普通高等教育“十一五”国家级规划教材

随 机 数 学

（B）

标准化作业

吉林大学公共数学中心

2017.08

第一次作业

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

一、填空题

1．袋中装有 2 红 4 白共 6 只乒乓球，从中任取 2 只，则取得 1 只红球 1 只白球的概率为____________.

2．将一枚硬币重复投 5 次，则正、反面都至少出现 2 次的概率____________.

3．已知事件 A 和 B 满足 $P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$，且 $P(A)=0.4$，则 $P(B)=$________.

4．已知 $P(A)=\dfrac{1}{4}$，$P(B|A)=\dfrac{1}{3}$，$P(A|B)=\dfrac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$________.

5. 在区间（0,1）中随机地取两个数，则事件“两数之和小于 $\frac{6}{5}$”的概率为________________.

6．两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率是 $\dfrac{1}{9}$，且 A 发生 B 不发生和 A 不发生 B 发生的概率相等，则 $P(A)=$__________.

7．在 4 重伯努利试验中，已知事件 A 至少出现一次的概率为 0.5，则在一次试验中 A 出现的概率为_________.

二、选择题

1．下列等式不成立的是（　　）

（A） $A=AB\cup A\overline{B}$.　　　　（B） $A-B=A\overline{B}$.

（C） $(AB)(A\overline{B})=\Phi$.　　　　（D） $(A-B)\cup B=A$.

2. 设 A,B,C 是同一个实验的三个事件，则事件 $(A\cup B)(A\cup\overline{B})(\overline{A}\cup B)$ 可化简为（　　）

（A） $A\cup B$.　　（B） $A-B$.　　（C） AB.　　（D） Φ.

3. 设事件 A 与 B 相互独立，$0<P(A)<1$，$0<P(B)<1$，则下列结论不正确的是（　　）

（A） A 与 $A\cup B$ 一定不独立.　　　　（B） A 与 $A-B$ 一定不独立.

（C） A 与 $B-A$ 一定不独立.　　　　（D） A 和 AB 一定不独立.

4. 在 10 件产品中有 2 件次品, 依次取出 2 件产品, 每次取一件, 取后不放回, 则第二次取到次品的概率为(　　)

（A）$\frac{1}{45}$.　　（B）$\frac{8}{45}$.　　（C）$\frac{1}{5}$.　　（D）$\frac{16}{45}$.

5．设有 4 张卡片分别标以数字 1，2，3，4，今任取一张；设事件 A 为取到 1 或 2，事件 B 为取到 1 或 3，则事件 A 与 B 是（　　）

（A）互不相容．　　（B）互为对立．　　（C）相互独立．　（D）互相包含．

6．设每次试验成功的概率为 $p\,(0<p<1)$，则重复进行试验直到第 n 次才取得成功的概率为（　　）

（A）$p\,(1-p)^{n-1}$．　（B）$np\,(1-p)^{n-1}$．　（C）$(n-1)p\,(1-p)^{n-1}$．　（D）$(1-p)^{n-1}$．

7．独立地投了 3 次篮球，每次投中的概率为 0.3，则最可能投中的次数为（　　）

（A）0．　　（B）1．　　（C）2．　　（D）3．

三、计算题

1．从 0，1，2，…，9 等十个数字中任意选出三个不同的数字，求下列事件的概率：$A_1=$｛三个数字中不含 0 和 5｝；$A_2=$｛三个数字中不含 0 或 5｝；$A_3=$｛三个数字中含 0 但不含 5｝.

2．三个人独立地去破译一份密码，已知每个人能译出的概率分别为 $\frac{1}{5},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$，问三人中至少有一人能将此密码译出的概率是多少？

3．随机地向半圆$0 < y < \sqrt{2ax - x^2}\,(a > 0)$内掷一点，点落在半圆内任何区域的概率与区域的面积成正比，求原点与该点的连线与x轴夹角小于$\dfrac{\pi}{4}$的概率.

4. 仪器中有三个元件,它们损坏的概率都是 0.2,并且损坏与否相互独立.当一个元件损坏时, 仪器发生故障的概率为 0.25,当两个元件损坏时,仪器发生故障的概率为 0.6,当三个元件损坏时,仪器发生故障的概率为 0.95, 当三个元件都不损坏时,仪器不发生故障.求：（1）仪器发生故障的概率;（2）仪器发生故障时恰有二个元件损坏的概率.

5．在 100 件产品中有 10 件次品；现在进行 5 次放回抽样检查，每次随机地抽取一件产品，求下列事件的概率：（1）抽到 2 件次品；（2）至少抽到 1 件次品．

四、证明题

1．设 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1, P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 1$ ，证明事件 A 与 B 相互独立．

2．设事件 A 的概率 $P(A) = 0$ ，证明 A 与任意事件都相互独立．

第二次作业

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

一、填空题

1．一实习生用一台机器接连独立地制造 3 个同种零件，第 i 个零件是不合格产品的概率为 $p_i=\dfrac{1}{i+1}\quad(i=1,2,3)$，$X$ 表示 3 个零件中合格的个数，则 $P\{X=2\}=$__________.

2. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ 0.4, & -1\le x<1,\\ 0.8, & 1\le x<3,\\ 1, & x\ge 3.\end{cases}$$

则 X 的分布律为________________.

3．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$ 用 Y 表示对 X 的 3 次独立重复观察中事件 $\left\{X\le\dfrac{1}{2}\right\}$ 出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$______________.

4．设随机变量 X,Y 服从同一分布，X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{8}x^2, & 0<x<2,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

设 $A=\{X>a\}$ 与 $B=\{Y>a\}$ 相互独立，且 $P\{A\cup B\}=\dfrac{3}{4}$，则 $a=$_______________.

5．设随机变量 X 服从二项分布 $B(2,p)$，随机变量 Y 服从二项分布 $B(3,p)$，若 $P\{X\ge1\}=\dfrac{5}{9}$，则 $P\{Y\ge1\}=$_________________.

6. 设随机变量 X 服从 $N(2,\sigma^2)$，且 $P\{2<X<4\}=0.3$，则 $P\{X<0\}=$___________.

7. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，对给定的 $\alpha(0<\alpha<1)$，数 u_α 满足 $P\{X>u_\alpha\}=\alpha$，若 $P\{|X|<x\}=\alpha$，则 x 等于____________.

二、选择题

1．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，且有 $f(-x)=f(x)$, $F(x)$ 为 X 的分布函数，则对于任意实数 a，有（　　　）

（A）　$F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$.　　　　（B）　$F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$.

（C）　$F(-a)=F(a)$.　　　　（D）　$F(-a)=2F(a)-1$..

2．设 $f(x)=\sin x$，要使 $f(x)=\sin x$ 能为某随机变量 X 的概率密度，则 X 的可能取值的区间是（　　　）

（A）$[\pi,\frac{3}{2}\pi]$.　（B）$[\frac{3}{2}\pi,2\pi]$.　（C）$[0,\pi]$.　（D）$[0,\frac{1}{2}\pi]$.

3．设 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$ 分别为随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数，为使 $F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数，在下列给定的各组数值中应取（　　）

（A）$a=\frac{3}{5},b=-\frac{2}{5}$.　　　　（B）$a=\frac{2}{3},b=-\frac{2}{3}$.

（C）$a=\frac{1}{2},b=\frac{2}{3}$.　　　　（D）$a=\frac{1}{2},b=-\frac{3}{2}$.

4．已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ kx+b, & 0\le x<\pi,\\ 1, & x\ge\pi,\end{cases}$$

则参数 k 和 b 分别为（　　）

（A）$k=0,b=\frac{1}{\pi}$.　　　　（B）$k=\frac{1}{\pi},b=0$.

（C）$k=\frac{1}{2\pi},b=0$.　　　　（D）$k=0,b=\frac{1}{2\pi}$.

5．设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}4x^3, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

则使 $P\{X>a\}=P\{X<a\}$ 成立的常数 $a=$（　　）

（A）$\sqrt[4]{2}$.　（B）$\frac{1}{2}$.　（C）$1-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.　（D）$\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

6．设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，且 $P\{X\geq 1\}=\frac{1}{2}$， $f(1)=1$, 则（　　）

（A） $\mu=1,\sigma^2=1$.　　（B） $\mu=1,\sigma^2=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$.

（C） $\mu=1,\sigma^2=\frac{1}{2\pi}$.　　（D） $\mu=0,\sigma^2=1$.

7. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ^2 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$（　　）

（A）单调增大.　　（B）单调减少.

（C）保持不变.　　（D）增减性不定.

三、计算题

1．一批产品由 9 个正品和 3 个次品组成，从这批产品中每次任取一个，取后不放回，直到取得正品为止．用 X 表示取到的次品个数，写出 X 的分布律和分布函数．

2．设随机变量 X 的概率分布为

X	-2	-1	0	1	2	3
P	0.10	0.20	0.25	0.20	0.15	0.10

（1）求 $Y=-2X$ 的概率分布；（2）求 $Z=X^2$ 的概率分布.

3．设连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}x, & 0\le x<1,\\ k(2-x), & 1\le x<2,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

求：（1）k 的值；（2）X 的分布函数.

4．设在一电路中，电阻两端的电压 (V) 服从 $N(120,4)$，今独立测量了 5 次，试确定有 2 次测定值落在区间 $[118,122]$ 之外的概率.

5．设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -a,\\ A+B\arcsin\dfrac{x}{a}, & -a<x<a,(a>0)\\ 1, & x\ge a,\end{cases}$$

求：（1）常数 A 、B .（2）随机变量 X 落在 $\left(-\dfrac{a}{2},\dfrac{a}{2}\right)$ 内的概率.（3）X 的概率密度函数.

6．已知随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}ax+b, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其 他},\end{cases}$$

且 $P\left\{X>\dfrac{1}{2}\right\}=\dfrac{5}{8}$, 求（1）常数 a,b 的值；（2）$P\left\{\dfrac{1}{4}<X\le\dfrac{1}{2}\right\}$.

7．已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-|x|},-\infty<x<+\infty$，又设 $Y=\begin{cases}1, X>0,\\ -1, X\le 0,\end{cases}$

求：（1）Y 的分布律；（2）计算 $P\left\{Y>\frac{1}{2}\right\}$.

8．已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-x}, x>0,\\ 0, \quad x\le 0,\end{cases}$ 求：随机变量 $Y=X^2$ 的概率密度函数.

四、证明题

1. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，证明：$Y = aX + b\ (a \neq 0)$ 仍然服从正态分布，并指出参数.

2. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda = 2$ 的指数分布，证明：$Y = 1 - \mathrm{e}^{-2X}$ 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布.

第三次作业

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

一、填空题

1．设随机变量 X 与 Y 相互独立，具有相同的分布律，

X	0	1
P	0.4	0.6

则 $\max\{X,Y\}$ 的分布律为_________________________________.

2. 设随机变量（X,Y）的联合分布律为

$$P\left\{X=m,Y=n\right\}=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{m+1}},m\geq n,\\ 0,\ \ m<n,\end{cases} m,n=1,2,\cdots,$$

则关于 X 的边缘分布律为 $P\left\{X=m\right\}=$_______，关于 Y 的边缘分布律为 $P\left\{Y=n\right\}=$_______.

3．设有二维连续型随机变量（X,Y），则 $P(X=Y)=$____________.

4．设随机变量 X 和 Y 相互独立，X 在区间 $(0,2)$ 上服从均匀分布，Y 服从参数为 $\lambda=1$ 的指数分布，则概率 $P\{X+Y>1\}=$__________________.

5．若二维随机变量 (X,Y) 在区域 $\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leq R^2\}$ 上服从均匀分布，则 (X,Y) 的概率密度函数为______________________________.

6. 设随机变量 $(X,Y)\sim N(0,1,2,3,0)$，则 $\mu_1+\sigma_2^2=$____________.

7. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim N(1,2)$，$Y\sim N(0,1)$，则随机变量 $Z=2X-Y$ 的概率密度为__________________.

二、选择题

1. 关于随机事件 $\left\{X\leq a,Y\leq b\right\}$ 与 $\left\{X>a,Y>b\right\}$ 下列结论正确的是（　　　　）

（A）为对立事件.　　　　（B）为互斥事件.

（C）为相互独立事件.　　　　（D）$P\left\{X\leq a,Y\leq b\right\}>P\left\{X>a,Y>b\right\}$.

2．设二维随机变量 (X,Y) 在平面区域 G 上服从均匀分布，其中 G 是由 x 轴，y 轴以及

直线 $y=2x+1$ 所围成的三角形域，则 (X,Y) 的关于 X 的边缘概率密度为（　　）

（A）．$f_X(x)=\begin{cases}8x+2, & -\dfrac{1}{2}<x<0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$　　（B）．$f_X(x)=\begin{cases}8x+4, & -\dfrac{1}{2}<x<0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$

（C）$f_X(x)=\begin{cases}4x+2, & -\dfrac{1}{2}<x<0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$　　（D）$f_X(x)=\begin{cases}4x+4, & -\dfrac{1}{2}<x<0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$

3．设平面区域 G 是由 x 轴，y 轴以及直线 $x+\dfrac{y}{2}=1$ 所围成的三角形域，二维随机变量 (X,Y) 在 G 上服从均匀分布，则 $f_{X|Y}(x|y)=$（　　）$(0<y<2)$

（A）$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{2}{2-y}, & 0<x<1-\dfrac{y}{2},\\ 0, & 其它.\end{cases}$　　（B）$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{2}{1-y}, & 0<x<1-\dfrac{y}{2},\\ 0, & 其它.\end{cases}$

（C）$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2-y}, & 0<x<1-\dfrac{y}{2},\\ 0, & 其它.\end{cases}$　　（D）$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-y}, & 0<x<1-\dfrac{y}{2},\\ 0, & 其它.\end{cases}$

4．设二维随机变量 (X,Y) 的分布函数为

$$F(x,y)=A\left(\frac{\pi}{2}+\arctan x\right)\left(B+\arctan\frac{y}{2}\right)$$

则常数 A 和 B 的值依次为（　　）

（A）π^2 和 $\dfrac{2}{\pi}$.　　（B）$\dfrac{1}{\pi}$ 和 $\dfrac{\pi}{4}$.　　（C）$\dfrac{1}{\pi^2}$ 和 $\dfrac{\pi}{2}$.　　（D）$\dfrac{1}{\pi}$ 和 $\dfrac{\pi}{2}$.

5．设随机变量 X，Y 独立同分布，且 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Z=\min\{X,Y\}$ 的分布函数是（　　）

（A）$F^2(x)$.　　（B）$F(x)F(y)$.

（C）$1-\left[1-F(x)\right]^2$.　　（D）$[1-F(x)][1-F(y)]$.

6．如果 (X,Y) 是连续型随机变量，下列条件中不是 X 与 Y 相互独立的充分必要条件的是（　　　），其中 x,y 为任意实数.

（A）$P\{X\ge x,Y\ge y\}=P\{X\ge x\}P\{Y\ge y\}$.　　（B）$F(x,y)=F_X(x)F_Y(y)$.

（C）$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$.　　（D）$\dfrac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x\partial y}=f(x,y)$.

7．设随机变量 X,Y 相互独立，X 服从 $N(0,1)$，Y 服从 $N(1,1)$，则（　　　　）

（A）$P(X+Y\le 0)=0.5$.　　　　（B）$P(X+Y\le 1)=0.5$.

（C）$P(X-Y\le 0)=0.5$.　　　　（D）$P(X-Y\le 1)=0.5$.

三、计算题

1．设随机变量 X 在 1，2，3，4 四个数字中等可能取值，随机变量 Y 在 $1\sim X$ 中等可能地取一整数值，求 (X,Y) 的概率分布，并判断 X 和 Y 是否独立.

2．设随机事件 A、B 满足 $P(A)=\dfrac{1}{4}, P(B|A)=P(A|B)=\dfrac{1}{2}$, 令

$$X=\begin{cases}1, & A\ \text{发生},\\ 0, & A\text{不发生},\end{cases}\quad Y=\begin{cases}1, & B\ \text{发生},\\ 0, & B\text{不发生},\end{cases}$$

求（1）(X,Y) 的概率分布；（2）$Z=X+Y$ 的概率分布.

3．已知二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} k\mathrm{e}^{-(2x+y)}, & x>0, y>0, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

（1）求系数k；（2）条件概率密度$f_{X|Y}(x|y)$；（3）判断X和Y是否相互独立；（4）计算概率$P\left\{X<2\middle|Y<1\right\}$；（5）求$Z=\min\{X,Y\}$的密度函数$f_Z(z)$.

4．设随机变量U在区间$[-2,2]$上服从均匀分布，令

$$X=\begin{cases}-1 & 若U\le -1,\\ 1 & 若U>-1,\end{cases}\qquad Y=\begin{cases}-1 & 若U\le 1,\\ 1 & 若U>1,\end{cases}$$

求(X,Y)的联合分布律.

5．设(X,Y)的概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases}1, 0<x<1, 0<y<2x,\\ 0, \qquad 其\ 它\quad .\end{cases}$$

求$Z=2X-Y$的概率密度.

6．在区间$[0,1]$上随机地投掷两点，求这两点距离的概率密度。

第四次作业

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

一、填空题

1．设随机变量 X 的分布律为

X	-2	0	2
P	0.4	0.3	0.3

则 $E(X)=$____________，$E(X^2)=$____________，$E(3X^2+5)=$____________.

2．设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $D(X)=\sigma_1^2$ 和 $D(Y)=\sigma_2^2$ 都存在，则 $D(2X-3Y)=$______________.

3．设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}, & 0\le x\le\pi,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

对 X 独立重复地观察 4 次，用 Y 表示观察值大于 $\dfrac{\pi}{3}$ 的次数，则 $E(Y^2)=$______________.

4．设随机变量 $X\sim N(0,1), Y\sim\pi(4)$，并且 X 与 Y 的相关系数为 0.5，则有 $D(3X-2Y)=$________________.

5．对一批圆木的直径进行测量，设其服从 $[a,b]$ 上的均匀分布，则圆木截面面积的数学期望为________________.

6．设随机变量 X 在 $[-1,2]$ 上服从均匀分布，设随机变量

$$Y=\begin{cases}1, & X>0,\\ 0, & X=0,\\ -1, & X<0,\end{cases}$$

则 $D(Y)=$________________.

7．已知连续型随机变量 X 的概率密度为 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1},-\infty<x<+\infty$，则 $E(X)=$__________，$D(X)=$___________.

二、选择题

1．对于随机变量 X，关于 $E(X)$和 $E(X^2)$ 合适的值为（　　）

（A） 3,8.　　　　（B） 3，-8.

（C） 3,10.　　　　（D） 3，-10.

2．设 X 是一随机变量，且 $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$（$\mu,\sigma>0$ 为常数），则对于任意常数 C,必有（　　）

（A）$E\left[(X-C)^2\right]=E(X^2)-C^2$.　　（B）$E\left[(X-C)^2\right]=E\left[(X-\mu)^2\right]$.

（C）$E\left[(X-C)^2\right]<E\left[(X-\mu)^2\right]$.　　（D）$E\left[(X-C)^2\right]\geq E\left[(X-\mu)^2\right]$.

3．设 $D(X)=2$，则 $D(3X-2)=$（　　）

（A）16 .　　　　（B）18.

（C）20.　　　　（D）8.

4．对于以下各数字特征都存在的任意两个随机变量 X 和 Y，如果 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则有（　　）

（A）$D(XY)=D(X)D(Y)$.　　（B）$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$.

（C）X 和 Y 相互独立.　　（D）X 和 Y 不相互独立.

5．设 $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2>0$，则为使 $E\left(a+bX\right)=0, D(a+bX)=1$，则 a 和 b 分别是（　　）

（A）$a=-\dfrac{\mu}{\sigma}, b=\dfrac{1}{\sigma}$.　　（B）$a=-\dfrac{\mu}{\sigma}, b=\dfrac{\mu}{\sigma}$.

（C）$a=-\mu, b=\sigma$.　　（D）$a=\mu, b=\dfrac{1}{\sigma}$.

6. 若随机变量 X 与 Y 满足 $Y=1-\dfrac{X}{2}$，且 $D(X)=2$，则 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$（　　）

（A）1.　　（B）2.　　（C）-1.　　（D）-2.

7．设随机变量 $X\sim N\left(0,1\right), Y\sim N\left(1,4\right)$，且相关系数 $\rho_{XY}=1$，则（　　）

（A）$P\left\{Y=-2X-1\right\}=1$.　　（B）$P\left\{Y=2X-1\right\}=1$.

（C）$P\left\{Y=2X+1\right\}=1$.　　（D）$P\left\{Y=-2X+1\right\}=1$.

三、计算题

1．设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} ax, & 0<x<2, \\ cx+b, & 2\le x<4, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

已知 $E(X)=2, P\{1<X<3\}=\dfrac{3}{4}$，求 a,b,c 的值.

2．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{8}(x+y), & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2, \\ 0, & \text{其　　它}, \end{cases}$$

求 $E(X),E(Y),\operatorname{cov}(X,Y),\rho_{XY}$ 和 $D(X+Y)$.

3．设二维离散型随机变量(X,Y)的联合概率分布为

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	a	0	0.2
0	0.1	b	0.2
1	0	0.1	c

其中a,b,c为常数，且$E(X)=-0.2, P\{Y\le 0|X\le 0\}=0.5$，记$Z=X+Y$，求：（1）$a,b,c$的值；（2）$Z$的概率分布；（3）$P\{X=Z\}$.

4．在数轴上的区间$[0,a]$内任意独立地选取两点M与N，求线段MN长度的数学期望.

5．一民航送客车载有 20 名乘客自机场开出，旅客有 10 个车站可以下车，如到达一个车站没有旅客下车就不停车，假设每位旅客在各个车站下车的可能性相同，且各个旅客是否下车相互独立，求停车次数 X 的数学期望．

6．假设由自动流水线加工的某种零件的内径 X（毫米）服从正态分布 $N(\mu,1)$，内径小于 10 或大于 12 为不合格品，其余为合格品；销售合格品获利，销售不合格品亏损，已知销售一个零件的利润 T（元）与零件内径 X 的关系为

$$T=\begin{cases}-1, & X<10,\\ 20, & 10\le X\le 12,\\ -5, & X>12,\end{cases}.$$

问平均内径 μ 取何值时，销售一个零件的平均利润最大．

第五次作业

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

一、填空题

1．设随机变量 X 和 Y 的数学期望都是 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 0.5，则根据切比雪夫不等式，有 $P\{|X-Y|\geq 6\}\leq$______.

2．在每次试验中，事件 A 发生的可能性是 0.5，则 1000 次独立试验中，事件 A 发生的次数在 400 次到 600 次之间的概率 ≥ ______.

3．将一枚骰子重复抛掷 n 次，所掷出点数的算术平均值为 $\bar{X}_n$，如果对于任意给定 $\varepsilon>0$，有 $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\left|\bar{X}_n-a\right|<\varepsilon\right\}=1$，则常数 $a=$______.

二、选择题

1．一射击运动员在一次射击中的环数 X 的概率分布如下：

X	10	9	8	7	6
P	0.5	0.3	0.1	0.05	0.05

则在 100 次独立射击所得总环数介于 900 环与 930 环之间的概率是（　　）

（A）0.8233.　　（B）0.8230.　　（C）0.8228.　　（D）0.8234.

2．设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立，则根据列维—林德伯格中心极限定理，当 n 充分大时，$X_1+X_2+\cdots+X_n$ 近似服从正态分布，只要 $X_i\,(i=1,2,\cdots)$ 满足条件（　　）

（A）具有相同的数学期望和方差.　　（B）服从同一离散型分布.

（C）服从同一连续型分布.　　（D）服从同一指数分布.

三、计算题

1．某保险公司多年的统计资料表明，在索赔客户中被盗索赔占 20%，以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔客户中因被盗向保险公司索赔的户数.（1）写出 X 的概率分布；（2）利用德莫佛—拉普拉斯定理，求被盗索赔客户不少 14 户且不多于 30 户的概率的近似值.

2. 设某种元件使用寿命（单位：小时）服从参数为λ的指数分布，其平均使用寿命为40小时，在使用中当一个元件损坏后立即更换另一个新的元件，如此继续下去. 已知每个元件的进价为a元，试求在年计划中应为购买此种元件作多少预算，才可以有 95%的把握保证一年够用（假定一年按照2000个工作小时计算）.

3. 一条生产线的产品成箱包装，每箱的重量时随机的. 假设平均重50千克，标准差为5千克. 如果用最大载重量为5吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每量车最多可以装多少箱，才能保证不超载的概率大于0.977，（$\Phi(2)=0.977$.）

第六次作业

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

一、填空题

1．已知从总体 X 中抽取一组样本容量为 $n\ (n>2)$ 的样本，在样本观测值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中可能有一些相同的数值，为了计算方便，把所得的观测值加以整理，设在所得的观测值中有 k 个不相同的数值，分别记为 $x_{(1)}, x_{(2)}, \cdots, x_{(k)}$，它们的频数分别为 $n_1, n_2, \cdots, n_k$，则样本均值 $\bar{x}=$____________，样本方差 $s^2=$____________，样本标准差 $s=$____________.

2．设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的简单随机样本，记随机变量 $X=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2$，则当 $a=$_______，$b=$______时，统计量 X 服从 χ^2 分布，其自由度为_______.

3．设总体 $X \sim B(m, p), X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的样本，样本均值为 $\overline{X}$，则 $E(\overline{X})=$__________，$D(\overline{X})=$___________.

4．设 $X_i \sim N(\mu, \sigma^2), i=1,2,\cdots,n+1$，是相互独立的，记

$$\overline{X_n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S_n^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X_n})^2,$$

则 $Y=\sqrt{\dfrac{n}{n+1}}\dfrac{X_{n+1}-\overline{X}_n}{S_n} \sim$_____________.

5．设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x<0,\end{cases}$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的样本，则 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的联合概率密度

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_n)= \underline{\qquad\qquad\qquad}.$$

二、选择题

1．设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2), X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是总体 X 的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，记

$$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2,\quad S_2^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2,$$

$$S_3^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2,\quad S_4^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2,$$

则下列随机变量中服从自由度为$n-1$的 t 分布的是（　　）

（A）$\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n-1}}$．　（B）$\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n-1}}$．　（C）$\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n-1}}$．　（D）$\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n-1}}$．

2．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2), X_1, X_2 \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，则 $P\left\{\dfrac{|\overline{X}-\mu|}{\sigma/\sqrt{n}} < u_{0.025}\right\} =$（　　）

（A）0.025．　（B）0.975．　（C）0.95．　（D）0.05．

3．设随机变量 $X \sim t(n)\ (n>1), Y=\dfrac{1}{X^2}$，则（　　）

（A）$Y \sim \chi^2(n)$．　（B）$Y \sim \chi^2(n-1)$．　（C）$Y \sim F(1,n)$．　（D）$Y \sim F(n,1)$．

4. 设$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为总体$N(1, 2^2)$的一个样本，$\overline{X}$为样本均值，则下列结论中正确的是（　　）

（A）$\dfrac{\bar{X}-1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n)$．　（B）$\dfrac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2 \sim F(n,1)$．

（C）$\dfrac{\bar{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$．　（D）$\dfrac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(X_i-1)^2 \sim \chi^2(n)$．

5．设 $X \sim t(10)$，若 $P\{t(10) > 1.8125\} = 0.05$，则 $t_{0.95}(10) =$（　　）

（A）-1.8125．　（B）1.8125．　（C）0.95．　（D）-0.95．

三、计算题

1．设 $X \sim N\left(0, \sigma^2\right)$，$X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是来自总体 X 的简单随机样本，样本均值为 $\bar{X}$，试确定 σ 的值，使得 $P\left\{1 < \bar{X} < 3\right\}$ 最大.

2．从正态总体 $N(20, 3)$ 中分别抽取容量为 10 和 15 的两个相互独立样本，求样本均值之差的绝对值大于 0.3 的概率.

3．设 $X_1, X_2, \cdots, X_8$ 是来自正态总体 $N(0, 0.2)$ 的样本，试求 k，使 $P\left\{\sum_{i=1}^{8} X_i^2 < k\right\} = 0.95$.

4．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，样本均值为 $\overline{X}$ ，样本方差为 S^2 ， $E(\overline{X}), D(\overline{X}), E(S^2), D(S^2)$.

5．设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}2\cos 2x, & 0<x<\dfrac{\pi}{4}, \\ 0, & 其它,\end{cases}$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为总体 X 的样本，求样本容量 n，使 $P\{\min(X_1, X_2, \cdots, X_n)<\dfrac{\pi}{12}\} \geq \dfrac{15}{16}$.

6. 已知二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布 $N(0,1,2^2,3^2,0)$，判断 $F=\dfrac{9X^2}{4(Y-1)^2}$ 服从的概率分布.

第七次作业

院(系)___________ 班级_________ 学号_________ 姓名_________

一、填空题

1．设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，其中 $\lambda>0$ 为未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的样本，则 λ 的矩体计量为 $\hat{\lambda}=$____________.

2．设总体 X 在区间 $[\theta,2]$ 上服从均匀分布，$\theta<2$ 为未知参数；从总体 X 中抽取样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，则参数 θ 的矩估计量为 $\hat{\theta}=$______________.

3．设总体 $X\sim\pi(\lambda),X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，则未知参数 λ 的最大似然估计量为 $\hat{\lambda}$_______________.

4．该总体 $X\sim N(\mu,1)$，一组样本值为-2，1，3，-2，则参数 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为_________________.

5．设总体 $X\sim N(\mu,3^2)$，要使未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的置信间的长度 $L\le 2$，样本容量 n 至少为_________.

二、选择题

1．设总体 X 在区间 $[0,2a]$ 上服从均匀分布，其中 $a>0$ 未知，则 a 的无偏估计量为（ ）

（A）$\widehat{\mu_1}=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2$.　　（B）$\widehat{\mu_2}=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{1}{3}X_3$.

（C）$\widehat{\mu_3}=\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{3}X_3$.　　（D）$\widehat{\mu_4}=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2+\frac{1}{3}X_4$

2．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则总体方差的无偏估计量为（ ）

（A）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$.　　（B）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[X_i-E(X)\right]^2$（$E(X)$ 未知）.

（C）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$.　　（D）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left[X_i-E(X)\right]^2$（$E(X)$ 未知）.

3．设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本观察值，则 σ^2 的最大似然似计值为 $\widehat{\sigma^2}=$（ ）

（A）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu\right)^2$.　　　　（B）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^k, k=1,2,\cdots$.

（C）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$.　　　　（D）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$.

4．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 与 σ^2 均未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的样本，则参数 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为（　　）

（A）$\left(\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2},\ \overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)$.　　　　（B）$\left(\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n),\ \overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n)\right)$.

（C）$\left(\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1),\ \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1)\right)$.　（　　D　　）$\left(\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n),\ \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n)\right)$.

5．设总体 $X\sim N(\mu,o^2)$，其中 o^2 已知，则总体均值 μ 的置信区间长度 L 与置信度 $1-\alpha$ 的关系是（　　）

（A）当 $1-\alpha$ 缩小时，L 缩短.　　　　（B）当 $1-\alpha$ 缩小时，L 增大.

（C）当 $1-\alpha$ 缩小时，L 不变.　　　　（D）以上说法都不对.

三、计算题

1．设总体 X 具有概率分布

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta\left(0<\theta<1\right)$ 是未知参数，已知来自总体 X 的样本值为 1，2，1.求 θ 的矩估计值和最大似然估计值.

2．设某种元件的使用寿命 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}2e^{-2(x-\theta)}, & x\ge\theta,\\ 0, & x<\theta.\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，又设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是 X 的一组样本观测值，求参数 θ 的最大似然估计值.

3．设总体 X 的分布函数为

$$F(x;\beta)=\begin{cases}1-(\frac{1}{x})^{\beta}, & x>1,\\ 0, & x\le 1.\end{cases}$$

其中参数 $\beta>1$ 是未知参数，又 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的随机样本，（1）求 X 的概率密度函数 $f(x;\beta)$；（2）求参数 β 的矩估计量；（3）求参数 β 的最大似然估计量.

四、证明题

1．设总体 X 的均值 $\mu=E(X)$ 及方差 $\sigma^2=D(X)>0$ 都存在， μ 与 σ^2 均未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是 X 的样本，试证明不论总体 X 服从什么分布，样本方差 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ 都是总体方差 $\sigma^2=D(X)$ 的无偏估计.

2．设 X_1,X_2,X_3 是总体 X 的样本，$E(X)=\mu$，$D(X)=\sigma^2$ 存在，证明估计量

$$\widehat{\mu_1}=\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{1}{6}X_3，\quad \widehat{\mu_2}=\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{4}X_3，\quad \widehat{\mu_3}=\frac{3}{5}X_1+\frac{1}{5}X_2+\frac{1}{5}X_3$$

都是总体 X 的均值 $E(X)$ 的无偏估计量；并判断哪一个估计量更有效.

3．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一组简单随机样本，记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ ，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ ，统计量 $T=\overline{X}^2-\frac{1}{n}S^2$，证明 T 是 μ^2 的无偏估计量.

第八次作业

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

一、填空题

1．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2), X_1, X_2,\cdots, X_n$ 是来自 X 的样本，记

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i, Q^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2,$$

当 μ 和 σ^2 未知时，则检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$ 所使用统计量是____________.

2．在假设检验中，对于给定的显著性水平 α，则犯第一类错误的概率为_________.

3．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 已知，给定显著性水平 α，假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\ge\sigma_0^2$ 的拒绝域为_________________.

4．设 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的容量为 n 的简单随机样本，方差 σ^2 已知，检验假设 $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\ne\mu_0$，检验统计量为 $u=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$，在显著性水平 α 下，拒绝域为_________________.

二、选择题

1．在假设检验中，原假设 H_0，备择假设 H_1，则（　　）为犯第二类错误

（A）H_0 为真，接受 H_1.　　（B）H_0 不真，接受 H_0.

（C）H_0 为真，拒绝 H_1.　　（D）. H_0 不真，拒绝 H_0.

2．设总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2, \alpha=0.10$，从 X 中抽取容量 $n_1=12$ 的样本，从 Y 中抽取容量 $n_2=10$ 的样本，算得 $S_1^2=118.4, S_2^2=31.93$，正确的检验方法与结论是（　　）

（A）用 t 检验法，临界值 $t_{0.05}(17)=2.11$，拒绝 H_0.

（B）用 F 检验法，临界值 $F_{0.05}(11,9)=3.10, F_{0.95}(11,9)=0.34$，拒绝 H_0.

（C）用 F 检验法，临界值 $F_{0.95}(11,9)=0.34, F_{0.05}(11,9)=3.10$，接受 H_0.

（D）用 F 检验法，临界值 $F_{0.01}(11,9)=5.18, F_{0.99}(11,9)=0.21$，接受 H_0.

3．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，　σ^2 未知，假设 $H_0:\mu=\mu_0$ 的拒绝域为 $\mu\le-\mu_\alpha$，则备择假设 H_1 为（　　）

（A）$\mu\ne\mu_0$.　　（B）$\mu>\mu_0$.　　（C）$\mu<\mu_0$.　　（D）$\mu\le\mu_0$.

4. 设总体 $X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$ 未知，假设检验 $H_0:\mu \le 1;\mu > 1\left(\alpha = 0.05\right)$，则拒绝域为（　　）.

（A）$\left|\bar{X}-1\right| > u_{0.05}$.　　　　（B）$\bar{X} > 1 + t_{0.05}\left(n-1\right)\frac{S}{\sqrt{n}}$.

（C）$\left|\bar{X}-1\right| > t_{0.05}\left(n-1\right)\frac{S}{\sqrt{n}}$.　　　　（D）$\bar{X} < 1 - t_{0.05}\left(n-1\right)\frac{S}{\sqrt{n}}$.

三、计算题

1．某车间用一台包装机包装葡萄糖，包得的袋装葡萄糖的净重 X（单位 kg）是一个随机变量，它服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，当机器工作正常时，其均值为 0.5kg，根据经验知标准差为 0.015 kg（保持不变），某日开工后，为检验包装机的工作是否正常，从包装出的葡萄糖中随机地抽取 9 袋，称得净重为

0.497　0.506　0.518　0.524　0.498　0.511　0.520　0.515　0.512

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验机器工作是否正常.

2．设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，标准差为 15 分，问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？并给出检验过程.

3．设有甲，乙两种零件，彼此可以代用，但乙种零件比甲种零件制造简单，造价低，经过试验获得抗压强度（单位：$\mathrm{kg/cm^2}$）为

甲种零件：88，87，92，90，91，

乙种零件：89，89，90，84，88.

假设甲乙两种零件的抗压强度均服从正态分布，且方差相等，试问两种零件的抗压强度有无显著差异（取$\alpha=0.05$）？

4．某无线电厂生产的一种高频管，其中一项指标服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，从一批产品中抽取 8 只，测得该指标数据如下：

66, 43, 70, 65, 55, 56, 60, 72,

（1）总体均值$\mu=60$，检验$\sigma^2=8^2$（取$\alpha=0.05$）；

（2）总体均值μ未知时，检验$\sigma^2=8^2$（取$\alpha=0.05$）.

综合练习一

一、填空题

1. 设 A,B 是同一个试验中的两个事件，且 $P(A)=0.61, P(A-B)=0.22$，则 $P(\overline{AB})=$______________。

2. 抛掷两颗均匀的骰子，已知两颗骰子点数之和为 7 点，则其中一颗为 1 点的概率为______________。

3. 设连续型随机变量 X 的分布函数在某区间的表达式为 $\dfrac{1}{x^2+1}$，其余部分为常数，写出此分布函数的完整表达式______________________________。

4. 设二维随机变量 (X,Y) 在区域 D 上服从均匀分布，D 由曲线 $y=\dfrac{1}{x}, y=0, x=1, x=e^2$ 所围成，则 (X,Y) 关于 X 的边缘概率密度在 $x=e$ 点的值为______________。

5. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，并且服从同一个分布，期望为 μ，方差为 σ^2，令 $\overline{X}=\dfrac{1}{\mathrm{n}}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$，则 $D(\overline{X})=$______________。

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，从总体 X 中抽取样本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$，样本均值为 $\overline{X}$，样本方差为 S^2，μ 和 σ^2 均未知，则 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为__________________。

二、选择题

1. 设 A、B、C 三个事件两两相互独立，则 A、B、C 相互独立的充分必要条件是（　　）。

（A）A 与 BC 独立　（B）AB 与 $A\cup C$ 独立　（C）AB 与 AC 独立　（D）$A\cup B$ 与 $A\cup C$ 独立

2. 设 $F(x)$ 为随机变量 X 的分布函数，在下列概率中可表示为 $F(a)-F(a-0)$ 的是（　　）。

（A）$P\{X\le a\}$　　（B）$P\{X>a\}$　　（C）$P\{X=a\}$　　（D）$P\{X\ge a\}$

3. 设两个相互独立的随机变量 X 与 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$，则（　　）。

（A）$P\left\{ X+Y\le 0 \right\}=\dfrac{1}{2}$　　　　（B）$P\left\{ X+Y\le 1 \right\}=\dfrac{1}{2}$

（C）$P\left\{ X-Y\le 0 \right\}=\dfrac{1}{2}$　　　　（D）$P\left\{ X-Y\le 1 \right\}=\dfrac{1}{2}$

4．在假设检验中，原假设H_0，备择假设H_1，则（　　　）称为第二类错误。

（A）H_0为真，接受H_1　　　　（B）H_0不真，接受H_0

（C）H_0为真，拒绝H_1　　　　（D）H_0不真，拒绝H_0

5.设随机变量X的数学期望$E(X)=100$，方差$D(Y)=10$，则由切比雪夫不等式$P\left\{80<X<120\right\}\ge$（　　　）。

（A）　0.025　　　（B）　0.5　　　（C）　0.96　　　（D）　0.975

6．设X_1,X_2,X_3是来自总体$N(\mu,\ \sigma^2)$的一个样本，其中μ为已知，σ^2为未知，则下列各式中不是统计量的为（　　　）。

（A）$X_2-2\mu$　（B）$\mu X_1+X_3e^{X_2}$　（C）$\max(X_1,X_2,X_3)$　（D）$\dfrac{1}{\sigma^2}(X_1+X_2+X_3)$

三、按照要求解答下列各题

1.在电报通讯中，发送端发出的是由“•”和“-”两种信号组成的序列。由于受到随机干扰，接收端收到的是“•”和“-”及“不清”三种信号组成的序列。假设发送“•”和“-”的概率分别为0.7和0.3；在已知发送“•”时，接收到“•”、“-”和“不清”的概率分别为0.8、0.1和0.1；在已知发送“-”时，接收到“•”、“-”和“不清”的概率分别为0.2、0.7和0.1。

求（1）接收到信号“•”、“-”和“不清”的概率；

（2）在接收到信号“不清”的条件下，发送信号为“-”的概率。

2．设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = A + B\arctan x, \qquad -\infty < x < +\infty$，求（1）常数 A 、 B ；（2）随机变量 X 落在 $(-1,1)$ 内的概率；（3） X 的概率密度函数。

3．已知随机变量 X 和 Y 的概率分布分别为

X	−1	0	1
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Y	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

并且 $P\{XY = 0\} = 1$。

（1）求二维随机变量 (X,Y) 的概率分布（只写出计算结果表格）；（2）判别 X 和 Y 是否相互独立。

4．已知随机变量 X、Y 分别服从 $N(1,3^2)$、$N(0,4^2)$，$\rho_{XY}=-\dfrac{1}{2}$，设 $Z=\dfrac{X}{3}+\dfrac{Y}{2}$。求（1）$Z$ 的数学期望与方差；（2）X 与 Z 的相关系数；（3）X 与 Z 是否相互独立？为什么？

5. 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0\le x\le 1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ $\theta>0$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，求 θ 的矩估计量和最大似然估计量。

四、按照要求解答下列各题已知随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-x}, x>0, \\ 0, \quad x \le 0. \end{cases}$$

求随机变量 $Y=X^2$ 的概率密度。

2．设总体 X 在 $(0，\theta)$ 内服从均匀分布，$X_1，X_2,\cdots,X_n\ (n \ge 2)$ 是取自总体 X 的样本，已知 θ 的两个无偏估计量为 $\hat{\theta}_1=2\overline{X}，\hat{\theta}_2=\dfrac{n+1}{n}\max(X_1，X_2,\cdots,X_{\mathrm{n}})$，判别 $\hat{\theta}_1$ 与 $\hat{\theta}_2$ 哪个更有效?

综合练习二

一、填空题

1. 设事件 A 与事件 B 相互独立，且 $P(A)=0.3$，$P(B)=0.4$，则 $P(A\cup B)$=_____.

2. 设随机变量 $X\sim B(2,\ 0.1)$，则 $P\{X=1\}$ = _________.

3. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ 则随机变量 $Y=2X+1$ 的概率密度函数为_______________.

4. 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则由切比雪夫不等式可知 $P\{|X-\mu|\ge 3\sigma\}\le$______.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 是来自总体的样本，其样本均值 $\overline{x}=5.2$，则未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为_______________.（$u_{0.025}=1.96$）

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots X_n$ 是来自总体 X 的样本, $\overline{X}$ 为样本均值，若 σ^2 已知，检验假设为 $H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\ne\mu_0$，则应取检验统计量为__________.

二、单项选择题

1. 设 A,B 为对立事件，$0<P(B)<1$，则下列概率值为 1 的是(　　　).

(A) $P(\overline{A}\mid\overline{B})$　　(B) $P(\overline{A}\mid B)$　　(C) $P(B\mid A)$　　(D) $P(AB)$

2. 设随机变量 $X\sim N(0,1), Y=2X+1$, 则 Y 服从(　　　).

(A) $N(0,1)$　　(B) $N(1,1)$　　(C) $N(1,4)$　　(D) $N(0,2)$

3. 已知二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，则 X 和 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=0$ 是 X 和 Y 相互独立的（　　　）.

(A) 充分必要条件　　(B) 必要非充分条件

(C) 充分非必要条件　　(D) 既不是充分条件也不是必要条件

4. 设随机变量 X 和 Y 的方差存在且都不等于零，则 $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ 是 X 和 Y(　　　).

(A) 不相关的充分非必要条件　　(B) 不相关的必要非充分条件

(C) 不相关的充分必要条件　　　　　(D) X 和 Y 相互独立的充分必要条件

5.设 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 是来自总体 $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$ 的样本，其中 μ 已知，σ 未知，则下列不是统计量的是(　　　).

(A) $\max\limits_{1\le k\le n} X_k$　　(B) $\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} X_k - \mu$　　(C) $\min\limits_{1\le k\le n} X_k$　　(D) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{X_k}{\sigma}$

6.设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的一个样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则下列样本函数中不是总体 X 期望 μ 的无偏估计量是（　　　）.

(A) $\overline{X}$　　(B) $X_1 + X_2 - X_3$　　(C) $0.2X_1 + 0.3X_2 + 0.5X_3$　　(D) $\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$

三、按照要求解答下列各题

1.已知甲、乙两箱中装有同种产品，其中甲箱中装有 2 件合格品和 2 件次品，乙箱中仅装有 2 件合格品，现从甲箱中随机地取出 2 件放入乙箱，求：(1) 乙箱中次品数 X 的概率分布；(2) 从乙箱中任取一件是次品的概率.

2.设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ $(-\infty < x < \infty)$. 求：(1) X 的分布函数；(2) $D(X)$.

3. 某箱装有 100 件产品，其中一、二和三等品分别为 80、10 和 10 件，现从中随机抽取一件，记

$$X_i=\begin{cases}1, & \text{抽到}i\text{等品}，\\ 0, & \text{其他}\end{cases}\quad i=1，2，3，$$

求：(1) 随机变量(X_1,X_2) 的概率分布（只写出分布表）；(2) $Cov(X_1，X_2)$.

4. 某厂检验保温瓶的保温性能，在保温瓶中灌满沸水，24 小时后测定其保温温度为 T，$T\sim N(62,5^2)$，若独立进行两次抽样测试，各次分别抽取 20 只和 12 只，样本均值分别为$\overline{T}_1,\overline{T}_2$，求样本均值$\overline{T}_1$与$\overline{T}_2$的差的绝对值大于$1^0C$的概率. $(\Phi(\sqrt{\frac{3}{10}})=0.7088)$

5. 设总体 $X \sim N(1, 2^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是从总体取的样本. $\overline{X}, S^2$ 分别为样本均值和样本方差，求 $E(S^2)$ 、$D(S^2)$ 及 $E[(\overline{X}S^2)^2]$.

四、解答下列各题

1. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) = \begin{cases} Cx, & 0 < x < 1,\ 0 < y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(1) 求常数 C；(2) 求 $P\{X + Y > 1\}$；(3) 求 X 与 Y 的边缘概率密度，并判断 X 与 Y 是否相互独立.

2. 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}x^{\frac{1-\theta}{\theta}}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$，其中 θ（$\theta>0$）是未知参数，又 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自总体 X 的样本，求 θ 的矩估计量和最大似然估计量.