



工程力学

第4章 专题





第4章 力系的平衡

4. 1 桁架

4. 2 重心



4.1 桁架

桁架：由直杆彼此在端部连接，受力后几何形状不变的结构

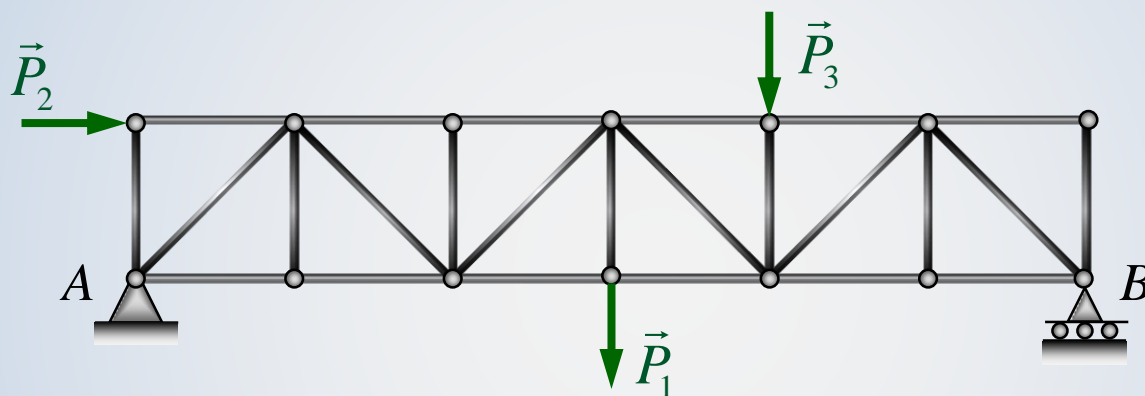




4.1 桁架

一、平面桁架的基本假设：

平面桁架：所有的杆件都在同一平面内。



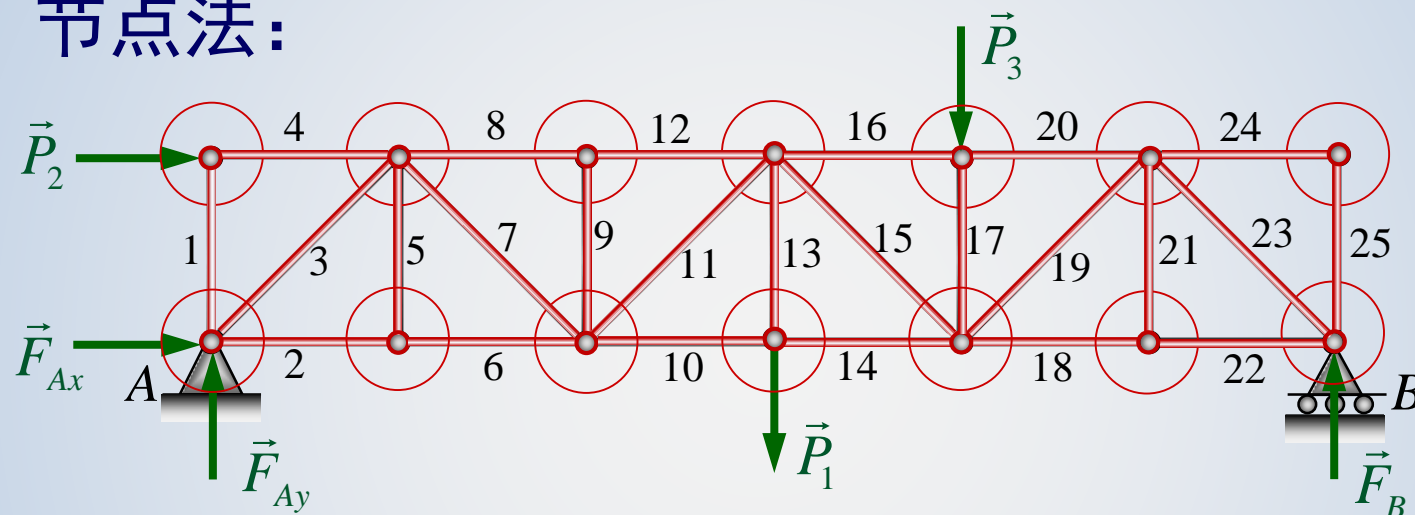
1. 各杆在端点以光滑铰链连接；
2. 各杆均为直杆；
3. 不计杆重，且载荷通过节点。

每个杆件都是二力杆, 每个节点受平面汇交力系作用

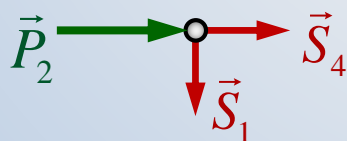
4.1 桁架

二、计算平面桁架内力方法：

1、节点法：



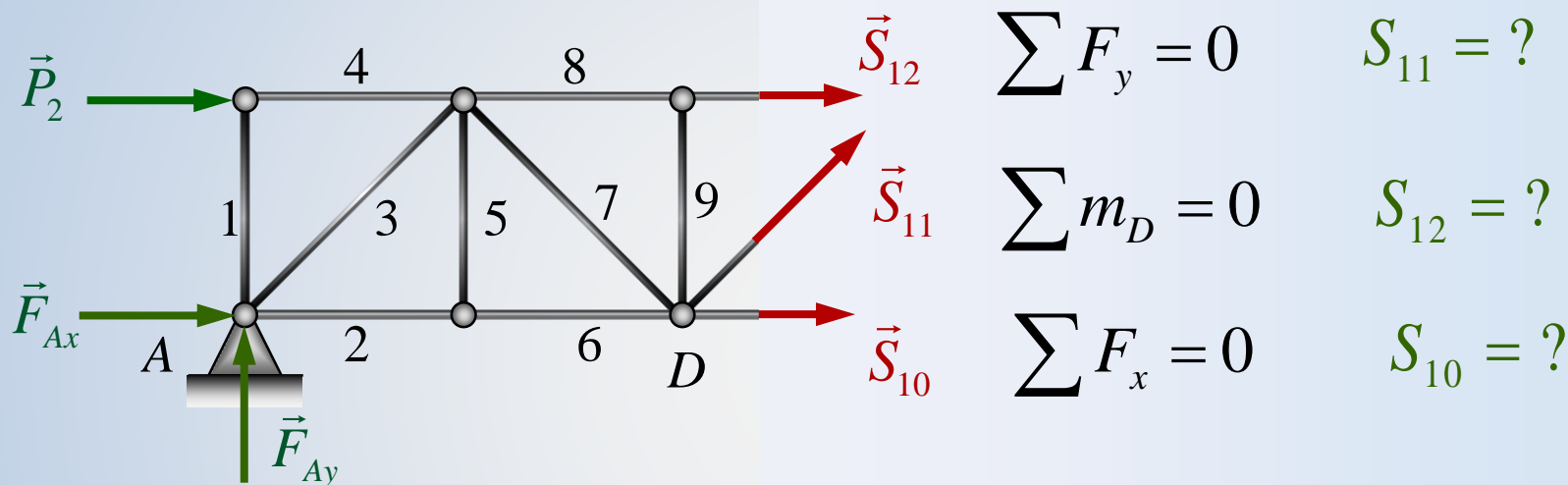
- (1) 选整体，求支反力 $\vec{F}_B, \vec{F}_{Ax}, \vec{F}_{Ay}$
- (2) 逐个节点研究（首先从未知量不超过两个的节点出发）



- (3) 应用平面汇交力系平衡条件求解

4.1 桁架

2、截面法：

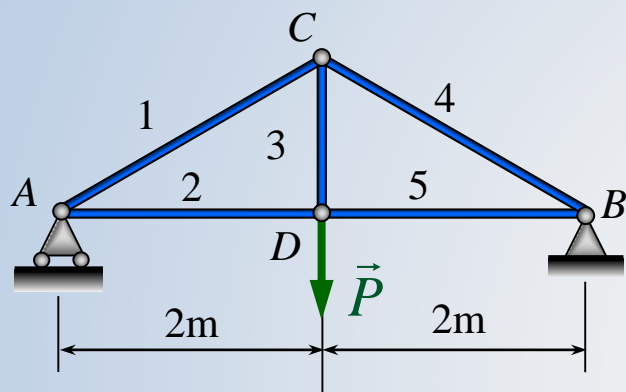


- (1) 选整体，求支反力 \vec{F}_B , \vec{F}_{Ax} , \vec{F}_{Ay}
- (2) 用一个面截开，取左侧（或右侧）
- (3) 应用平面一般力系平衡条件求解



4.1 桁架

例1 已知: $P=10\text{kN}$, 尺寸如图, 求: 桁架各杆件受力。

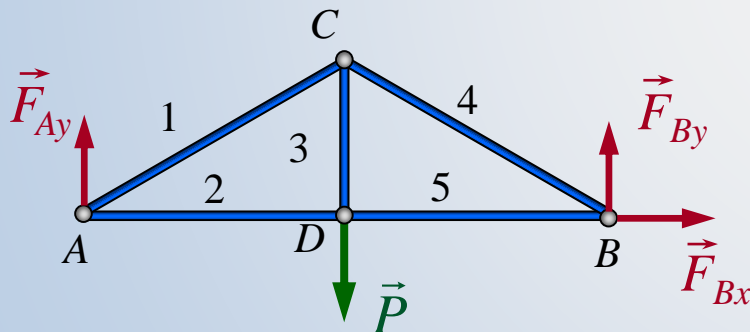


解: 求支座反力:

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Bx} = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad 2P - 4F_{Ay} = 0 \quad F_{Ay} = 5\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F_{By} - P = 0 \quad F_{By} = 5\text{kN}$$

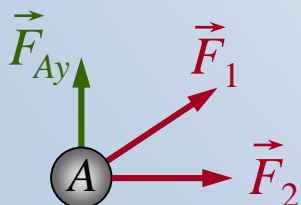


取节点A, 画受力图。

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F_1 \sin 30^\circ = 0$$

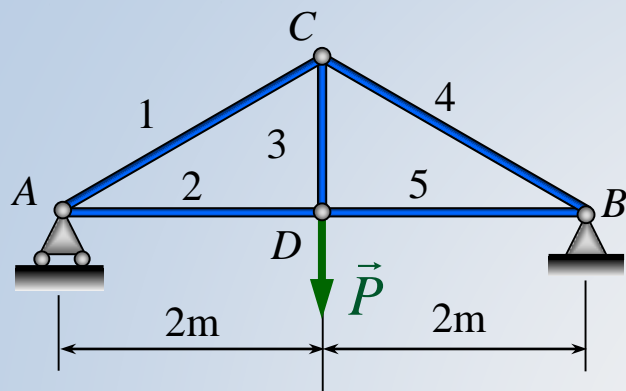
$$\sum F_x = 0 \quad F_2 + F_1 \cos 30^\circ = 0$$

解得 $F_1 = -10\text{kN}$ (压) $F_2 = 8.66\text{kN}$ (拉)





4.1 桁架



· 取节点C, 画受力图.

$$\sum F_x = 0 \quad F_4 \cos 30^\circ - F_1' \cos 30^\circ = 0$$

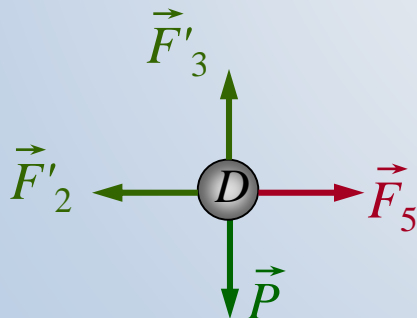
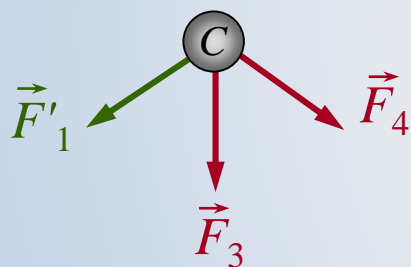
$$\sum F_y = 0 \quad -F_3 - (F_1' + F_4) \sin 30^\circ = 0$$

解得 $F_4 = -10\text{kN}$ (压) $F_3 = 10\text{kN}$ (拉)

· 取节点D, 画受力图.

$$\sum F_x = 0 \quad F_5 - F_2' = 0$$

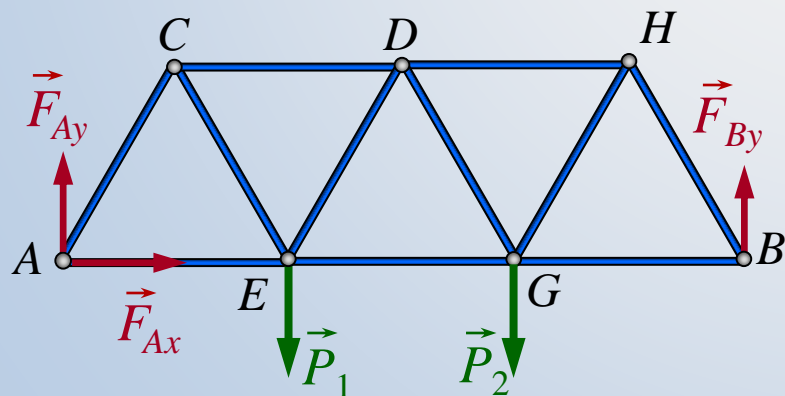
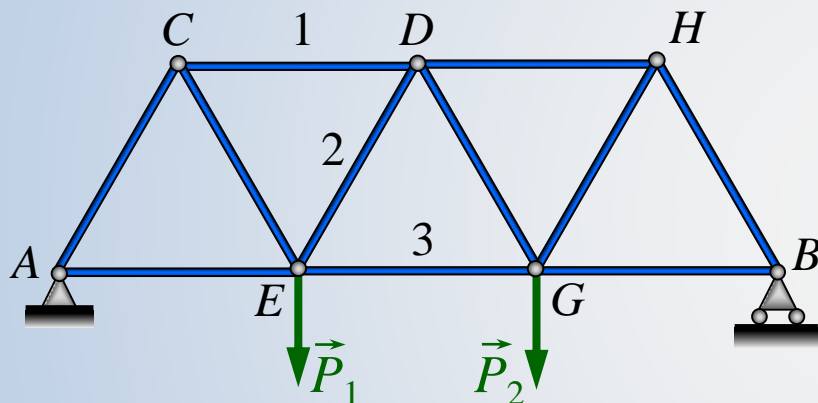
解得 $F_5 = 8.66\text{kN}$ (拉)





4.1 桁架

例2 已知: $P_1 = 10\text{kN}$, $P_2 = 7\text{kN}$, 各杆长度均为1m;
求: 1, 2, 3 杆受力。



解: 取整体, 受力分析

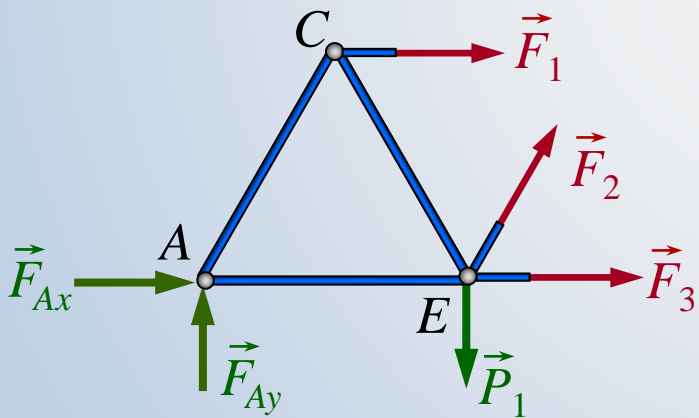
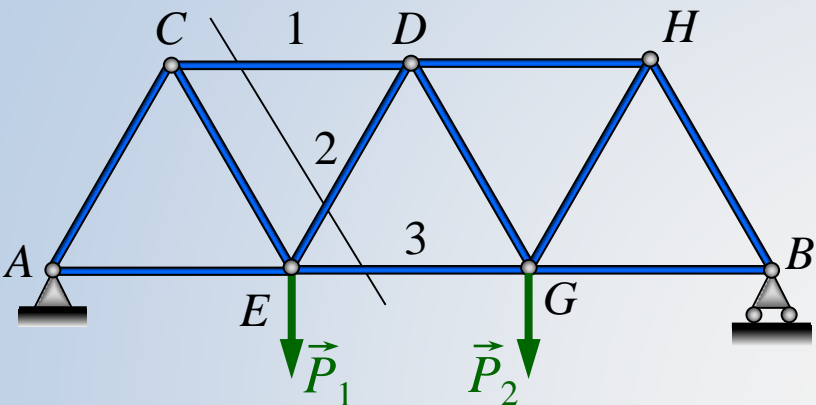
$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad 2P_1 + P_2 - 3F_{Ay} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F_{By} - P_1 - P_2 = 0$$

$$\text{解得 } F_{Ay} = 9\text{kN} \quad F_{By} = 8\text{kN}$$

4.1 桁架



用截面法, 取桁架左边部分

$$\sum M_E = 0 \quad -F_1 \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ - F_{Ay} \cdot 1 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F_2 \cdot \sin 60^\circ - P_1 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_1 + F_3 + F_2 \cos 60^\circ = 0$$

解得 $F_1 = -10.4\text{kN}$ (压)

$$F_2 = 1.15 \text{ kN} \quad (\text{拉})$$
$$F_3 = 9.8\text{kN} \quad (\text{拉})$$



4.1 桁架

或取桁架右边部分

$$\sum M_D = 0$$

$$-F_3 \cdot \cos 30^\circ - P_2 \cdot \sin 30^\circ + F_{By} \cdot 1 = 0$$

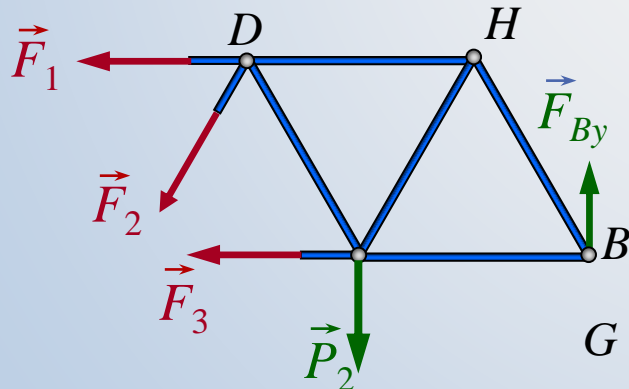
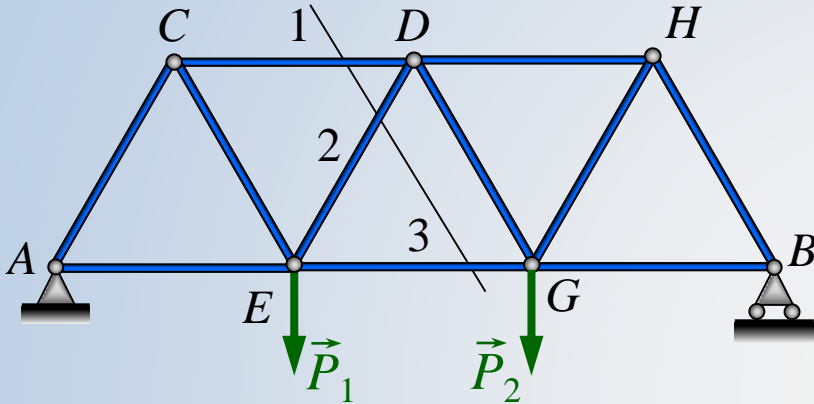
$$\sum F_y = 0 \quad F_{By} + F_2 \cdot \cos 30^\circ - P_2 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_1 + F_3 + F_2 \cos 60^\circ = 0$$

解得 $F_3 = 9.8\text{kN}$ (拉)

$F_2 = 1.15\text{kN}$ (拉)

$F_1 = -10.4\text{kN}$ (压)





2.4 平行力系与重心

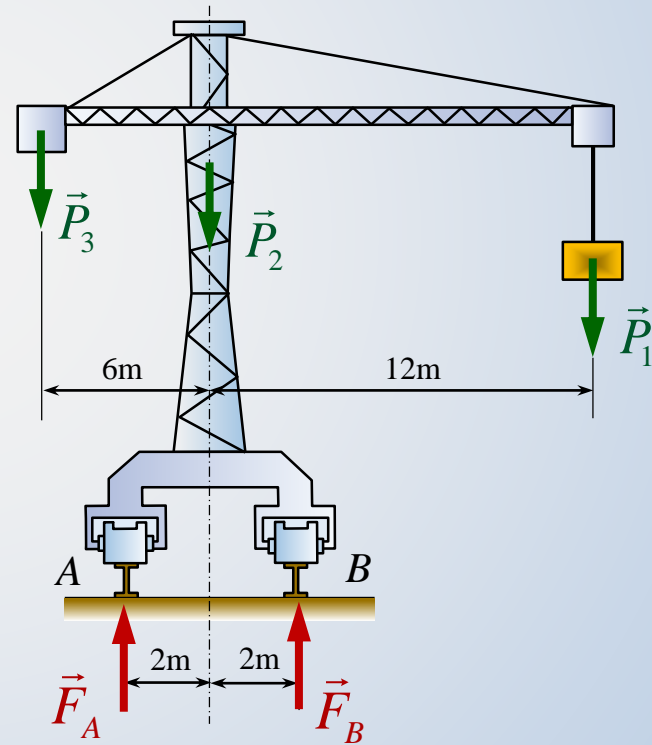
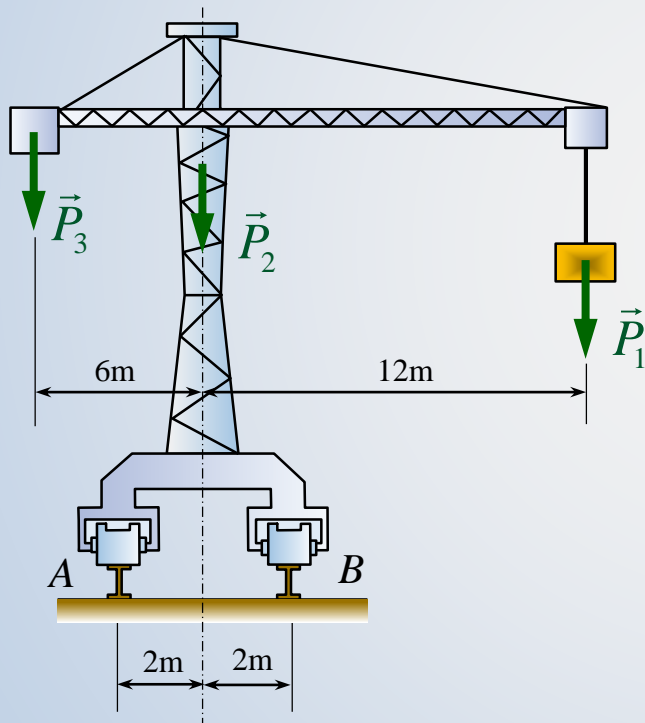
1、平行力系的简化

2、物体的重心



2.4 平行力系与重心

平行力系的实例





2.4 平行力系与重心

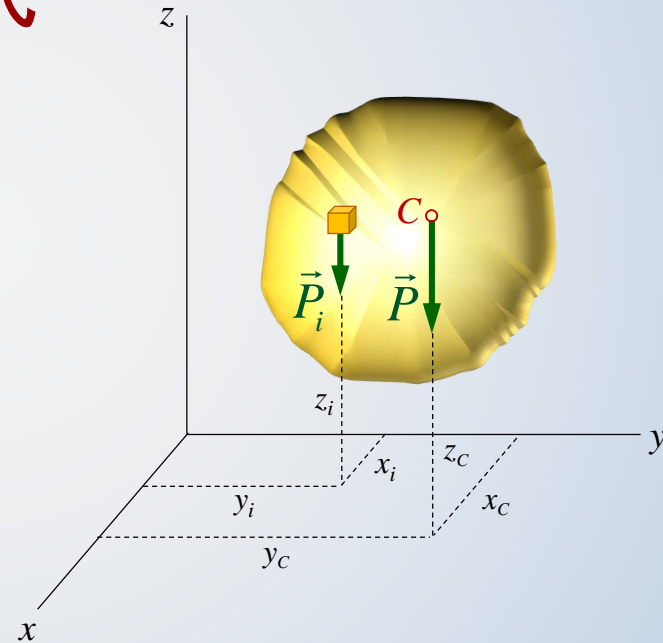
重 心

1. 计算重心坐标的公式

$$x_C = \frac{\sum P_i x_i}{P}$$

$$y_C = \frac{\sum P_i y_i}{P}$$

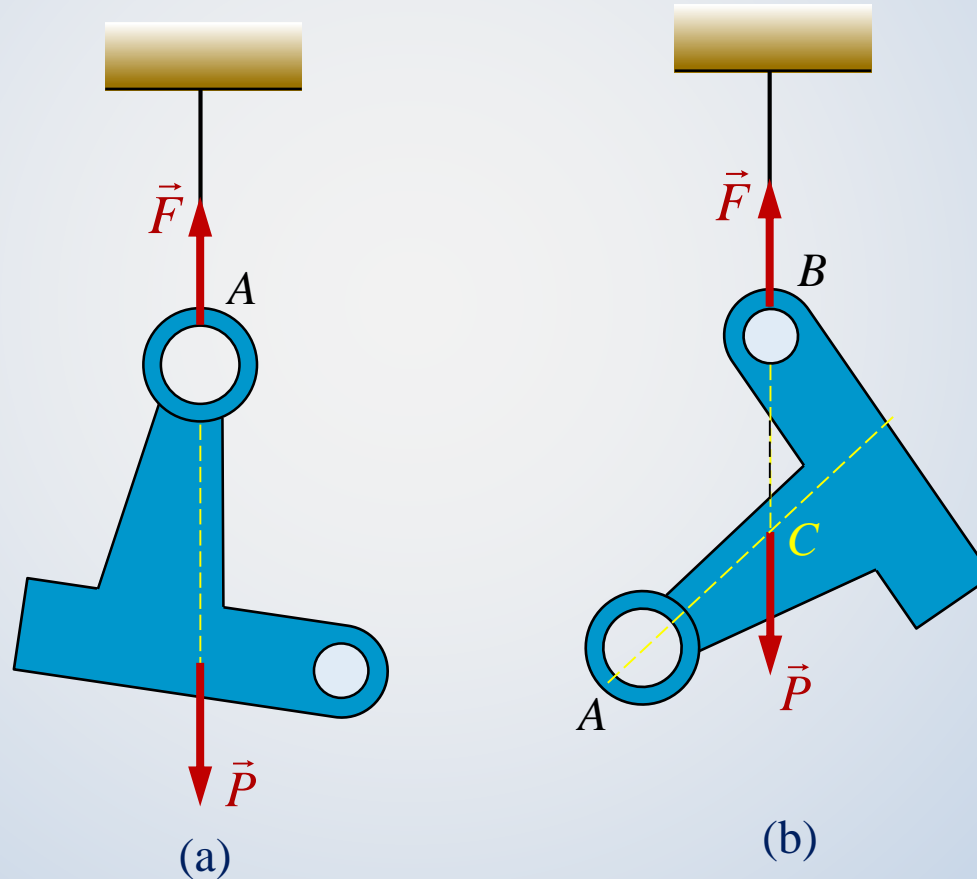
$$z_C = \frac{\sum P_i z_i}{P}$$



2.4 平行力系与重心

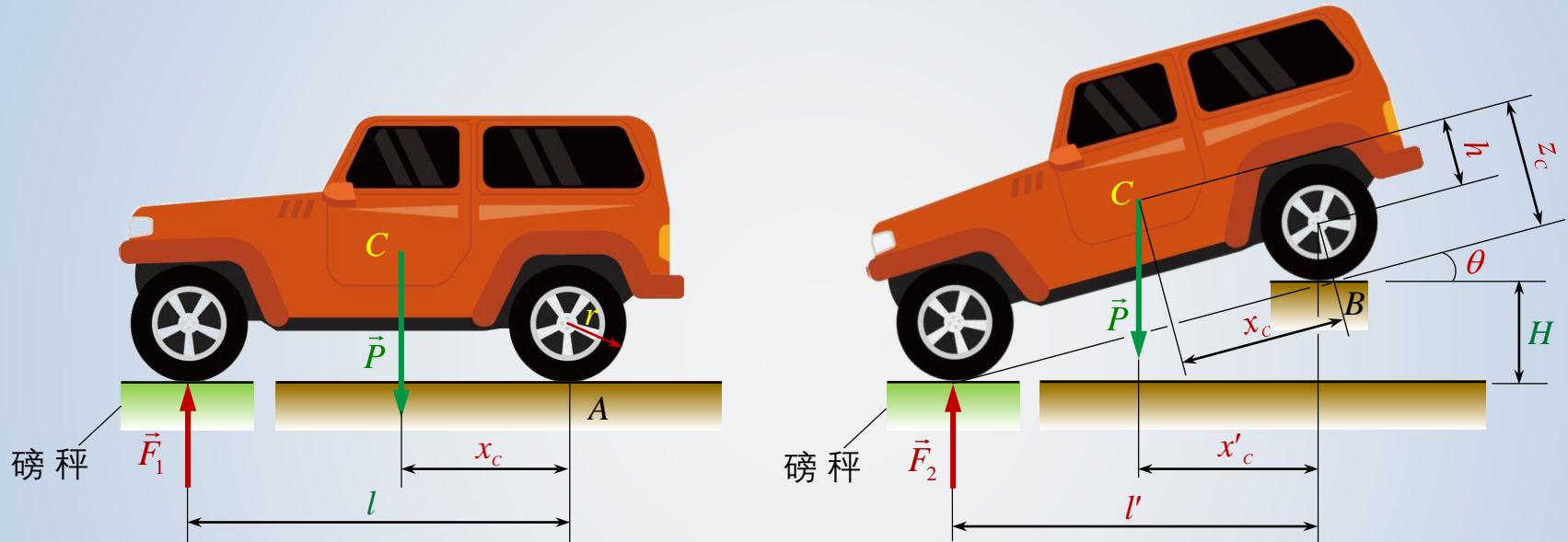
2. 确定重心的悬挂法与称重法

(1) 悬挂法



2.4 平行力系与重心

(2) 称重法



$$x_c = \frac{F_1 l}{P} \quad z_c = r + \frac{F_2 - F_1}{P} \frac{l}{H} \sqrt{l^2 + H^2}$$



谢谢!