



Universidad
Nacional
de Córdoba



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS y NATURALES

Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Síntesis de Redes Activas

TP N° 4

Filtros Activos

Grupo 3

Nombre	DNI
Cruz Enrique Luis	42072368
Galvagno Facundo	40815088
Yomaha Gaston	43298118
Vega Guadalupe	43233268
Zuñiga Guillermo Ruben	44229491

Docentes Ing. César Reale
 Ing. Pablo Ferreyra

Córdoba, República Argentina
17 de febrero de 2025

Índice

1. Introducción teórica	4
2. Desarrollo	5
2.1. Código de Python	5
2.1.1. Filtro Pasabajos	7
2.1.2. Filtro Pasa Altos	9
3. Simulaciones	11
3.1. Filtro Pasa Bajo	11
3.2. Filtro Pasa Alto	13
3.3. Filtro completo Pasa Banda	15
4. Cálculo de la sensibilidad	17
5. Análisis de Montecarlo de los componentes	18
6. Implementación	18
7. Conclusiones	21

Objetivos

En base a la planilla de requerimientos suministrada, sintetizar un circuito basado en amplificadores operacionales que satisfaga esos requisitos.

Metodología

En general, para cada uno de los casos particulares solicitados se debe:

1. Realizar una sintética introducción teórica.
2. Analizar el circuito propuesto, su desarrollo numérico y todos los cálculos analíticos.
3. Realizar simulación en LTSPICE.
4. Armar el circuito y hacer las mediciones en laboratorio.
5. Finalmente, comparar los valores calculados, simulados y medidos, y extraer conclusiones acerca de las diferencias. Analizar las causas.
6. Presentar un informe digital y en papel.

Desarrollo

Circuito I

En base a la planilla de requerimientos de la figura 1 se pide:

1. Aproximar la función de atenuación mediante polinomios de Chebychev utilizando Python o MATLAB (ver Anexo I y II).
2. Sintetizar un circuito que satisfaga los requerimientos del punto anterior utilizando topologías bicuadráticas de realimentación positiva o negativa a elección.
3. Simular cada etapa y el filtro total con LTSPICE.
4. Calcular la sensibilidad de la frecuencia del polo de cada bicuadrática (ω_p) y del ancho de banda (ω_p/Q_p).
5. Analizar la peor desviación si todos los elementos tienen una tolerancia del 10 %.
6. Realizar una simulación de Montecarlo de las desviaciones con LTSPICE.
7. Armar el circuito, medir experimentalmente las curvas de atenuación y desfase. Contrastarlas con las predicciones teóricas y las simulaciones.

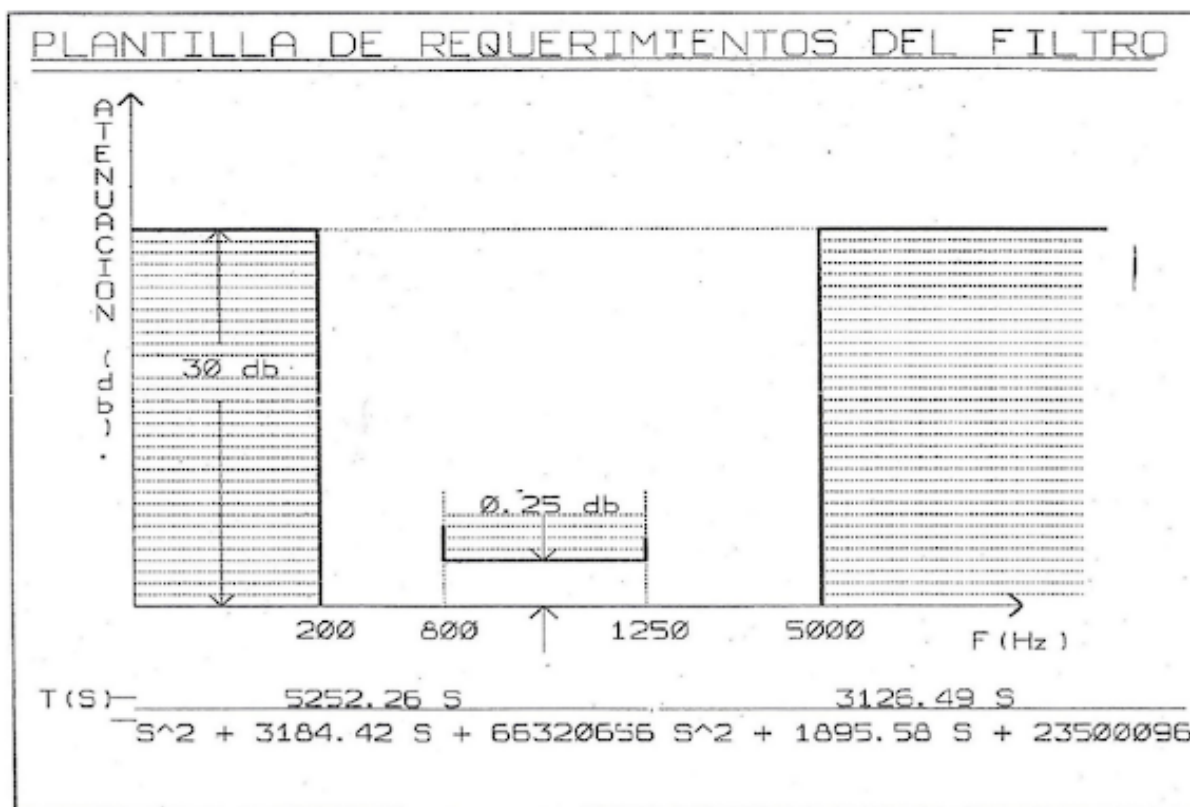


Figura 1: Planilla de requerimientos

1. Introducción teórica

Los polinomios de Chebychev son funciones ortogonales utilizadas en el diseño de filtros eléctricos por su capacidad para controlar la respuesta en frecuencia. Los filtros Chebychev ofrecen una alta selectividad al permitir pendientes más pronunciadas entre la banda de paso y la banda de parada, a costa de ondulaciones controladas en la respuesta. Son comunes en aplicaciones de procesamiento de señales y comunicaciones. Algunas de sus ventajas y características son:

- **Mayor eficiencia en diseño:** Para un mismo nivel de atenuación, requieren un orden más bajo que otros filtros como Butterworth, reduciendo costos y complejidad. Ofrecen un cambio rápido entre las bandas, mejorando la capacidad de rechazo de señales fuera de la banda deseada. A su vez se pueden adaptar para diferentes aplicaciones, desde sistemas de audio hasta comunicaciones inalámbricas.
- **Características de atenuación específicas:** Los polinomios de Chebychev permiten diseñar filtros con características de atenuación específicas en la banda de paso. Esto significa que se pueden lograr atenuaciones más pronunciadas en la banda de paso en comparación con otros polinomios, como los de Butterworth.
- **Tipos de filtros:** Los filtros Chebychev se destacan por su respuesta en frecuencia única, que varía dependiendo del tipo (I o II) y del diseño específico. A continuación, se detalla cómo se comportan en ambos casos:

Filtro Chebychev Tipo I: Exhiben ondulaciones en la banda de paso, cuya magnitud está controlada por el parámetro de ripple (ϵ). La banda de parada es completamente monótona, es decir, no presenta ondulaciones.

Filtro Chebychev Tipo II: La banda de paso es completamente plana (sin ondulaciones), lo que es ventajoso en aplicaciones que requieren estabilidad de amplitud dentro de esta región. Presentan ondulaciones en la banda de parada, lo que permite un diseño más eficiente en términos de orden.

2. Desarrollo

Con ayuda de Matlab aproximamos las funciones de atenuación solicitadas en el diagrama.

- **Banda de paso del sistema:** $800Hz - 1250Hz$
- **Atenuación máxima :** 0.25dB.
- **Banda de rechazo:** de $0Hz$ a $200Hz$ y $5000Hz$ en adelante
- **Atenuación mínima:** 30dB.

2.1. Código de Python

El siguiente código fue proporcionado por el docente con el fin de obtener nuestro sistema pasa-banda.

Parámetros de entrada:

```
# Parametros de Entrada
fp=[800, 1250]           #Banda de Paso [Hz]
fs=[200, 5000]          #Banda de Rechazo [Hz]

# dot(a,b): Producto punto entre a y b.
Wp=np.dot(2*np.pi,fp)   #Banda de Paso [rad/s]
Ws=np.dot(2*np.pi,fs)   #Banda de Rechazo [rad/s]

Ap=0.25                 #Atenuacion maxima en Banda de Paso [dB]
As=30                   #Atenuacion minima en Banda de Rechazo [dB]
```

Cálculo de la Función de Transferencia:

```
N, Wn = signal.cheb1ord(Wp, Ws, Ap, As, analog=True)
b, a = signal.cheby1(N, Ap, Wn, btype="bandpass", output="ba",
                    analog=True)
w, h = signal.freqs(b, a, worN = 20000)

# Funcion de transferencia calculada
Filtro=signal.TransferFunction(b,a)
```

Polinomio de Chebychev obtenido:

$$1.642e07 \text{ s}^2$$

$$s^4 + 5080 \text{ s}^3 + 9.586e07 \text{ s}^2 + 2.006e11 \text{ s} + 1.559e15$$

Descompocisión de Filtro Pasa Bajo y Pasa Alto:

```
# Descomposicion en bicuadraticas
sos = signal.cheby1(N, Ap, Wn, btype="bandpass", output="sos",
    analog=True)
PasaBajo=signal.TransferFunction(2*sos[0,:3], sos[0,3:])
PasaAlto=signal.TransferFunction(1/2*sos[1,:3], sos[1,3:])
```

PasaBajo

$$\frac{1.642e07}{s^2 + 3184 s + 6.632e07}$$

PasaAlto

$$\frac{s^2}{s^2 + 1896 s + 2.35e07}$$

Una vez obtenidas las funciones de los filtros procedemos a realizar un gráfico para ver el comportamiento del sistema

Código para ver el comportamiento de nuestro sistema obtenido:

```
# Crear un rango de frecuencias (logaritmico)
f_v = np.logspace(np.log10(100), np.log10(10000), 10000) # 5000
    puntos entre 200 y 5000 rad/s

# Calcular la respuesta en frecuencia
w_F, h_F = signal.freqresp(Filtro, w=2 * np.pi * f_v)
w_PB, h_PB = signal.freqresp(PasaBajo, w=2 * np.pi * f_v)
w_PA, h_PA = signal.freqresp(PasaAlto, w=2 * np.pi * f_v)

# Graficar
plt.figure()
plt.semilogx(w_F/(2*np.pi), 20*np.log10(abs(h_F)), label = "
    Filtro", color = 'b', linewidth = 1.4)
plt.semilogx(w_PB/(2*np.pi), 20*np.log10(abs(h_PB)), label = "
    Pasa Bajo", color = 'red', linewidth = 0.5)
plt.semilogx(w_PA/(2*np.pi), 20*np.log10(abs(h_PA)), label = "
    Pasa Alto", color = 'orange', linewidth = 0.5)
plt.title("Chebyshev I")
plt.xlabel("Frecuencia [Hz]")
plt.ylabel('Amplitud [dB]')
plt.grid(which="both", axis="both")
plt.show()
```

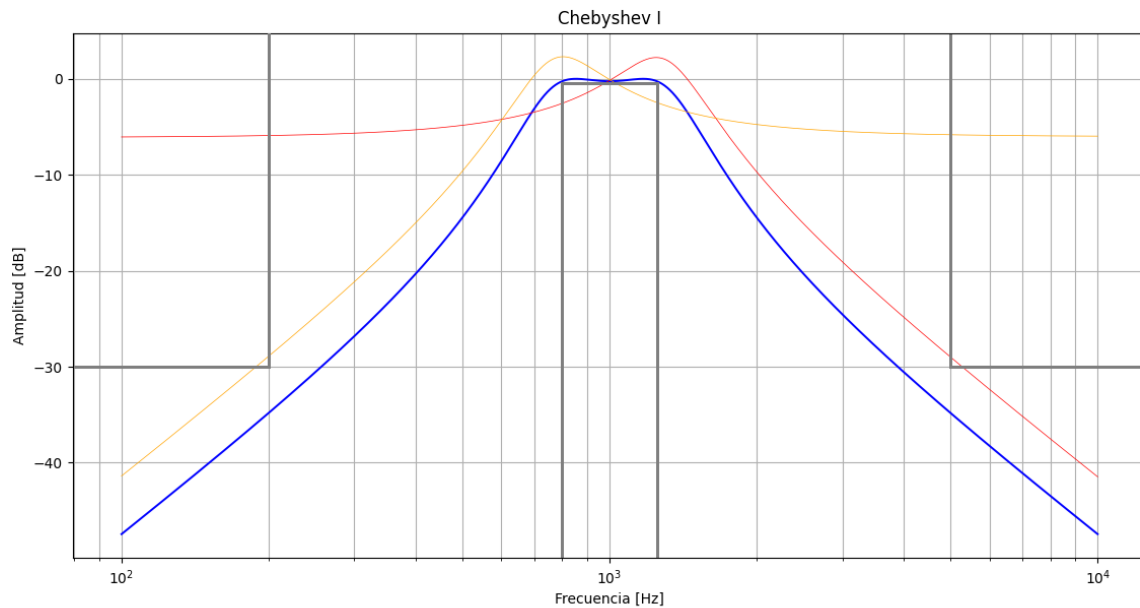


Figura 2: Diagrama de Bode

Se observa la función celeste como el resultado final del circuito implementando ambas funciones (pasa alto y pasa bajo) en simultaneo.

Se cumplen las condiciones de la banda de paso, marcada en verde y las bandas de rechazo marcadas en rojo.

Proceso de creación de los filtros solicitados.

2.1.1. Filtro Pasabajos

$$\frac{1.642e07}{s^2 + 3184 s + 6.632e07}$$

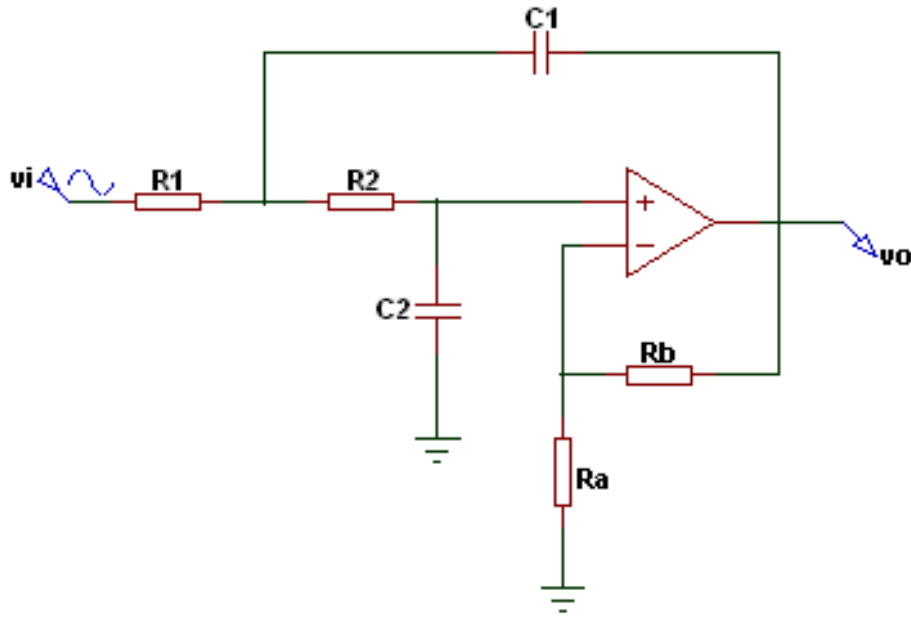


Figura 3: Circuito Sallen and Key pasabajos

Utilizando la ley de Kirchhoff de corriente (LCK) realizamos el siguiente sistemas de ecuaciones:

$$\begin{aligned} (V_x - V_i) \cdot \frac{1}{R_1} + (V_x - V_o) \cdot sC_1 + (V_x - V^+) \cdot \frac{1}{R_2} &= 0 \\ (V^+ - V_x) \cdot \frac{1}{R_2} + (V^+) \cdot sC_2 &= 0 \end{aligned}$$

Despejando V^+ obtenemos tff y tfb:

$$\begin{aligned} V^+ &= \frac{N}{D} = \frac{V_i \cdot \frac{S}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} + V_o \cdot \frac{S}{R_2 \cdot C_2}}{\frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} + S \cdot \left(\frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_2} \right) + S^2} \\ T_{ff} &= \frac{N_{ff}}{D} = \left(\frac{V_+}{V_i} \right)_{V_o=0} = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}{D}}{D} \\ T_{fb} &= \frac{N_{fb}}{D} = \left(\frac{V_+}{V_o} \right)_{V_i=0} = \frac{\frac{S}{R_2 \cdot C_2}}{D} \end{aligned}$$

Entonces:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k \cdot N_{ff}}{D - k \cdot N_{fb}} = \frac{\frac{k}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}{S^2 + S \cdot \left(\frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_2} - \frac{k}{R_2 \cdot C_2} \right)}$$

Donde $k = \frac{r_2 + r_1}{r_1}$

Igualando los valores a la FT requerida y estableciendo a C un valor típico de 0.1uF obtenemos los valores requeridos de resistores para que se cumpla nuestra función solicitada:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} &= 6.632e07 \\ \frac{\frac{k}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} &= 1.642e07 \\ \frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_2} - \frac{k}{R_2 \cdot C_2} &= 3184 \end{aligned}$$

Establecemos:

$$C_1 = C_2 = 0.1 \mu F$$

$$R_1 = R_2 = R$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores podemos obtener:

$$R = 1228 \text{ Ohm}$$

$$k = 2.6$$

Por lo tanto:

$$\frac{k}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} = 172,41 \cdot 10^6 \neq 1,642e07$$

Debido a que la ganancia obtenida es mayor a la requerida agregamos un atenuador resistivo para que se cumplan todos los requerimientos solicitados.

$$\text{Atenuador Resistivo} = 0.095$$

$$\alpha = \frac{R_A}{R_A + R_B} = \frac{1,642 \times 10^7}{172,41 \times 10^6} = 0,0952$$

Debemos mantener $R_1 = R_A // R_B$

$$R_A = \frac{R_1}{\alpha} = 12900 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1}{1 - \alpha} = 1357 \Omega$$

Y para

$$k = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 2,6$$

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 16 \text{ k}\Omega$$

2.1.2. Filtro Pasa Altos

$$\text{PasaAlto} = \frac{s^2}{s^2 + 1896s + 2,35 \times 10^7}$$

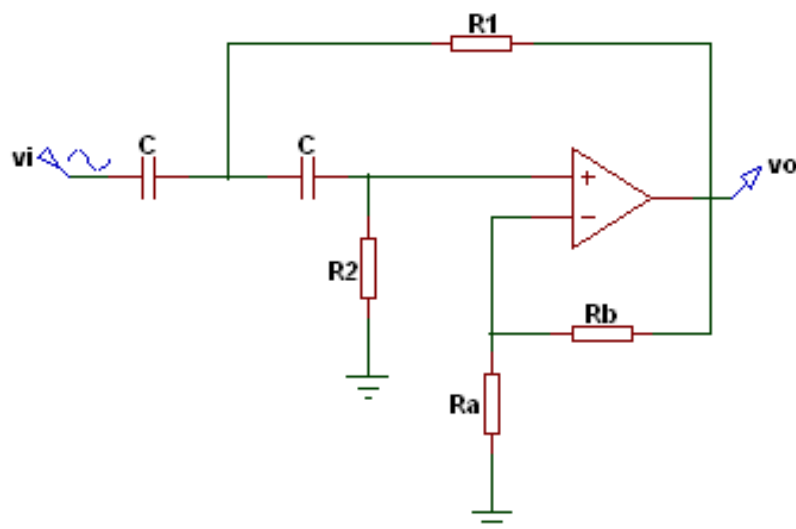


Figura 4: Filtro Pasa Alto

De igual manera que para el caso del filtro pasa-bajos obtenemos por medio de la ley de kirchhoff de las corrientes las ecuaciones que representan nuestro sistema:

$$(V_x - V_i)sC_1 + (V_x - V_o)\frac{1}{R_1} + (V_x - V_+)sC_2 = 0$$

$$(V_+ - V_x)sC_2 + (V_+)\frac{1}{R_2} = 0$$

Resolviéndolo obtenemos:

$$V_+ = \frac{N}{D} = \frac{V_i s^2 + V_o \cdot \frac{s}{R_{IC1}}}{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} + s \left(\frac{1}{R_{IC1}} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) + s^2}$$

$$T_{ff} = \frac{N_{ff}}{D} = \left(\frac{V_+}{V_i} \right)_{V_o=0} = \frac{s^2}{D}$$

$$T_{fb} = \frac{N_{fb}}{D} = \left(\frac{V_+}{V_o} \right)_{V_i=0} = \frac{\frac{s}{R_{IC1}}}{D}$$

Entonces:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{k N_{fb}}{D - k N_{ff}} = \frac{k s^2}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{k}{R_1 C_1} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\text{Siendo } k = \frac{(R_a + R_b)}{R_a}$$

Igualando las ecuaciones obtenidas respecto a los valores solicitados de nuestro sistema y estableciendo a C un valor de 0,1uF obtenemos el los siguientes valores de resistores requeridos para el cumplimiento del filtro pasa altos:

$$\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} = 2,35 \times 10^7$$

$$k \cdot s^2 = s^2$$

$$\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} - \frac{k}{R_1 C_1} = 1896$$

Establecemos:

- $C_1 = C_2 = 0,1 \mu\text{F}$
- $k = 1$

Obtenemos como resultado los siguientes valores de resistores:

$$R_2 = 10548 \Omega$$

$$R_1 = 403 \Omega$$

3. Simulaciones

3.1. Filtro Pasa Bajo

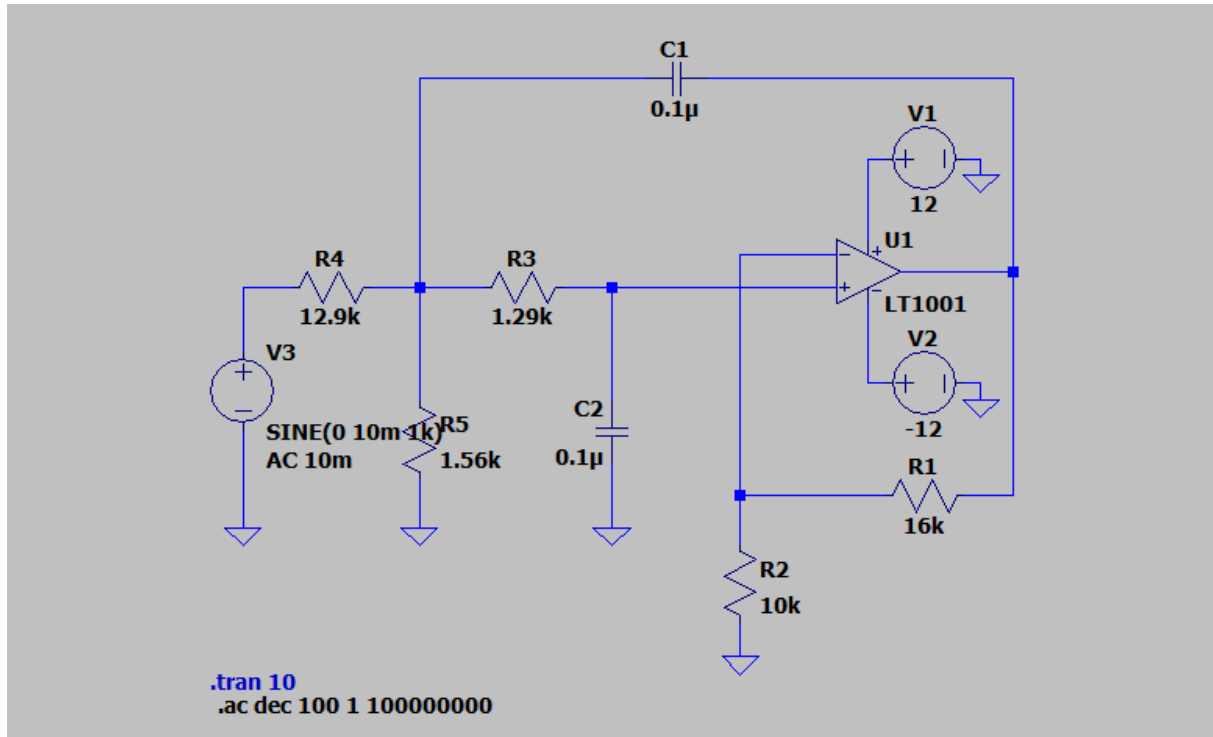


Figura 5: Circuito filtro Pasa Bajo

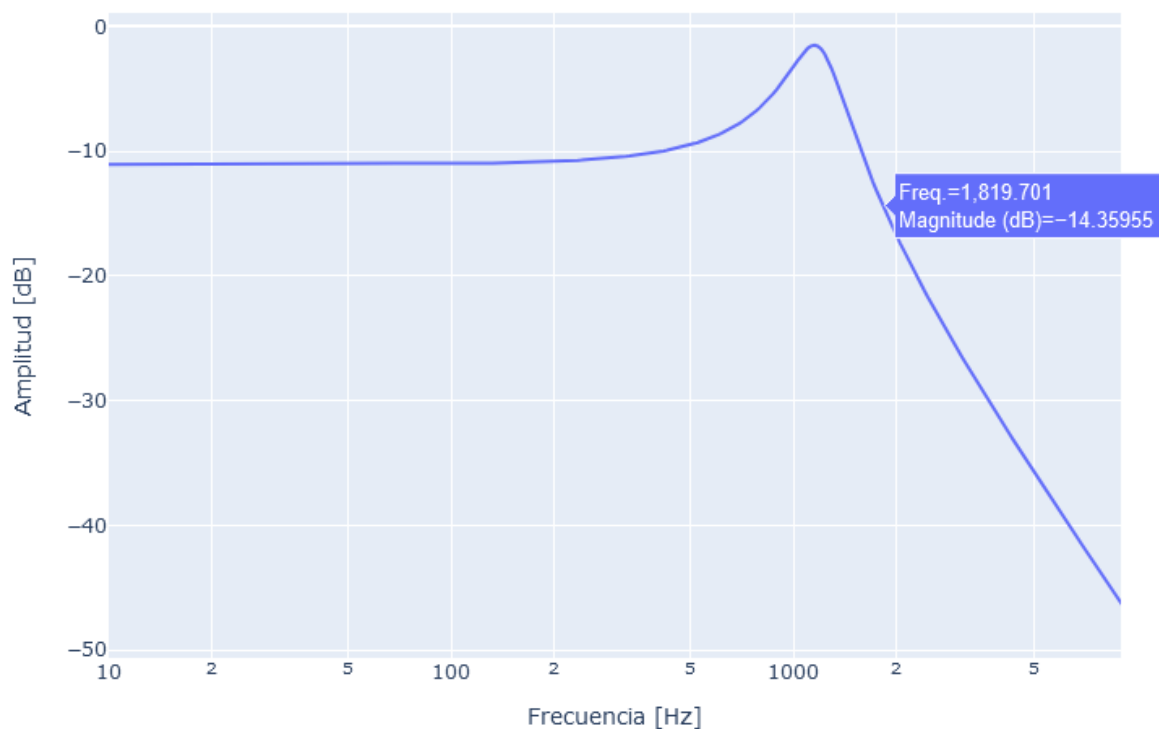


Figura 6: Bode filtro Pasa Bajo

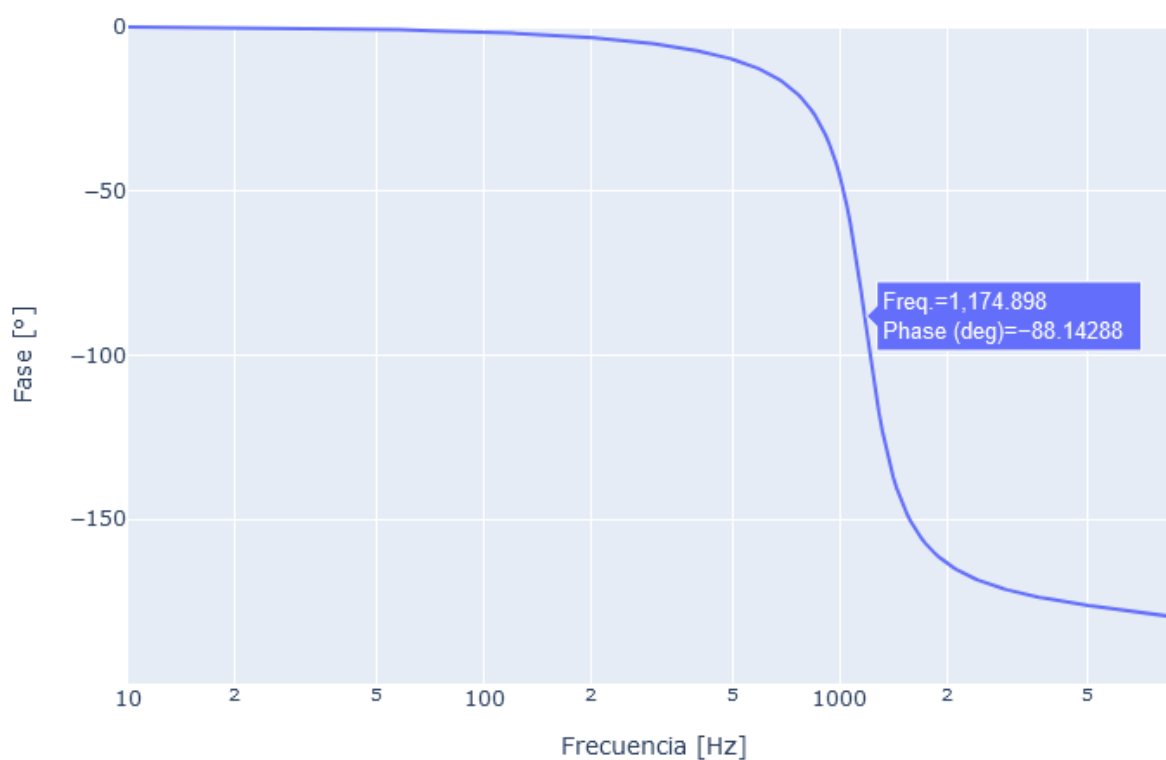


Figura 7: Amplitud filtro Pasa Bajo

3.2. Filtro Pasa Alto

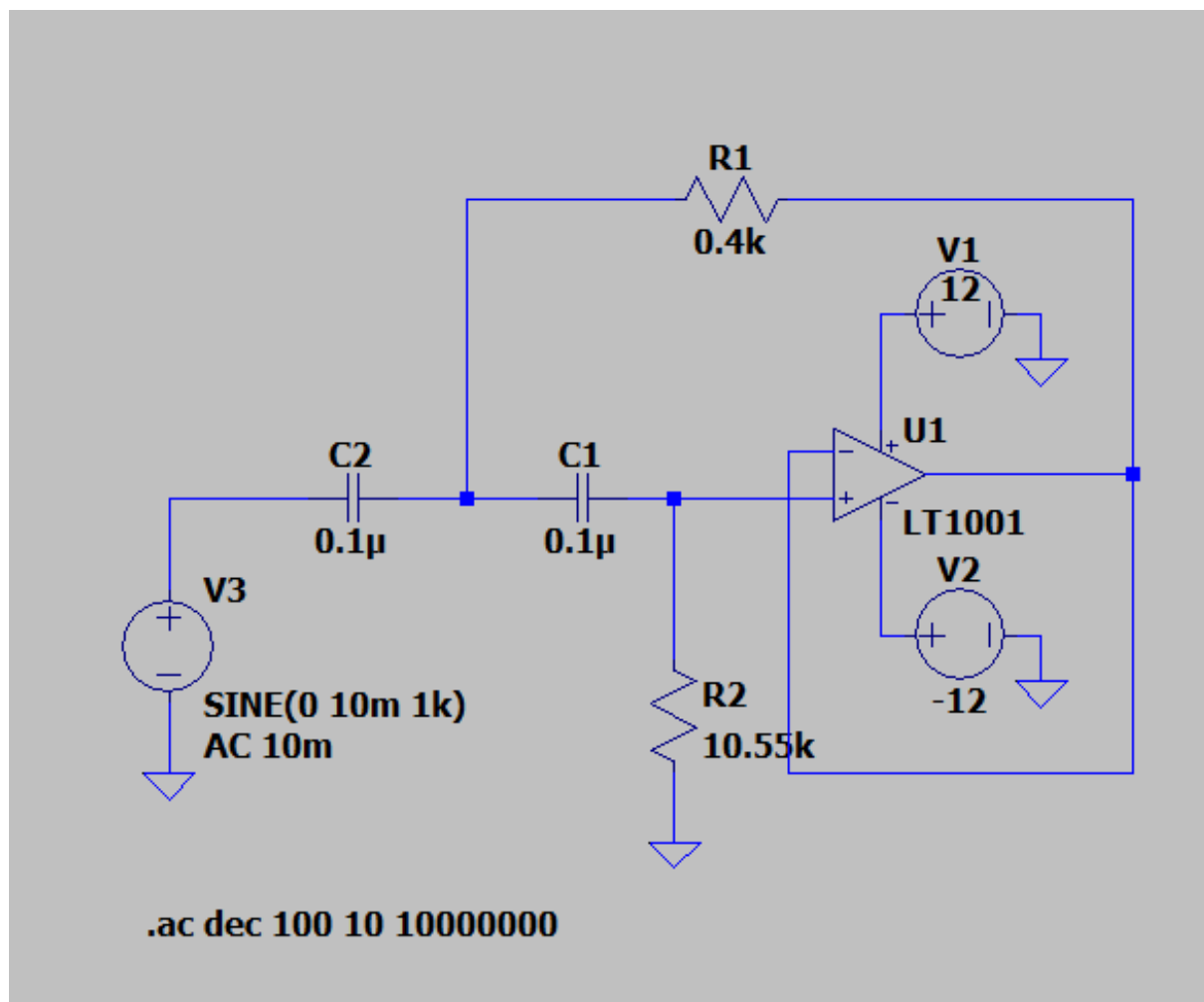


Figura 8: Circuito Filtro Pasa Alto

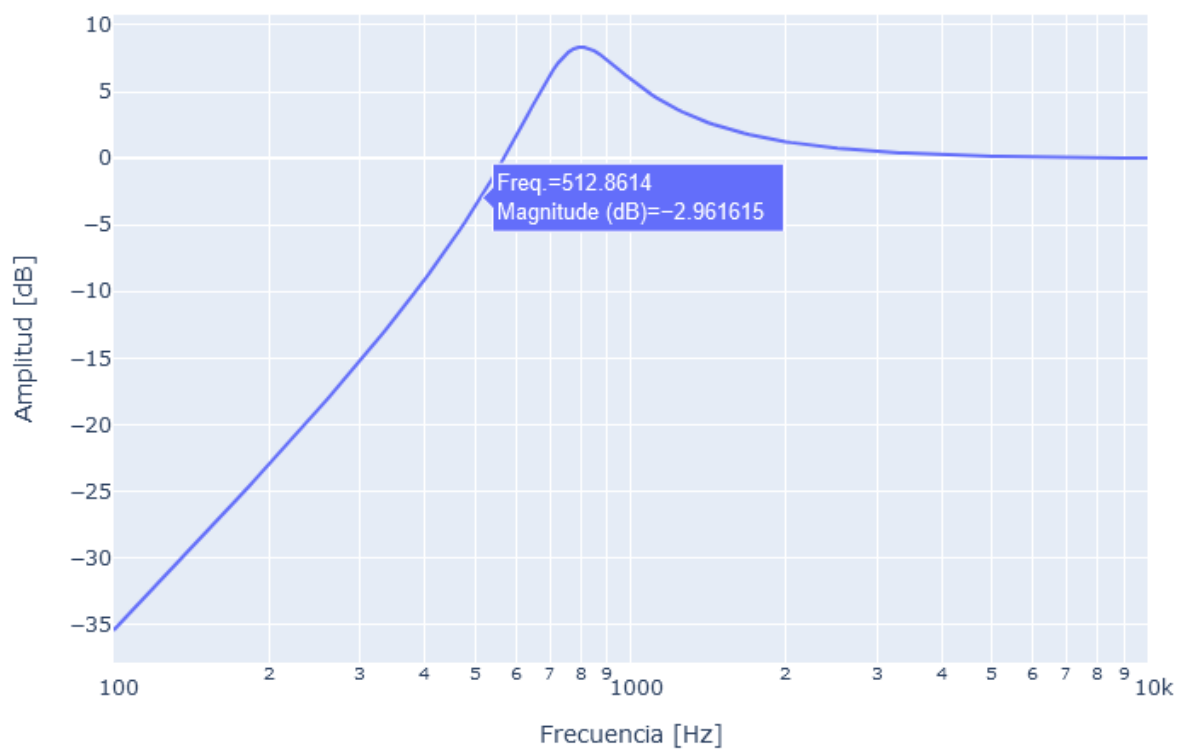


Figura 9: Bode Filtro Pasa Alto

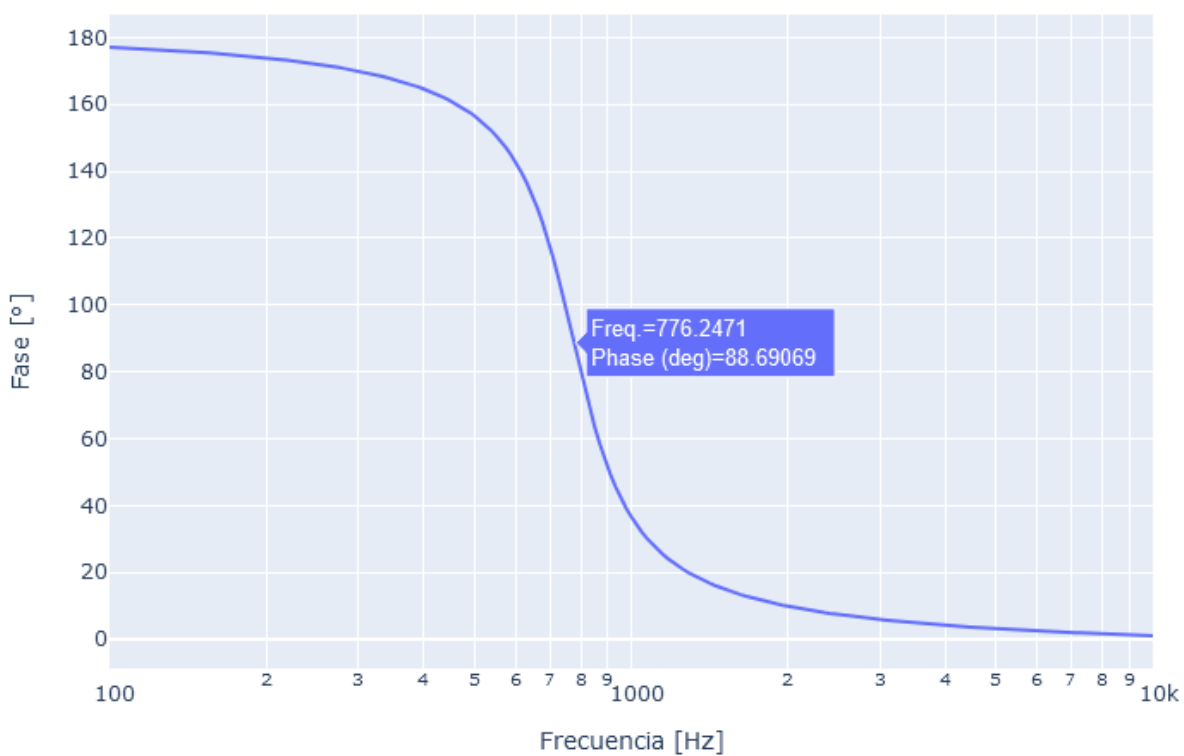


Figura 10: Fase Filtro Pasa Alto

3.3. Filtro completo Pasa Banda

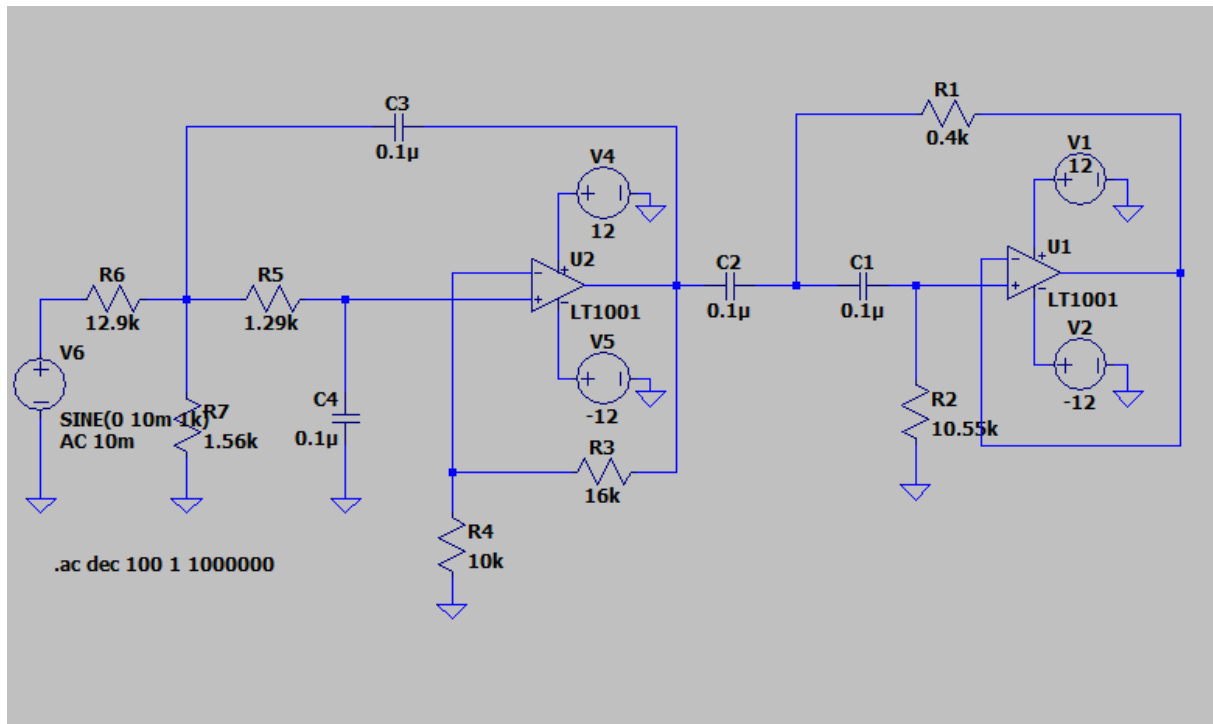


Figura 11: Circuito Filtro Pasa Banda

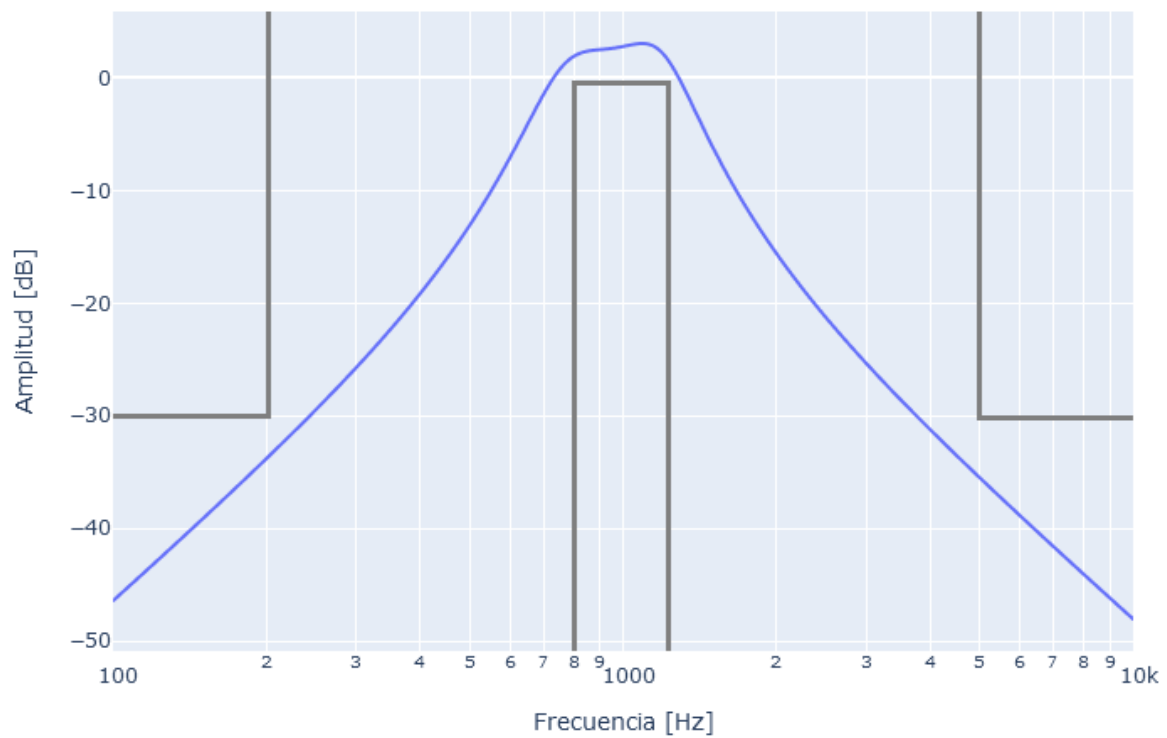


Figura 12: Bode Filtro Pasa Banda

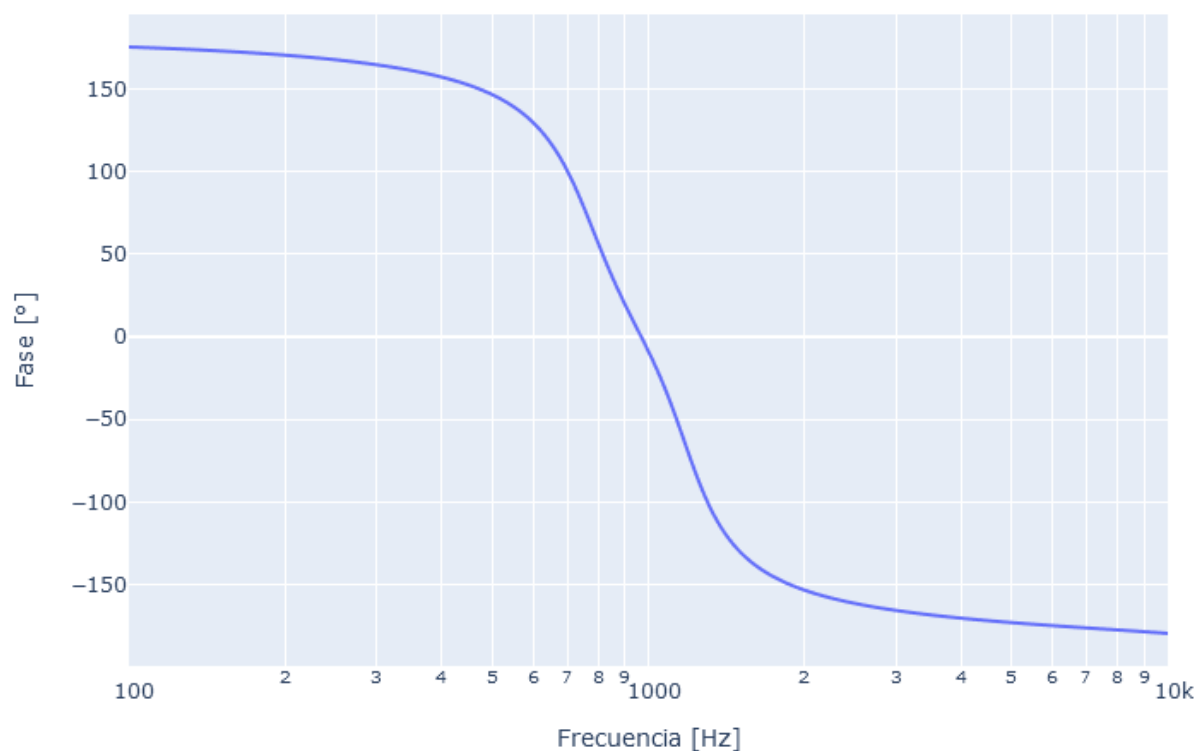


Figura 13: Fase Filtro Pasa Banda

Pueden observarse las atenuaciones en las frecuencias de nuestro interés:

- 800 Hz : -0.240 dB
- 1250 Hz : -0.466 dB
- 200 Hz : -34 dB
- 5000 Hz : -34 dB

Las cuales cumplen con los requerimientos del circuito.

4. Cálculo de la sensibilidad

Para el cálculo de la sensibilidad de la frecuencia del polo (ω_p) y el ancho de banda (ω_p/Q_p) partimos de la ecuación principal la deducción de ω_p la cual es:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}} = \frac{1}{\sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}$$

Y para el ancho de banda:

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} - \frac{k}{R_1 C_1}$$

Definimos entonces la sensibilidad según los resistores:

$$S\left(\frac{\omega_p}{R}\right) = \frac{\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{R}{\omega_p} \cdot \frac{\partial\omega_p}{\partial R}$$

$$S\left(\frac{\omega_p}{C}\right) = \frac{\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p}}{\frac{\Delta C}{C}} = \frac{C}{\omega_p} \cdot \frac{\partial\omega_p}{\partial C}$$

$$S\left(\frac{\omega_p}{Q_p}\right) = \frac{\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{R}{\omega_p} \cdot \frac{\partial\left(\frac{\omega_p}{Q_p}\right)}{\partial R}$$

$$S\left(\frac{\omega_p}{C}\right) = \frac{\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p}}{\frac{\Delta C}{C}} = \frac{C}{\omega_p} \cdot \frac{\partial\left(\frac{\omega_p}{Q_p}\right)}{\partial C}$$

Realizamos una tabla con las sensibilidades correspondientes tomando en cuenta la peor desviación con una tolerancia del 10 % de cada elemento:

	ω_p	$\frac{P}{10\%}$	$\frac{\omega_p}{Q_p}$	$\frac{P}{10\%}$
R1	$-\frac{1}{2}$	5 %	$\frac{-1}{4-K}$	18 %
R2	$-\frac{1}{2}$	5 %	$\frac{-(K-2)}{4-K}$	26 %
C1	$-\frac{1}{2}$	5 %	$\frac{-(K-3)}{4-K}$	8 %
C2	$-\frac{1}{2}$	5 %	$\frac{-1}{4-K}$	18 %
TOTAL	-2	20 %	-7	70 %

5. Análisis de Montecarlo de los componentes

Para realizar este análisis se varían los valores de los componentes pasivos del circuito de acuerdo a su tolerancia y se toma distribución normal de estos mismo. Se plantea una distribución estadística del posible valor de la frecuencia del polo de cada etapa (ω_p), o del ancho de banda correspondiente (ω_p/Q_p).

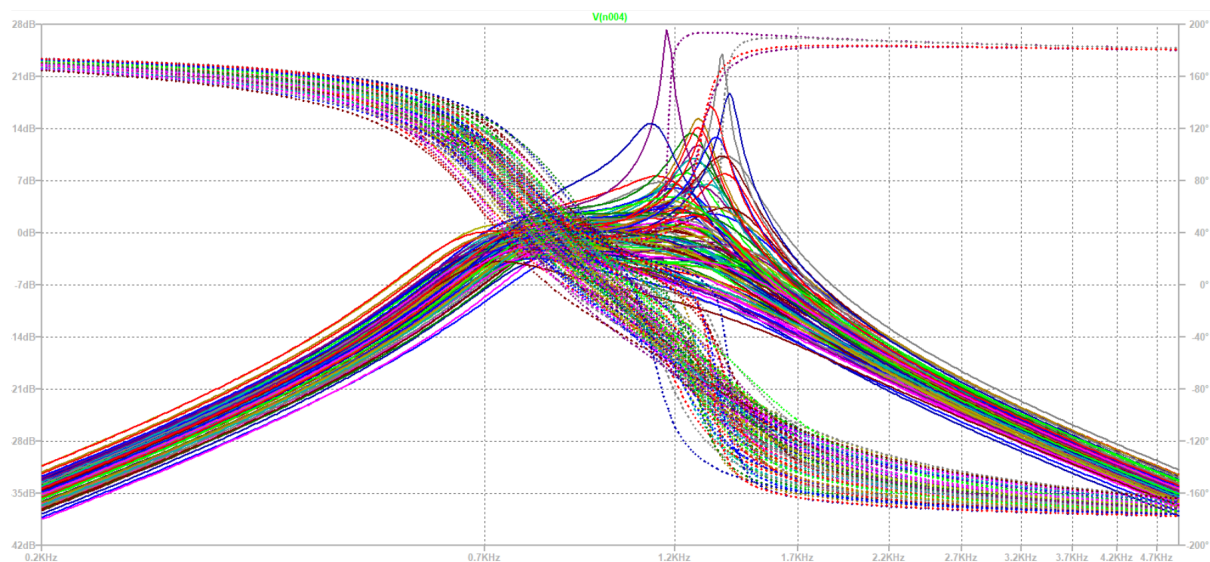


Figura 14: Análisis de Montecarlo

6. Implementación

El circuito se implemento físicamente en el PCB provisto por el docente. El amplificador operacional seleccionado fue el TL072, montado sobre su respectivo zócalo. El circuito se armó con los componentes con valores normalizados lo más cercano posibles a los valores calculados.

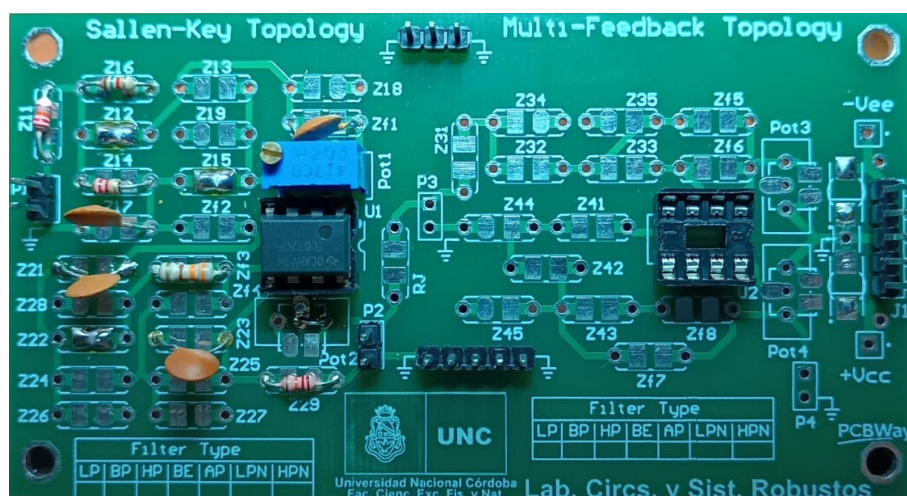


Figura 15: Filtro pasabanda

Se midió la salida del filtro para cuatro frecuencias específicas:

- 200 Hz
- 800 Hz
- 1250 Hz
- 5000 Hz

Que corresponden a los puntos que describen la banda de paso y la banda de rechazo del filtro. Se ingresó con una señal de 1V de amplitud.

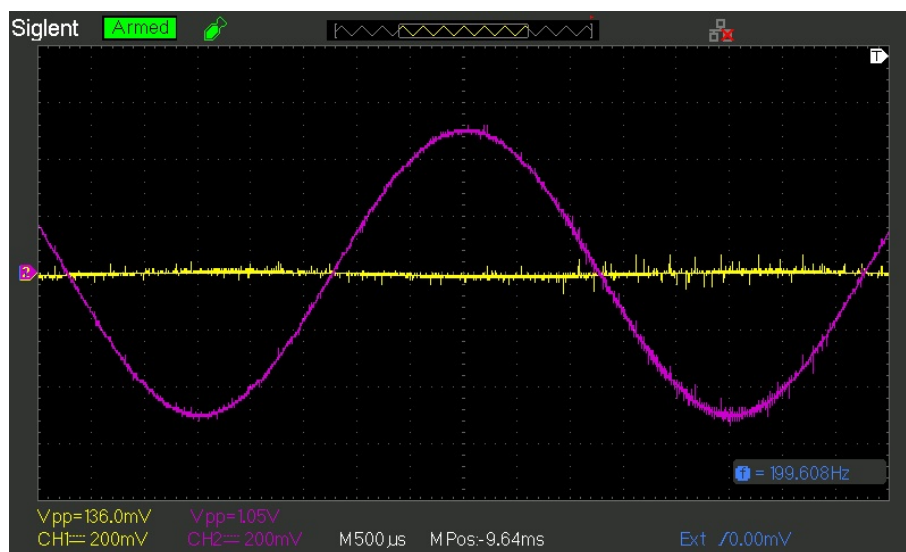


Figura 16: Salida con señal de 200Hz de entrada

La atenuación para esta señal es de 17.75 dB

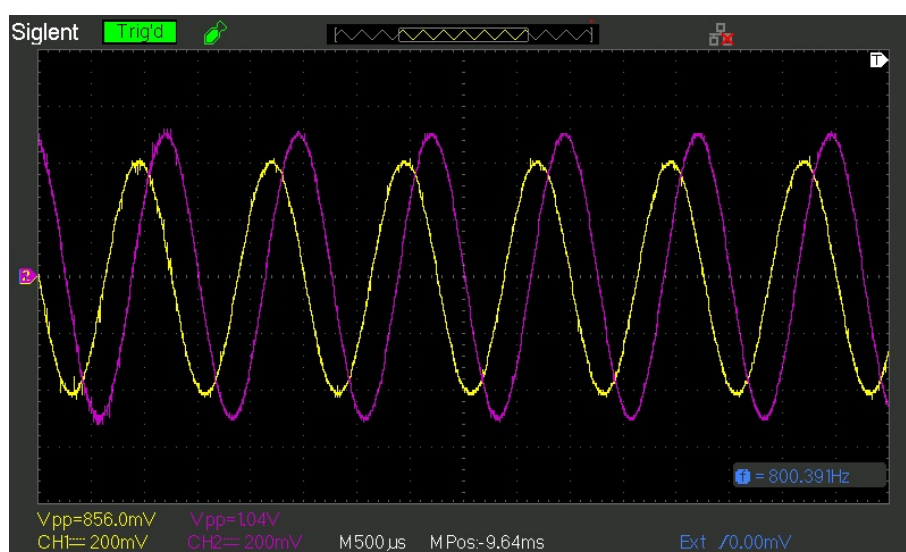


Figura 17: Salida con señal de 800Hz de entrada

En este caso en particular, se observa una atenuación de 1.77 dB

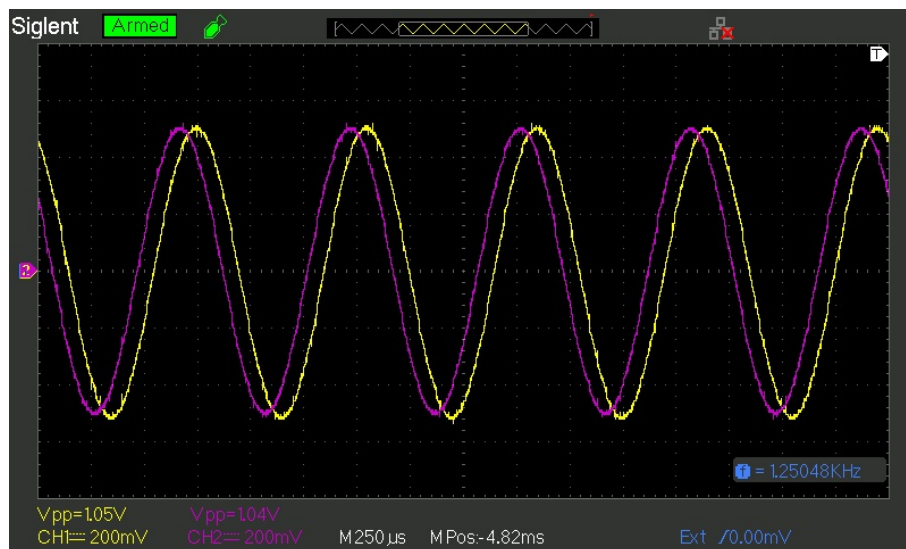


Figura 18: Salida con señal de 1250Hz de entrada

Para esta frecuencia la salida se vio con ganancia unitaria, es decir, el filtro no atenuó la señal (0 dB).

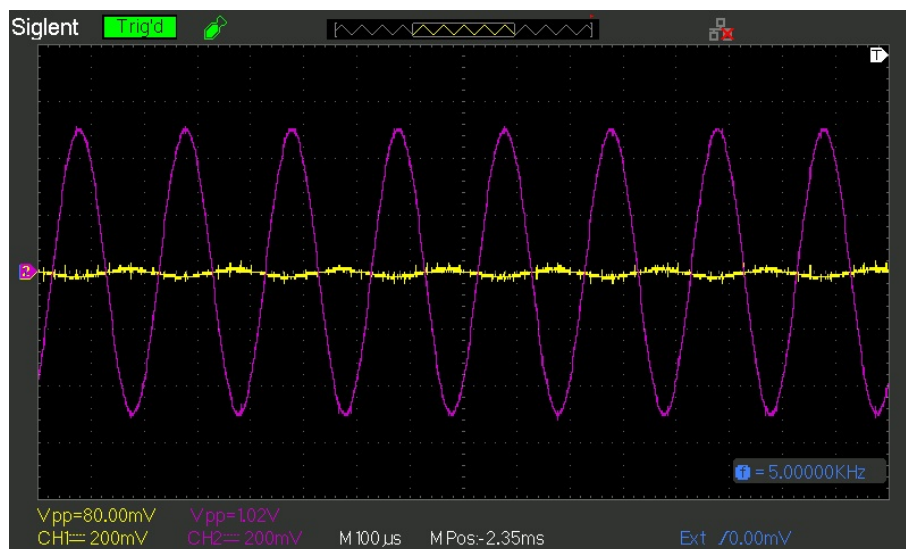


Figura 19: Salida con señal de 5000Hz de entrada

Para el limite inferior de la segunda banda suprimida, se obtuvo una atenuación de 22dB. Finalmente, a modo ilustrativo, se realizó un barrido en frecuencia en la entrada, de 200Hz a 5000Hz para verificar que la señal de salida coincida con la respuesta del filtro.

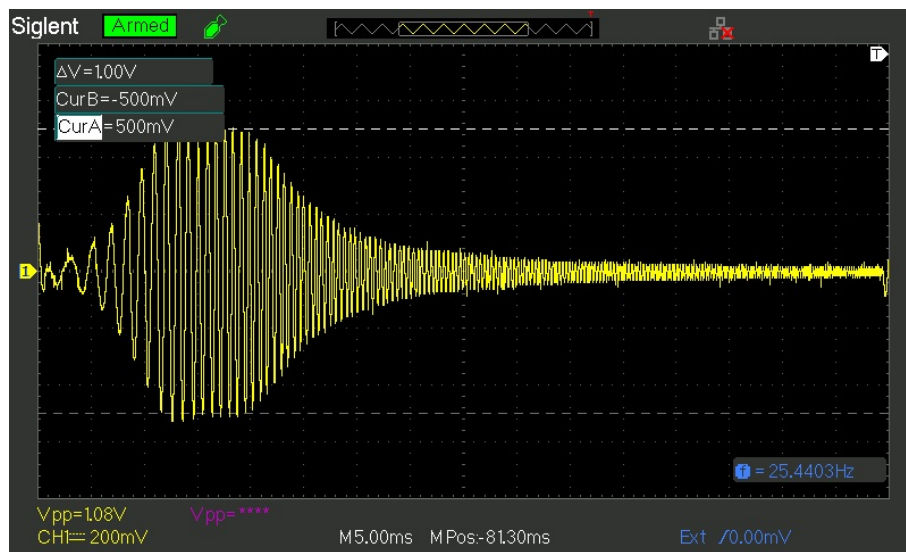


Figura 20: Salida al ingresar un barrido de 200Hz a 5000Hz con un generador de funciones arbitrario

7. Conclusiones

El circuito correspondiente al laboratorio numero 4 nos permitió aprender acerca del diseño e implementación de un filtro pasa banda y como las variaciones de los componentes puede llegar a afectar su diseño. Cabe destacar que se realizo el filtro pasa-banda mediante el uso de dos filtros (filtro pasa-bajo y filtro pasa-alto) lo que nos permitió obtener un diseño mas sencillo y a su vez mas eficaz para el sistema solicitado