一、连续，可偏导，可微

（15 ）若 $f(x,y)$ 的点 (x_0,y_0) 处的两个偏导数都存在，则（　B　）.

（A） $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的某个邻域内有界；

（B） $f(x,y_0)$ 在点 x_0 处连续， $f(x_0,y)$ 在点 y_0 处连续；

（C） $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的某个邻域内连续；

（D） $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微.

（16）函数 $f\left(x,y\right)=\sqrt{x^2+y^4}$ 在点(0,0)处的偏导数（ B　　　）.

（A） $f_x'(0,0)$ 存在， $f_y'(0,0)$ 不存在　　（B） $f_x'(0,0)$ 不存在， $f_y'(0,0)$ 存在

（C） $f_x'(0,0)$， $f_y'(0,0)$ 都存在　　（D） $f_x'(0,0)$， $f_y'(0,0)$ 都不存在

（17）关于二元函数 $f(x,y)$ 有下列四个命题：

① $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处可微

② $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处偏导数存在

③ $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处连续

④ $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处存在连续的偏导数

如果用 $A\Rightarrow B$ 表示可由命题 A 得出命题 B，则下列正确的是（　A　　）.

（A） ①⇒②　　（B） ②⇒①

（C） ①⇒④　　（D） ③⇒④

（18）设函数 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}+\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，则函数 $f\left(x,y\right)$ 在点 $(0,0)$ 处（ D ）.

（A）连续，且偏导数存在　　（B）连续，但偏导数不存在

（C）不连续，但偏导数存在　　（D）不连续，且偏导数不存在

（19）$z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)偏导数存在，是该函数在点(x_0,y_0)可微的（ A ）.

(A) 必要且非充分条件；　(B) 充分但非必要条件；

(C) 充分必要条件；　(D) 既非充分，也非必要条件.

二、求极限、全微分、偏导数

（15）已知 $f(1,2)=4, \mathrm{d}f(1,2)=8\mathrm{d}x+4\mathrm{d}y, \mathrm{d}f(1,4)=16\mathrm{d}x+8\mathrm{d}y$，则 $z=f(x,f(x,y))$ 在点（1, 2）处对 x 的偏导数为___80_______.

（16）设方程 $xyz+\mathrm{e}^z=1$ 确定 z 是 x，y 的函数，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（ C ）.

（A）$-\dfrac{yz}{\mathrm{e}^z}$　（B）$\dfrac{yz}{\mathrm{e}^z}$　（C）$-\dfrac{yz}{xy+\mathrm{e}^z}$　（D）$\dfrac{yz}{xy+\mathrm{e}^z}$

（16）　极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to\pi}}\dfrac{\sin(xy)}{x}=$ _______π________.

（17）极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{xy}{x^2+y^2}=$（ D ）.

（A）$\dfrac{2}{3}$　（B） 0　（C）$\dfrac{5}{6}$　（D）不存在

（17）设函数 $z=f(x,y)$ 连续，且 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)-x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$，则 $\mathrm{d}z\big|_{(0,0)}=$ _ $\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$ __.

（18）设 $z=f\left(x+y,xy\right)$，其中 f 是 $C^{(1)}$ 类函数，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$_____ $f_1'+yf_2'$ ______.

（19）设 $z=\cos\mathrm{e}^{xy}$，则 $\mathrm{d}z=$___ $-\mathrm{e}^{xy}\sin\mathrm{e}^{xy}(y\mathrm{d}x+x\mathrm{d}y)$________.

三、方向导数和梯度

（15）函数 $u=xy^2+yz^3$ 在 $P_0(2,-1,1)$ 处沿方向 $\vec{l}=(2,2,-1)$ 的方向导数为__8/3______.

（16）函数 $u=x^2-xy+2yz$ 在点 $(1,1,1)$ 处的方向导数的最大值为__ $\sqrt{6}$ ______.

（17）求函数 $u=x^2+y^2+z^2-xy+2yz$ 在点 $M(-1,2,-3)$ 处的梯度及在该点处沿 $\boldsymbol{l}=(1,1,1)$ 方向的方向导数.

（18）函数 $u=x^2+y^2-xyz$ 在点 $(1,1,1)$ 处的方向导数的最大值是__ $\sqrt{3}$ __.

（19）设山坡的高度为 $z=5-x^2-2y^2$，一个登山者在山坡上点 $(-\frac{3}{2},-1,\frac{3}{4})$ 处，他决定沿最陡的道路向上攀登，则他应当选取的方向 $\boldsymbol{l}$ 是（　　C　　）

（A）$\boldsymbol{l}=(-4,3)$；　（B）$\boldsymbol{l}=(-3,-4)$；　（C）$\boldsymbol{l}=(3,4)$；　（D）$\boldsymbol{l}=(4,-3)$.

四、偏导数的几何应用

（15）求曲线$\begin{cases} x = t \\ y = -t^2 \\ z = t^3 \end{cases}$与平面$x + 2y + z = 4$平行的切线方程.

（16）在曲面$z = xy$上求一点，使这点处的法线垂直于平面$x + 3y + z + 9 = 0$，并写出该法线方程.

（17）曲面$e^z - z + xy = 3$在点$M(2,1,0)$处的切平面方程为_$x + 2y - 4 = 0$__.

（18）过点$(1,0,0)$与$(0,1,0)$，且与曲面$z = x^2 + y^2$相切的平面方程为（　B　）.

（A）$z = 0$与$x + y - z = 1$　　（B）$z = 0$与$2x + 2y - z = 2$

（C）$y = x$与$x + y - z = 1$　　（D）$y = x$与$2x + 2y - z = 2$

（19）求曲面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 平行于平面 $x+4y+6z=0$ 的切平面方程.

五、抽象复合函数的高阶偏导数，隐函数微分法等

（15）设 $z=f\left(x+y,\ x-y,\ xy\right)$,函数 f 存在二阶连续的偏导数，求 $\mathrm{d}\,z$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

（16）设 f 为 $C^{(2)}$ 类函数，且 $z=f(x+y,x-y)$，求 $\mathrm{d}\,z$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

（17）设 f 为 $C^{(2)}$ 类函数，且 $z=f(xy)$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__ $f'+xyf''$__.

（18）已知函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x=z\cdot \mathrm{e}^{y+z}$ 所确定的隐函数，求 $\mathrm{dz}\big|_{(\mathrm{e},0)}$.

（19）设 $z=x^3 f\left(xy,\dfrac{y}{x}\right)$， f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

六、极值最值

（15）求二元函数 $f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$ 的极值.

（16）设 $x>0,y>0,z>0$，用 Lagrange 乘数法求函数 $u=x^3y^2z$ 在约束条件 $x+y+z=12$ 下的最大值.

（17）求函数 $f(x,y)=x^2+2y^2-x$ 在闭区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1\right\}$ 上的最大值和最小值.

（18）函数 $z=x^2-y^2+2y+7$ （ C ）.

（A）没有驻点，也没有极值点　　（B）有驻点，也有极值点

（C）有驻点，但没有极值点　　（D）没有驻点，但有极值点

（18）利用 Lagrange 乘数法求函数 $f(x,y)=2x-y+1$ 满足约束条件 $x^2+y^2=5$ 下的最大值和最小值.

（19）设 $f(1,1)=-1$ 为函数 $f(x,y)=ax^3+by^3+cxy$ 的极值，则 a,b,c 分别等于（ D ）.

(A) $1,1,-1$; ；　(B) $-1,-1,3$;　(C) $-1,-1,-3$;　(D) $1,1,-3$.

（19）求函数 $z = x^2 + y^2$ 在圆域 $\left\{(x, y) \middle| (x-\sqrt{2})^2 + (y-\sqrt{2})^2 \le 9\right\}$ 上的最大值与最小值.