高等数学作业

BⅠ

吉林大学数学中心

2017年8月

第一次作业

学院____________班级___________姓名___________学号___________

一、单项选择题

1．下列结论正确的是(　　).

（A）$\arctan x$是单调增加的奇函数且定义域是$(-\infty,+\infty)$　　；

（B）$arc\cot x$是单调减少的奇函数且定义域是$(0,\ \pi)$；

（C）$\arctan x$是无界函数；

（D）$\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}=-\dfrac{\pi}{4}$.

2．下列函数中不是奇函数的为(　　).

（A）$\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$；（B）$x^3+\cos x$；（C）$\ln(x+\sqrt{1+x^2})$；（D）$\arcsin x$.

3．函数$y=\sin 2x+\cos 3x$的周期为(　　).

（A）π；　　（B）$\dfrac{2}{3}\pi$；　　（C）2π；　　（D）6π.

4．. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)=$（　　）

（A）0；　　（B）1；　　（C）0.5；　　（D）2.

5.已知数列$\{x_n\}$是单调增加的.则“数列$\{x_n\}$收敛”是“数列$\{x_n\}$有上界”的（　　）条件

（A）充分必要；（B）必要非充分；（C）充分非必要；（D）即非充分也非必要.

6．设数列$\{a_n\}$（$a_n>0, n=1,2,\cdots$）满足$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=0,$ 则(　　).

（A）$\{a_n\}$的敛散性不定；　　（B）$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=c\neq 0$；

（C）$\lim\limits_{n\to\infty}a_n$不存在；　　（D）$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$.

二、填空题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{4n^2-1}}+\dfrac{1}{\sqrt{4n^2-2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{4n^2-n}}\right)=$__________.

2. 设 $f(x)=\begin{cases}2x+1, & x\geq 0,\\ x^2+2, & x<0,\end{cases}$ $g(x)=2x-4$.

则 $f[g(x)]=$___________.

3. 函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$_________ .

4. "数列 $\{x_{2n}\}$ 及数列 $\{x_{2n+1}\}$ 同时收敛"是"数列 $\{x_n\}$ 收敛"__________条件.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}[n\sin\dfrac{1}{n}+\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})+(\dfrac{n+2}{n})^{n+1}]=$___________.

三、计算题

1. 设 $f(1+\dfrac{1}{x^3})=4+\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{1}{x^6}$，求 $f(x)$.

2. 用夹挤定理求 $\lim\limits_{n\to\infty}(a^n+b^n+c^n)^{\frac{1}{n}}$，其中（a>b>c>0）

四、证明题

设 $x_1 = 1, x_{n+1} = 1 + \dfrac{x_n}{x_n + 1}, n = 1, 2, \cdots$，证明 $\lim\limits_{x \to \infty} x_n$ 存在，并求其值.

第二次作业

学院____________班级___________姓名___________学号___________

一、单项选择题

1．已知$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)}{(x-1)^2}=-1$，则下列结论正确的是(　　).

（A） $f(1)=0$；

（B）$\lim\limits_{x\to1}f(x)<0$；

（C）存在$\delta>0$，当$|x-1|<\delta$时， $f(x)<0$；

（D）存在$\delta>0$，当$0<|x-1|<\delta$时， $f(x)<0$.

2．已知$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A\neq0$存在，则下列结论不正确的是 (　　).

（A）若$\lim\limits_{x\to a}g(x)$不存在，且$\lim\limits_{x\to a}g(x)\neq\infty$.则$\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)$不存在，且$\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)\neq\infty$；

（B）若$\lim\limits_{x\to a}g(x)=\infty$，则$\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)=\infty$；

（C）若$\lim\limits_{x\to a}g(x)$不存在，则$\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)$可能存在也可能不存在；

（D）. $\lim\limits_{x\to a}g(x)=B$,则$\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)$=AB.

3．“$f(x_0-0)$与$f(x_0+0)$存在”是“$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在”的(　　)条件.

（A）充分；　（B）必要；　　（C）充分且必要；　（D）非充分且非必要.

4．当$x\to+\infty$时，$y=e^x\sin x$是(　　).

（A）无穷大；　　　　　　　（B）无界函数但不是无穷大；

（C）有界函数但不是无穷小；　（D）无穷小.

5．（A）当 $x\to 0$ 时，$\sqrt{x+\sqrt{x}}$ 是 $\sqrt[8]{x}$ 的 2 阶无穷小；

（B）当 $x\to 0$ 时，$\sqrt[8]{x}$ 是 $\sqrt{x+\sqrt{x}}$ 的 2 阶无穷小；

（C）当 $x\to 0$ 时，$\sqrt{x+\sqrt{x}}$ 是 $\sqrt[8]{x}$ 的 4 阶无穷小；

（D）当 $x\to 0$ 时，$\sqrt[8]{x}$ 是 $\sqrt{x+\sqrt{x}}$ 的 4 阶无穷小.

上面结论正确的是 (　　).

6． $x=0$ 是函数(　　)的可去间断点.

（A） $f(x)=x^2+\arctan\dfrac{1}{x}$；　　（B） $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$；

（C） $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$；　　（D） $f(x)=\sqrt[3]{x}\sin\dfrac{1}{x}$.

7． $x=0$ 是(　　)函数的跳跃间断点.

（A） $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{x}}$；　　（B） $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2}$；

（C） $f(x)=\cos\dfrac{1}{x}$；　　（D） $f(x)=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}-e^{-\frac{1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}}+e^{-\frac{1}{x}}}$.

二、填空题

1．设 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 存在，且 $f(x)=x^{2`}+2x\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 则 $f(x)=$____________.

2．已知 $f(x)=\lim\limits_{t\to x}(\dfrac{\sin t}{\sin x})^{\frac{x}{\sin t-\sin x}}$，则 $f(x)$ = _______________

3． $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^k\sin\frac{1}{x}}{\sin x^2}=0$ 当且仅当 k 满足________.___.

4．已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\dfrac{f(x)}{\sin x})}{e^x-1}=3$，且当 $x\to 0$ 时, $f(x)$ 与 ax^2 是等价无穷小量，则 a=___________.

5．已知 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-e^{\tan x}}{\ln(1+\dfrac{x}{2})}, & x>0 \\ a+x^2, & x\le 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 点连续，则 a=____.

6．函数 $f(x)=\dfrac{|x|(x^2+3x+2)}{(x^2-1)\sin x}$ 的无穷间断点是___________.

三、计算与解答题

1．已知 $f(x)=\begin{cases} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}, & -\dfrac{\pi}{2}<x<0 \\ \dfrac{ax^2}{\sqrt{1+0.5x\arcsin x}-\sqrt{\cos x}}, & 0<x<1 \end{cases}$，试确定 a 为何值时，$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 存在.

2．求 $\lim\limits_{x\to 0} x[\dfrac{1}{x}]$．其中 $[\dfrac{1}{x}]$ 是不超过 $\dfrac{1}{x}$ 的最大整数。

3. 求 $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{a^x+b^x}{2})^{\frac{1}{x}}$，（$a$ ，b 为不等于 1 的正数.）

4. 讨论函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to +\infty}\frac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}x$ 的连续性。

四、证明题

1．设 $f(x)$ 在$[a,b]$上连续$(a<x_1<x_2<b)$，证明对任意的两个正数 t_1 ，t_2 都存在 $\xi\in(a,b)$ 使

$$t_1 f(x_1)+t_2 f(x_2)=(t_1+t_2)f(\xi)$$

2．设 $f(x)$ 在 $[0,1$ 上非负连续，且 $f(0)=f(1)=0$，证明方程对任意实数 a（$0<a<1$）必有 $\xi\in[0,1)$．使 $f(\xi+a)=f(\xi)$

第三次作业

学院____________班级___________姓名___________学号____________

一、单项选择题

1． $f(x)$ 在 $x=a$ 处左，右导数 $f_-'(a), f_+'(a)$ 都存在，是 $f(x)$ 在 $x=a$ 处连续的(　　)条件.

（A）充分必要；（B）必要非充分；（C）充分非必要；（D）即非充分也非必要.

2．设方程 $\mathrm{e}^y+xy=\mathrm{e}$ 确定了 y 是 x 的函数，则 $dy|_{x=0}$ (　　).

（A）$\mathrm{d}x$；　（B）$-\frac{1}{\mathrm{e}}\ \mathrm{d}x$；　（C）$-\mathrm{d}x$；　（D）$-\frac{1}{\mathbf{e}}$.

3．设 $y=f(\ln x)$， $f(u)$ 是可导函数，则 $dy=$(　　).

（A） $f'(\ln x)dx$；　（B） $f'(\ln x)\ln xdx$；

（C） $f'(\ln x)\frac{1}{\ln x}dx$；　（D） $f'(\ln x)]\ d\ln x$.

4．设 $y=\sin^2 x$，则 $y^{(n+1)}=$(　　).

（A） $\sin(2x+\frac{n\pi}{2})$；　（B） $2^n\sin(2x+\frac{n\pi}{2})$；

（C） $2^{n+1}\sin(2x+\frac{n\pi}{2})$；　（D） $2^n\sin(x+\frac{n\pi}{2})$.

5．设 $f(x)=\begin{cases} x^\alpha\sin\frac{1}{x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}$ 则 $\alpha>0$ 是 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续的(　　　)条件.

（A）充分必要；（B）必要非充分；（C）充分非必要；（D）即非充分也非必要.

6．$f(x)=(x-a)\varphi(x)$，且 $\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)=0, \varphi(a)=1$，则 $f'(a)=$ (　　).

（A）0；　　（B）a；　　（C）1；　　（D）不存在.

7．$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}$ 存在是 $f(x)$ 在 x_0 点可导的（　　）条件.

（A）充分必要；（B）必要非充分；（C）充分非必要；（D）即非充分也非必要.

二、填空题

1．设曲线 $y=y(x)$ 由 $\begin{cases} xe^t+t\cos x=\pi \\ y=\sin t+\cos^2 t \end{cases}$ 确定，则 $y=y(x)$ 在 $(0,1)$ 处的切线方程为________.

2．设 $f(x)=2x^3+x^2|x|$，则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 n=__________.

3．设 $y=x\ln|1-x|$，则 $y^{(n)}(0)=$ _________.

4．已知 $f(x)$ 连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$ 则 $f(0)=$_____，$f'(0)=$_____.

5．已知 $f(x)$ 在 $x=1$ 处具有连续的导数，且 $f'(1)=1$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\dfrac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}x}f(\cos^2 2x)$=________.

6．设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 可导，且则 $f'(x_0)\neq 0$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y-\mathrm{d}y}{\Delta x}=$__________.

三、计算题

1．设 $y=[f(\sin\dfrac{1}{x})]^2+e^{f(x^2)}$，其中 $f(x)$可微. 求 y'.

2．设 $y=(x+\sqrt{x^2+a^2})^{\arctan x}$，求 dy.

3．设 $y = 2^x \sqrt{\mathbf{e}^{\frac{1}{x}} \sqrt{\sec^2 x + 1}}$，求 y'．

4．设 $\begin{cases} x = a\left(\ln\tan\dfrac{t}{2} + \cos t\right) \\ y = a\sin t \end{cases}$，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$．

5．设 $y = f(x)$ 由方程 $xy + \ln y = 1$ 所确定，求 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}$．

6. 设 $f(x)=\begin{cases} \sin x+2ae^{x}, & x<0 \\ 9\arctan x+2b(x-1)^{3}, & x\geq 0 \end{cases}$ 试确定常数 a, b 的值，使得函数 $f(x)$在 $x=0$ 点可导，并求 $f'(0)$.

第四次作业

学院____________班级____________姓名____________学号____________

一、单项选择题

1．(　　)不满足罗尔定理的条件，但存在 $\xi \in (-1,1)$ 使 $f'(\xi)=0$.

（A） $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{4} & ,-1 \le x < 0 \\ (x-\dfrac{1}{2})^2, & 0 \le x \le 1 \end{cases}$ 在[-1,1]上；

（B） $f(x)=\begin{cases} x & ,-1 \le x < 1 \\ -1, & x=1 \end{cases}$ 在[-1,1]上；

（C）　$f(x)=|x|$ 在[-1,1]上；

（D）　$y=x^2$ 在[-1,1]上.

2．已知 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，则在(a,b)内(　　).

（A）曲线 $y=f(x)$ 必有切线平行于 $y=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}x$；

（B）曲线 $y=f(x)$ 只有一条切线平行于 $y=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}x$；

（C）曲线 $y=f(x)$ 必有切线平行于 x 轴；

（D）曲线 $y=f(x)$ 在未必有切线.

3．$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)=$(　　).

（A）∞；　　（B）0；　　（C）$\dfrac{1}{2}$；　　（D）$-\dfrac{1}{2}$.

4．下列各极限都存在，能用洛必达法则求的是(　　)．

（A）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\dfrac{1}{x}}{\sin x}$；　　（B）$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+\cos x}{x+\sin x}$；

（C）$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\arctan x-\dfrac{\pi}{2}}{\operatorname{arccot} x}$；　　（D）$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$．

5. 已知 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，$f'(x)\neq 1$，且 $0<f(x)<1$．则 $f(x)=x$ 在(0,1)内有(　　)个实根.

（A）0 ；　　（B）3;

（C）2 ；　　（D）1.

二、填空题

1．设 $f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)$，则方程 $f'(x)=0$ 的实根个数为___________个，它们分别在区间__________.

2．$\lim\limits_{x\to +\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}=$ __________.

3．已知当 $x\to 0$ 时，$e^{-x}-ax-b$ 与 $\dfrac{1}{2}x^2$ 是等价无穷小量，则 $a=$_____，$b=$______.

4．函数 $f(x)=\ln x$ 在 x=1 点的二阶泰勒公式为（拉格朗日型余项）___________.

5．$f(x)=x^2\ln(1+x)$，则 $f^{(n)}(0)=$_________ $(n>2)$．

三、计算题

1．利用泰勒公式求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+1-\cos x}{\ln(1+x)+1-\mathbf{e}^{x^2}}$ ．

2．求 $\lim\limits_{x\to\infty}[x+x^2\ln(1-\frac{1}{x})]$．

3．求 $\lim\limits_{n\to+\infty}(n\sin\frac{1}{n})^{n^2}$，$n\in N^+$．

四、证明题

1．设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续（a>0），在 (a,b) 内可导，证明：必存在点 ξ，$\eta\in(a,b)$，使得 $f'(\xi)=\dfrac{a+b}{2\eta}f'(\eta)$.

2． $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续，在(0, 3)内可导， $f(0)=1, f(1)+f(2)+f(3)=3$．证明至少存在一点 $\xi\in(0,3)$，使得 $f'(\xi)=0$．

3.当 x>0 时，证明：$\ln(1+x)>x-x^2$.

第五次作业

学院___________班级__________姓名__________学号___________

一、单项选择题

1．设 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点， $f(x_0)$ 是极小值,则在该点处(　　).

（A） $f''(x_0)=0$；　　　　（B）曲线 $y=f(x)$ 有平行于 x 轴的切线；

（C） $f'(x_0)=0$；　　　　（D）曲线 $y=f(x)$ 可能没有切线.

2．曲线 $y=(x+2)e^{-\frac{1}{x}}$ 渐近线的条数为(　　).

（A） 0 条；　（B）1 条；　（C）2 条；　（D）3 条.

3．曲线 $y=\dfrac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ (　　).

（A）有且仅有水平渐近线；

（B）有且仅有竖直渐近线；

（C）既有水平渐近线，又有竖直渐近线；

（D）有一条斜渐近线.

4． $f(x)$ 二阶可导 ， $f'(x)>0$， $f''(x)<0$，则在点 x_0 处，当 $\Delta x>0$ 时，有(　　).

（A） $\Delta y<\mathrm{d}y<0$；　　　　（B） $\mathrm{d}y>\Delta y>0$；

（C） $\Delta y>\mathrm{d}y>0$；　　　　（D） $\mathrm{d}y<\Delta y<0$.

5．设 $f(x)$ 有二阶连续的导数，且 $f'(0)=0$， $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f''(x)}{|x|}=1$，则(　　).

（A） $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值；　　　　（B） $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值；

（C） $(0, f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；　（D）以上都不对.

6．函数 $f(x)=x\sin x+\cos x$，则下列命题正确的是(　).

（A） $f(0)$ 是极大值, $f(\frac{\pi}{2})$ 是极小值 ；（B） $f(0)$ 是极大值, $f(\frac{\pi}{2})$ 是极大值；

（C） $f(0)$ 是极小值, $f(\frac{\pi}{2})$ 是极大值；　（D） $f(0)$ 是极小值, $f(\frac{\pi}{2})$ 是极小值.

7．假设 $f(x)$ 满足关系式， $f''(x)+[f'(x)]^2=x, f'(0)=0$，则(　).

（A） $f'(0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值；　（B） $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值；

（C） $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值；　（D） $(0, f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

二、填空题

1．函数 $f(x)=(x-2)\sqrt[3]{(x+2)^2}$ 的单调减少区间是__________.

2．取 t 增加方向为弧增加方向，曲线 $\begin{cases} x=t \\ y=t^2 \end{cases}$ 的弧微分 ds =__________dt.

3．函数 $y=|x^2-5x+4|+x$ 在[-5,6]上的最小值为_____，最大值为__________.

4．已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 在点 $x=1$ 处有极值-2，则 $a=$__________，$b=$__________，曲线 $y=f(x)$ 的拐点为__________.

5．摆线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$ $(a>0)$ 在 $t=\pi$ 处的曲率为_________.

三、计算题

1．求函数 $f(x)=\lim\limits_{t\to\infty}(\frac{t^2x^2}{1+t^2})^{\frac{1}{2}}(\frac{t^2}{x+t^2})^{t^2}$ 的极值、凹凸区间和拐点.

2．讨论方程 $x-\dfrac{\pi}{2}\sin x=k$ （k 为常数)在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 内的实根个数.

3.设 $f(x)$ 在[0, 1]上有二阶导数，且 $f(0)=0,\ f''(x)<0$.令 $g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x},\ x\in(0,1]\\ f'(0),\ x=0\end{cases}$

讨论 $g(x)$ 在[0,1]上的单调性.

四、证明题

证明不等式 $2x\arctan x > \ln(1+x^2)$.

第六次作业

学院____________班级___________姓名___________学号____________

一、选择题

1．已知 $f'(x)=g'(x), x\in\mathbf{R}$，则有(　　).

（A） $f(x)=g(x)$；　　（B）$\left[\int f(x)\,\mathrm{d}x\right]'=\left[\int g(x)\,\mathrm{d}x\right]'$；

（C）$\mathrm{d}\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}\int g(x)\,\mathrm{d}x$；　　（D） $f(x)=g(x)+C$.

2．下列命题错误的是(　　).

（A）若 $F(x),\Phi(x)$ 都是 $f(x)$ 的原函数，则 $F(x)-\Phi(x)$ 必是常数；

（B）若 $f(x)$ 在区间 I 上不连续，则 $f(x)$ 在 I 上必无原函数；

（C）若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，则 $f(x)$ 的全体原函数族恰好是 $F(x)+C$（其中 C 是任意常数)；

（D）若 $F(x)$ 是原函数 $f(x)$，则 $F(x)$ 是连续函数.

3．若 $f(x)$ 的导函数是 $\sin x$，则 $f(x)$ 有一个原函数为(　　).

（A）$1+\sin x$；　（B）$1-\sin x$；　（C）$1+\cos x$；（D）$1-\cos x$.

二、填空题

1. $\int x(2^x+\log_2 x)\,\mathbf{d}x=$______________.

2．若 $\int f(x)dx=\cos x+C$.则 $\int f^{(n)}(x)dx=$___________________

3．$\int \mathbf{tan^4 x d}x=$_____________.

4．$\int x\sin 2x\,\mathbf{d}x=$___________.

5．$\int \frac{3x+2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x =$______________.

6．设 e^{-x^2} 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int xf'(x)\mathrm{d}x =$____________.

三、计算题

1．$\int e^{\sqrt{x}} dx$.

2．$\int \frac{\sin x \cos^3 x}{1+\cos^2 x} dx$.

3. $\int \frac{\arctan x}{x^3} dx$.

4. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

5. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-2x+2}} dx$.

6. $\int \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{(x^2+1)^3}}\mathbf{d}x$.

=

第七次作业

学院____________班级___________姓名___________学号____________

一、单项选择题

1. 下列命题中错误的是(　　).

（A）若 $f(x)$在$[a,b]$上可积，则 $f(x)$ 在$[a,b]$ 上有界;

（B）若 $f(x)$在$[a,b]$上可积，，则$\int_a^x f(x)dx$ 是 $[a,b]$ 上的原函数;

（C）若 $f(x)$在$[a,b]$上可积，则$\int_a^x f(x)dx$ 是 $[a,b]$ 上的有界;

（D）若 $f(x)$在$[a,b]$上可积，则$\int_a^x f(x)dx$ 在$[a,b]$ 上连续.

2. $f(x)=\int_{\cos x}^{\sin x}\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{1}+\mathbf{e}^{\mathbf{t}}}\mathbf{d}t$,，则 $f'(x)=$(　　).

（A）; $\frac{\sin x}{1+e^{\sin x}}-\frac{\cos x}{1+e^{\cos x}}$;　　（B）$\frac{\sin x}{1+e^{\sin x}}\cos x - \frac{\cos x}{1+e^{\cos x}}\sin x$;

（C）$\frac{\sin x}{1+e^{\sin x}}$;　　（D）$\frac{\sin x}{1+e^{\sin x}}\cos x+\frac{\cos x}{1+e^{\cos x}}\sin x$.

3. 设 $f(x)$ 是连续函数，$t>0, s>0$，则$t\int_0^{\frac{s}{t}} f(tx)dx$ 的值(　　).

（A）依赖于 s 和 t，不依赖于 x；　（B）依赖于 s，t，x；

（C）依赖于 t，不依赖于 s 和 x；　（D）依赖于 s，不依赖于 x 和 t.

4．设 $f(x)$ 是连续函数，$F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，则（　）.

（A）当 $f(x)$ 为奇函数时，$F(x)$ 必是偶函数；

（B）当 $f(x)$ 为偶函数时，$F(x)$ 必是奇函数；

（C）当 $f(x)$ 是周期函数时，$F(x)$ 必是周期函数；

（D）当 $f(x)$ 是单调增函数时，$F(x)$ 必是单调增函数.

二、填空题

1．设 $f(x)=\int_0^x\sqrt{1-x^2}\,\mathbf{d}x$ 则 $\int_0^1\frac{f'(x)}{1+f^2(x)}dx==$__________.

2．$\int_1^e \sin\ln x dx=$__________________.

3．$\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\ \mathbf{d}x=$__________.

4．$\int_{-1}^1[x^6(\arctan x)^3+x^2]\mathbf{d}x=$__________.

5．设 $f(x)$ 连续，且 $f(x)=x+2\int_0^1 f(x)\,\mathbf{d}x$，则 $\int_0^2 f(x)\,\mathbf{d}x=$________.

6．$f(x)$ 连续，$\int_0^x tf(x-t)dt=1-\cos x$ 则 $f(x)=$__________.

三、计算题

1．设 $\begin{cases}x-e^x\sin t+1=0\\ y=\int_0^t(e^{t^2}+1)\,dt\end{cases}$．求 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=0}$

2．求$\int_0^{\pi} x\sqrt{\cos^2 x-\cos^4 x}\mathrm{d}x$.

3．设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{e^x+1}, & x\geq 0,\\ \dfrac{1}{1+\cos x}, & -1<x<0,\end{cases}$ 求$\int_1^4 f(x-2)\,\mathrm{d}x$.

4．已知 $f(x)=\begin{cases} xe^x, x\le 0 \\ x+1, x>0 \end{cases}$， $F(x)=\int_{-1}^{x} f(t)dt$ 求 F（x）的表达式.

5.确定常数 a,b,c 使 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax-\sin x}{\int_b^x \frac{\ln(1+t^3)}{t}dt}=c\ne 0$ ．

四、证明题

1．设函数 $f(x)$ 在 [2, 4] 上连续，在 (2, 4) 内可导，且满足 $\int_3^4 (x-1)^2 f(x)\mathbf{d}x = f(2)$，证明：至少有一点 $\xi \in (2,4)$，使 $(1-\xi)f'(\xi) = 2f(\xi)$.

第八次作业

学院____________班级___________姓名___________学号____________

一、单项选择题

1．下列反常积分发散的是(　　)．

（A）$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{e}^{\mathbf{-2}|x|}\mathbf{d}x$；　　（B）$\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$；

（C）$\int_{-1}^{1}\frac{\mathbf{1}}{x^2}\mathbf{d}x$；　　（D）$\int_{2}^{+\infty}\frac{1}{x\sqrt{(\ln x)^3}}\mathbf{d}x$．

2.

$\int_{-1}^{1}\frac{1}{x}\mathbf{d}x = 0$；　　$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x}{1+x^2}\mathbf{d}x = 0$；

$\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\mathbf{d}x = 0$；　　$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+x^2}\mathbf{d}x = 2\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{1+x^2}\mathbf{d}x$

上面有(　　　)是正确的.

(A)　1 个;　　　　(B)　2 个;　　　　(C)　3 个;　　　　(D)　4.个

3．设 $f(x)$、$g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则由曲线 $y=f(x)$，$y=g(x)$，直线 $x=a, x=b$ 所围成平面图形的面积为(　　).

（A）$\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$；　　　　（B）$\int_a^b [|f(x)|-|g(x)|]\mathrm{d}x$；

（C）$\int_a^b |f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$　　　　（D）$\left|\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x\right|$.

4. 摆线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$ 的一拱与 x 轴所闻的平面图形绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积为（　）

（A）$\int_0^{2a\pi} \pi a^3(1-\cos t)^3 dt$；　　　　(B）$\int_0^{2\pi} \pi a^2(1-\cos t)^2 dt$；

（C）$\int_0^{2\pi a} \pi a^2(1-\cos t)^2 dt$；　　　　（D）$\int_0^{2\pi} \pi a^3(1-\cos t)^3 dt$.

二、填空题

1．弧段 $y=\int_0^x \tan t dt, (0\le x\le \frac{\pi}{4})$ 的长度为____________.

2．$\int_1^e \frac{\mathbf{d}x}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}} =$ ____________.

3．曲线 $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=4\sin t \end{cases}$ 所围图形面积为____________.

三、计算题

1．设函数 $y=x^2 (0\le x\le 1)$，t 是 $(0,1)$ 内的一点，问 t 为何值时，由曲线 $y=x^2(0\le x\le 1)$、直线 x=1、直线 $y=t^2$ 及 y 轴所围成的两块图形的面积之和为最小. 并求其最小面积..

2．以 D 表示曲线 $y=x-x^2$ 与 x 轴所围成的平面区域。分别求 D 绕 x 轴、y 轴旋转一周所生成的立体的体积.

3. 求双纽线 $r^2=a^2\cos 2\theta$ 所围图形的面积 .

4．某水坝中有一个等腰三角形闸门，闸门顶点朝下笔直竖在水中，它的底边与水平面相齐，已知三角形的底边长为 a（单位 m）,高为 h（单位 m）,求闸门所受的压力。

第九次作业

学院____________班级___________姓名___________学号____________

一、单项选择题

1．平面 $2y+5z=0$（　）.

（A）平行于 *yoz* 平面；　　（B）平行于 *x* 轴但不过 x 轴；

（C）平行于 *xoz* 面；　　（D）过 x 轴.

2．曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=9 \\ x+z=1 \end{cases}$ 在 xoz 面上的投影曲线为（　　）

（A）$\begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases}$；　　（B）$\begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases}$，（$\dfrac{1-\sqrt{17}}{2}\le x\le\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$）；

（C）*x*+*z*=1；　　（D）*x*+*z*=1,($\dfrac{1-\sqrt{17}}{2}\le x\le\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$).

3．$\vec{a}=(x,y,z)$，$\vec{b}=(1,2,3)$.则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 垂直的充分必要条件是（　　）.

（A）$L_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$；　　（B）$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$；

(C) $x+2y+3z=0$；　　（D）以上结论均不正确..

4．已知 A(1,1,1),B(-2,1,2),C(-1,2,1).以 A、B、C 为顶点的三角形面积为（　　）.

（A）　7；　　（B）　14；

（C）　$\sqrt{14}$；　　（D）$\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

5．设有直线 $L_1:\begin{cases}x=3+t\\ y=2-2t\\ z=2+t\end{cases}$ 与 $L_2:\dfrac{x-6}{-1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$，则 L_1 与 L_2 的夹角为（　　）.

（A）$\dfrac{\pi}{6}$；　（B）$\dfrac{\pi}{4}$；　（C）$\dfrac{\pi}{3}$；　（D）$\dfrac{\pi}{2}$.

6．直线 $\begin{cases}x+y+3z+7=0\\ -3x+3y+5z+3=0\end{cases}$ 与平面 $4x-2y-2z-3=0$ 的关系是（ ）.

（A）平行但直线不在平面上；　　（B）直线在平面上；

（C）垂直相交；　　（D）相交但不垂直.

二、填空题

1．$|\vec{a}|=3,|\vec{b}|=4,\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$．则$(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(3\vec{a}+\vec{b})=$______.

2．点（1,2,3）到平面 2*x*-2*y*+*z*=3 的距离为__________.

3．点（1，-2,0）到直线 $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-7}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ 距离为________.

4．*xoz* 平面上的曲线 $z=4x^2$ 绕 *z* 轴旋转一周所形成的旋转曲面的方程为_________.此曲面 $z\le 16$ 的部分在 *xoy* 面上的投影区域为_____________.

5．空间体 $\{(x,y,z)\,|\,z\le 4-3x^2-y^2,\ z\ge x^2+3y^2\}$ 在 *xoy* 面上的投影区域为_______.

6．已知向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 两两相互垂直，且 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=\sqrt{2},|\vec{c}|=1$．则，则有 $|\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}|=$_______.

三、计算题

1.若点 M 与 N（2,5,0）关于直线 l: $\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-7}{-2}=z$ 对称，求 M 的坐标.

2．求直线 $L:\begin{cases} x+2y+z-1=0 \\ x-2y+z+1=0 \end{cases}$，平面 $\pi: x+y=0$ 的夹角及直线 L 在平面 π 上的投影

3．设一平面过点 A(2，4，1)、B(8，2，3)且与平面 $4x$-y+2z =8 垂直，求此平面方程.

4． 设直线过点 A（--3,5,-9）且与两直线 $L_1:\begin{cases}3x - y + 5 = 0\\2x - z - 3 = 0\end{cases}$ 和 $L_2:\begin{cases}4x - y - 1 = 0\\5x - z + 10 = 0\end{cases}$ 相交，求此直线方程

模拟试题（一））

得 分

一、选择题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1．当 $x\to 0$ 时，$f\left(x\right)=x-\sin ax$ 与 $g\left(x\right)=x^2\ln\left(1-bx\right)$ 是等价无穷小，则（　）.

（A）$a=1,b=-\dfrac{1}{6}$　（B）$a=1,b=\dfrac{1}{6}$　（C）$a=-1,b=-\dfrac{1}{6}$　（D）$a=-1,b=\dfrac{1}{6}$

2．函数 $f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\sin\dfrac{1}{x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 点存在二阶导数，则（　　）.

（A）$\alpha>1$　（B）$\alpha>2$　（C）$\alpha\ge 2$　（D）$\alpha>3$

3．设曲线 $y=x^2+ax+b$ 与 $2y=-1+xy^3$ 在点 $(1,-1)$ 处有公共切线，则 a,b 的值分别为（　　）.

(A) $0,\ 2$　　(B) $-1,\ -1$　　(C) $-1,\ 1$　　(D) $1,\ -3$

4．设 $f(x)$ 在 $x=0$ 点附近有二阶连续导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xf''(x)}{1-\cos x}=1$, 则（　　）.

(A) $f''(0)\neq 0$，但 $(0, f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(B) $f''(0)=0$，且 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

(C) $f''(0)=0$, 且 $(0, f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(D) $f''(0)\neq 0$，且 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

5．曲线 $y=x(x-1)(x-2)$ 与 x 轴所围成平面图形的面积为（　　）.

(A) $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$　　(B) $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

(C) $-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$　　(D) $-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

6. 下列反常积分中发散的是（　　）

(A) $\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$　(B) $\int_{-\infty}^{+\infty} x\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{d}x$　(C) $\int_{2}^{+\infty}\dfrac{1}{x\ln^2 x}\mathrm{d}x$　(D) $\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{\sin x}\mathrm{d}x$

得　分

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1．若 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{n}\right)^{-kn}=\mathrm{e}^{-10}$, 则 $k=$__________.

2． $y=f(x)$ 由方程 $x^3+y^3-\sin x+6y=0$ 确定，则 $\mathrm{d}y\big|_{x=0}=$__________.

3．曲线 $y=\dfrac{x^2}{1+x}$ 的斜渐近线方程为____________________.

4．若 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$, 则 $f^{(n)}(1)=$__________ .

5． $\int_{-2}^{2}\left(\dfrac{x}{1+x^2}+|x|\right)\mathrm{d}x=$ __________.

6．曲线$C:\begin{cases} x^2+y^2+z^2=9 \\ x+z=1 \end{cases}$在 xoz 平面上的投影曲线方程为____________.

得 分

二、解答题（共 7 道题，每小题 7 分，满分 49 分）.

1．已知函数 $y=y(x)$ 由方程 $\begin{cases} x=a\cos^3 t \\ y=a\sin^3 t \end{cases}$ 确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$，$\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$.

2．证明当 $x>0$ 时，$1+x\ln(x+\sqrt{1+x^2})>\sqrt{1+x^2}$.

3．求$\int_0^1 \mathrm{e}^{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x$．

4．求$\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}\mathrm{d}x$．

5．已知 $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c, & x<0 \\ \ln(1+x), & x\geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 点有二阶导数, 试确定常数 a,b,c 的值.

6．求 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_1^x [t^2(\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}-1)-t]\mathrm{d}t}{x^2\ln(1+\frac{1}{x})}$.

7．求过点$A(1,\ 0,\ -2)$与平面π:$3x-y+2z+3=0$平行且与直线L:$\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z}{1}$相交的直线方程.

得 分

四、（本题满分 9 分 ） D_1是由$y=x^2, x=2, x=a, y=0$所围成的平面图形；D_2是由$y=x^2, x=a, y=0$所围成的平面图形，其中$0<a<2$.

（1）分别求D_1绕x轴旋转一周所生成的旋转体体积V_1和D_2绕y轴旋转一周所生成的旋转体体积V_2；

（2）问a为何值时，V_1+V_2最大，并求其最大值.

得 分

五、（本题满分 6 分） 设 $f(x)$ 在 $[0,\ 1]$ 上连续,在 $(0,\ 1)$ 内可导,且满足 $f(1)=k\int_0^{\frac{1}{k}} x\mathrm{e}^{1-x} f(x)\mathrm{d}x$，$k>1$,证明至少存在一点 $\xi\in(0,\ 1)$,使得

$$f'(\xi)=\left(1-\xi^{-1}\right)f(\xi).$$

模拟试卷（二）

三、选择题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1．设函数 $f(x)$, $g(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内连续,且当 $x\to 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小,则当 $x\to 0$ 时, $\int_0^x f(t)\sin t\mathrm{d}t$ 是 $\int_0^x g(t)t\mathrm{d}t$ 的（　　）.

(A) 低阶无穷小　　(B)高阶无穷小

(C) 同阶但不是等价无穷小　　(D)等价无穷小

2．设函数 $f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\sin\dfrac{1}{x}, & x>0, \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处有连续的一阶导数，则（　　）.

(A) $\alpha>0$　　(B) $\alpha>1$　　(C) $\alpha\ge 2$　　(D) $\alpha>2$

3．曲线 $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-2x-3}$ 有（　　　）．

(A)一条水平渐近线,一条铅直渐近线　(B)一条水平渐近线,两条铅直渐近线

(C)两条水平渐近线,一条铅直渐近线　(D)没有水平渐近线,两条铅直渐近线

4．设函数 $f(x)$ 具有二阶导数， $g(x)=f(0)(1-x)+f(1)x$ ，则在区间 $[0,1]$ 上（　　）.

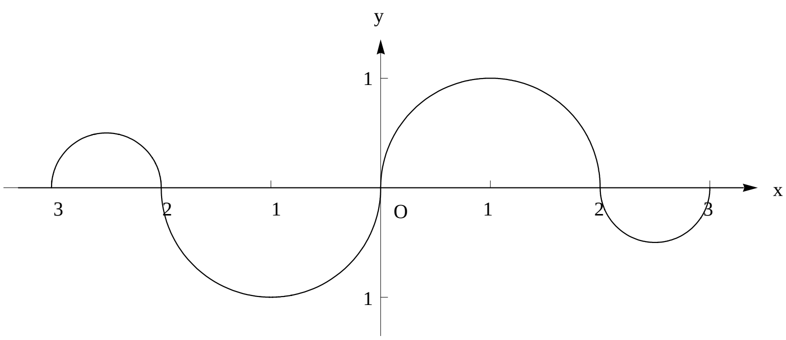
(A)当 $f'(x)\ge 0$ 时， $f(x)\ge g(x)$

(B)当 $f'(x)\ge 0$ 时， $f(x)\le g(x)$

(C)当 $f''(x)\ge 0$ 时， $f(x)\ge g(x)$

(D)当 $f''(x)\ge 0$ 时， $f(x)\le g(x)$

5．如图，连续函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-3,-2]$、$[2,3]$ 上的图形分别是直径为 1 的上、下半圆周，在区间 $[-2,0]$、$[0,2]$ 上图形分别是直径为 2 的下、上半圆周，设 $F(x)=\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ ，则下列结论正确的是(　　).



(A) $F(3)=-\dfrac{3}{4}F(-2)$　　(B) $F(3)=\dfrac{5}{4}F(2)$

(C) $F(-3)=\dfrac{3}{4}F(2)$　　(D) $F(-3)=-\dfrac{5}{4}F(-2)$

6.若反常积分 $\int_{-\infty}^{0}\mathrm{e}^{-kx}\mathrm{d}x$ 收敛，则必有(　　　).

(A) $k>0$ (B) $k<0$ (C) $k\geq 0$ (D) $k\leq 0$

得 分

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1．若曲线 $y=x^3+ax^2+bx+1$ 有拐点 $(-1,0)$，则 $b=$______.

2．$\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{2}{\sin x}}=$________________.

3．曲线 $\tan(x+y+\dfrac{\pi}{4})=\mathrm{e}^y$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为_________________.

4．设 $f(x)=\sin^2 x$，则 $f^{(n)}(x)=$ __________.

5．$\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\frac{1+\sin x}{1+x^2}+|x|\right)\mathrm{d}\,x=$__________.

6．空间曲线 $C:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=4,\\ y=z\end{cases}$ 在 xoz 平面上的投影曲线方程是__________.

得 分

三、 解答题（共 6 道题，每小题 8 分，满分 48 分）.

1. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x}{1-\mathrm{e}^{-x}}-\dfrac{1}{x}\right)$.

2．已知 $y=y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2), \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ 所确定的函数，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$， $\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$.

3．计算不定积分 $\int \mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$.

4. 设 $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0, \\ x, & x\geq 0. \end{cases}$ 求 $F(x)=\int_{-1}^{x} f(t)\mathrm{d}t$ 在 $[-1,1]$ 上的表达式.

5．求曲线 $y=\sqrt{x}\ (0\leq x\leq 4)$ 上的一条切线，使该切线与直线 $x=0$， $x=4$ 以及曲线 $y=\sqrt{x}$ 所围成的平面图形的面积最小.

6. 求过直线 $L_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{0} = \dfrac{z+2}{-2}$，且平行于直线 $L_2: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{-2}$ 的平面方程.

得 分

四、（本题满分 10 分）.

设 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\varphi(x) - \cos x}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$ 其中 $\varphi(x)$ 具有二阶连续导数, $\varphi(0) = 1$.

(1) 求 a 的值, 使 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点连续;

(2) 已知 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点连续, 求 $f'(x)$ 并讨论 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 点的连续性.

得 分

五、（本题满分 6 分）已知 $f'(x)$ 连续，且当 $x \geq 0$ 时，恒有 $f'(x) > 0$.

证明当 $0 < a < b$ 时，$\int_a^b tf(t)\mathrm{d}t > \frac{1}{2}[b\int_0^b f(t)\mathrm{d}t - a\int_0^a f(t)\mathrm{d}t]$.