

INF1130

Mathématiques pour l'informatique

Zied Zaier, PhD

Département d'informatique
Université du Québec à Montréal



Cours 5

GRAND O

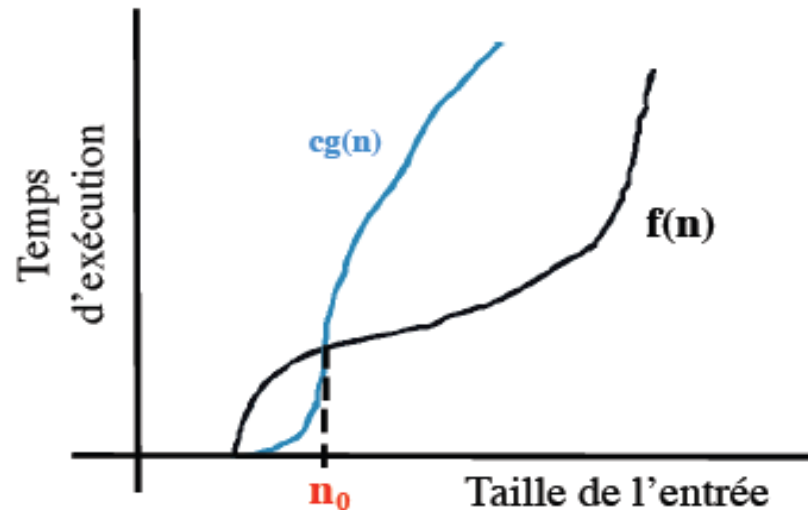
CE DOCUMENT EST INSPIRÉ DES TRAVAUX DES PROFESSEURS KENNETH H. ROSEN ET TIMOTHY WALSH.

Notation Grand O

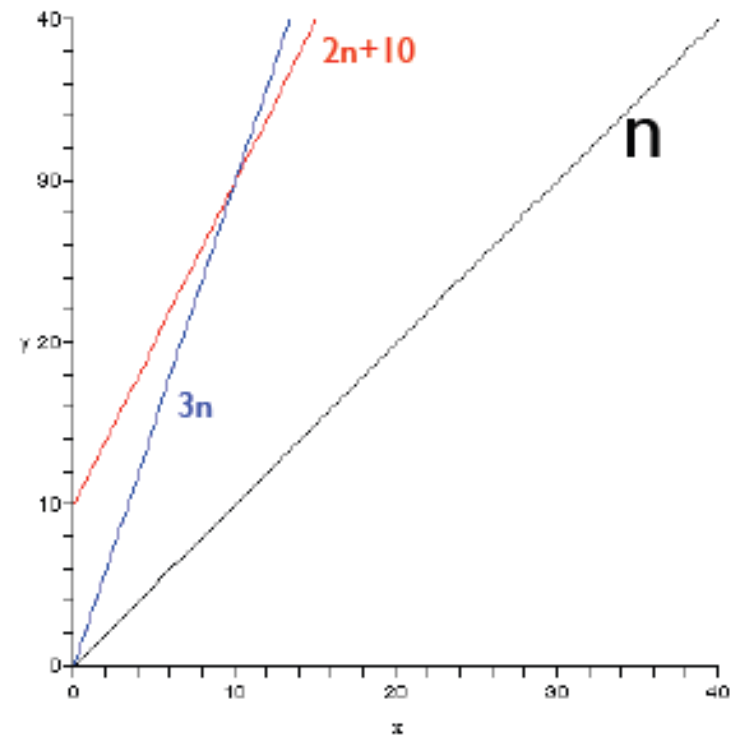
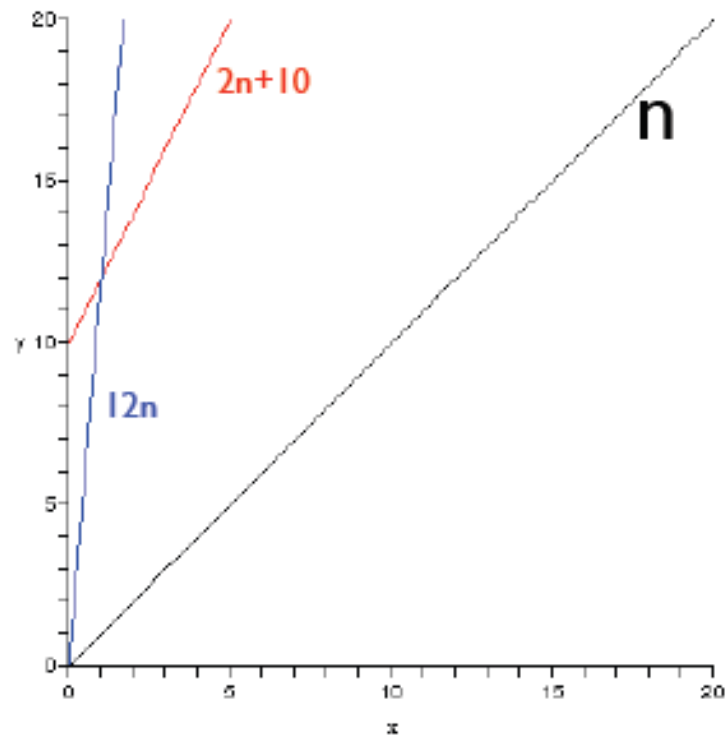
Étant donné des fonctions $f(n)$ et $g(n)$, on dit que
 $f(n)$ est $O(g(n))$
s'il existe des constantes $c > 0$ et $k \geq 1$ telles que

$$|f(n)| \leq |cg(n)|$$

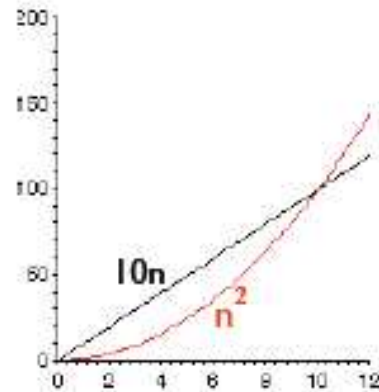
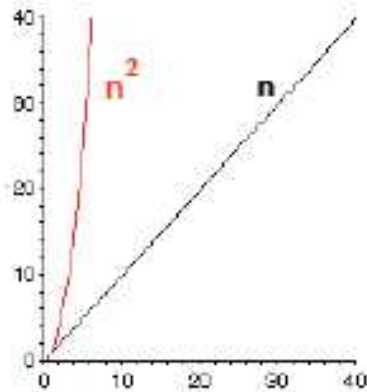
$$\forall n, n > k$$



Exemple 1 : $2n + 10$ est $O(n)$

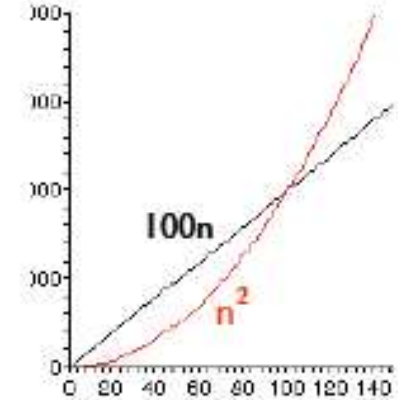


Exemple 2 : n^2 n'est pas $O(n)$



$$n=10$$
$$10n = n^2 = 100$$

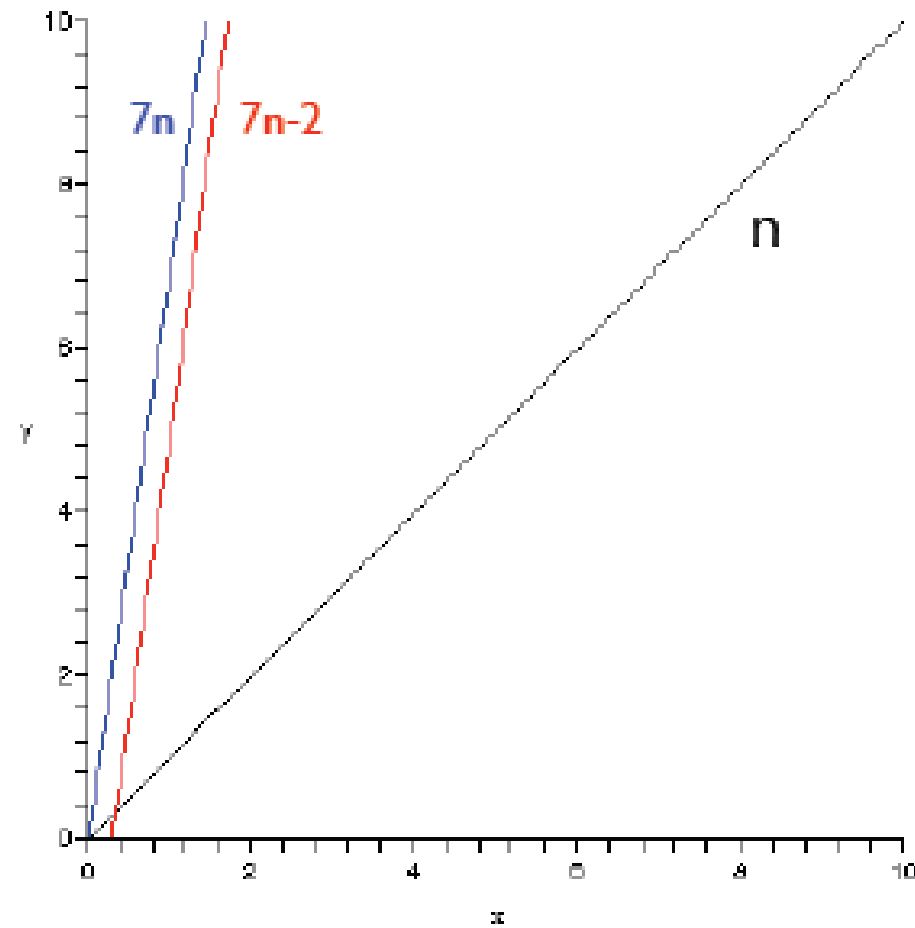
$$n=11$$
$$10n = 110$$
$$n^2 = 121$$



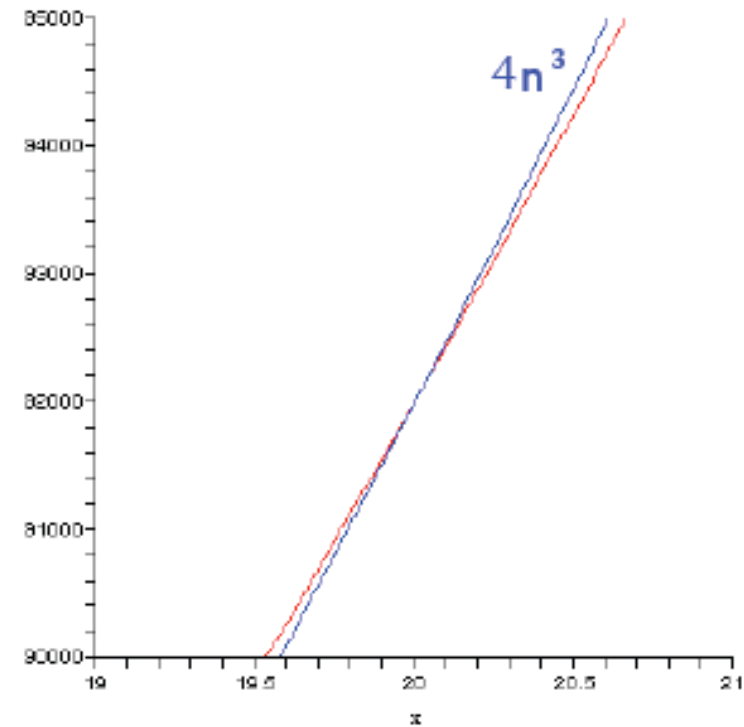
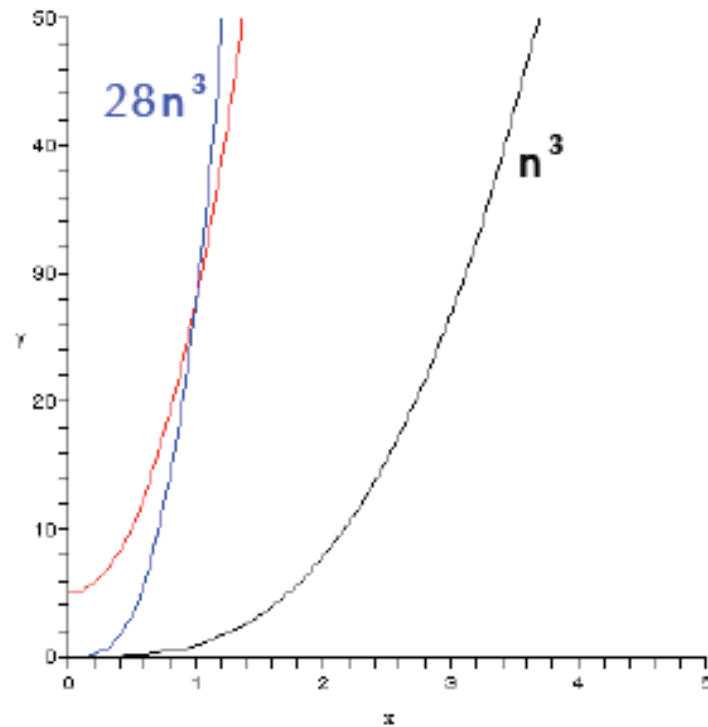
$$n=100$$
$$100n = n^2 = 10000$$

$$n=101$$
$$100n = 10100$$
$$n^2 = 10201$$

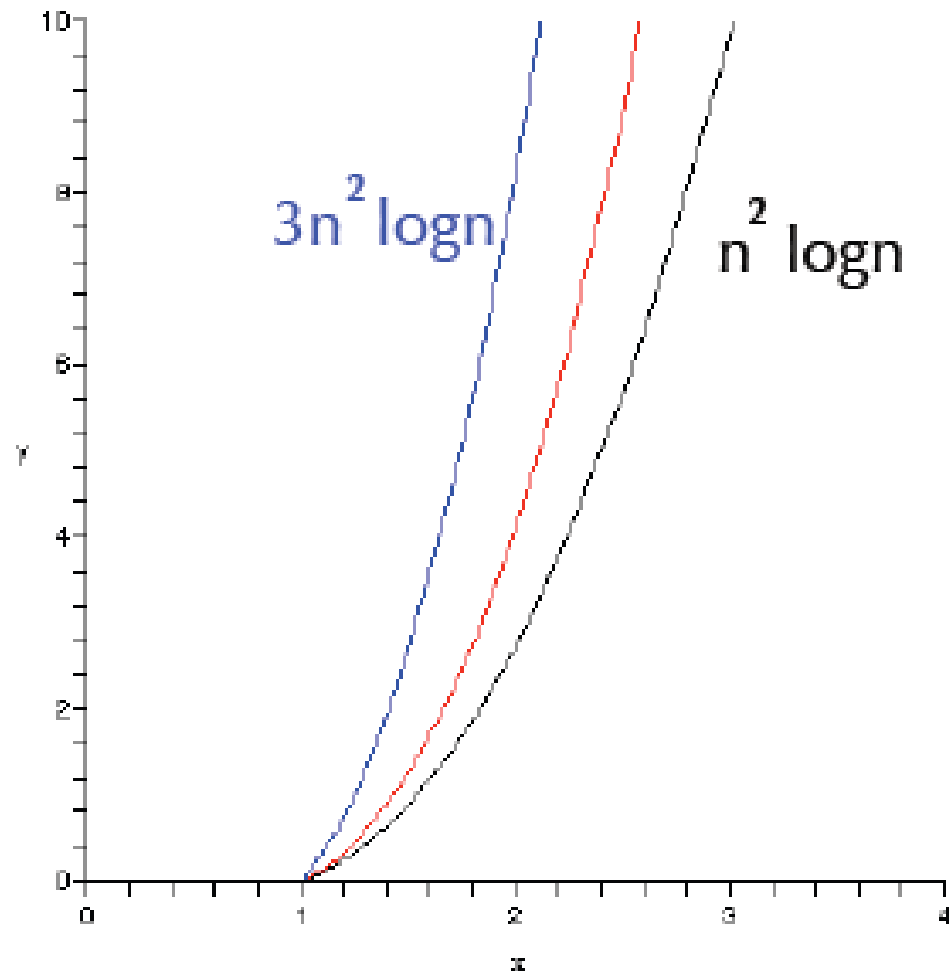
Exemple 3 : $7n - 2$ est $O(n)$



Exemple 4 : $3n^3 + 20n^2 + 5$ est $O(n^3)$



Exemple 5 : $3n \log(n!)$ est $O(n^2 \log n)$



Grand O et taux de croissance

- La notation grand O donne une borne supérieure du taux de croissance d'une fonction.
- La phrase “ **$f(n)$ est $O(g(n))$** ” signifie donc que le taux de croissance de **$f(n)$** est plus petit ou égal au taux de croissance de **$g(n)$** .
- On peut utiliser la notation O pour ordonner les fonctions à partir de leur taux de croissance.

$$1 \leq \log n \leq n \leq n \log n \leq n^2 \leq 2^n \leq n^n$$

Règles d'utilisation

- Si $f(n)$ est un polynôme de degré d , alors $f(n)$ est $O(n^d)$
 - On “oublie” les termes de + petit ordre (exposant)
 - On “oublie” les termes constants
- On utilise toujours la + petite classe de fonctions
 - On dit “ $2n$ est $O(n)$ ” et non “ $2n$ est $O(n^2)$ ”
- On utilise toujours l'expression de la fonction la + simple d'une classe
 - On dit “ $3n+5$ est $O(n)$ ” et non “ $3n+5$ est $O(3n)$ ”

Propriétés

- Si $f_1(x)$ est $O(g_1(x))$ et $f_2(x)$ est $O(g_2(x))$ alors $(f_1+f_2)(x)$ est $O(\max(g_1(x), g_2(x)))$
- Si $f_1(x)$ et $f_2(x)$ sont $O(g(x))$, alors $(f_1+f_2)(x)$ est $O(g(x))$
- Si $f_1(x)$ est $O(g_1(x))$ et $f_2(x)$ est $O(g_2(x))$ alors
- $(f_1f_2)(x)$ est $O(g_1(x)g_2(x))$