

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 15 & 60 \end{bmatrix} \quad A^2 + bA + cI_2 = 0_{2 \times 2}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 15 & 60 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 15 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100+45 & 30+180 \\ 150+900 & 45+3600 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 145 & 210 \\ 1050 & 3645 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 145 & 210 \\ 1050 & 3645 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 15 & 60 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Selon les propriétés de l'addition

$$\begin{aligned} 145 + b10 + c1 &= 0 \\ 210 + b3 + c0 &= 0 \rightarrow 210 + b3 = 0 \\ 1050 + b15 + c0 &= 0 \\ 3645 + b60 + c1 &= 0 \end{aligned}$$

$$b = \frac{-210}{3}$$

$$b = -70$$

Substitutions

$$1050 - 70 \cdot 15 = 0? \quad \text{vrai}$$

$$\begin{aligned} 145 - 700 + c1 &= 0 \\ -555 + c \cdot 1 &= 0 \\ c &= 555 \end{aligned}$$

Vérifions

$$3645 - 4200 + 555 = 0? \quad \text{vrai} \quad A^2 - 70A + 555I_2 = 0_{2 \times 2}$$

$$\text{donc} \quad \begin{bmatrix} 145 & 210 \\ 1050 & 3645 \end{bmatrix} - 70 \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 15 & 60 \end{bmatrix} + 555 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{b = -70 \quad c = 555}$$