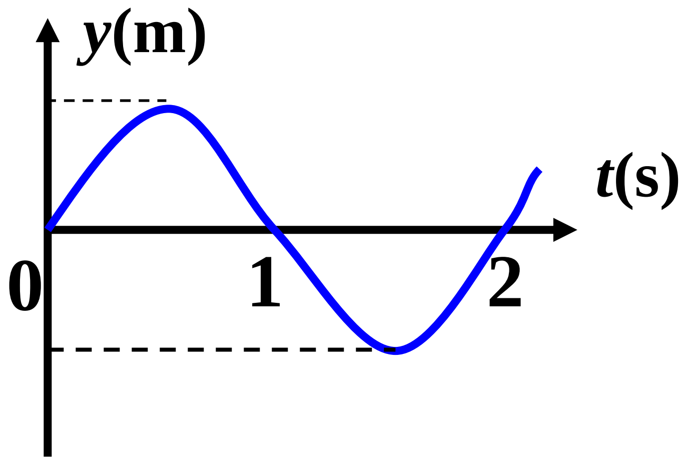
第十一章　机械波

（一）选择题

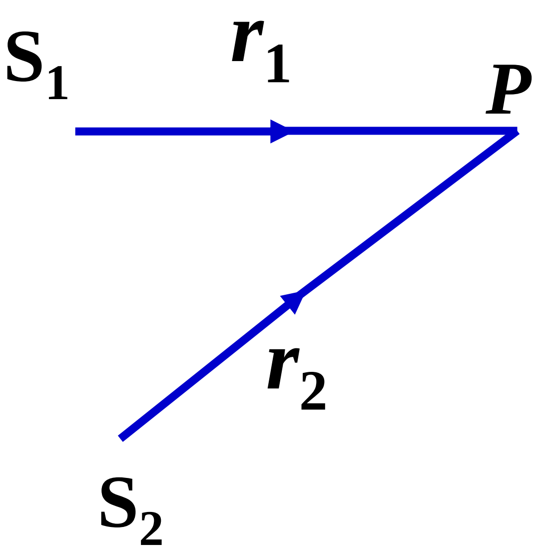
1. 一平面简谐波，沿x轴负方向传播，x=0处的质点的振动曲线如图所示。若波函数用余弦表示，则初相角为（　）



A. 0　B. π

C. $\dfrac{\pi}{2}$　D. $-\dfrac{\pi}{2}$

2. 如图所示，两列波长为λ的相干波在P点相遇，S_1的初相位是 φ_1 ，S_1点到P点的距离是r_1，S_2点的初相位是 φ_2 ，S_2到P点的距离是r_2，以k代表零或正、负数，则P点是干涉极大的条件为（）



A. $r_2 - r_1 = k\lambda$

B. $\varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 2k\pi$

C. $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$

D. $\varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 2k\pi$

3. 对于波动方程$y = A\cos(\omega t - \omega x/\upsilon)$中的$(-\omega x/\upsilon)$表示

A. 波源的振动相位； B. 波源的振动初相位；

C. x处质点的振动相位； D. x处质点的振动初相位。

4. 平面简谐波在同一介质中传播，下列说法中正确的是

A. 波源的频率与振动的频率不相同。

B.波源的振动速度与波速相同;

C. 在波的传播方向上各质点都在各自的平衡位置附近振动。

D.单位体积介质中的波动能量（能量密度）为恒量。

5. 两列振幅相同的相干波在空间P点相遇，某时刻观测到P点的合成振动的位移既不等于这两列振幅之和，又不等于这两列波的振幅之差，则我们可以断言（ ）

A. P点不可能是振动最弱的点

B. P点不可能是振动最强的点

C. P点不是振动最强的点，也不是最弱的点

D. P点可能是振动最强的点

6. 关于驻波，以下见解正确的是（ ）

A. 波形不变

B. 波腹处质点位移恒不为零

C. 波节处质点位移恒为零

D. 两相邻波腹间的距离为四分之一波长

7. 在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动（ ）

A.振幅相同，位相相同　B.振幅不同，位相相同

C.振幅相同，位相不同　D.振幅不同，位相不同

8. 一平面简谐波表达式为$y=-0.05\sin\pi(t-2x)(\mathrm{SI})$ **则该波的频率**$\nu(\mathrm{Hz})$**，波速**u**（m/s）及波线上各点振幅**A**（m）依次为（　）**

$A.\quad \frac{1}{2},\frac{1}{2},-0.05$　　　　$B.\quad \frac{1}{2},1,-0.05$

$C.\quad \frac{1}{2},\frac{1}{2},0.05$　　　　$D.\quad 2,2,0.05$

9. 一列机械横波，能量为最大值的媒质质元的位置是：

A。正向最大位移处　　　　B。负向最大位移处

C。平衡位置处　　　　D。其它位置处

10两端固定拉紧的棒中有余弦驻波存在，
其中三个最大波长之比为：（ ）

A. 3:2:1

B. 5:3:1

C. 4:2:1

D. 6:3:2

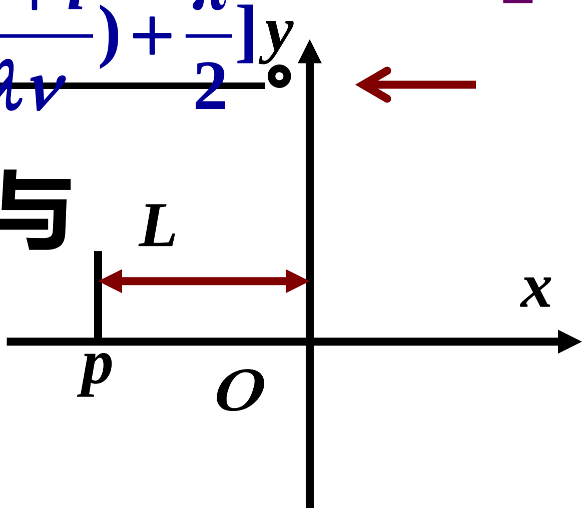
(二) 填空题

1.一横波的波动方程为：$y = 0.01\cos(250\pi t - 10\pi x)(\mathrm{m})$

若$t = 0.1\mathrm{s}$，则x=2m处质点的位移为 <u>-0.01</u> m，该处质点的振动速度为 <u>0</u> m·s^{-1}，加速度为 <u>$625\pi^2$</u> m·s^{-2}。

2. 如图所示，一平面简谐波沿Ox轴负方向传播，波长为λ,若P处质点的振动方程是$y_p = A\cos(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2})$，则波的波动方程是 <u>$y = A\cos[2\pi\nu(t + \frac{x+l}{\lambda\nu}) + \frac{\pi}{2}]$</u>。

P处质点 <u>$t_1 + \frac{l}{\lambda\nu}$</u> 时刻的振动状态与$O$处的质点$t_1$时刻的振动状态相同。



$$y_p(t) = y_o(t_1) \to t = t_1 + \frac{L}{u}$$

3. 一平面简谐波在媒质中传播，在某时刻，某质元的动能为最大值时，其势能____最大____。

4. 两相干波源S_1和S_2，相距20m，其振幅相等，周期为0.2s，在同一媒质中传播，波速度均为40 $m\cdot s^{-1}$。S_1的振动方程：$y_1 = A\cos(10\pi t + \pi/2)$ ，S_2的振动方程：$y_2 = A\cos(10\pi t - \pi/2)$ 。以S_1、S_2连线为坐标轴x，以S_1、S_2连线中点为原点，则S_1S_2间因干涉而静止的各点的坐标：x=________。

0、±4、±8

$$r_1 = 10 + x, \quad r_2 = 10 - x$$

$$\Delta\varphi = -\pi - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = (2k+1)\pi$$

$$x = 4k + 4 (k = 0 \pm 1, \pm 2, \cdots) \quad 或 \quad x = -4k$$

5. 两列平面简谐波在一很长的弦上传播，设其方程为

$$y_1 = 5\cos(20\pi t - \frac{\pi}{10}x + \frac{\pi}{2})$$

$$y_2 = 5\cos(20\pi t + \frac{\pi}{10}x - \frac{\pi}{2})$$

则弦线上波腹的位置 $\underline{10k+5}$ $(k = 0 \pm 1, \pm 2, \cdots)$。

$$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cdot\cos\beta$$

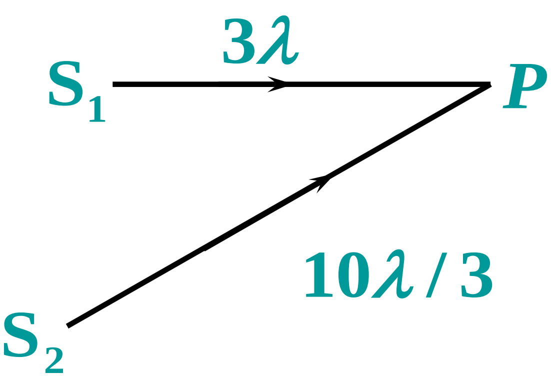
$$y = 10\cos(\frac{\pi}{10}x - \frac{\pi}{2})\cdot\cos 2\pi t$$

6. 在简谐驻波中，同一波节两侧的两个媒质元（在距该波节二分之一波长的范围内）的振动相位差是 $\underline{\pi}$ 。

8. 在截面积为S的圆管中，有一列平面简谐波传播，表达式为$y = A\cos(\omega t - 2\pi x/\lambda)$，管中波的平均能量密度是 w ,则通过截面 S 的平均能流是______。$\frac{\omega\lambda}{2\pi}wS$

$$\bar{P} = \bar{I}S = wuS = wS\lambda\frac{\omega}{2\pi}$$

9. 如图所示，波源S_1和S_2发出的波在P点相遇，P点距波源的距离分别为3λ和$10\lambda/3$，λ为两列波在介质中的波长，若P点的合振幅总是极大值，则两波源振动方向__相同__（填相同或不同），振动频率__相同__（填相同或不同），波源S_2的相位比S_1的相位领先__$2\pi/3$__。



7. 一平面余弦波，沿直径14cm的圆柱形管传播，波强为18.0×10-3,，频率300波速300，则波的平均能量密度为____6.00×10^{-5}____，两个相邻同相面之间波的能量为____9.23×10^{-7}____。

10. 一横波波函数为 $y=0.2\cos[\pi(200t-5x)+\frac{\pi}{2}]$

则t=0,x=2m处质点的振动速度为____-40π____，加速度为____0____。

三、计算题

1.沿着绳子传播的平面简谐波的波动方程为

$y = 0.05\cos(10\pi t - 4\pi x)$，求：

⑴ 波的波速、频率、波长;

(2)绳子上各质点振动时的最大速度和最大加速度；

⑶ 求 $x = 0.2m$处质点在$t = 1s$时的相位，它是原点在哪一时刻的相位？其所代表的运动状态在$t = 1.25s$到达哪一点？

解：$y = 0.05\cos(10\pi t - 4\pi x) = 0.05\cos 10\pi(t - \frac{x}{2.5})$

$$= A\cos\omega(t - \frac{x}{u})$$

(1) $A = 0.05(m)$ $\omega = 10\pi$ $u = 2.5(m/s)$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 5(HZ) \qquad \lambda = uT = \frac{u}{\nu} = 0.5(m)$$

(2) $\upsilon_{\max} = A\omega = 0.5\pi(m/s)$

$$a_{\max} = A\omega^2 = 5\pi^2(m/s^2)$$

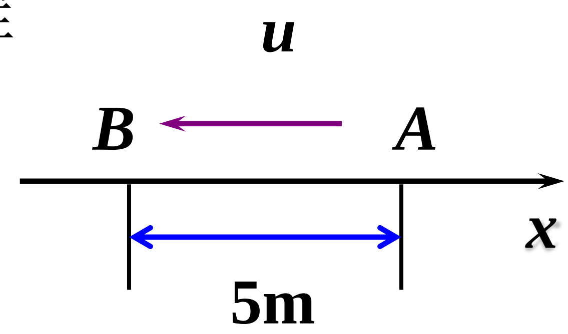
(3) $\varphi_1 = 10\pi\times 1 - 4\pi\times 0.2 = 9.2\pi$ $t = \frac{9.2\pi}{10\pi} = 0.92(s)$

$$10\pi\times 1.25 - 4\pi x = 9.2\pi \quad \Rightarrow x = 0.825(m)$$

2.如图所示，一平面波在媒质中以波速$u = 20m/s$沿直线传播，已知A点的振动方程：$y = 3\cos 4\pi t$

求：(1）以A为坐标原点写出波动方程；

（2）以B为坐标原点写出波动方程



解：(1) $u = 20$　　$y_A = 3\cos 4\pi t$

$$y = 3\cos 4\pi\left(t + \frac{x}{20}\right)$$

(2)B点振动方程： $y_B = 3\cos 4\pi\left(t + \frac{-5}{20}\right) = 3\cos(4\pi t - \pi)$

直接写

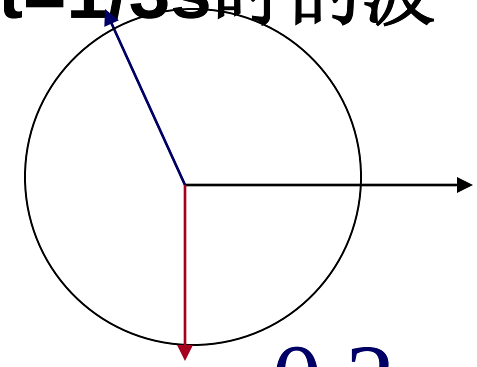
以B为坐标原点的波动方程

$$y = 3\cos 4\pi\left[\left(t + \frac{x}{20}\right) - \pi\right]$$

$$y = 3\cos 4\pi\left[\left(t + \frac{x-5}{20}\right)\right]$$

3.如图一沿着x轴正向传播的平面余弦波在t=1/3s时的波形，周期T=2s,

求（1）o点和p点的振动方程（2）波函数（3） o点和p点的距离



解：$T=2,\ \lambda=0.4,\ A=0.1,\ \omega=\pi, u=0.2$

$$y=A\cos(\omega t+\varphi)=0.1\cos(\pi t+\varphi)$$

$$\pi\cdot\frac{1}{3}+\varphi_0=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{3} \qquad \pi\cdot\frac{1}{3}+\varphi_p=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow\varphi_p=\frac{7\pi}{6}$$

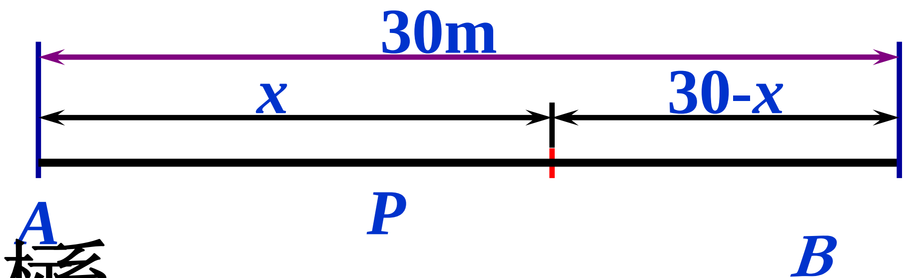
$$y_0=0.1\cos(\pi t+\frac{\pi}{3}) \qquad y_p=0.1\cos(\pi t+\frac{7\pi}{6})$$

$$(2)y=0.1\cos[\pi(t-5x)+\frac{\pi}{3}]$$

$$(3)\Delta\varphi=\frac{\pi}{3}-\frac{7\pi}{6}+2\pi=\frac{7\pi}{6};$$

$$d=u\Delta t=u\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{0.7}{3}=0.233m=23.3cm$$

4. 在同一均匀媒质中两个相干波源分别位于A、B两点，其振幅相等，频率皆为$100Hz$，初相差$\varphi_B-\varphi_A=\pi$,若两点间距为$30m$，波速为$400m/s$，求AB连线上因干涉而静止的各点的位置？



解：以A点为坐标原点建立坐标系

$$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A-\frac{2\pi}{\lambda}(r_B-r_A)=\pi-\frac{2\pi}{\lambda}(30-x-x)$$

$$=\pi(x-14)$$

干涉静止：$\Delta\varphi=(2k+1)\pi\quad(k=0、\pm1、\pm2\ldots)$

$$x-14=2k+1$$

即x为$0\sim30$间的奇数：1、3、5……29

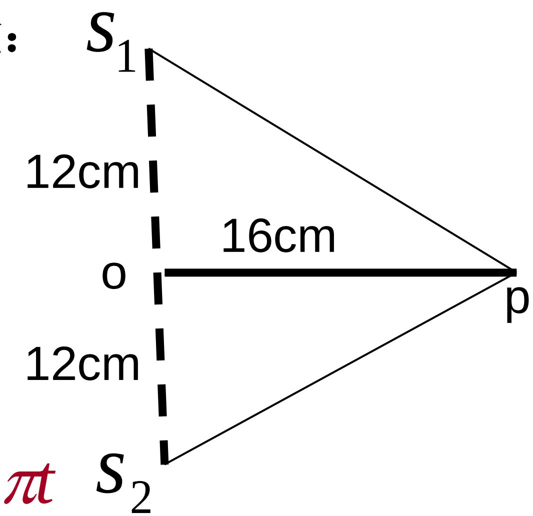
方法二：驻波法

由分析可知，$x=15m$处是波节点

$\because$ 相邻波节点距离为$\frac{\lambda}{2}=2m$

$\therefore x=1、3、5.........29$处都是波节点

5.如图，两个相干波源频率都是100Hz，振幅均为5cm,波速均为10cm/s 已知波源1的初相为0，求下列情况下，中垂线上p点的波函数：（1）相位差为0；（2）相位差为π/2；（3）相位差为π

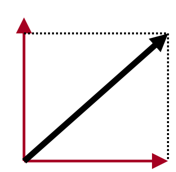


$$\nu = 100, A = 0.05, u = 0.1, \omega = 200\pi$$

$$\because r_2 = r_1 \quad \therefore \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

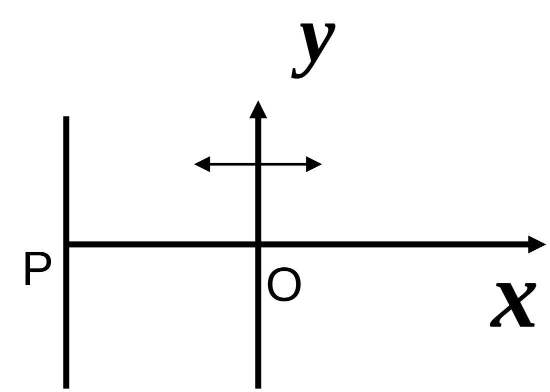
解：（1）$\Delta\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2A_1 \\ \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 0.1\cos 200\pi t$

（2）$\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{2}A_1 \\ \varphi = \dfrac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow y = 0.05\sqrt{2}\cos(200\pi t + \dfrac{\pi}{4})$



（3）$\Delta\varphi = \pi \Rightarrow A = 0 \Rightarrow y = 0$

6.波源在坐标原点O处做简谐振动，振幅为A，圆频率为ω，t=0时，处于y方向最大位移处，不考虑能量损失。在 $x=-(5\lambda)/4$ 处为波密介质反射面，入射波被完全反射。求x轴上各处波函数的表达式。



解： 由旋转矢量法知波源初相 $\varphi=0$

x轴正向波函数: $y_0=A\cos\omega(t-\dfrac{x}{u})$

x轴负向波函数: $y_1=A\cos\omega(t+\dfrac{x}{u})$

入射波在P点引起振动:

$$y_P=A\cos\omega(t-\frac{5\lambda}{4u})=A\cos(\omega t-\frac{5\pi}{2})=A\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})$$

反射波在P点引起振动：

$$y_P = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2} + \pi) = A\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

反射波波函数（只沿x轴正向传播）

$$y_2 = A\cos[\omega(t - \frac{x + \frac{5\lambda}{4}}{u}) + \frac{\pi}{2}] = y = A\cos\omega(t - \frac{x}{u})$$

x轴上o--P间形成驻波（$-\frac{5\lambda}{4} \le x \le 0$）：

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\omega\frac{x}{u}\cos\omega t = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$$

$x > 0$时：$y = y_0 + y_2 = 2A\cos\omega(t - \frac{x}{u}) = 2A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$

$x < -\frac{5\lambda}{4}$时：$y = 0$

7.一弦上的驻波波函数为 $y=3.0\times10^{-2}\cos(1.6\pi x)\cos(550\pi t)$ 。求

（1）将其看成由传播方向相反的两列波叠加而成，求他们的振幅和波速

（2）求相邻波节之间的距离（3）t=3.0*10^{-3}s 时位于x=0.625m处质点的振动速度

解（1）$y=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos\omega t$ 对比可得

$A=1.5\times10^{-2}$； $\lambda=1.25$； $\omega=550\pi$； $u=\frac{\lambda}{T}=344$

$$(2)\ \Delta x=\frac{\lambda}{2}=0.625$$

$$(3)\ A'=\left|3.0\times10^{-2}\cos(1.6\pi x)\right|=3.0\times10^{-2}$$

$$y=3.0\times10^{-2}\cos(550\pi t)=3.0\times10^{-2}\cos(1.65\pi)$$

$$\upsilon=A'\omega\cos(550\pi t+\frac{\pi}{2})=16.5\pi\cos 2.15\pi=46.3$$

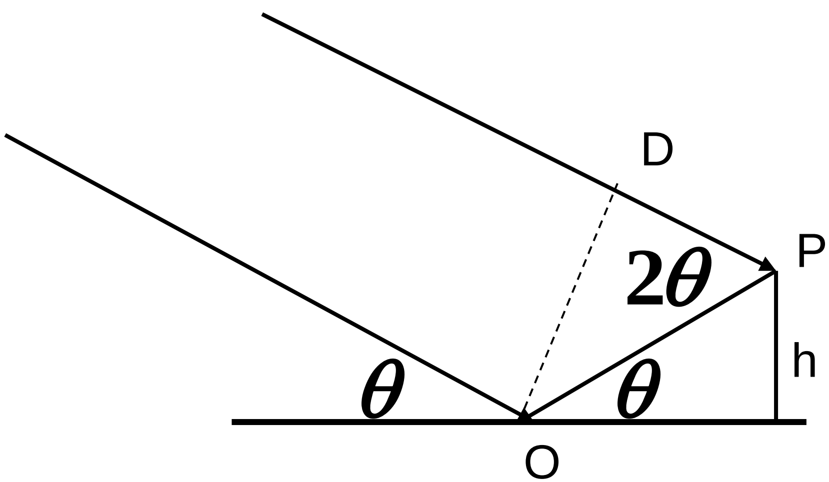
6、一微波探测器位于湖面以上0.5米处，一发射波长为21㎝的单色微波射电星从地平线上缓缓升起，探测器将相继指出信号强度的极大值和极小值，当接收到第一个极大值时，射电星位于湖面以上什么角度？

解：如图，设出现第一极大值时射电星与湖面成α角。由射电星射出的1、2波束是相干波，在探测器处P点两波的波程差为

$$\delta = OP - DP + \frac{\lambda}{2}$$

$$= \frac{h}{\sin\theta} - \frac{h}{\sin\theta} \times \cos 2\theta + \frac{\lambda}{2}$$

$$= \lambda$$



$$\frac{h}{\sin\theta}(1-\cos 2\theta)=\frac{\lambda}{2}\ \Rightarrow 2h\sin\theta=\frac{\lambda}{2}$$

$$\sin\theta=\lambda/4h=\frac{0.21}{2}=0.105\Rightarrow\theta\approx 6^{0}$$

7.长为l两端开口的风琴管可用于测量风洞马赫数 υ / c，其中 υ 是空气流动速度，c是静止空气中的声速，当风琴管固定不动时，它与周期为T的基波发生共振，若 $\upsilon/c = 1/2$，求 T/T_0，T_0 是风琴管在静止空气中与基波发生共振的基波周期。

解：

$$\nu_B = \frac{u + u_B}{u - u_s}\nu_s$$

前提：介质不动

波源（s）：空气驻波　　介质：空气

观察者(B)：风琴管

因此：$u = c \quad u_B = \upsilon \quad u_S = 0$

$$\nu_B = \frac{u+u_B}{u-u_s}\nu_s = \frac{c+\upsilon}{c}\nu_s = \frac{3}{2}\nu_s$$

$$\nu_B = \frac{1}{T} \qquad \nu_s = \frac{1}{T_0} \Rightarrow \qquad \frac{T}{T_0} = \frac{2}{3}$$

方法二：驻波法 风琴管里形成驻波

$$l = n\frac{\lambda}{2}(\text{基波}n=1) \Rightarrow \lambda = 2l$$

$$\begin{cases} cT_0 = \lambda = 2l & \text{空气静止} \\ (c+\upsilon)T = \lambda = 2l & \text{空气流动} \end{cases} \Rightarrow \qquad \frac{T}{T_0} = \frac{2}{3}$$

7. 放置在海底的超声波探测器发出一束频率为30000Hz的超声波，被迎面驶来的潜水艇反射回探测器来，测得反射波频率与原频率差为241Hz。已知超声波在海水中的传播速度为1500m·s^{-1}，试求潜水艇航行速度

解（1）潜水艇反射波的频率同于潜水艇接收的频率

$$\nu_{反} = \frac{u+u_B}{u}\nu_0 \quad \nu_0 = 30000\text{Hz} \quad u = 1500\text{m/s}$$

探测器再接收到的频率

$$\nu = \frac{u}{u-u_B}\nu_{反} = \frac{u+u_B}{u-u_B}\nu_0 \qquad \Delta\nu = \nu - \nu_0 = \frac{2u_B}{u-u_B}\nu_0$$

$$\because \Delta\nu << \nu_0 \qquad \therefore u_B << u$$

$$\Rightarrow u_B = \frac{\Delta\nu}{2\nu_0 + \Delta\nu}u \approx \frac{\Delta\nu}{2\nu_0}u = 6.03\text{m/s}$$

2.一横波，波函数为 $y = 0.2\cos[\pi(200t - 5x) + \frac{\pi}{2}]$

（1）求振幅、波长、频率、周期、波速和初相
（2）求t=0、x=2处质点的振动速度、振动加速度

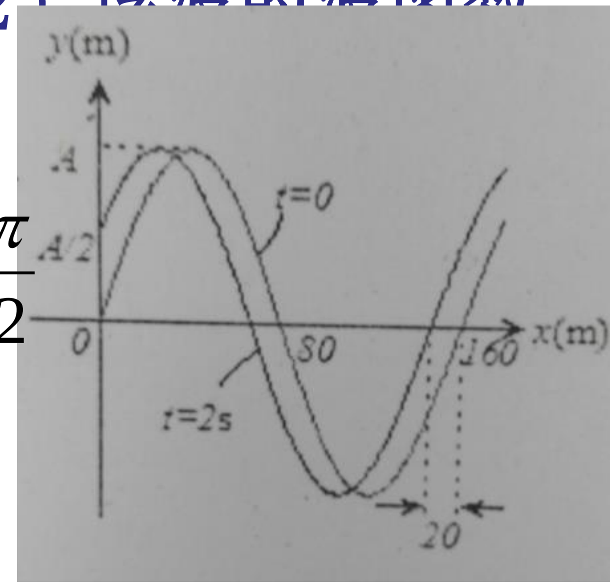
解： (1) $y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi] = 0.2\cos[200\pi(t - \frac{x}{40}) + \frac{\pi}{2}]$

$$A = 0.2 \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \nu = 100 \quad T = 0.01 \quad u = 40 \quad \lambda = uT = 0.4$$

$$(2)\quad \upsilon = 40\pi\cos[200\pi(t - \frac{x}{40}) + \pi] \Rightarrow \upsilon_{0.2} = -40\pi$$

$$a = 8000\pi^2\cos[200\pi(t - \frac{x}{40}) + \frac{3\pi}{2}] \Rightarrow a_{0.2} = 0$$

3. 一平面简谐波，t=0时刻与t=2时刻的波形如图所示：求（1）左边原点处质点的振动方程（2）该波的波函数



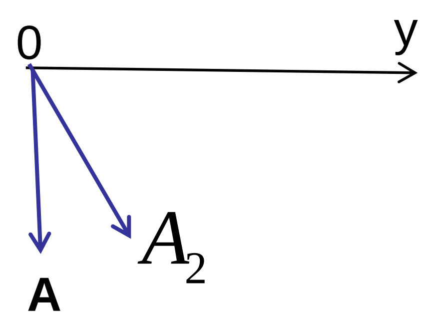
解：由波形图可知u沿x轴负方向传播

$$(\text{设}\Delta x = 20\text{正确})\ \lambda = 160 \quad u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 10 \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$T = \frac{\lambda}{u} = 16 \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{8}$$

$$y = A\cos(\frac{\pi}{8}t - \frac{\pi}{2})$$

$$y = A\cos[\frac{\pi}{8}(t + \frac{x}{10}) - \frac{\pi}{2}]$$

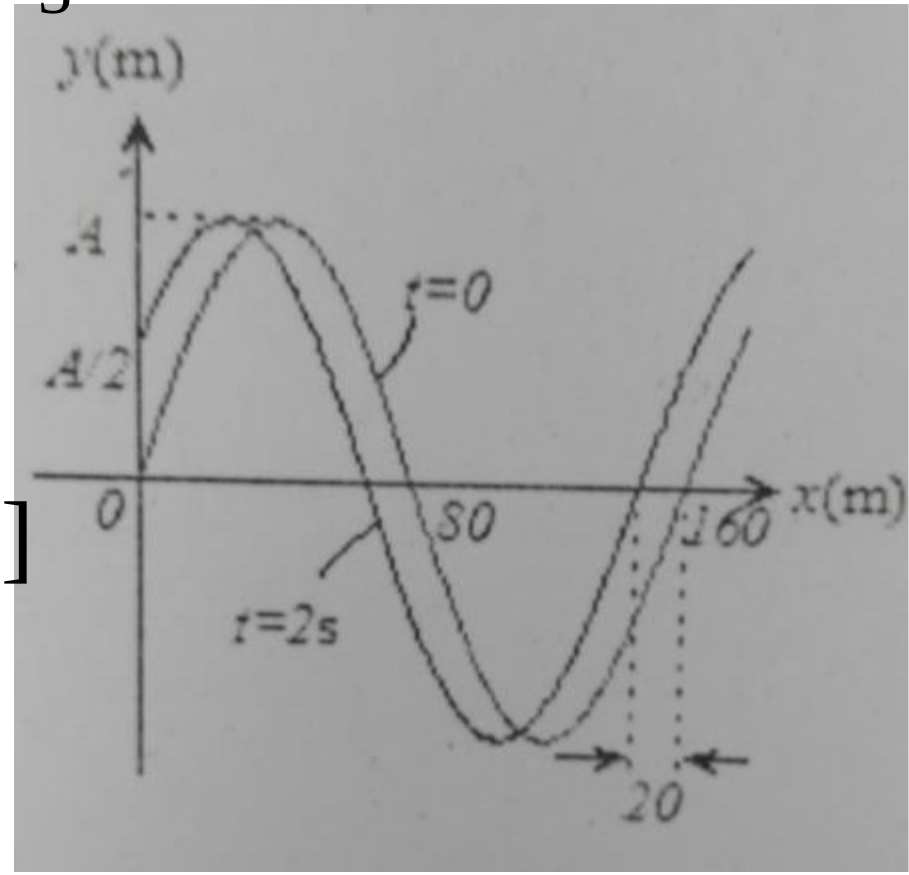


(设$A/2$正确) $\lambda=160$ $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ $T=\frac{360^0}{30^0}\times 2=24$

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{\pi}{6*2}=\frac{\pi}{12} \qquad u=\frac{\lambda}{T}=\frac{20}{3}$$

$$y=A\cos(\frac{\pi}{12}t-\frac{\pi}{2})$$

$$y=A\cos[\frac{\pi}{12}(t+\frac{3x}{20})-\frac{\pi}{2}]$$



5. 一平面余弦波，沿直径为14cm的圆柱形管传播，波的强度为18.0×10^{-3}J·m^{-2}·s^{-1}，频率为300Hz，波速为300m·s^{-1}，求：

（1）波的平均能量密度和最大能量密度？

（2）两个相邻同相位面之间有多少波的能量？

解： ① $I = 18.0\times 10^{-3}$ $\nu = 300$ $u = 300$

$d = 0.14m$ $S = \pi r^2 = 0.49\pi\times 10^{-2}$

$$I = \overline{w}u \qquad \omega_{\max} = 2\overline{\omega} = 1.2\times 10^{-4} J\cdot m^{-3}$$

$$\Rightarrow \overline{w} = \frac{I}{u} = \frac{18\times 10^{3}\,\mathrm{J\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}}}{300\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$$

$$= 6\times 10^{-5}\,\mathrm{J\cdot m^{-3}}$$

(2)两相邻同相面之间的距离为一个波长

$$\lambda = uT = \frac{u}{\nu} = 1m$$

故二者之间的能量为：

$$W = \bar{\omega}\Delta V = \bar{\omega}\lambda S = 9.23\times10^{-7}J$$