



计算机控制系统

二阶工程最佳设计法

——选自第5.6节 二阶工程最佳设计法

2018.08

童年无聊的数学题

一个水池有一个注水口，有一个出水口，单开注水口，水池2小时注满；单开出水口，水池4小时放完。

请问：如果注水口与出水口同时打开，水池多久能注满？

某手机电池可在2小时充满；屏幕常亮状态下电池4小时放完。

请问：该手机的用户一直在充电状态下玩手机，电池多久能充满？

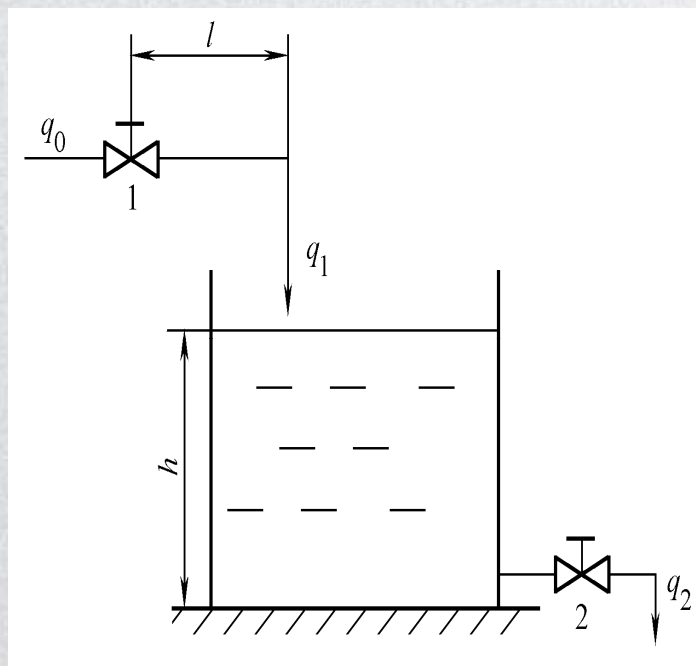


大家猜猜看：刚才的问题如果建立数学模型，极有可能是

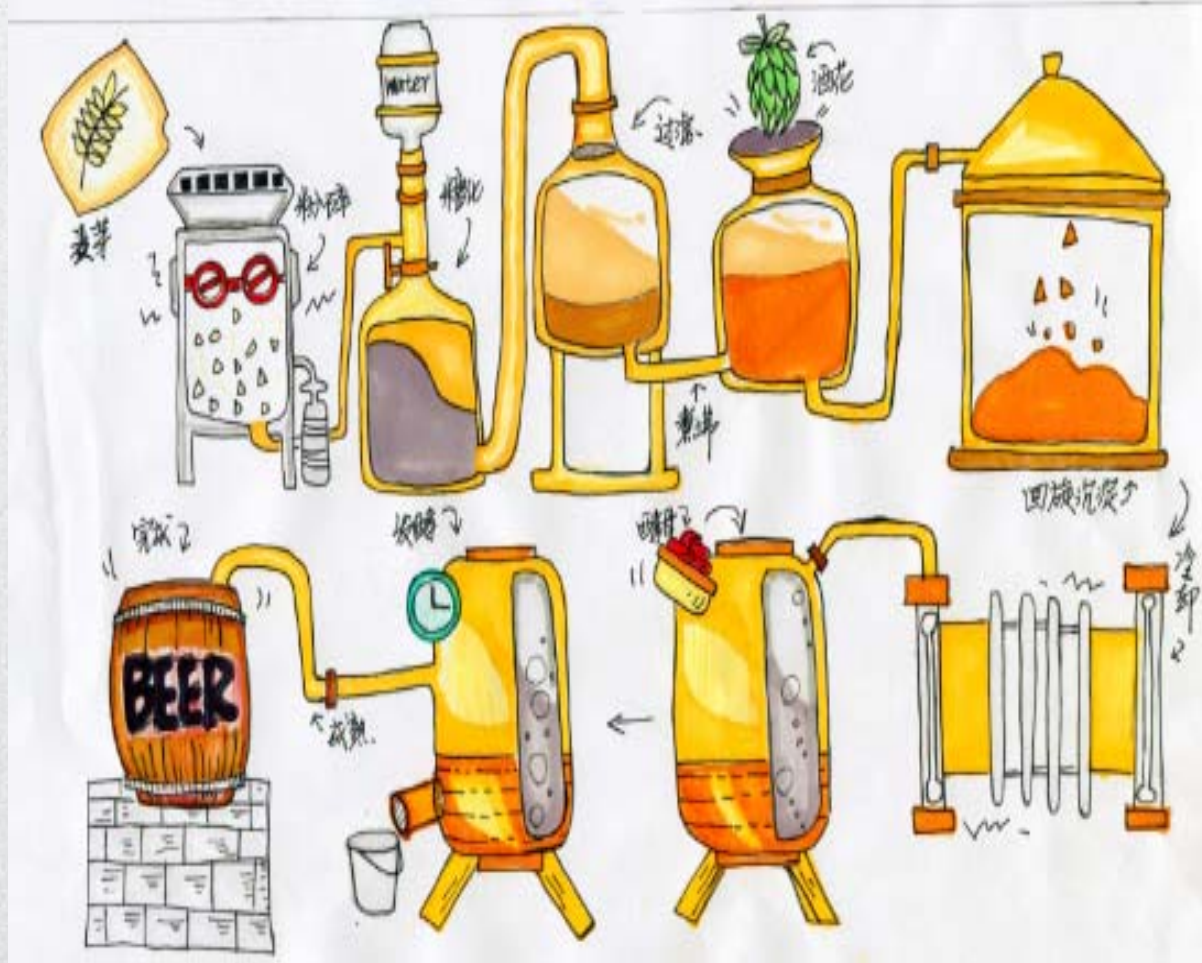
- ☐ A 比例系统
- ☐ B 惯性系统
- ☐ C 一阶微分系统
- ☐ D 典型二阶系统

提交

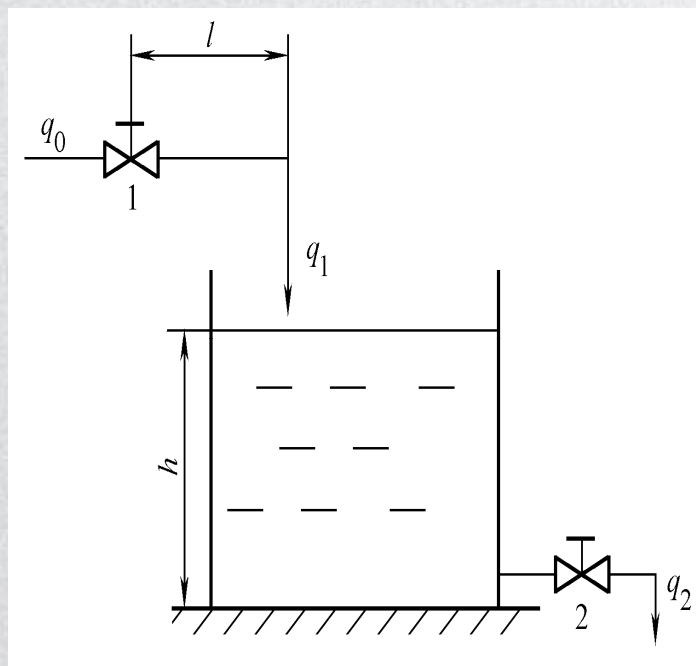
单容系统



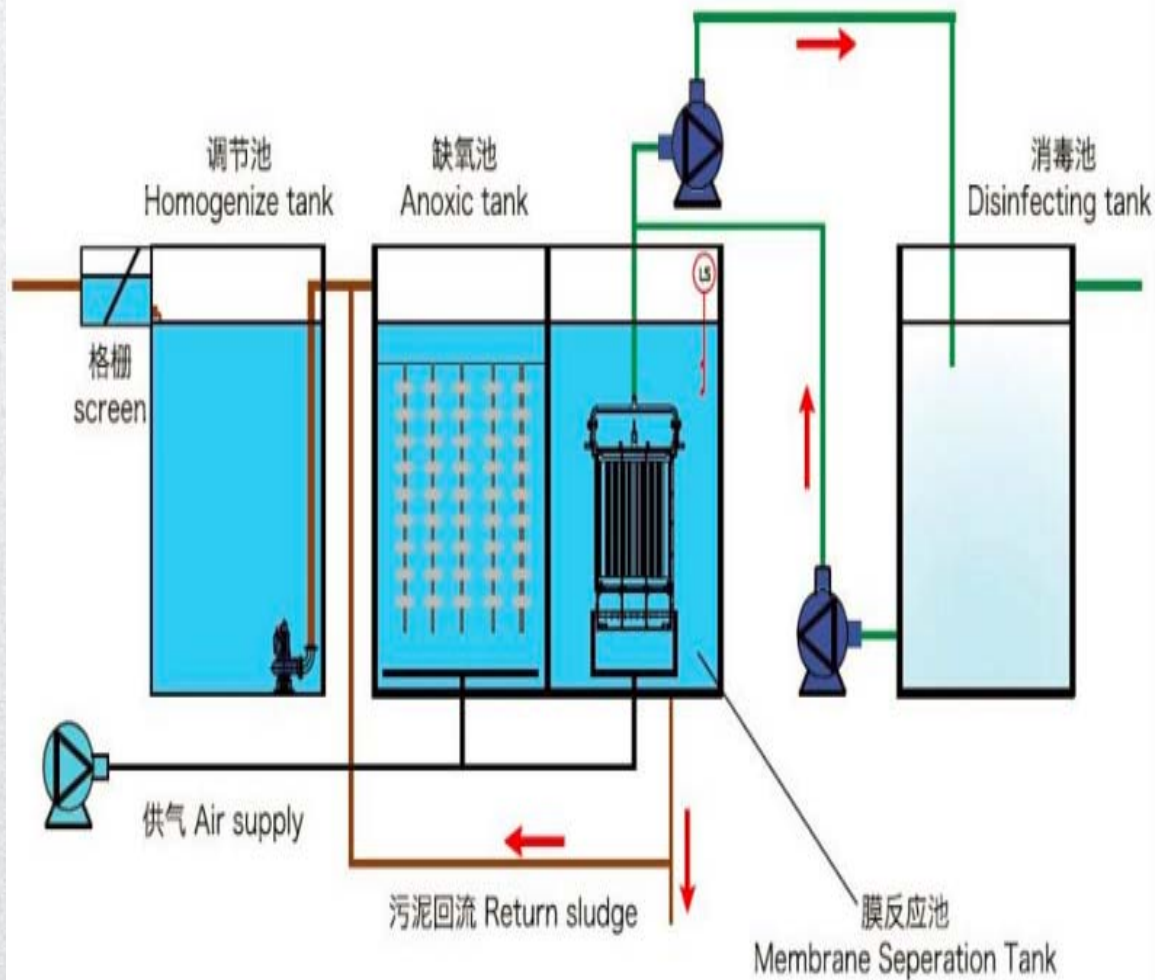
$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-\tau s}$$



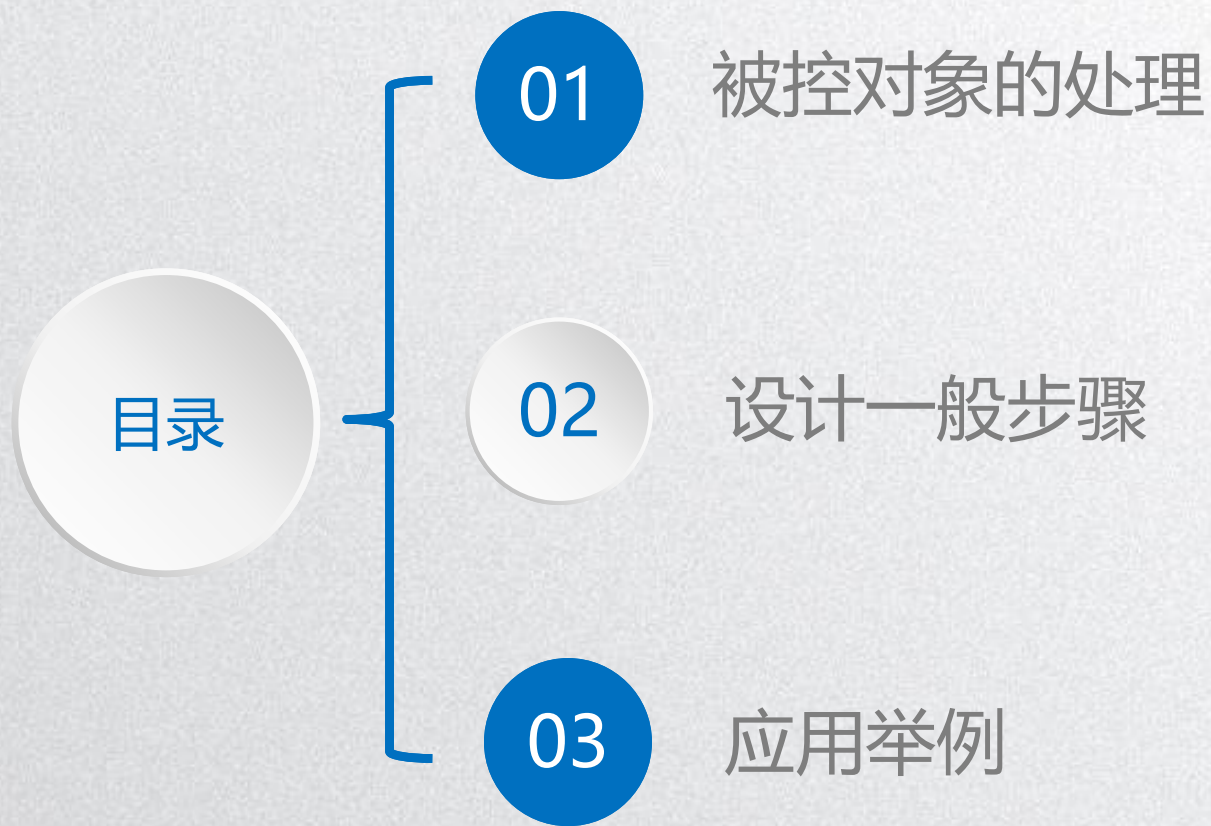
单容系统



$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-\tau}$$



二阶工程最佳设计法





Part 1



被控对象的处理

本讲的工程最佳设计法是针对双惯性环节被控对象，然而现实工程中有一些被控对象并非呈现出双惯性特征，但是可通过如下方式进行处理：

情况1：

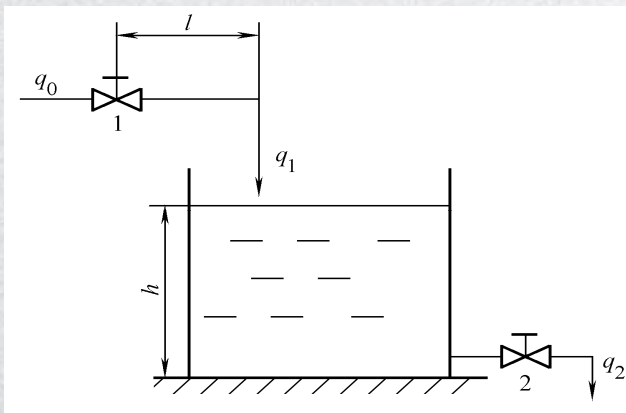
纯滞后环节泰勒级数展开近似成惯性环节

$$e^{-\tau s} = \frac{1}{1 + \tau s + \frac{\tau^2}{2!} s^2 + \frac{\tau^3}{3!} s^3 + \dots}$$

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-\tau s}$$

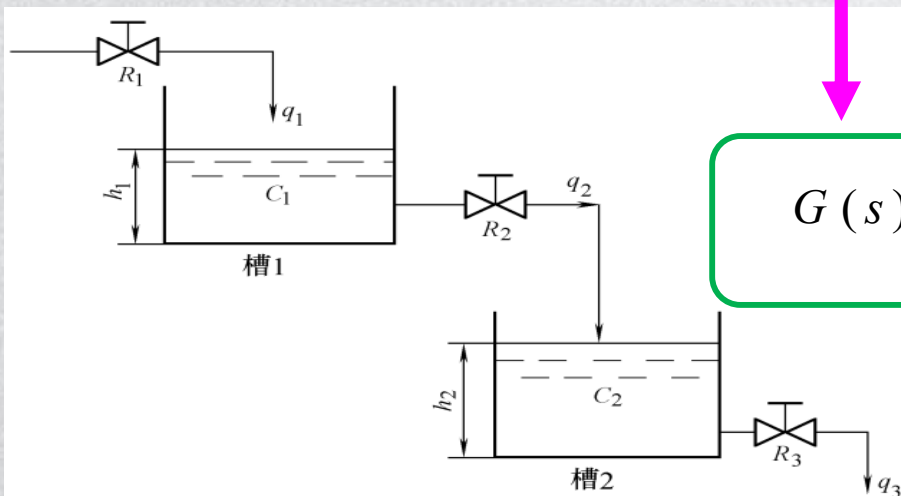
$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(\tau s + 1)}$$

计算机控制系统



$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} \cancel{e^{-s}}$$

$$e^{-\tau s} = \frac{1}{1 + \tau s + \frac{\tau^2}{2!} s^2 + \frac{\tau^3}{3!} s^3 + \dots}$$



$$G(s) = \frac{1}{T_1 s + 1} \times \frac{R_3}{T_2 s + 1}$$


本讲的工程最佳设计法是针对双惯性环节被控对象，然而现实工程中有一些被控对象并非呈现出双惯性特征，但是可通过如下方式进行处理：

情况2：

在一定条件下，将多个小惯性环节近似成一个惯性环节

$$T_1, T_2 \ll T_3 \quad T_{\Sigma} = T_1 + T_2$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)}$$


$$G(s) = \frac{k}{(T_{\Sigma}s + 1)(T_3s + 1)}$$

计算机控制系统

本讲的工程最佳设计法是针对双惯性环节被控对象，然而现实工程中有一些被控对象并非呈现出双惯性特征，但是可通过如下方式进行处理：

情况3：

多阶小惯性环节中高次项系数小到一定程度可以直接忽略

$$a, b \ll c$$

$$bc > a$$

保证系统稳定

$$G(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)(as^3 + bs^2 + cs + 1)}$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)(cs + 1)}$$



Part 2

设计一般步骤

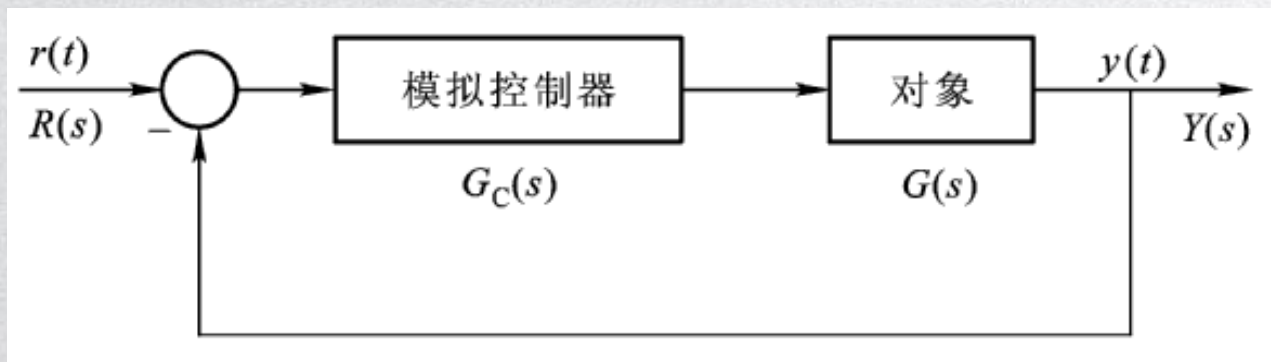
计算机控制系统

二阶系统闭环传递函数的一般形式是 $\Phi(s) = \frac{1}{1 + T_1s + T_2s^2}$

按照连续控制系统的二阶工程最佳设计方法，应有 $T_1 = \sqrt{2T_2}$

频域中最佳

设 $\Phi_0(s)$ 为该系统的开环传递函数，则有 $\Phi(s) = \frac{\Phi_0(s)}{1 + \Phi_0(s)}$



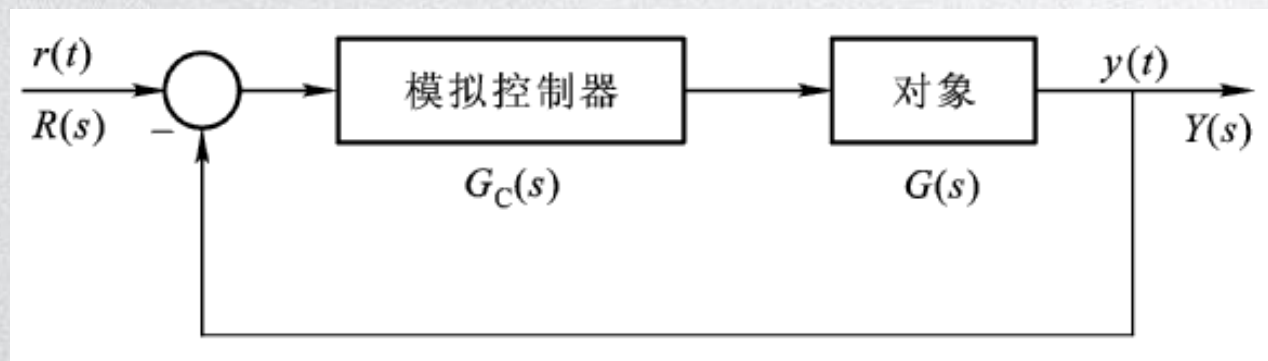
计算机控制系统

二阶品质最佳系统开环传递函数的形式 $\Phi_0(s) = \frac{1}{\sqrt{2T_2}s(\frac{1}{2}\sqrt{2T_2}s+1)}$

$G(s) = \frac{k}{(T_{s1}s+1)(T_{s2}s+1)}$ \times $G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{T_I s}$

消去惯性环节 $T = T_*$

比较系数，求出 τ, T_I, T_2



利用二阶工程最佳法设计数字控制器的步骤：

- ✓ 将连续系统开环传函简化整理成二阶尾1标准形式

$$G(s) = \frac{k}{(T_{s1}s + 1)(T_{s2}s + 1)}$$

$$T_{s1} > T_{s2}$$

- ✓ 利用二阶工程最佳设计思想设计动态校正模拟PI控制器

$$G_c(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{T_I s}$$

其中

$$\tau_1 = T_{s1}, \quad T_I = 2kT_{s2}$$

$$G_c(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{K_I s} \right)$$

$$K_P = \frac{T_{s1}}{2kT_{s2}}, \quad K_I = T_{s1}$$

$$G_c(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{T_I s}$$

$$T_I = T_{s1}$$

$$T_I = 2kT_{s2}$$

- ✓ 采用后向差分法，令 $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$ 离散模拟PI控制器，得到相应数字PI控制器 $D(z)$ ，并整理成所需要的形式。

前向

$$s = \frac{z-1}{T}$$

收敛性

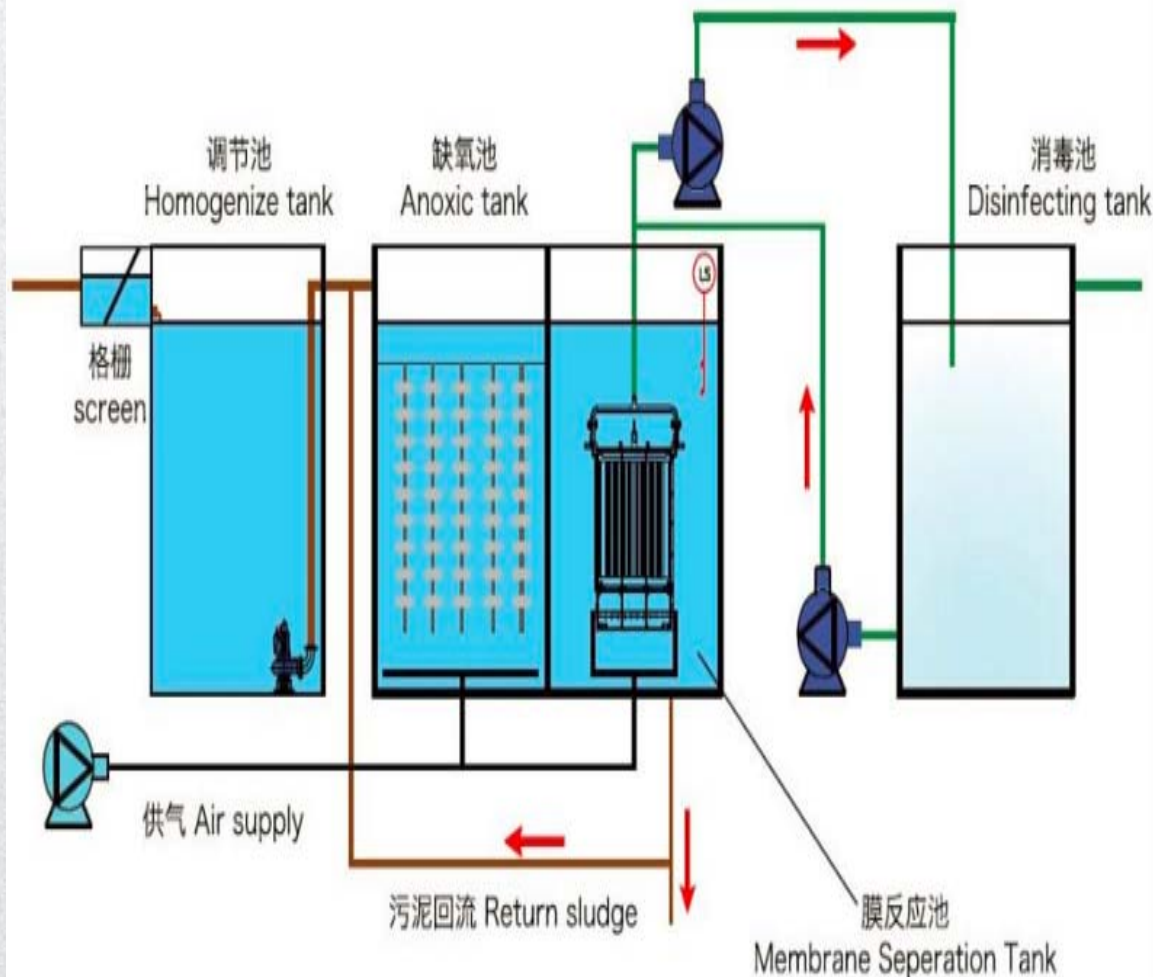
$$\delta = \frac{z}{T} \frac{1-zT}{1+zT}$$

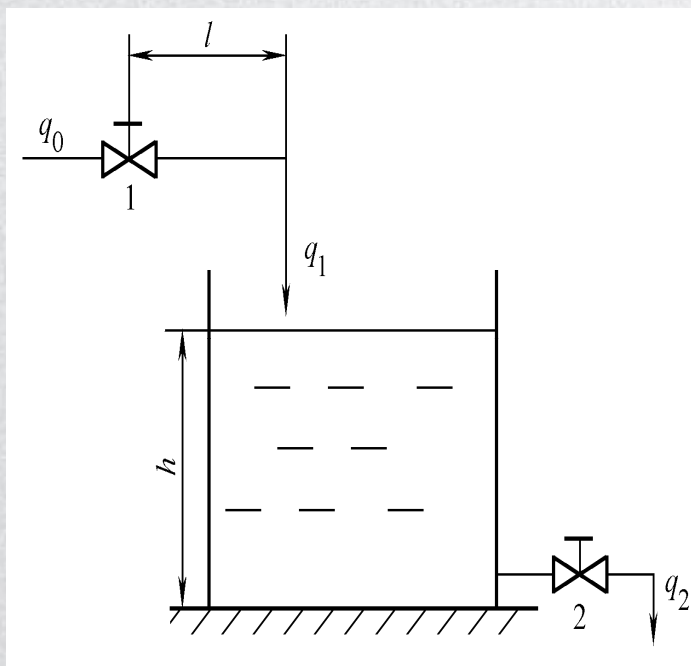
Part 3

应用举例

计算机控制系统

水污染现状与工业废水、城镇生活污水排放密切相关。2011年以来我国废水排放总量呈上升趋势，污水治理需求不断提升。基于对水环境的深切担忧，加强水污染防范与城镇污水治理被列为“十三五”期间环境治理的重点内容。





$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-\tau s}$$

以乙烯工程污水处理厂自动排水处理过程为例，流入蓄水池的液体流量随时间不断变化，工程上需要自动调节液体的出水量，即：蓄水池液位控制，从而完成污水处理的其中一个关键步骤。以上污水处理过程(当从阀到蓄水池之间的水管较长时)与“纯滞后单容过程”极为相似，如图所示。采样周期取1秒，通过系统辨识，能够获得系统参数

$$k = 10 \quad T_1 = 5 \quad \tau = 2$$

计算机控制系统

尾1标准型

$$T_{s1} > T_{s2}$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_{s1}s + 1)(T_{s2}s + 1)}$$

PI控制器

$$G_c(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{T_I s}$$

$$\tau_1 = T_{s1}, \quad T_I = 2kT_{s2}$$

差分离散化

$$s = \frac{1-z^{-1}}{T}$$

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-\tau s} \quad k = 10 \quad T_1 = 5 \quad \tau = 2$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(\tau s + 1)} \quad T_1 > \tau$$

$$G_c(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{T_I s}$$

$\tau_1 = 5, \quad T_I = 40$

$$G_c(s) = \frac{5s + 1}{40s}$$

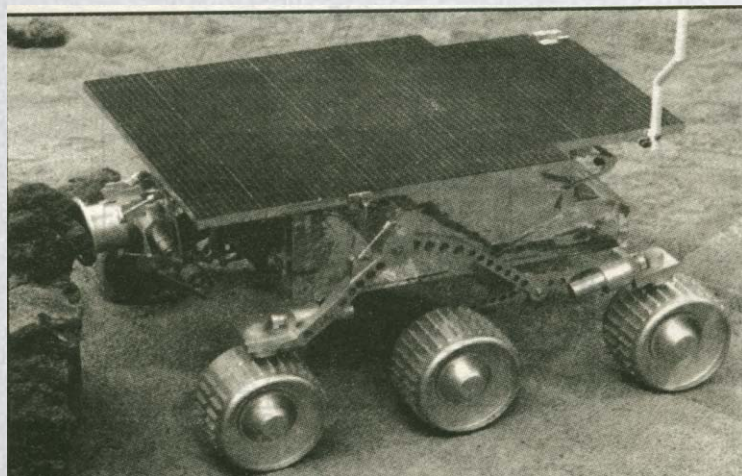
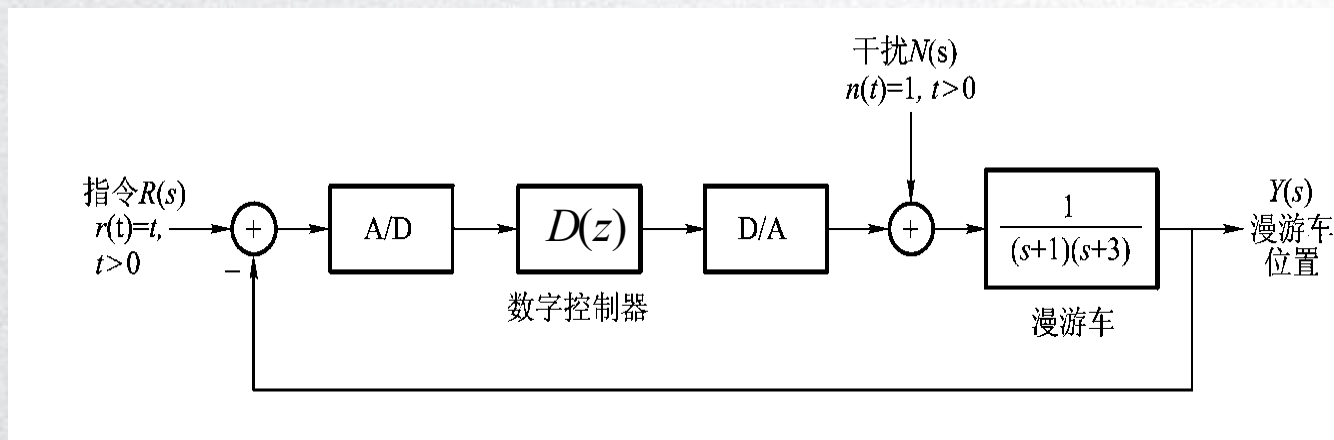
$$D(z) = G_c(s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{5s + 1}{40s} \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{6 - 5z^{-1}}{40 - 40z^{-1}}$$

计算机控制系统



膜分离池
Membrane Separation Tank

计算机控制系统



以太阳能作动力的“逗留者号”火星漫游车如左图所示，由地球上发出的路径控制信号能对该装置实施遥控操作，控制系统结构如上图所示，试采用二阶工程最佳法确定系统中的数字控制器，设采样周期为 $0.1s$ 。

解： 将连续部分开环传递函数整理成

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)} = \frac{3}{(s+1)(\frac{1}{3}s+1)}$$

于是有 $T_{s1} = 1 \quad T_{s2} = \frac{1}{3} \quad K = \frac{1}{3}$

选择PI控制器 $G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{T_I s}$

经计算得 $\tau = T_{s1} = 1 \quad T_I = 2KT_{s2} = \frac{2}{9}$

因此有 $G_c(s) = \frac{s+1}{\frac{2}{9}s} = \frac{9}{2}(1+\frac{1}{s})$

利用后向差分法离散得相应数字控制器为

$$D(z) = G_c(s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{9}{2} \left(1 + \frac{T}{1-z^{-1}} \right) = 4.5 \left(1 + \frac{0.1}{1-z^{-1}} \right)$$

三种模型近似处理

$$G(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-\tau s}$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(as^3 + bs^2 + cs + 1)}$$

针对双惯性环节，掌握二阶工程最佳设计法

设计法三步走原则

尾1标准型

PI控制器

差分离散化

计算机控制系统

参考 书籍

- 李元春 《计算机控制系统》 高等教育出版社
- 高金源 《计算机控制系统》 高等教育出版社

相关 资料

- 电力拖动自动控制系统关于PID设计部分
- 过程控制与自动化仪表关于单容、双容部分





谢谢!