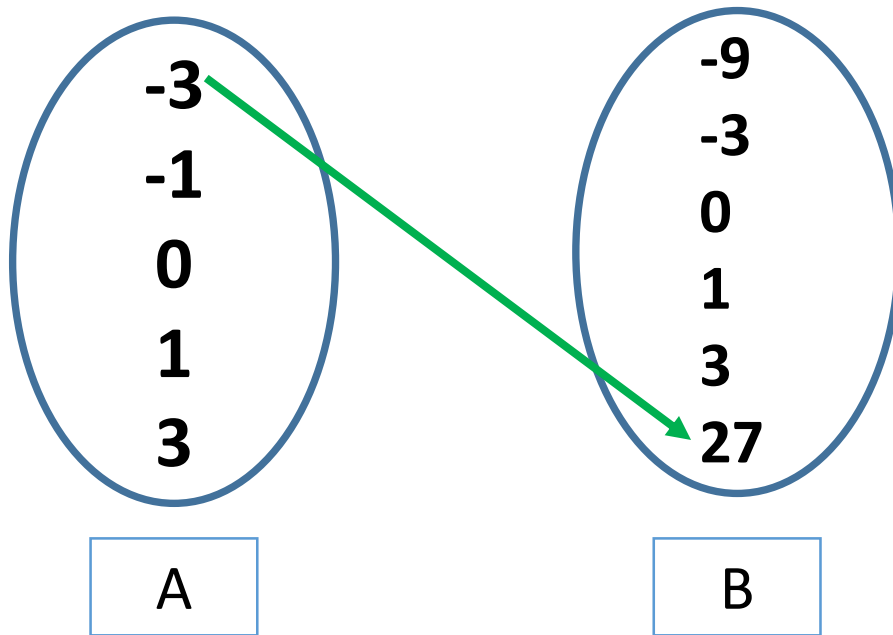
Exercício 3 - Resolução

x	$y = 3x^2$	y
-3	$y = 3 \cdot (-3)^2 = 3 \cdot 9$	27
-1		
0		
1		
3		

Exercício 3 - Resolução

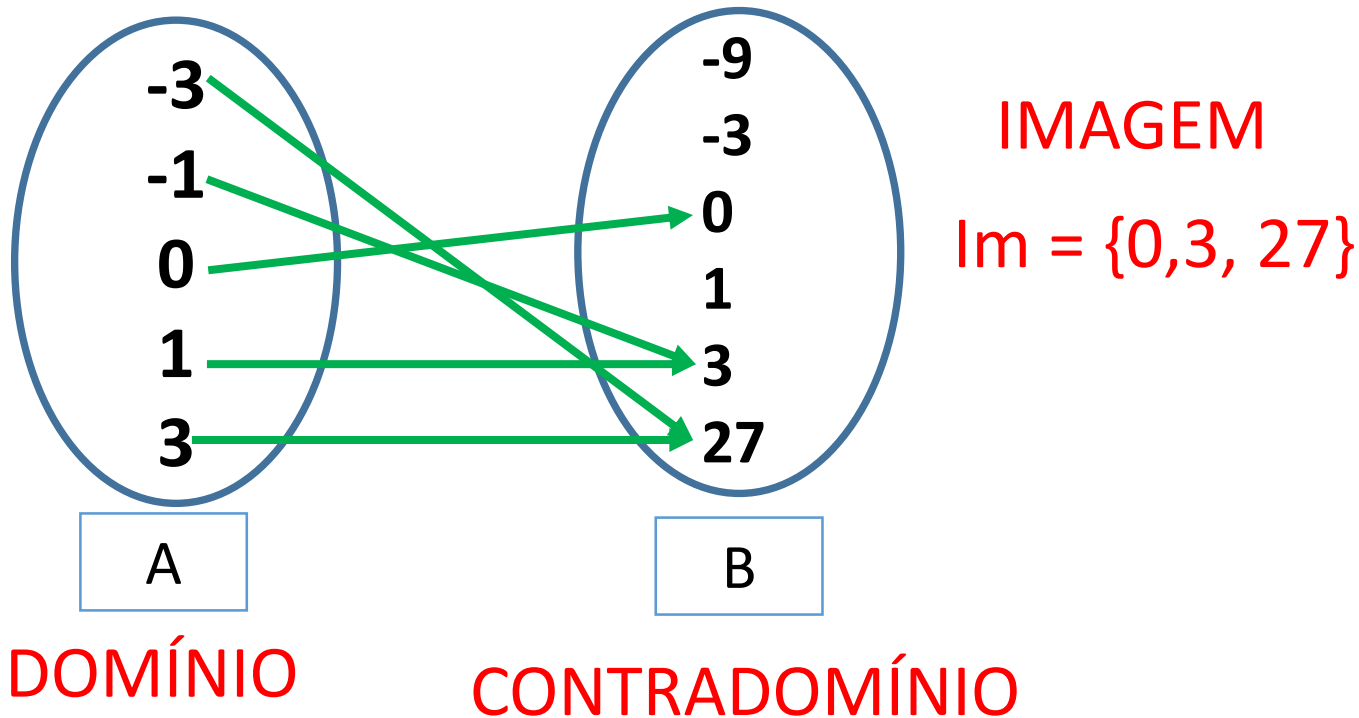
x	$y = 3x^2$	y
-3	$y = 3 \cdot (-3)^2 = 3 \cdot 9$	27
-1	$y = 3 \cdot (-1)^2 = 3 \cdot 1$	3
0	$y = 3 \cdot (0)^2 = 3 \cdot 0$	0
1	$y = 3 \cdot 1^2 = 3 \cdot 1$	3
3	$y = 3 \cdot 3^2 = 3 \cdot 9$	27

Exercício 3 - Resolução



x	y
-3	27
-1	3
0	0
1	3
3	27

Exercício 3 - Resolução



Exercício 3 - Resposta

Dados os conjuntos $A = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ e $B = \{-9, -3, 0, 1, 3, 27\}$ e uma relação entre A e B expressa por $y = 3x^2$, em que $x \in A$ e $y \in B$. Encontre os conjuntos Domínio, Contradomínio e Imagem dessa função.

Domínio: $A = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$

Contradomínio: $B = \{-9, -3, 0, 1, 3, 27\}$

Imagem: $Im = \{0, 3, 27\}$

Exercício 4

Dada a função $f(x) = 2x - 3$, o domínio $\{2, 3, 4\}$ e o contradomínio composto pelos naturais de 1 a 10, qual das opções abaixo representa o conjunto imagem dessa função?

- a) $\{1, 3, 5\}$
- b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- c) $\{4, 6, 8\}$
- d) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- e) $\{1, 3, 8\}$

Exercício 4 - Resolução

Dada a função $f(x) = 2x - 3$, o domínio $\{2, 3, 4\}$ e o contradomínio composto pelos naturais entre 1 e 10,

x	$f(x) = 2x - 3$	y
2	$f(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1$	1
3	$f(3) = 2 \cdot 3 - 3 = 6 - 3 = 3$	3
4	$f(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$	5

$\text{Im} = \{1, 3, 5\}$ ←

Exercício 4 - Resposta

Dada a função $f(x) = 2x - 3$, o domínio $\{2, 3, 4\}$ e o contradomínio composto pelos naturais entre 1 e 10, qual das opções abaixo representa o conjunto imagem dessa função?

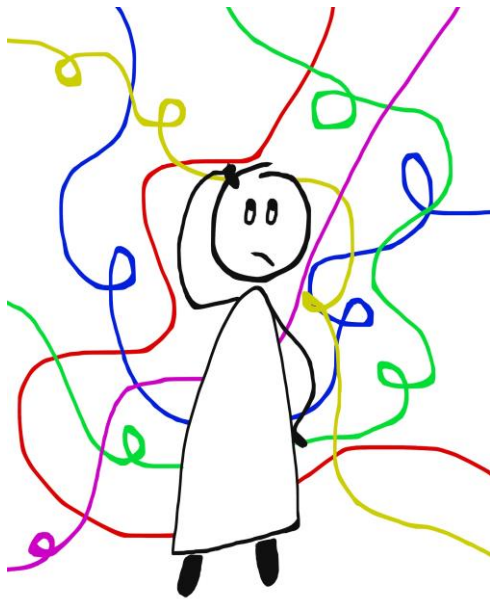
a) $\{1, 3, 5\}$

b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

c) $\{4, 6, 8\}$

d) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

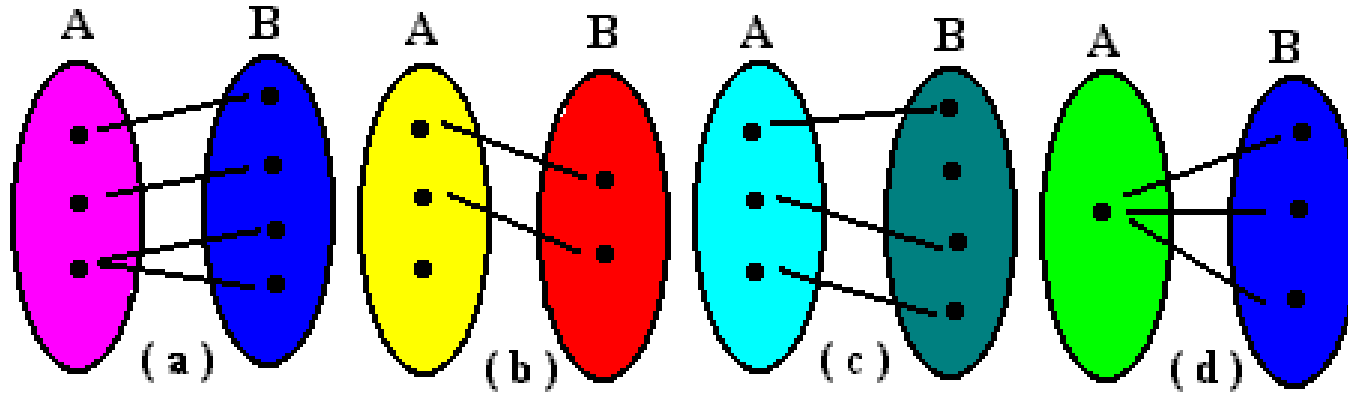
e) $\{1, 3, 8\}$



Será possível, as funções
apresentarem
comportamentos diferentes,
caracterizando, assim, alguns
tipos de funções?

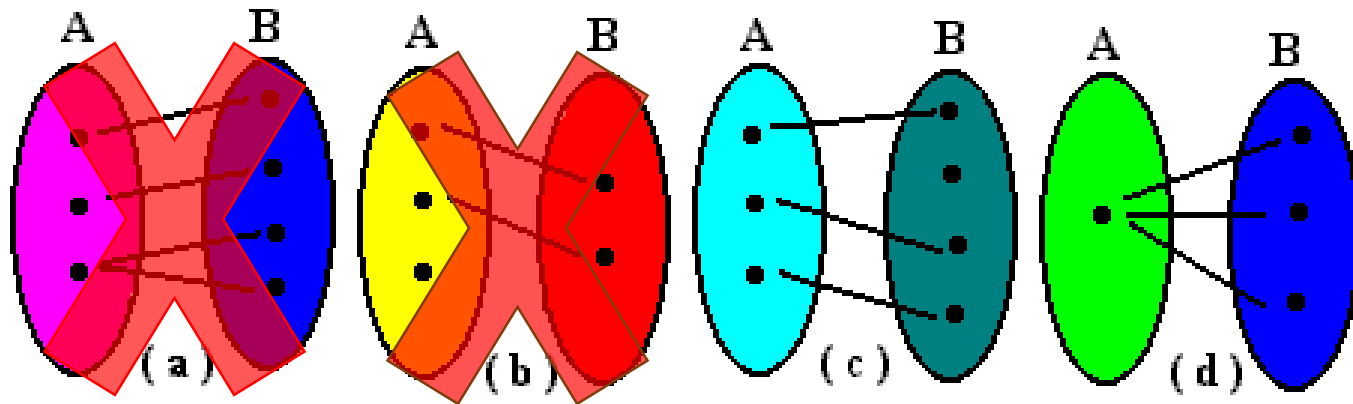


Quais diagramas apresentam função de A em B?



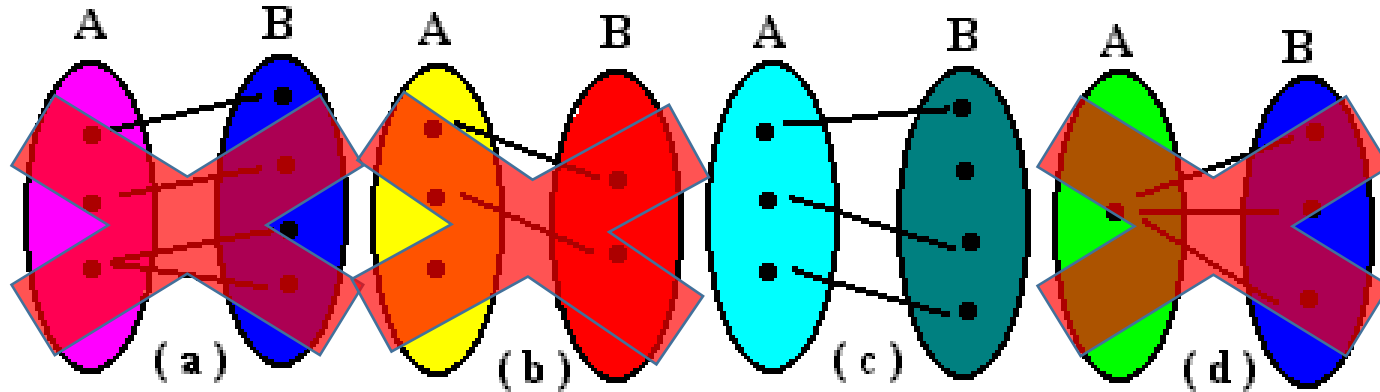


Quais diagramas apresentam função de A em B?



QUIZ

Quais diagramas apresentam função de A em B?



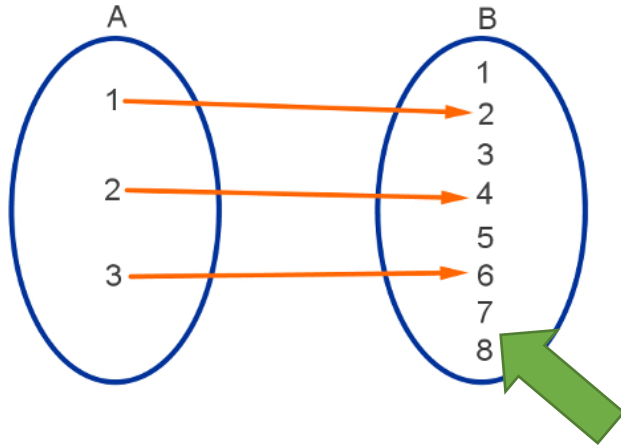
É função!

Vamos analisar as seguintes situações:

Observe que cada ponto de A chega
em UM ponto diferente em B.

I)

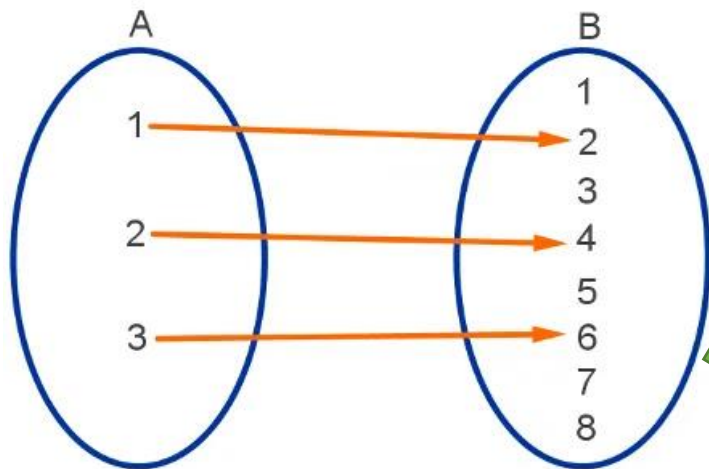
É FUNÇÃO



Sobram elementos no
conjunto B.

FUNÇÃO INJETORA

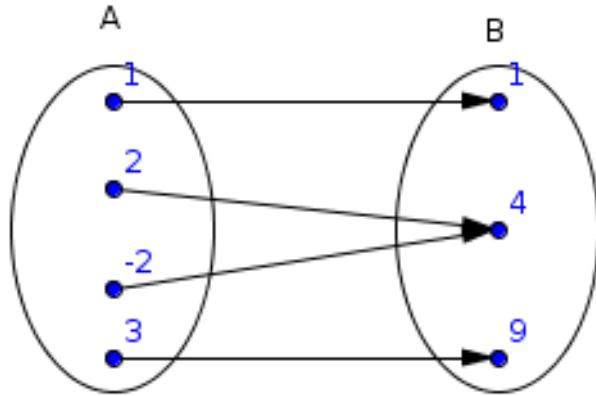
Função injetora, também chamada de função injetiva, é aquela em que cada elemento da imagem está ligado a um único elemento do domínio.



Podem sobrar elementos no conjunto B.

Vamos analisar as seguintes situações:

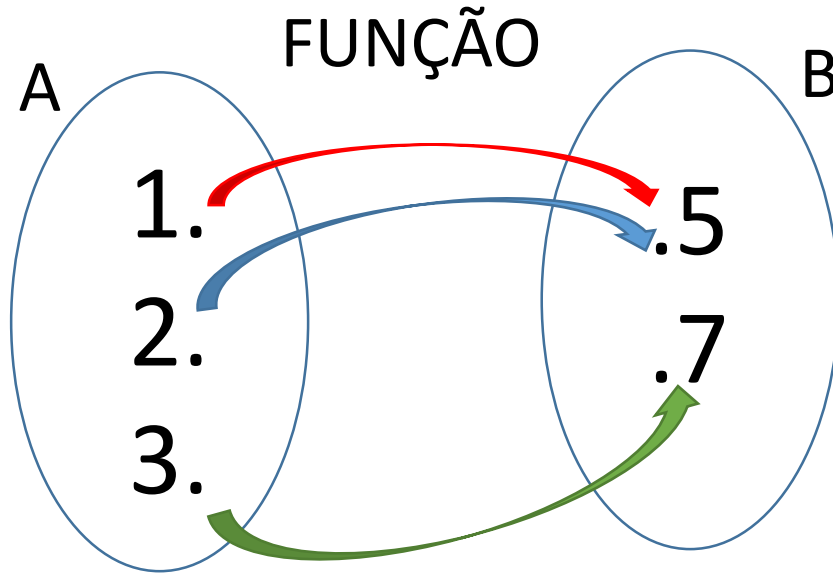
II)



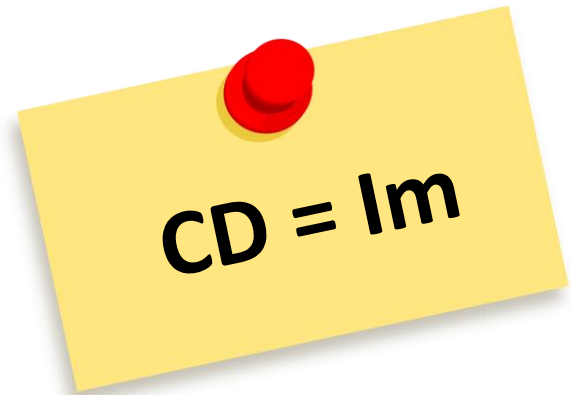
Não sobram elementos
no conjunto B.

Dois elementos do conjunto A PODEM chegar ao
mesmo elemento de B.

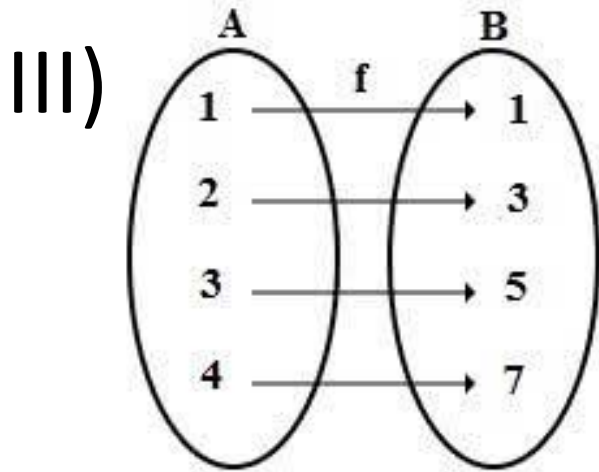
FUNÇÃO SOBREJETORA



Não sobra
elemento no
conjunto B.



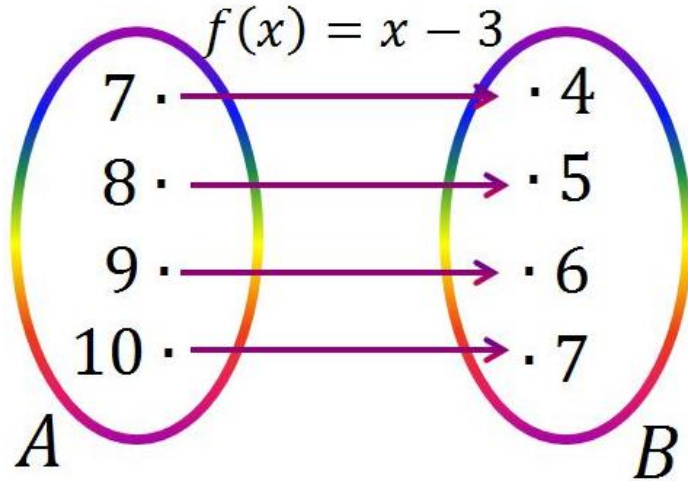
Vamos analisar as seguintes situações:



Não sobram elementos no conjunto B. (Sobrejetora)

Cada ponto de A chega em UM ponto diferente em B. (Injetora)

FUNÇÃO BIJETORA



O contradomínio é igual ao conjunto imagem. **(É injetora e sobrejetora ao mesmo tempo)**

Exercício 5

Dados os conjuntos $A = \{-3, -1, 0, 2\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, determine o conjunto domínio, contradomínio e a imagem da função definida por $f(x) = x + 2$ e classifique a função quanto ao seu tipo.

Exercício 5 - Resolução

Dados os conjuntos $A = \{-3, -1, 0, 2\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, determine o conjunto domínio, contradomínio e a imagem da função definida por $f(x) = x + 2$.

$$D = \{-3, -1, 0, 2\}$$

$$CD = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

Exercício 5 - Resolução

$$D = \{-3, -1, 0, 2\}$$

$$f(x) = x + 2$$

$$f(-3) = -3 + 2 = -1$$

$$f(-1) = -1 + 2 = 1$$

$$f(0) = 0 + 2 = 2$$

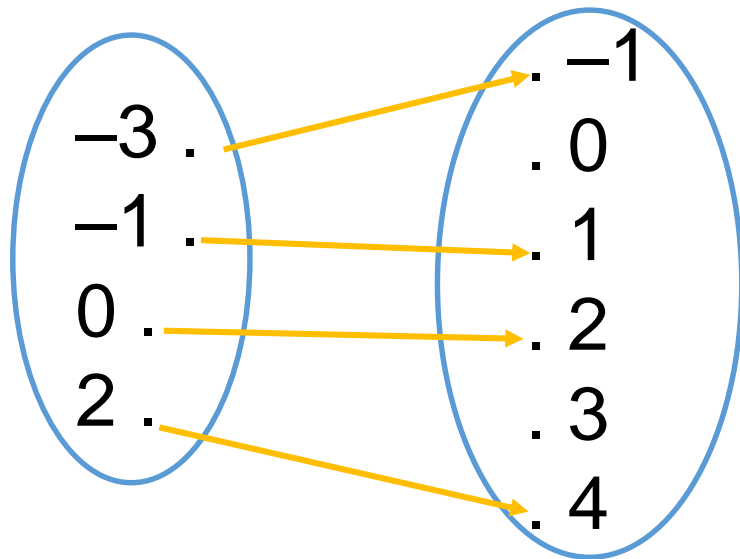
$$f(2) = 2 + 2 = 4$$



Conjunto imagem
(Im)

Exercício 5 - Resolução

Dados os conjuntos $A = \{-3, -1, 0, 2\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, determine o conjunto domínio, contradomínio e imagem da função definida por $f(x) = x + 2$.



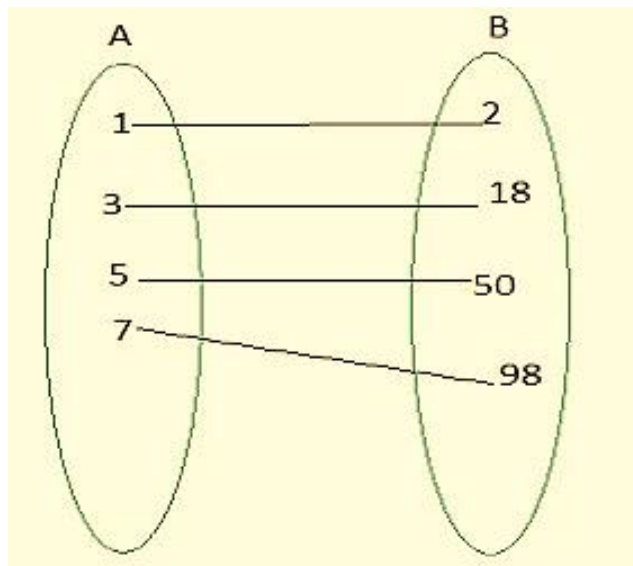
Cada elemento da imagem está ligado a um único elemento do domínio? SIM

INJETORA

O contradomínio é igual ao conjunto imagem? NÃO
Então não é sobrejetora.
Logo não pode ser bijetora

Exercício 6

Marque a alternativa que representa a função abaixo:



- a) $f(x) = 2x + 2$; Bijetora
- b) $f(x) = x^2 + 2$; Injetora
- c) $f(x) = 2x^2$; Sobrejetora
- d) $f(x) = 2x^2$; Bijetora
- e) $f(x) = x^2$; Injetora

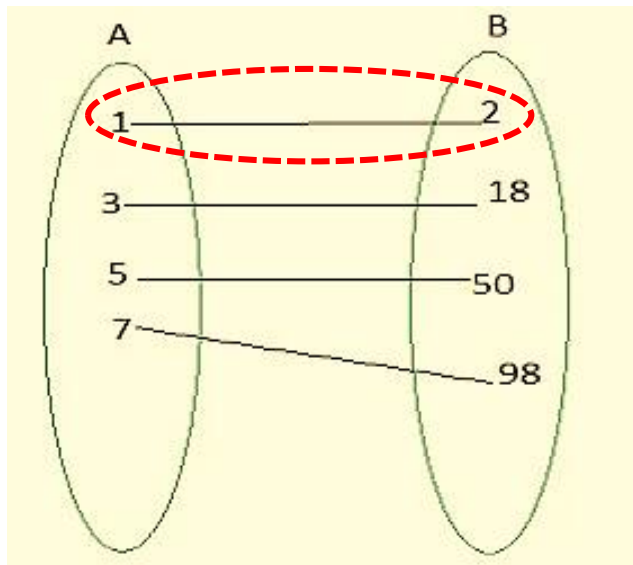
Exercício 6 - Resolução

Marque a alternativa que representa a função abaixo:

Vamos começar testando só o 1 em cada uma das alternativas.

Eliminamos as alternativas a,b,e.

Só pode ser a alternativa c ou d.



a) $f(1) = 2 \cdot 1 + 2 = 4$

b) $f(1) = 1^2 + 2 = 3$

c) $f(1) = 2 \cdot 1^2 = 2$ Sobrejetora

d) $f(1) = 2 \cdot 1^2 = 2$ Bijetora

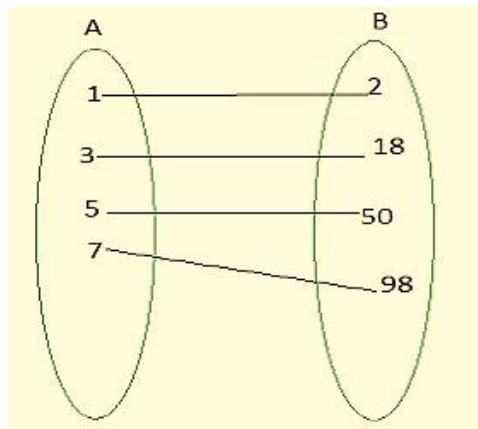
e) $f(1) = 1^2 = 1$

Exercício 6 - Resolução

Marque a alternativa que representa a função abaixo:

O contradomínio é igual ao conjunto imagem? SIM
(SOBREJETORA)

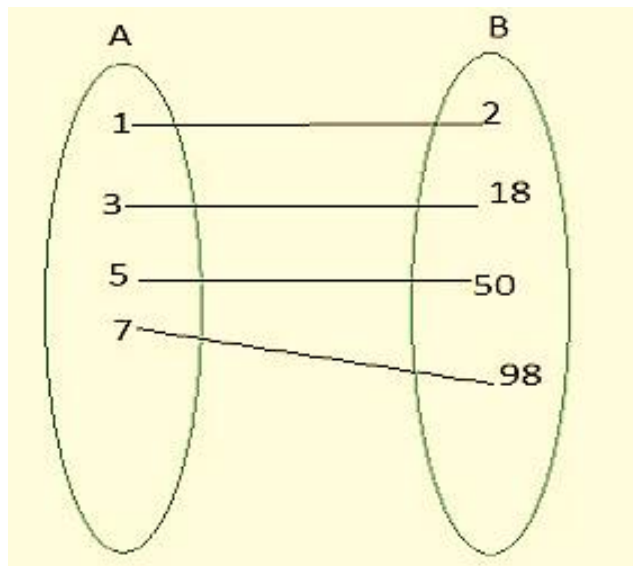
Cada elemento da imagem está ligado a um único elemento do domínio? SIM
(INJETORA)



Logo se é injetora e sobrejetora ao mesmo tempo ela é BIJETORA

Exercício 6 - Resposta

Marque a alternativa que representa a função abaixo:



- a) $f(x) = 2x + 2$; Bijetora
- b) $f(x) = x^2 + 2$; Injetora
- c) $f(x) = 2x^2$; Sobrejetora
- d) $f(x) = 2x^2$; Bijetora**
- e) $f(x) = x^2$; Injetora

Exercício 7

Seja uma função f de A em B , em que

$A = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x \leq 2\}$, definida por $f(x) = 2x - 3$.

Qual deve ser o conjunto B para que f seja bijetora?

Exercício 7 - Resolução

Seja uma função f de A em B , em que

$A = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x \leq 2\}$, definida por $f(x) = 2x - 3$.

Qual deve ser o conjunto B para que f **seja bijetora?**

Todos os elementos de A formarão todos os elementos de B .

Exercício 7 - Resolução

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x \leq 2\} \quad f(x) = 2x - 3$$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2) - 3 = -4 - 3 = -7$$

$$f(-1) = 2 \cdot (-1) - 3 = -2 - 3 = -5$$

$$f(0) = 2 \cdot (0) - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = 2 \cdot (1) - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$f(2) = 2 \cdot (2) - 3 = 4 - 3 = 1$$

Exercício 7 - Resposta

Seja uma função f de A em B , em que

$A = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x \leq 2\}$, definida por $f(x) = 2x - 3$.

Qual deve ser o conjunto B para que f seja bijetora?

$$B = \{-7, -5, -3, -1, 1\}$$

Exercício 8

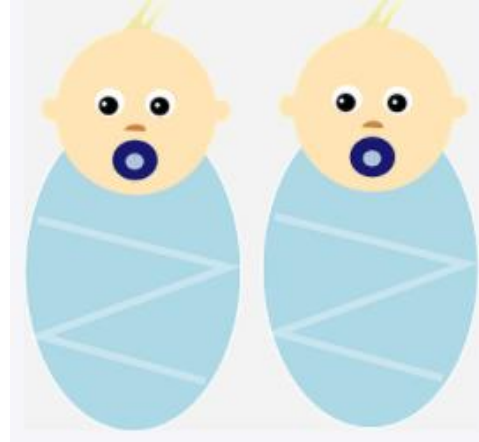
(UFF-RJ) Em um certo dia, três mães deram à luz em uma maternidade. A primeira teve gêmeos, a segunda trigêmeos e a terceira, um único filho. Considere, para aquele dia, o conjunto das 3 mães, o conjunto das 6 crianças e as seguintes relações:

- I. A que associa cada mãe ao seu filho.
- II. A que associa cada filho à sua mãe.
- III. A que associa cada criança ao seu irmão.

Exercício 8

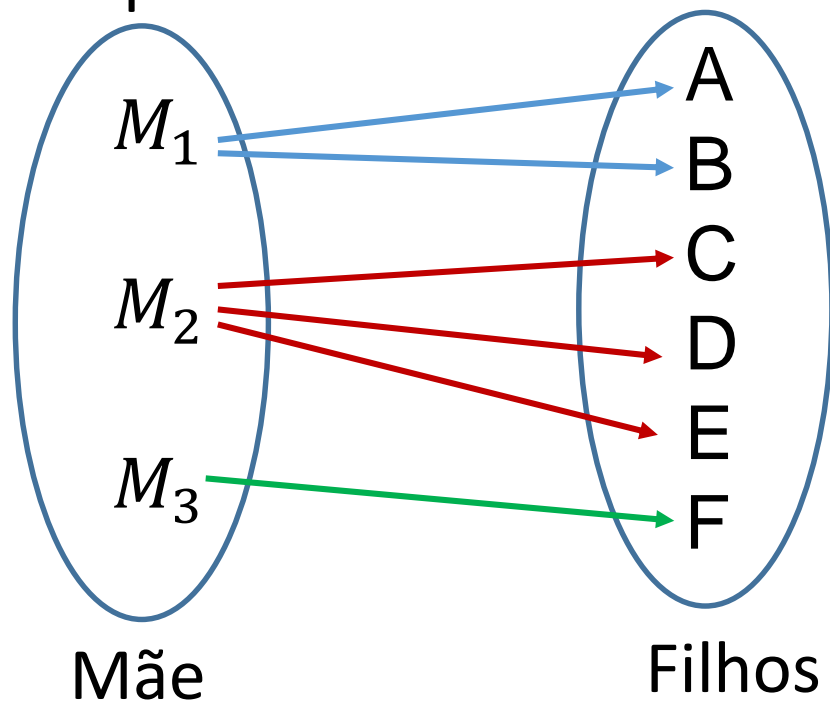
São funções:

- a) Somente a I.
- b) Somente a II.
- c) Somente a III.
- d) Todas.
- e) Nenhuma.



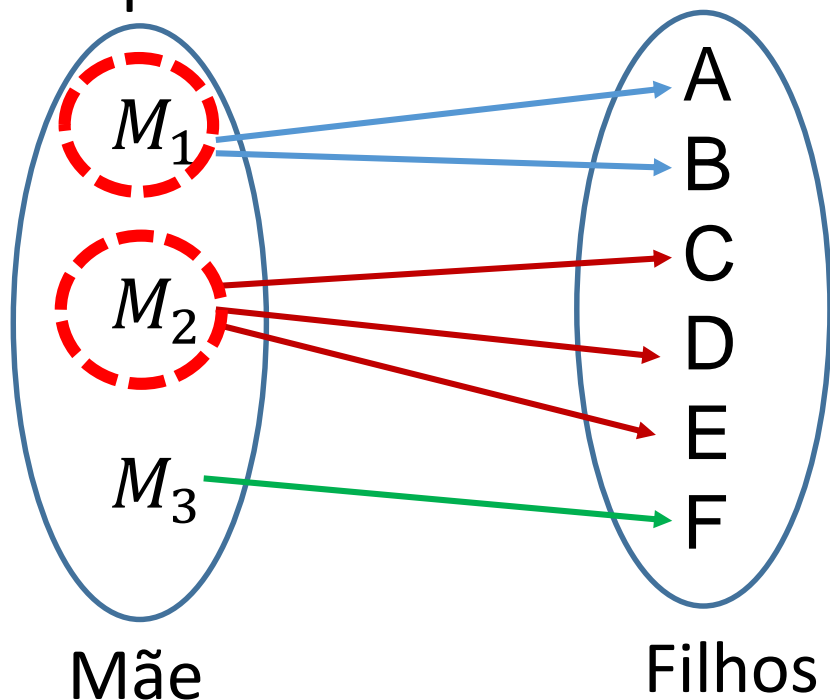
Exercício 8 - Resolvendo

I. A que associa cada mãe ao seu filho



Exercício 8 - Resolvendo

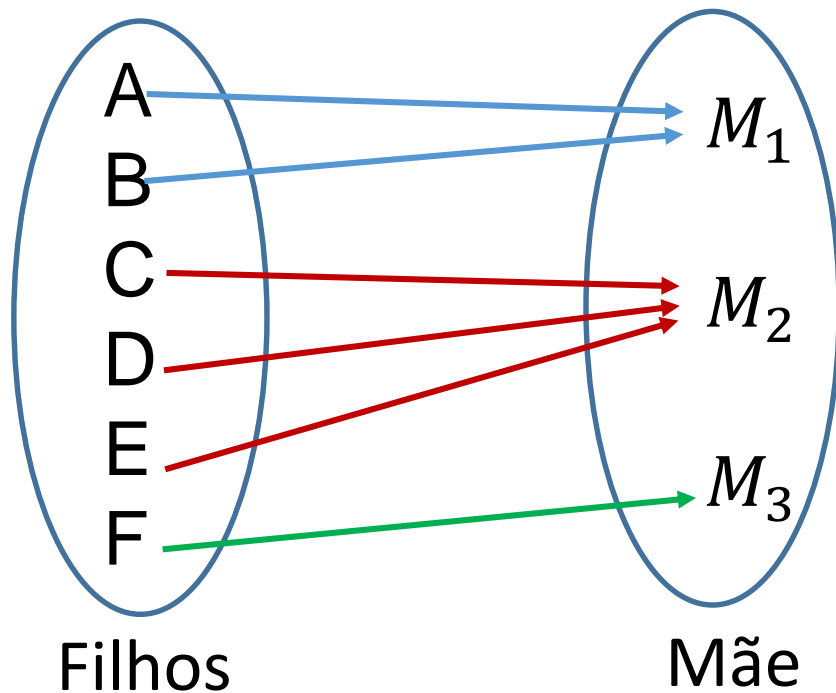
I. A que associa cada mãe ao seu filho



Não é função, pois temos um elemento do domínio com mais de uma imagem no contradomínio.

Exercício 8 - Resolvendo

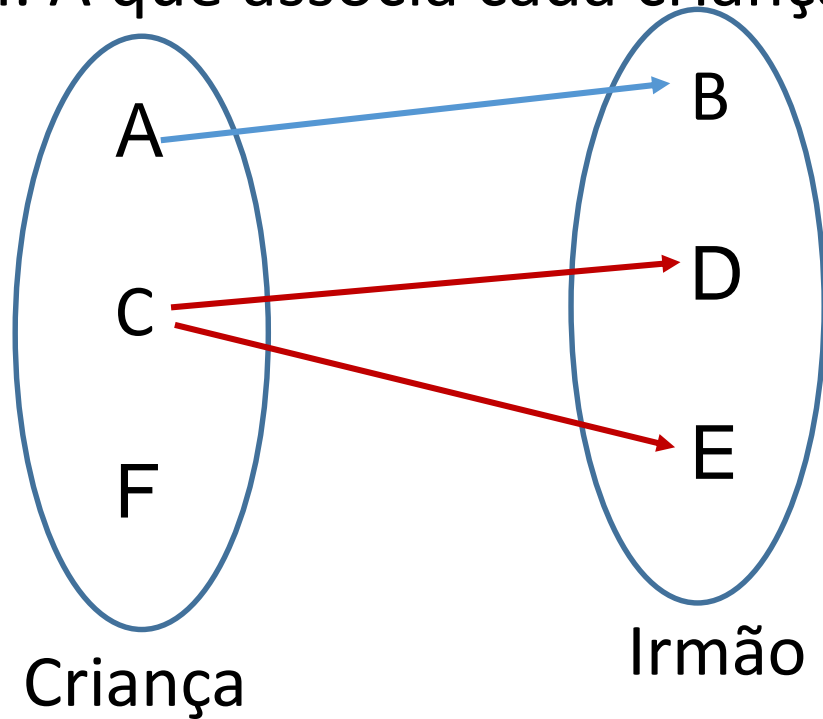
II. A que associa cada filho a sua mãe



É função, pois temos cada elemento do domínio associado a uma única imagem no contradomínio.

Exercício 8 - Resolvendo

III. A que associa cada criança ao seu irmão

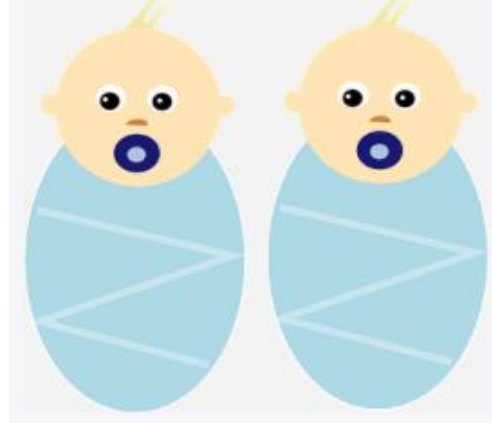


Não é função, pois temos um elemento do domínio que não possui imagem.

Exercício 8 - Resposta

São funções:

- a) Somente a I.
- b) Somente a II.**
- a) Somente a III.
- b) Todas.
- c) Nenhuma.



Exercício 9

(Cesesp-PE) Sejam: A o conjunto dos automóveis matriculados na cidade de Recife e B o conjunto dos dígitos de 0 a 9. Considere a função $f: A \rightarrow B$ definida por: $f(x)$ é o último dígito à direita na matrícula do automóvel x . Assinale, dentre as alternativas, a correta:

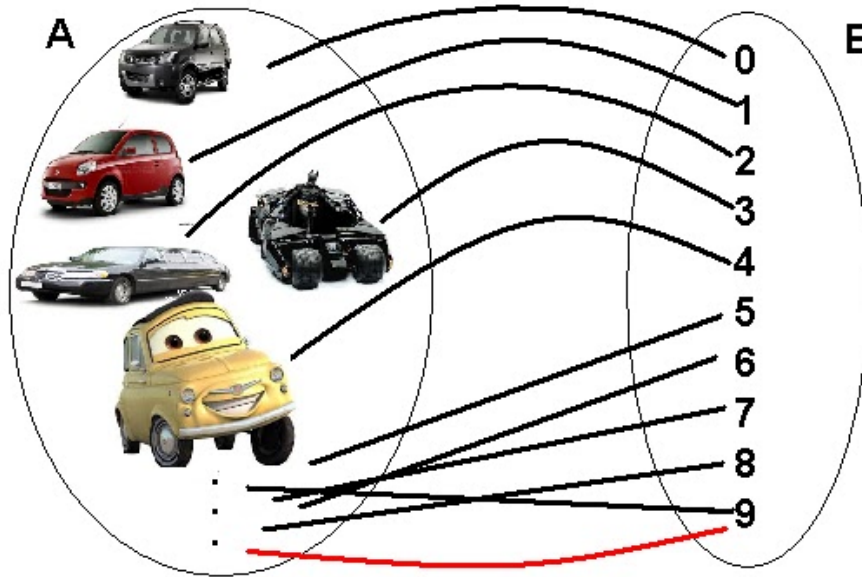
Exercício 9

- a) f é função injetora
- b) f é função sobrejetora
- c) f é função bijetora
- d) a imagem de f é o conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$
- e) a imagem de f é o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Exercício 9 - Resolvendo

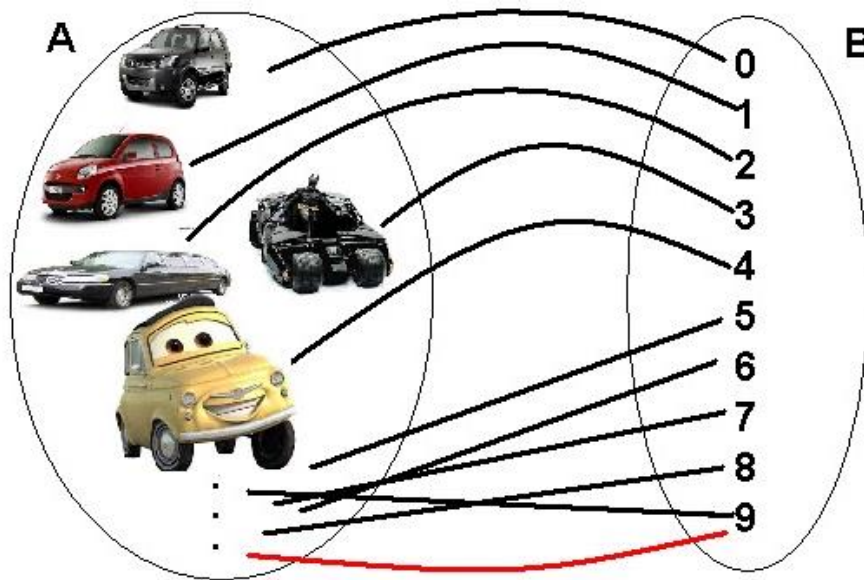
(Cesesp-PE) Sejam: A o conjunto dos automóveis matriculados na cidade de Recife e B o conjunto dos dígitos de 0 a 9. Considere a função $f: A \rightarrow B$ definida por: $f(x)$ é o último dígito à direita na matrícula do automóvel x . Assinale, dentre as alternativas, a correta:

Exercício 9 - Resolvendo



Como existem mais que 10 carros em Recife os elementos de B receberão mais que uma flecha. (SOBREJETORA)

Exercício 9 - Resolvendo



Note que cada elemento do conjunto B é imagem do elemento do conjunto A; logo, o conjunto imagem da função f é o próprio conjunto B.

Exercício 9 - Resposta

a) f é função injetora

b) f é função sobrejetora

c) f é função bijetora

d) a imagem de f é o conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$

e) a imagem de f é o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Exercício 10

(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

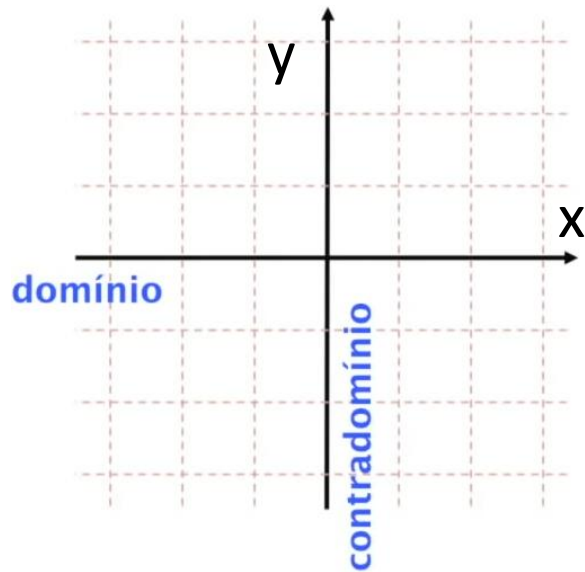
Exercício 10 - Resposta

(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

Para determinarmos o conjunto imagem, basta substituir os valores do conjunto D (domínio) na expressão da função $f(x)$.

Exercício 10 - Resposta

(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

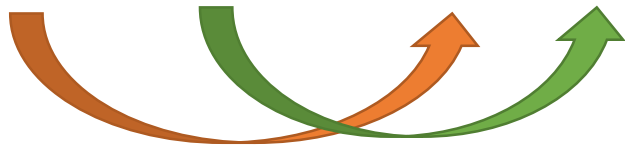


Exercício 10 - Resposta

(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

$$f(x) = (x - 2)(x - 4)$$

$$f(1) = (1 - 2)(1 - 4) = (-1)(-3) = 3$$



Exercício 10 - Resposta

(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

$$f(x) = (x - 2)(x - 4)$$

$$f(1) = (1 - 2)(1 - 4) = (-1)(-3) = 3$$

$$f(2) = (2 - 2)(2 - 4) = 0 \cdot (-3) = 0$$

Exercício 10 - Resposta

(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

$$f(x) = (x - 2)(x - 4)$$

$$f(1) = (1 - 2)(1 - 4) = (-1)(-3) = 3$$

$$f(2) = (2 - 2)(2 - 4) = 0 \cdot (-3) = 0$$

$$f(3) = (3 - 2)(3 - 4) = 1 \cdot (-1) = -1$$

Exercício 10 - Resposta

(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

$$f(x) = (x - 2)(x - 4)$$

$$f(1) = (1 - 2)(1 - 4) = (-1)(-3) = 3 \leftarrow$$

$$f(2) = (2 - 2)(2 - 4) = 0 \cdot (-2) = 0 \leftarrow$$

$$f(3) = (3 - 2)(3 - 4) = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$f(4) = (4 - 2)(4 - 4) = 2 \cdot 0 = 0 \leftarrow$$

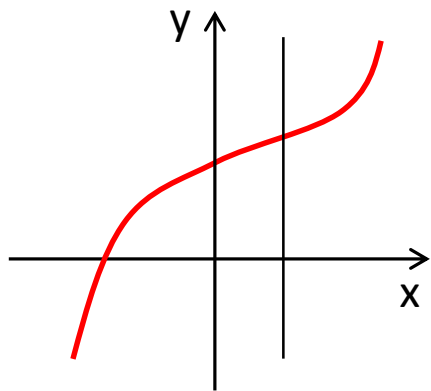
$$f(5) = (5 - 2)(5 - 4) = 3 \cdot 1 = 3 \leftarrow$$

Exercício 10 - Resposta

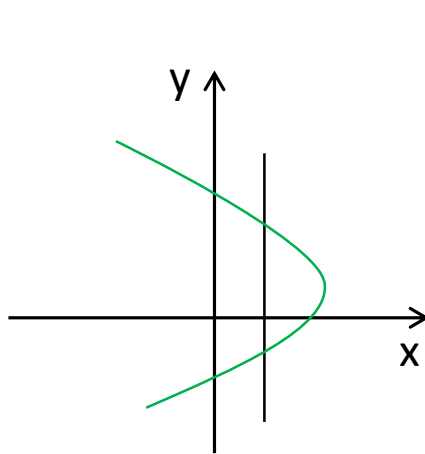
(PUC-SP) Seja a função f de $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ em \mathbb{R} definida por $f(x) = (x - 2)(x - 4)$. Determine o seu conjunto imagem.

$$\text{Im}(f) = \{-1, 0, 3\}$$

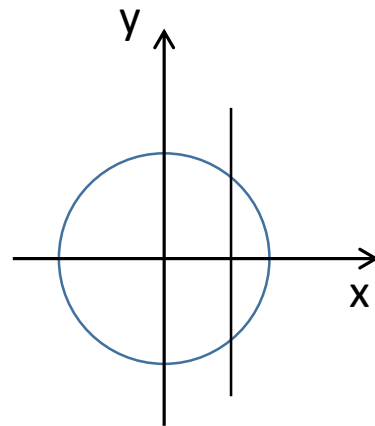
Para saber se um gráfico representa uma função é preciso verificar se cada elemento do domínio existe apenas um único correspondente no contradomínio. Geometricamente significa que qualquer reta perpendicular ao eixo Ox deve interceptar o gráfico **em um único ponto**.



Qualquer reta perpendicular ao eixo Ox intercepta o gráfico em um único ponto; portanto, o gráfico representa uma função de x em y .



Existem retas perpendiculares ao eixo Ox que interceptam o gráfico em mais de um ponto; portanto, o gráfico não representa uma função de x em y .



Existem retas perpendiculares ao eixo Ox que interceptam o gráfico em mais de um ponto; portanto, o gráfico não representa uma função de x em y .

Exercício 11

A função $y = f(x)$ é crescente para $1 \leq x < 3$, decrescente para $3 \leq x < 4$ e é constante para $x \geq 4$. O gráfico que mais adequadamente representa a função $y = f(x)$ é

