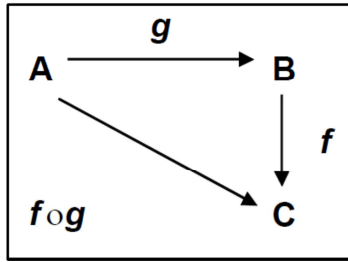


Examples 1



Si f et g sont surjectives alors $f \circ g$ est surjective

f est surjective **$f: B \rightarrow C$**

$$\forall c \in C \exists b \in B \mid \mathbf{f}(b) = c \quad (\text{définition})$$

g est surjective **g** : $A \rightarrow B$

$$\forall b \in B \exists a \in A \mid \mathbf{g}(a) = b \quad (\text{définition})$$

en combinant les deux définitions précédentes, on obtient :

$$\forall c \in C \exists a \in A \mid \begin{array}{l} f(b) = c \\ f(g(a)) = c \\ f \circ g(a) = c \end{array}$$

par conséquent $f \circ g$ est surjective !

Si f et g sont injectives alors $f \circ g$ est injective

g est injective **$g : A \rightarrow B$**

$$a_1 \neq a_2 \quad \rightarrow \quad \mathbf{g}(a_1) \neq \mathbf{g}(a_2) \quad (\text{définition})$$

f est injective **$f: B \rightarrow C$**

$$b_1 \neq b_2 \quad \rightarrow \quad \mathbf{f}(b_1) \neq \mathbf{f}(b_2) \quad (\text{définition})$$

donc $\mathbf{g}(a_1) \neq \mathbf{g}(a_2) \rightarrow \mathbf{f}(\mathbf{g}(a_1)) \neq \mathbf{f}(\mathbf{g}(a_2))$

donc $a_1 \neq a_2 \rightarrow f \circ g(a_1) \neq f \circ g(a_2)$

par conséquent $f \circ g$ est injective !

Si f et g sont bijectives alors $f \circ g$ est bijective

En combinant les deux résultats précédents