

Exemple Suites

Partie a (15 points) La banque A offre un intérêt annuel composé de 4%, c'est-à-dire 0,04. Donc, si un client dépose 1000 dollars dans son compte, initialement vide, après un an il aura $1000 + 0,04 * 1000 = 1040$ dollars et, après deux ans il aura $1040 + 0,04 * 1040 = 1081,60$ dollars.

Monsieur Sage ouvre un compte à la banque A , puis y dépose 1000 dollars chaque 31 juillet à partir de 1968 jusqu'à 2008 inclusivement. Combien d'argent aura-t-il dans son compte le lendemain de son dernier dépôt ? Détaillez vos calculs. Pour obtenir le maximum de points, vous devez utiliser une formule pour la somme d'une certaine suite.

Solution Le tableau suivant donne la valeur de chacun des 41 dépôts annuels de monsieur Sage au 1er août 2008.

Année du dépôt	2008	2007	2006	...	1968
Valeur du dépôt au 1er août 2008	1000	$1000 * (1,04)$	$1000 * (1,04)^2$...	$1000 * (1,04)^{40}$

Le montant M_1 dans le compte sera donc la somme de ces valeurs :

$$M_1 = 1000 * (1 + (1,04) + (1,04)^2 + \dots + (1,04)^{40}) = 1000 * \sum_{i=0}^{40} (1,04)^i.$$

La formule la plus facile à appliquer est la suivante pour la somme d'une suite géométrique :

$$S_g = \frac{\text{dernier terme} * \text{raison} - \text{premier terme}}{\text{raison} - 1}.$$

On a donc

$$M_1 = 1000 * \left(\frac{(1,04)^{41} - 1}{1,04 - 1} \right) = \frac{1000}{0,04} ((1,04)^{41} - 1) = 99826,54.$$

Partie b (15 points) La banque B offre un intérêt annuel simple de 5%, c'est-à-dire 0,05. Donc, si un client dépose 1000 dollars dans son compte, initialement vide, alors après un an il aura $1000 + 0,05 * 1000 = 1050$ et, après deux ans il aura $1000 + 0,10 * 1000 = 1100$ dollars.

Monsieur Sot, ayant constaté que $1100 > 1081,60$, ouvre un compte à la banque B et puis y dépose 1000 dollars chaque 31 juillet à partir de 1968 jusqu'à 2008 inclusivement. Combien d'argent aura-t-il dans son compte le lendemain de son dernier dépôt ? Détaillez vos calculs. Pour obtenir le maximum de points, vous devez utiliser une formule pour la somme d'une certaine suite.

Solution Le tableau suivant donne la valeur de chacun des 41 dépôts annuels de monsieur Sot au 1er août 2008.

Année du dépôt	2008	2007	2006	...	1968
Valeur du dépôt au 1er août 2008	1000	1050	1100	...	3000

Le montant M_2 dans le compte sera donc la somme de ces valeurs :

$$M_2 = 1000 + 1050 + 1100 + \dots + 3000 = \sum_{i=0}^{40} (1000 + 50 * i).$$

La formule la plus facile à appliquer est la suivante pour la somme d'une suite arithmétique :

$$S_a = \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2} * (\text{nombre de termes}).$$

On a donc

$$M_2 = \left(\frac{1000 + 3000}{2} \right) * 41 = 2000 * 41 = 82000,00.$$