

### Exercice 1

Soit A et B deux ensembles, montrer :

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

et

$$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}.$$

$$x \in \overline{(A \cup B)} \Leftrightarrow x \notin A \cup B$$

$$\Leftrightarrow x \notin A \text{ et } x \notin B$$

$$\Leftrightarrow x \in \bar{A} \text{ et } x \in \bar{B}$$

$$\Leftrightarrow x \in \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$x \in \overline{(A \cap B)} \Leftrightarrow x \notin A \cap B$$

$$\Leftrightarrow x \notin A \text{ ou } x \notin B$$

$$\Leftrightarrow x \in \bar{A} \text{ ou } x \in \bar{B}$$

$$\Leftrightarrow x \in \bar{A} \cup \bar{B}$$

### Exercice 2

Soient les quatre propositions suivantes :

(a)  $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} x+y > 0$  ; (b)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} x+y > 0$  ;

(c)  $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} x+y > 0$  ; (d)  $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} y > x$  :

1. Les propositions a, b, c, d sont-elles vraies ou fausses ?

2. Donner leur négation.

1. (a) est fausse. Car sa négation qui est  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} x+y \leq 0$  est vraie. Étant donné  $x \in \mathbb{R}$  il existe toujours un  $y \in \mathbb{R}$  tel que  $x+y \leq 0$ , par exemple on peut prendre  $y = -(x+1)$  et alors  $x+y = x-x-1 = -1 \leq 0$ .

2. (b) est vraie, pour un  $x$  donné, on peut prendre (par exemple)  $y = -x + 1$  et alors  $x + y = 1 > 0$ . La négation de (b) est  $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} x+y \leq 0$ .

3. (c) :  $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} x+y > 0$  est fausse, par exemple  $x = -1$ ,  $y = 0$ . La négation est  $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} x+y \leq 0$ .

4. (d) est vraie, on peut prendre  $x = -1$ . La négation est :  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} y^2 \leq x$ .