

保密★启用前

2019-2020 学年第一学期期末考试

## 《概率论与数理统计 B》

### 考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生**教学号**和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生**教学号**，并涂写考生**教学号**信息点。
2. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
3. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生教学号								
考生姓名								

一、选择题：1~6 小题，每小题 3 分，共 18 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效。

1. 下列等式不成立的是 ( )。

- (A)  $A = AB \cup A\bar{B}$ ; (B)  $A - B = A\bar{B}$ ;  
(C)  $(AB)(\overline{AB}) = \emptyset$ ; (D)  $(A - B) \cup B = A$ .

2. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x)$ ，且对任意实数  $x$ ，有  $f(-x) = f(x)$ ， $F(x)$  为  $X$  的分布函数，则对任意实数  $a$ ，有 ( )。

- (A)  $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x) dx$ ; (B)  $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x) dx$ ;  
(C)  $F(-a) = F(a)$ ; (D)  $F(-a) = 2F(a) - 1$ .

3. 设随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  ( $\sigma > 0$ )，记  $p = P\{X \leq \mu + \sigma^2\}$ ，则 ( )。

- (A)  $p$  随着  $\mu$  的增加而增加; (B)  $p$  随着  $\mu$  的增加而减少;  
(C)  $p$  随着  $\sigma$  的增加而增加; (D)  $p$  随着  $\sigma$  的增加而减少.

4. 设随机变量  $X \sim N(1, 1)$ ， $Y \sim N(1, 2)$ ，且  $X$  与  $Y$  相互独立，若  $Z = 2X - Y$ ，则  $Z$  服从 ( )。

- (A)  $N(1, 6)$ ; (B)  $N(1, 2)$ ; (C)  $N(1, 1)$ ; (D)  $N(1, 0)$ .

5. 设随机变量  $X, Y$  不相关，且  $E(X) = 2$ ， $E(Y) = 1$ ， $D(X) = 1$ ，则  $E[X(X - Y + 1)] = ( )$ 。

- (A) 0; (B) 1; (C) 3; (D) 5.

6. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $\mu$  与  $\sigma^2$  均未知， $X_1, X_2, \dots, X_n$  为总体  $X$  的样本，则参数  $\mu$  的置信水平为  $1 - \alpha$  的置信区间为 ( )。

- (A)  $\left( \bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha/2}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\alpha/2} \right)$ ; (B)  $\left( \bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) \right)$ ;  
(C)  $\left( \bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n), \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n) \right)$ ; (D)  $\left( \bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n) \right)$ .

二、填空题：7~12 小题，每小题 3 分，共 18 分。请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效。

7. 已知  $P(B)=0.5$ ,  $P(A \cup B)=0.6$ , 则  $P(\overline{AB})=$ \_\_\_\_\_.

8. 在一个均匀陀螺的圆周上均匀地刻上  $(0,1)$  内所有实数, 旋转陀螺, 陀螺停下时, 圆周与桌面的接触点位于  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$  内的概率为\_\_\_\_\_.

9. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x)=\begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$  以  $Y$  表示对  $X$  的三次重

复独立观察中事件  $P\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$  出现的次数, 则  $P\{Y \geq 1\}=$ \_\_\_\_\_.

10. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率分布为

$X \backslash Y$		
	0	1
0	0.1	0.2
1	0.3	0.4

则  $Z = X + Y$  的概率分布为\_\_\_\_\_.

11. 设在每次试验中, 事件  $A$  发生的概率是 0.8, 用  $X$  表示 1000 次独立试验中事件  $A$  发生的次数, 根据切比雪夫不等式, 有  $P\{760 < X < 840\} \geq$ \_\_\_\_\_.

12. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本,  $\sigma^2$  已知, 在显著性水平  $\alpha$  下, 检验假设  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ , 应选取的检验统计量为\_\_\_\_\_.

**三、解答题:** 13~19 小题, 共 64 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (本题满分 10 分)

有两箱同种零件, 在第一箱内装 10 件, 其中有 9 件是一等品; 在第二箱内装 15 件, 其中有 7 件是一等品. 现从两箱中随机地取出一箱, 然后从该箱中取两次零件, 每次随机地取出一个零件, 取出的零件均不放回. 求:

(1) 第一次取出的零件是一等品的概率;

(2) 在第一次取出的零件是一等品的条件下, 第二次取出的零件是一等品的概率.

## 14. (本题满分 9 分)

同时抛投 3 枚硬币, 以  $X$  表示出现数字面的枚数, 求  $E(X)$ ,  $D(X)$ .

## 15. (本题满分 10 分)

设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

求: (1) 概率  $P\{1 < X < 2\}$ ; (2)  $D(2X-1)$ .

## 16. (本题满分 8 分)

设随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2-x-y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

求: (1) 概率  $P\{Y \geq X\}$ ; (2) 条件概率密度  $f_{Y|X}(y|x)$ .

## 17. (本题满分 8 分)

设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 其概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$$

求  $Z = X + Y$  的概率密度.

## 18. (本题满分 7 分)

从总体  $N(\mu, \sigma^2)$  中抽取容量为 16 的样本, 其中  $\mu$  与  $\sigma^2$  均为未知,  $S^2$  为样本方

差, 求概率  $P\left\{\frac{S^2}{\sigma^2} \leq 2.0385\right\}$ . ( $\chi_{0.01}^2(15) = 30.578$ )

## 19. (本题满分 12 分)

设总体  $X$  的概率密度为  $f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ , 其中  $\theta > -1$  是未知参

数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本. 求:

(1)  $\theta$  的矩估计量; (2)  $\theta$  的最大似然估计量.