

# 第8章 复杂过程控制系统

# 本章要点

- 1) 了解多变量耦合控制系统的应用背景及要解决的问题，熟悉相对增益的概念，掌握相对增益矩阵的计算方法，学会用相对增益判断系统的耦合程度，掌握常见的前馈补偿解耦设计方法；
- 2) 了解适应式控制系统的应用背景，熟悉三种过程参数变化时的适应式控制系统的结构及工作原理；
- 3) 熟悉推理控制系统的工作原理与性能特点，掌握设计方法；
- 4) 熟悉预测控制的主要原理，掌握单步预测控制的设计方法；

## 8.1 序言

有一些工业过程，它们存在如下一些特点：

- 1) 输入/输出变量在两个及其以上，且相互存在耦合；
- 2) 过程的某些特征参数，如放大倍数、时间常数、纯滞后时间等，随时间不断变化；
- 3) 过程的干扰量与输出量无法测量或难以测量；
- 4) 过程的参数模型难以得到，只能获得非参数模型，如阶跃响应曲线或脉冲响应曲线等；

上述过程，均具有不同程度的复杂性，所以将它们统称为复杂过程。面对这些复杂过程，前面讨论的控制策略和系统设计方法已不能满足要求。本章将讨论针对上述各种复杂过程进行系统设计的相应方法。

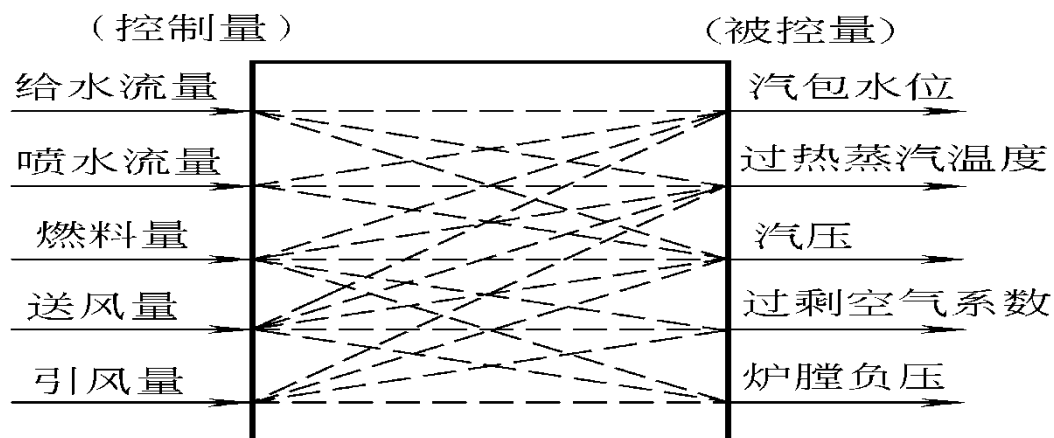
## 8.2 多变量解耦控制系统

### 8.2.1 耦合过程及其要解决的问题

火力发电厂部分场景

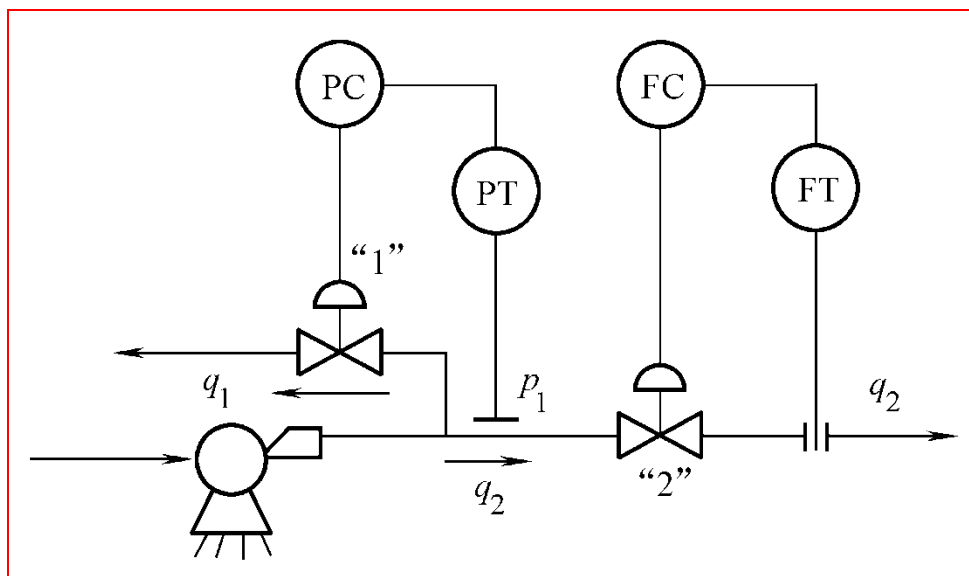


电场锅炉多变量耦合过程示意图



## 多变量解耦控制系统实例

当干扰使压力升高时，通过压力调节器的调节，开大调节阀1的开度，增加旁路回流量，减小排出量，迫使压力回到给定值上；与此同时，压力的升高，会使调节阀2前后的压差增大，导致阀门开度未变时流量的增大。



此时，通过流量控制回路，关小调节阀2的阀门开度，迫使阀后流量回到给定值上。由于阀后流量的减小又将引起阀前压力的增加。

### 需要解决的问题

- 1) 如何判断多变量过程的耦合程度？
- 2) 如何最大限度地减少耦合程度？
- 3) 在什么情况下必须进行解耦设计，如何进行解耦设计？

## 8.2.2 耦合过程及其要解决的问题

### 1、相对增益与相对增益矩阵

#### (1) 开环增益

在相互耦合的  $n \times n$  维被控过程中选择第  $i$  个通道，使所有其他控制量  $u_k$  ( $k=1,2,\dots,n, k \neq j$ ) 都保持不变时将控制量  $u_j$  改变一个  $\Delta u_j$  所得到的  $y_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 的变化量  $\Delta y_i$  与  $\Delta u_j$  之比，定义为  $u_j$  到  $y_i$  通道的开环增益，表示为

$$k_{ij} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{\substack{u_k = \text{const} \\ (k=1, 2, \dots, n, k \neq j)}}$$

## (2) 闭环增益

还是选择第*i*个通道，将其他所有通道进行闭环并采用积分调节使其他被控量 ( $y_k \ k=1,2,\dots,n, k \neq i$ ) 都保持不变，只改变被控量  $y_i$  所得到的变化量  $\Delta y_i$  与  $u_j (j=1,2,\dots,n)$  的变化量  $\Delta u_j$  之比，定义为  $u_j$  到  $y_i$  通道的闭环增益，表示为

$$k'_{ij} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{\substack{y_k = \text{const} \\ (k=1, 2, \dots, n, k \neq j)}}$$

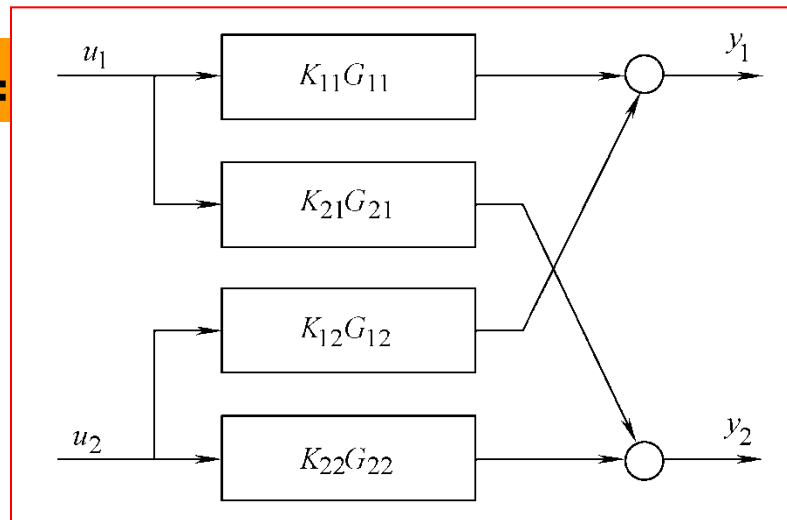
## (3) 相对增益与相对增益矩阵

$$\lambda_{ij} \triangleq \frac{k_{ij}}{k'_{ij}} = \frac{\left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{u_k = \text{const}}}{\left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{y_k = \text{const}}} \quad \begin{matrix} (k \neq j) \\ (k \neq i) \end{matrix}$$

$$\lambda = \{ \lambda_{ij} \} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \cdots \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \cdots \lambda_{2n} \\ \cdots & \cdots \quad \cdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} \cdots \lambda_{nn} \end{bmatrix}$$

## 2. 相对增益矩阵的获取

两输入/两输出耦合过程：



### (1) 偏微分方法

$$\begin{cases} y_1 = K_{11}u_1 + K_{12}u_2 \\ y_2 = K_{21}u_1 + K_{22}u_2 \end{cases}$$

$$K_{ij} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_u$$

➡  $\lambda_{11} = \frac{K_{11}}{K_{11}'} = \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}$

同理：  $\lambda_{12} = \frac{-K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} \quad \lambda_{21} = \frac{-K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} \quad \lambda_{22} = \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}$



## (2) 增益矩阵算法

$$\begin{cases} u_1 = h_{11}y_1 + h_{12}y_2 \\ u_2 = h_{21}y_1 + h_{22}y_2 \end{cases} \quad h_{ji} = \left. \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \right|_{\substack{y_k = \text{const} \\ (k \neq i)}} = \frac{1}{K_{ij}} \quad \text{为闭环增益的倒数}$$

→  $Y = KU$  其中:  $K = \{K_{ij}\}$   $Y = [y_1, y_2 \cdots y_n]^T$   $U = [u_1, u_2 \cdots u_n]^T$

$$U = HY \quad H = \{h_{ij}\}$$

矩阵与矩阵互为逆矩阵  $K = H^{-1}$

相对增益矩阵的每个元素等于矩阵中的对应元素与矩阵转置后对应元素的乘积。相对增益矩阵的每个元素也可以表示成矩阵中的每个元素与矩阵求逆并转置后的对应元素的乘积，记为

$$\lambda = K \otimes H^T = K \otimes (K^{-1})^T$$

" $\otimes$ " 表示两矩阵的对应元素相乘。

### 3. 相对增益矩阵的性质

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11} + \lambda_{12} &= 1 \\ \lambda_{21} + \lambda_{22} &= 1 \\ \lambda_{11} + \lambda_{21} &= 1 \\ \lambda_{12} + \lambda_{22} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

可见，一个双变量耦合过程， $\lambda$ 矩阵中每行元素之和为1，每列元素之和也为1。对于  $n \times n$  维被控过程，可以证明上述结论依然成立，即每一行元素之和为1，每一列元素之和也为1。

推广到一般情况，也成立。

用途：第一是可以大大减少计算的工作量。

第二是揭示了相对增益矩阵中各元素之间存在某种定性关系。

#### 4. 相对增益与耦合特性

(1)当  $0.8 < \lambda_{ij} < 1.2$

表明其它通道对该通道的关联作用不强，可不必解耦；

(2)当  $0.3 \leq \lambda_{ij} \leq 0.7$ 或 $\lambda_{ij} > 1.5$

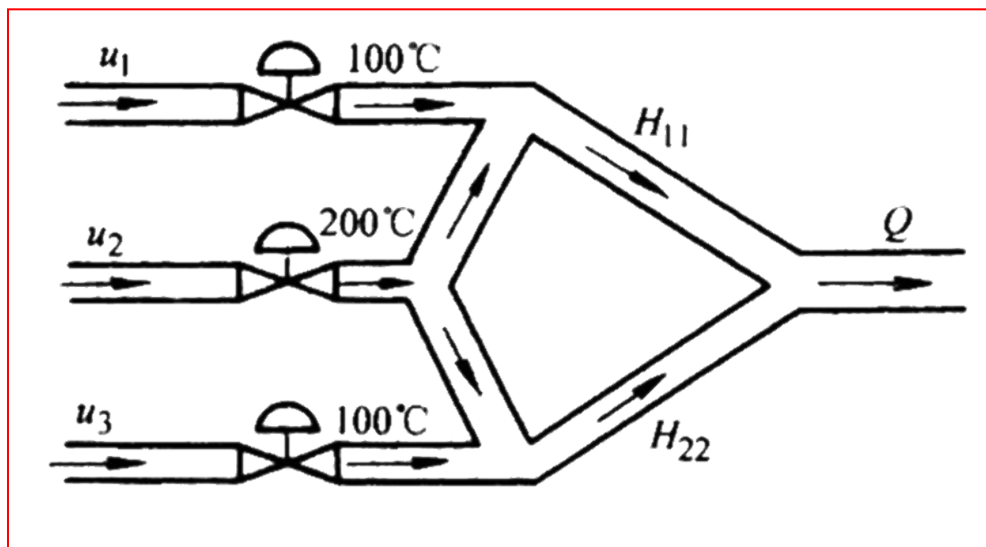
表明系统中存在严重的耦合，解耦设计是必要的；

(3)当  $\lambda_{ij} \leq 0$ 或接近0

则该通道的变量配对不恰当，应当重新选择。

## 5.变量配对实例

例：三种流体混合过程



控制要求： 1:稳定热量H11和H22  
2:稳定总流量Q。

假设：

$$K_{v1} = K_{v2} = K_{v3} = 1$$

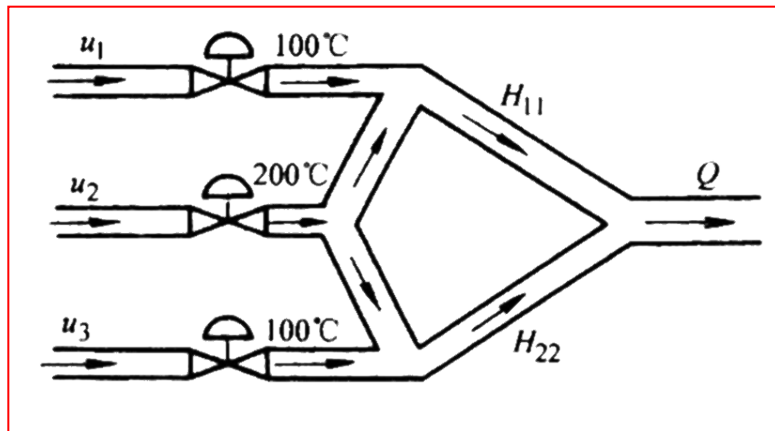
两侧管道对称

$$H_{11} = \frac{u_1}{100} \times 100 + \frac{1}{2} \times \frac{u_2}{100} \times 200$$

$$H_{22} = \frac{u_3}{100} \times 100 + \frac{1}{2} \times \frac{u_2}{100} \times 200$$

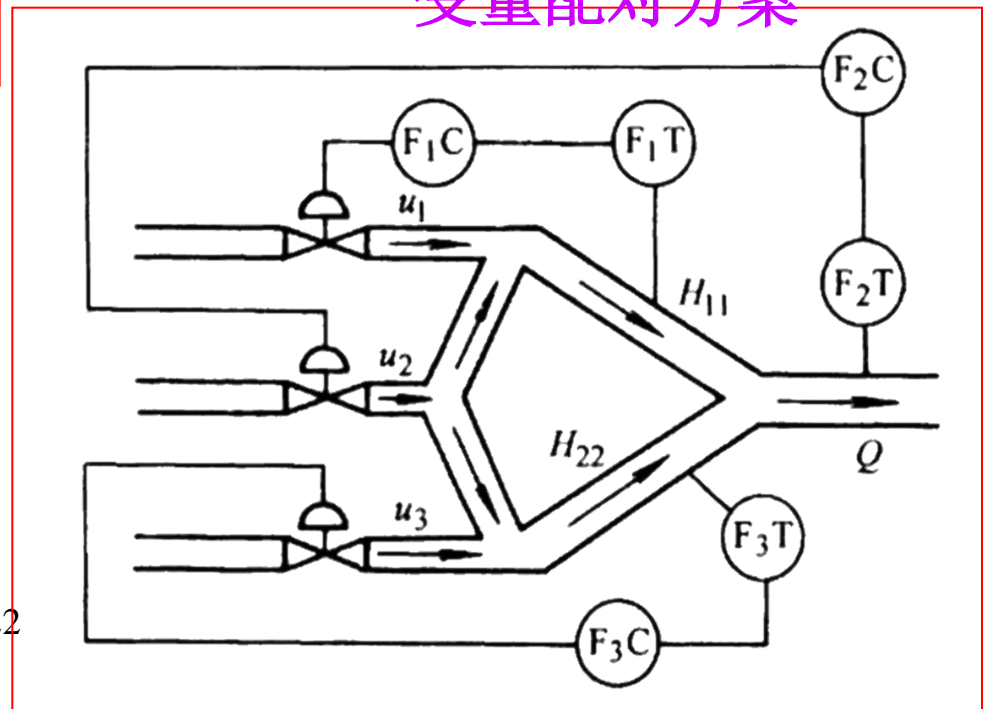
$$Q = u_1 + u_2 + u_3$$

# 变量配对方案



控制方案:  $\begin{cases} U_2 \longrightarrow Q \\ U_1, U_3 \longrightarrow H_{11}, H_{22} \end{cases}$

变量配对方案



# 变量配对实例

已知:

$$\begin{aligned} H_{11} &= u_1 + u_2 \\ Q &= u_1 + u_2 + u_3 \\ H_{22} &= u_2 + u_3 \end{aligned}$$
$$K = \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & H_{11} \\ 1 & 1 & 1 & Q \\ 0 & 1 & 1 & H_{22} \\ \hline U_1 & U_2 & U_3 & \end{array}$$

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (K^{-1})^T = K^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# 变量配对实例

$$\lambda = K \otimes (K^{-1})^T = \begin{matrix} & \begin{matrix} H_{11} & & \\ & Q & \\ & & H_{22} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} U_1 & U_2 & U_3 \end{matrix} & \end{matrix}$$

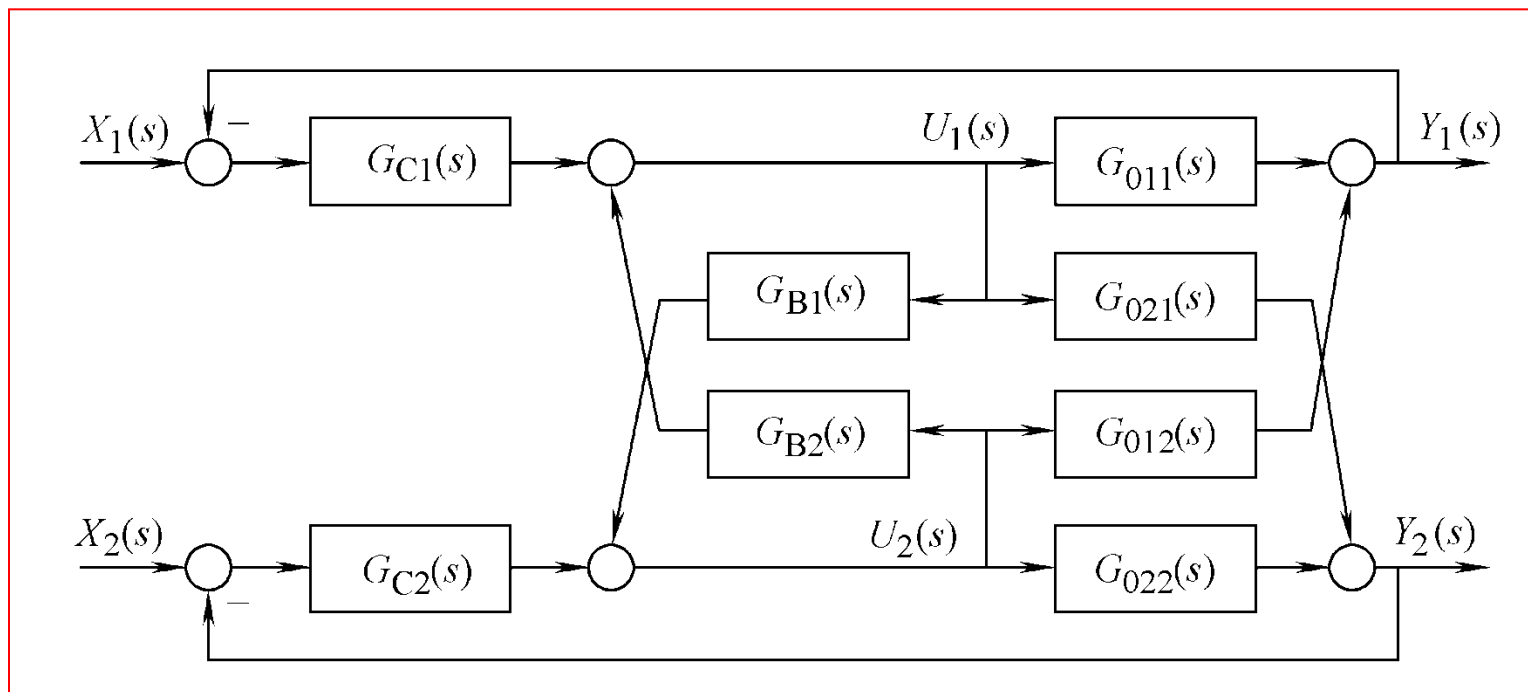
控制方案:  $\begin{cases} U_1 \longrightarrow Q \\ U_2 \longrightarrow H_{11}, H_{22} \end{cases}$

$\begin{cases} U_3 \longrightarrow Q \\ U_2 \longrightarrow H_{11}, H_{22} \end{cases}$

## 8.2.2 耦合过程及其要解决的问题

所谓解耦设计，就是设计一个解耦装置，使其中任意一个控制量的变化只影响其配对的那个被控变量而不影响其他控制回路的被控变量，即将多变量耦合控制系统分解成若干个相互独立的单变量控制系统。

### 1 前馈补偿设计法

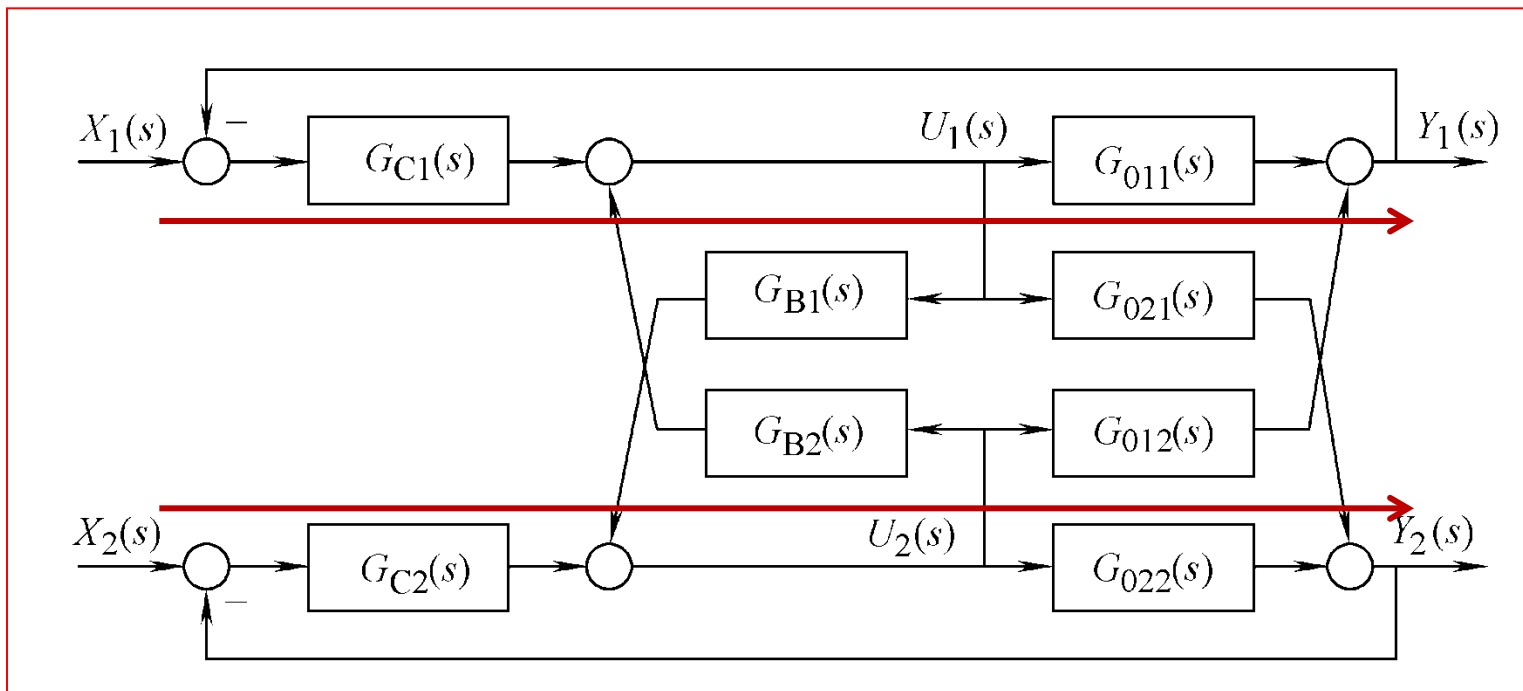




# 设计方法

$$\begin{cases} G_{B1}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \\ G_{B2}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \end{cases}$$

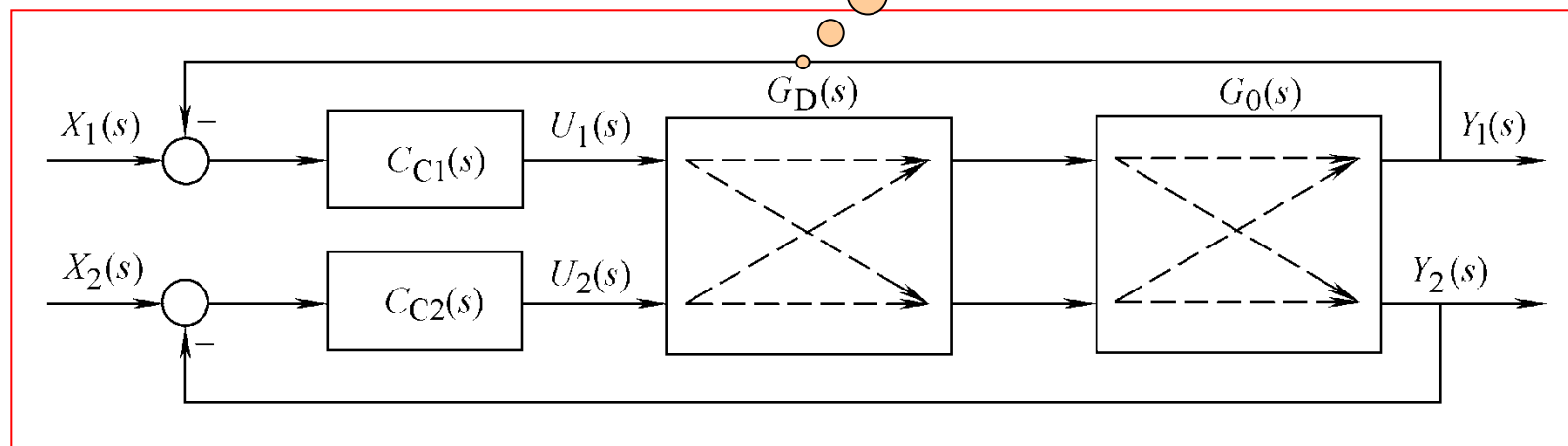
**GB (s) 的实现问题**



# 设计方法

## 2对角矩阵设计法

解耦  
控制器



# 对角矩阵设计方法

设  $Y(s) = \text{diag}\{g_{pii}(s)\} \cdot u(s)$

令  $G_0(s)G_D(s) = \text{diag}\{g_{Pii}(s)\}$

对双变量控制系统为：

$$\begin{pmatrix} g_{011}(s) & g_{012}(s) \\ g_{021}(s) & g_{022}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{D11}(s) & g_{D12}(s) \\ g_{D21}(s) & g_{D22}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{P11}(s) & 0 \\ 0 & g_{P22}(s) \end{pmatrix}$$

则  $G_D(s) = G_0^{-1}(s) \text{diag}\{g_{Pii}(s)\}$

# 对角矩阵设计方法

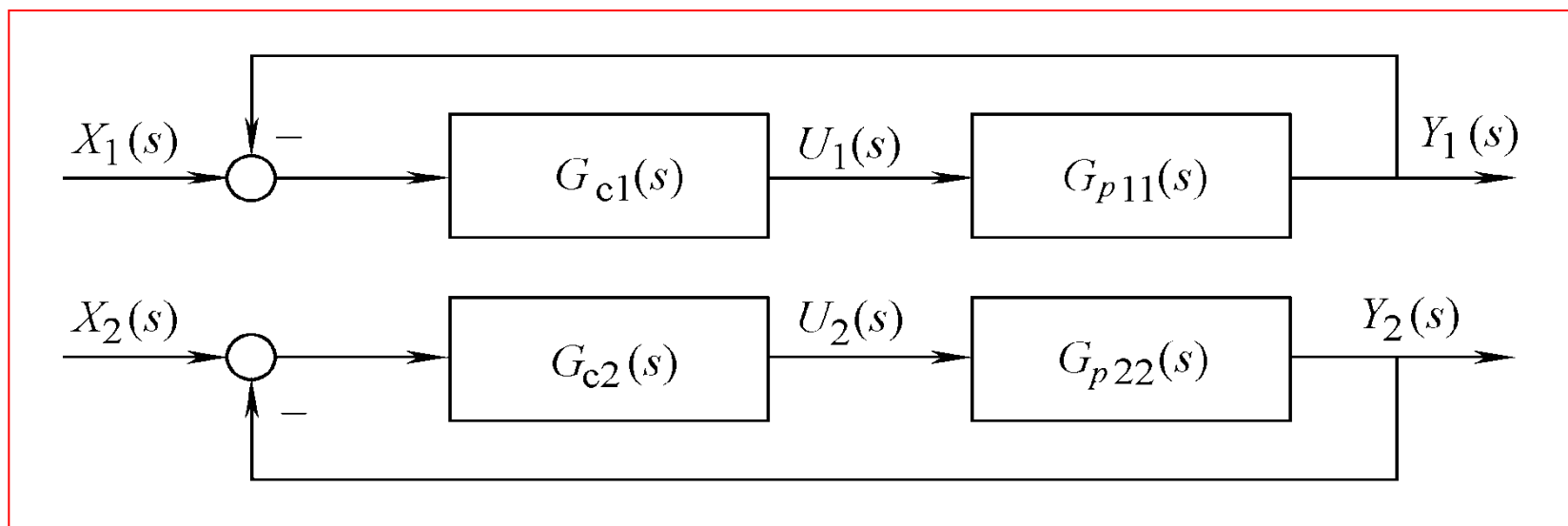
$$\begin{aligned} G_D(s) &= G_0^{-1}(s) \text{diag}\{g_{Pii}(s)\} \\ &= \frac{1}{|G_0(s)|} \text{adj}G_0(s) \text{diag}\{g_{Pii}(s)\} \\ &= \frac{\begin{pmatrix} g_{022}(s) & -g_{012}(s) \\ -g_{021}(s) & g_{011}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{P11}(s) & 0 \\ 0 & g_{P22}(s) \end{pmatrix}}{g_{011}(s)g_{022}(s) - g_{012}(s)g_{021}(s)} \end{aligned}$$

则

注意：此方法需要合理设计  
目标对角阵的传递函数！

$$= \begin{pmatrix} \frac{g_{022}(s)g_{P11}(s)}{\Delta} & \frac{-g_{012}(s)g_{P22}(s)}{\Delta} \\ \frac{-g_{021}(s)g_{P11}(s)}{\Delta} & \frac{g_{011}(s)g_{P22}(s)}{\Delta} \end{pmatrix}$$

# 对角矩阵设计方法



## 3单位矩阵设计法

设  $Y(s) = G_0(s)G_D(s)U(s) = I \cdot U(s)$   
则  $G_D(s) = G_0^{-1}(s)$

## 4 解耦控制系统的简化设计

比较常用的方法有：

当过程模型的时间常数相差很大时，则可以忽略较小的时间常数；

当过程模型的时间常数相差不大时，则可以让它们相等。

例： 一个三变量控制系统的过程传递函数阵为

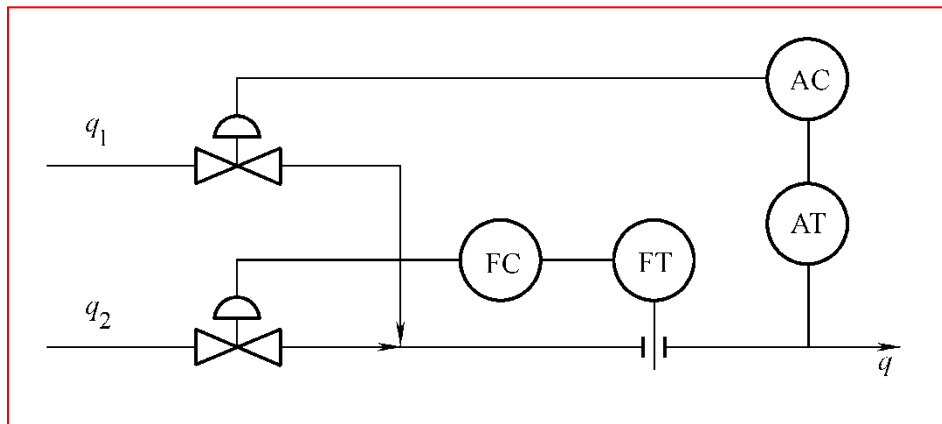
$$G_0(s) = \begin{pmatrix} G_{011}(s) & G_{012}(s) & G_{013}(s) \\ G_{021}(s) & G_{022}(s) & G_{023}(s) \\ G_{031}(s) & G_{032}(s) & G_{033}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2.6}{(2.7s+1)(0.3s+1)} & \frac{-116}{(2.7s+1)(0.2s+1)} & 0 \\ \frac{1}{3.8s+1} & \frac{1}{4.5s+1} & 0 \\ \frac{2.74}{0.2s+1} & \frac{2.6}{0.18s+1} & \frac{-0.87}{0.25s+1} \end{pmatrix}$$

$$\approx \begin{pmatrix} \frac{2.6}{2.7s+1} & \frac{-116}{2.7s+1} & 0 \\ \frac{1}{4.5s+1} & \frac{1}{4.5s+1} & 0 \\ 2.74 & 2.6 & -0.87 \end{pmatrix}$$

最后，利用对角矩阵法或单位矩阵法，依据简化后的传递函数矩阵求出解耦装置。

## 5. 解耦控制系统设计举例

两种料液 $q_1$ 和 $q_2$ 经均匀混合后送出，要求对混合液的流量 $q$ 和成分 $a$ 进行控制，成分 $a$ 和流量 $q$ ，分别由 $q_1$ 和 $q_2$ 进行控制。



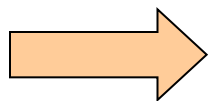
静态关系式为

$$\left. \begin{aligned} q &= q_1 + q_2 \\ a &= \frac{q_1}{q_1 + q_2} \end{aligned} \right\}$$

设相对增益矩阵为

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{1a} & \lambda_{1q} \\ \lambda_{2a} & \lambda_{2q} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{1a} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_1} \Big|_{q_2}}{\frac{\partial a}{\partial q_1} \Big|_q} = 1 - a$$



$$\left. \begin{aligned} \lambda_{2a} &= 1 - \lambda_{1a} = 1 - 1 + a = a \\ \lambda_{1q} &= 1 - \lambda_{1a} = a \\ \lambda_{2q} &= \lambda_{1a} = 1 - a \end{aligned} \right\}$$

若已知 $q_1=q_2=25$ ，则 $a=0.5$ ， $\lambda = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$

若测得被控过程的特性为： $G_0(s) = \begin{bmatrix} \frac{K_{011}}{Ts+1} & \frac{K_{012}}{Ts+1} \\ \frac{K_{021}}{Ts+1} & \frac{K_{022}}{Ts+1} \end{bmatrix}$

当采用对角矩阵设计法时，  
设期望的等效过程特性为： $G_p(s) = G_0(s) \times G_D(s) = \begin{pmatrix} \frac{K_{p11}}{Ts+1} & 0 \\ 0 & \frac{K_{p22}}{Ts+1} \end{pmatrix}$

则解耦装置的数学模型为：

$$G_D(s) = G_0^{-1}(s) \times G_p(s) = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} K_{022} \times K_{p11} & -K_{012} \times K_{p22} \\ -K_{021} \times K_{p11} & K_{011} \times K_{p22} \end{pmatrix}$$

式中  $\Delta = K_{011} \times K_{022} - K_{012} \times K_{021}$



若采用单位矩阵设计法时，期望的等效过程特性为：

$$G_P(s) = G_0(s) \times G_D(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

则解耦装置的数学模型为：

$$G_D(s) = G_0^{-1}(s) \times G_P(s) = \frac{M(s)}{\Delta} \begin{pmatrix} K_{022} & -K_{012} \\ -K_{021} & K_{011} \end{pmatrix}$$

式中  $M(s) = Ts + 1$

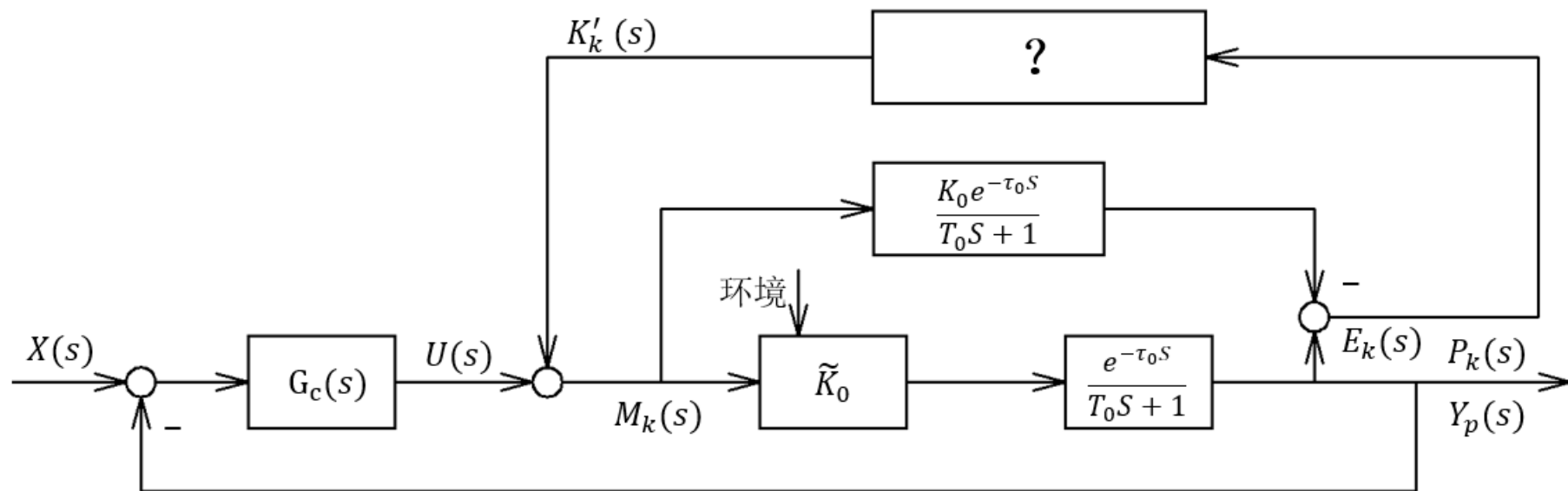
采用单位矩阵设计法所得解耦装置要比对角矩阵设计法复杂（多了微分环节），但期望的等效过程特性却比对角矩阵设计法有很大的改善。

## 8.3 适应过程参数变化的控制系统

过程特性的近似描述：
$$\frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1}$$

- 1、适应静态增益变化的控制策略
- 2、适应纯时延时间变化的控制策略
- 3、适应时间常数变化的控制策略

## 8.3.1 适应静态增益变化的控制系统



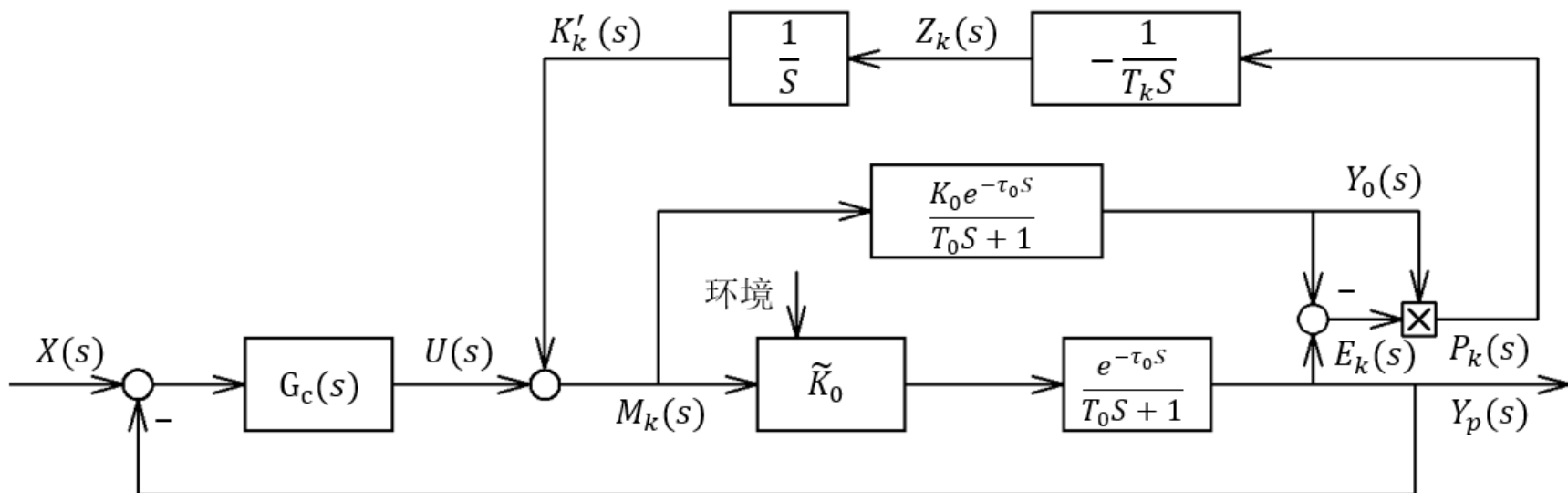
$K_0 e^{-\tau_0 s} / (T_0 s + 1)$  是模拟正常工况下的模型（亦称参考模型）

假设为  $M_k(s) = U(s) + K'_k(s)$  或  $m_k(t) = u(t) + k'_k(t)$

$K'_k(s)$  或  $k'_k(t)$  分别为外加调整环节输出的拉氏变换值或时域值。

若选择模型误差的平方积分作为控制的目标函数，即  $J = \int_0^{\Delta} e_k^2(t) dt$

## 8.3.1 适应静态增益变化的控制系统



外加调整环节的输出  $k'_k(t)$  的变化规律为：

$$\frac{dk'_k(t)}{dt} = -\alpha \frac{\partial J}{\partial \tilde{K}_0}$$

式中,  $\alpha$  为下降步长, 可通过试验确定。

$$J = \int e_k^2(t) dt \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial J}{\partial \tilde{K}_0} = 2 \int e_k(t) \frac{\partial e_k(t)}{\partial \tilde{K}_0} dt$$

$$E_k(s) = M_k(s) \left[ \frac{\tilde{K}_0 e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1} - \frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1} \right]$$

$$\frac{\partial E_k(s)}{\partial K_0} = M_k(s) \times \frac{e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1} = \frac{Y_0(s)}{K_0}$$

$$\frac{\partial e_k(t)}{\partial \tilde{K}_0} = L^{-1} \left[ \frac{\partial E_k(s)}{\partial \tilde{K}_0} \right] = L^{-1} \left[ \frac{Y_0(s)}{K_0} \right] = \frac{y_0(t)}{K_0}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{K}_0} = 2 \int e_k(t) \frac{y_0(t)}{K_0} = \frac{2}{K_0} \int e_k(t) y_0(t) dt = \frac{2}{K_0} p_k(t) dt$$

$$\frac{dk_k'(t)}{dt} = -\alpha \frac{2}{K_0} \int p_k(t) dt = -\frac{1}{T_k} \int p_k(t) dt \quad \text{其中: } T_k = \frac{K_0}{2\alpha}$$

$$k_k'(t) = -\frac{1}{T_k} \iint p_k(t) dt dt$$

$$K_k'(s) = -\frac{1}{T_k} \times \frac{P_k(s)}{s^2}$$

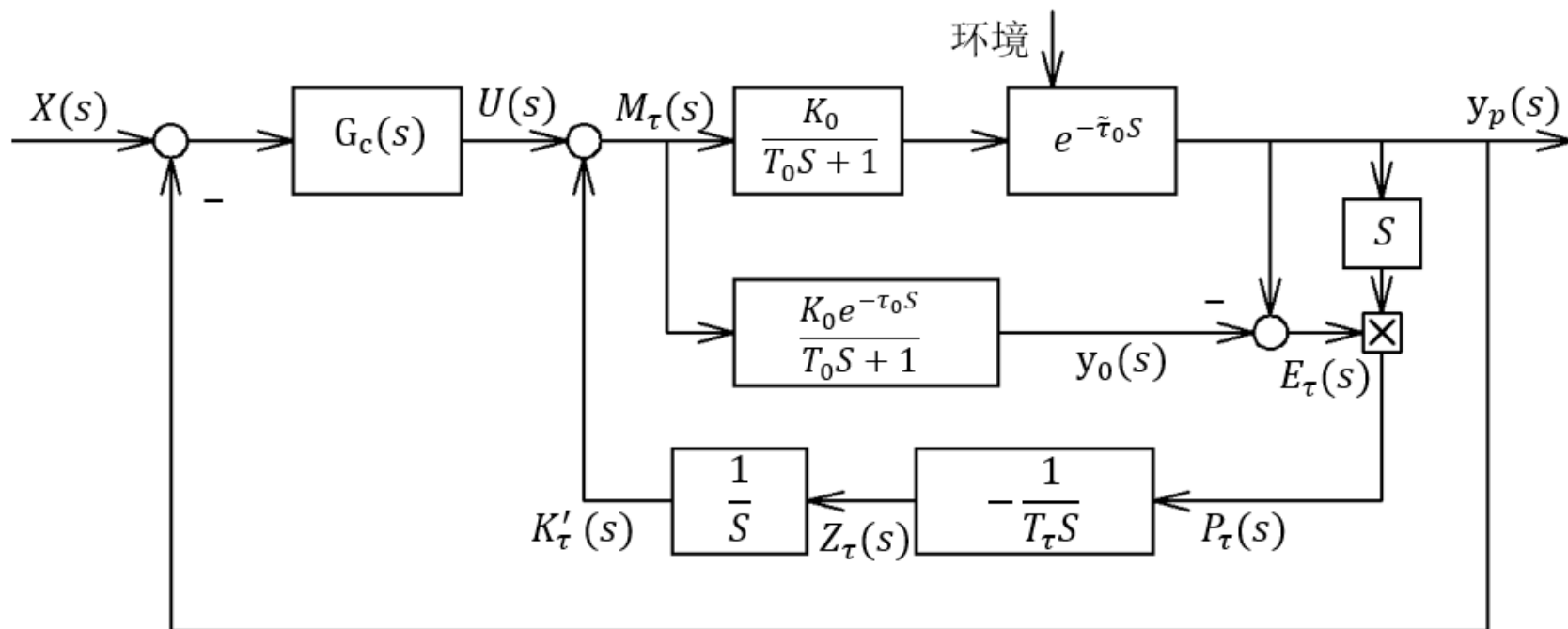
$$\text{令 } Z_k(s) = -\frac{P_k(s)}{T_k s} \quad \text{则有} \quad K_k'(s) = \frac{Z_k(s)}{s} \quad z_k(t) = -\frac{1}{T_k} \int p_k(t) dt$$

整个调整环节的输出  $M_k(s)$  或  $m_k(t)$  的构成如下:

$$M_k(s) = U(s) + \frac{1}{s} Z_k(s) \quad \text{或} \quad m_k(t) = u(t) + \int z_k(t) dt$$

根据以上分析, 能适应  $K_0$  的变化, 并能最大限度地减少由于  $K_0$  的变化所产生的控制误差。

## 8.3.2 适应纯滞后时间变化的控制系统



$K_0 e^{-\tau_0 s} / (T_0 s + 1)$  是模拟正常工况下的参考模型，环境变化引起纯滞后时间  $\tau_0$  变化时用  $\tilde{\tau}_0$  表示。 $M_\tau(s)$  为包括调节器在内的整个调整环节的输出

假设

$$M_{\tau}(s) = U(s) + K_{\tau}'(s) \quad \text{或} \quad m_{\tau}(t) = u(t) + k_{\tau}'(t)$$

式中,  $K_{\tau}'(s)$  或  $k_{\tau}'(t)$  分别为调整环节输出的拉氏变换值或时域值。

选择模型误差的平方积分作为控制目标函数, 即  $J = \int_0^{\Delta} e_{\tau}^2(t) dt$

依据最速下降原理, 此时外加调整环节的输出  $k_{\tau}'(t)$  的变化规律为

$$\frac{dk_{\tau}'(t)}{dt} = -\beta \frac{\partial J}{\partial \tilde{\tau}_0} \quad \text{式中, } \beta \text{ 为下降步长, 可通过试验确定。}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{\tau}_0} = 2 \int e_{\tau}(t) \frac{\partial e_{\tau}(t)}{\partial \tilde{\tau}_0} dt \quad E_{\tau}(s) = M_{\tau}(s) \left[ \frac{K_0 e^{-\tilde{\tau}_0 s}}{T_0 s + 1} - \frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1} \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{\tau}(s)}{\partial \tilde{\tau}_0} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{\tau}_0} \left\{ M_{\tau}(s) \left[ \frac{K_0 e^{-\tilde{\tau}_0 s}}{T_0 s + 1} - \frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1} \right] \right\} \\ &= M_{\tau}(s) \frac{K_0 e^{-\tilde{\tau}_0 s}}{T_0 s + 1} (-s) = -s Y_p(s) \end{aligned} \quad \text{进而有} \quad \frac{\partial e_{\tau}(t)}{\partial \tilde{\tau}_0} = -\frac{dy_p(t)}{dt}$$



$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{\tau}_0} = 2 \int e_{\tau}(t) \left( -\frac{dy_p(t)}{dt} \right) dt$$

$$\begin{aligned} \frac{dk_{\tau}'(t)}{dt} &= 2\beta \int e_{\tau}(t) \left( -\frac{dy_p(t)}{dt} \right) dt \\ &= -\frac{1}{T_{\tau}} \int P_{\tau}(t) dt \end{aligned} \quad \text{式中,} \quad P_{\tau}(t) = e_{\tau}(t) \times \frac{dy_p(t)}{dt}, \quad T_{\tau} = \frac{1}{2\beta}$$

所以有  $k_{\tau}'(t) = -\frac{1}{T_{\tau}} \iint p_{\tau}(t) dt dt$

$$K_{\tau}'(s) = -\frac{1}{T_{\tau}} \times \frac{P_{\tau}(s)}{s^2}$$

令  $Z_{\tau}(s) = -\frac{P_{\tau}(s)}{T_{\tau}s}$  , 则有  $K_{\tau}'(s) = \frac{Z_{\tau}(s)}{s}$  或  $z_{\tau}(t) = -\frac{1}{T_{\tau}} \int p_{\tau}(t) dt$

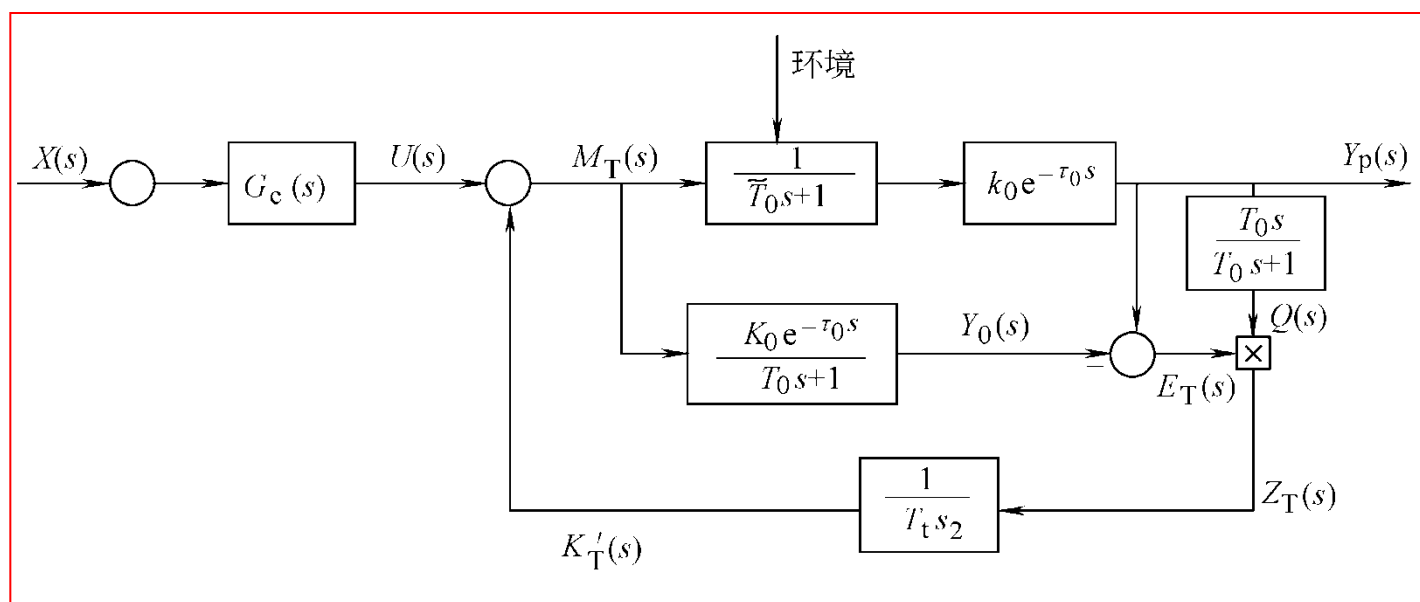
整个调整环节的输出  $M_{\tau}(s)$  或  $m_{\tau}(t)$  的构成如下:

$$M_{\tau}(s) = U(s) + \frac{1}{s} Z_{\tau}(s) \quad \text{或} \quad m_{\tau}(t) = u(t) + \int z_{\tau}(t) dt$$

以上分析同样推证了控制系统的合理性, 最大限度地减少了纯滞后时间 $\tau_0$ 的变化所产生的控制误差。

### 8.3.3 适应时间常数变化的控制系统

工业生产过程中，凡是传热、传质状态的变化均会引起过程时间常数 $T_0$ 的变化，从而会引起过程动态增益的变化。为了保持原系统的动态增益不变，同样可以通过外加一个自动调整装置，自动维持整个开环增益不变。



$K_0 e^{-\tau_0 s} / (T_0 s + 1)$  依然是模拟正常工况下的模型，环境变化引起过程时间常数  $T_0$  的变化，用  $\tilde{T}_0$  表示。 $M_T(s)$  为包括调节器在内的整个调整环节的输出

假设  $M_T(s) = U(s) + K_T'(s)$  或  $m_t(t) = u(t) + k_t'(t)$

式中,  $K_T'(s)$  或  $k_t'(t)$  分别为调整环节输出的拉氏变换值或时域值。

选择模型误差的平方积分作为控制目标函数, 即  $J \triangleq \int e_t^2(t) dt$

依据最速下降原理, 此时外加调整环节的输出  $k_t'(t)$  的变化规律为

$\frac{dk_t'(t)}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \tilde{T}_0}$  式中,  $\gamma$  为下降步长, 可通过试验确定。

$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{T}_0} = 2 \int e_t(t) \frac{\partial e_t(t)}{\partial \tilde{T}_0} dt$$

$$E_T(s) = M_T(s) \left[ \frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{\tilde{T}_0 s + 1} - \frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1} \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T(s)}{\partial \tilde{T}_0} &= \partial \left\{ M_T(s) \left[ \frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{\tilde{T}_0 s + 1} - \frac{K_0 e^{-\tau_0 s}}{T_0 s + 1} \right] \right\} / \partial \tilde{T}_0 \\ &= -\frac{M_T(s) K_0 e^{-\tau_0 s}}{\tilde{T}_0 s + 1} \times \frac{s}{\tilde{T}_0 s + 1} \\ &= -Y_p(s) \frac{s}{\tilde{T}_0 s + 1} \end{aligned}$$

或:

$$\frac{\partial e_t(t)}{\partial \tilde{T}_0} = L^{-1} \left[ \frac{\partial E_T(s)}{\partial \tilde{T}_0} \right] = \frac{-1}{T_0} L^{-1} \left[ Y_p(s) \frac{T_0 s}{T_0 s + 1} \right] = \frac{-1}{T_0} L^{-1} [Q(s)] = \frac{-1}{T_0} q(t)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{T}_0} = \frac{-2}{T_0} \int e(t) q(t) dt$$

$$k_t'(t) \text{ 的变化规律为 } \frac{dk_t'(t)}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \tilde{T}_0} = \frac{1}{T_t} \int e_t(t) q(t) dt = \frac{1}{T_t} \int z_t(t) dt$$

$$\text{式中, } T_t = \frac{T_0}{2r}, \quad q(t) = L^{-1}[Q(s)] = L^{-1}\left[Y_p(s) \frac{T_0 s}{T_0 s + 1}\right]$$

整个调整环节的输出  $M_t(s)$  或  $m_t(t)$  的构成如下:

$$M_T(s) = U(s) + \frac{1}{T_t s} \times Z_T(s) \quad \text{或} \quad m_t(t) = u(t) + \frac{1}{T_t} \int z_t(t) dt$$

以上分析同样推证了控制系统的合理性, 最大限度地减少了时间常数  $T_0$

的变化所产生的控制误差。

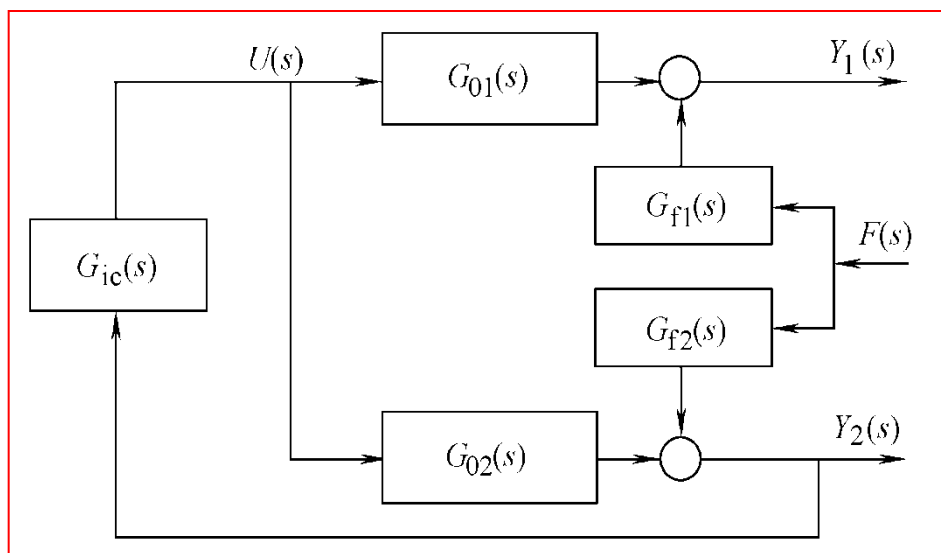
以上三种适应式控制系统的最大特点是原理简单、概念清晰, 用常规调节器即可实现。在实际使用时, 先测得被控过程的阶跃响应曲线, 求得三个特征参数  $K_0$ 、 $T_0$ 、 $\tau_0$ , 然后根据三个参数中变化最大的情况选用相应的控制方案。

## 8.4 推理控制系统

采用控制辅助输出量的办法间接控制过程的主要输出量，这就是推理控制（Inferential Control）的主要构想。

它是由美国的Coleman Brosilow和Martin Tong等人于1978年提出来的。他们根据过程输出的性能要求，在建立过程数学模型的基础上，通过数学推理，导出推理控制系统应该具有的结构形式。

### 8.4.1 推理控制系统的组成



由上图可得：

$$Y_2(s) = G_{f2}(s)F(s) + G_{02}(s)G_{ic}(s)Y_2(s)$$

$$Y_1(s) = G_{f1}(s)F(s) + G_{01}(s)G_{ic}(s)Y_2(s)$$



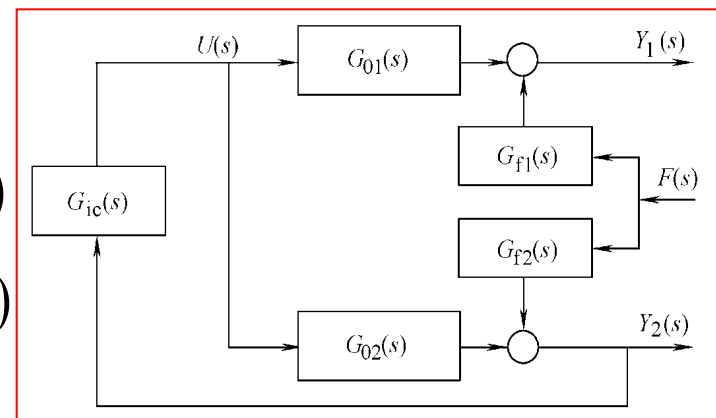
$$Y_2(s) = \frac{G_{f2}(s)}{1 - G_{02}(s)G_{ic}(s)} F(s)$$



$$Y_1(s) = G_{f1}(s)F(s) + G_{01}(s)G_{ic}(s) \frac{G_{f2}(s)}{1 - G_{02}(s)G_{ic}(s)} F(s)$$

设

$$\frac{G_{01}(s)G_{ic}(s)}{1 - G_{02}(s)G_{ic}(s)} = -E(s)$$



$$Y_1(s) = [G_{f1}(s) - G_{f2}(s)E(s)]F(s)$$

若设  $E(s) = \frac{G_{f1}(s)}{G_{f2}(s)}$

则有  $Y_1(s) = 0$

$$\frac{G_{01}(s)G_{ic}(s)}{1 - G_{02}(s)G_{ic}(s)} = -E(s) \qquad E(s) = \frac{G_{f1}(s)}{G_{f2}(s)}$$

$$G_{ic}(s) = \frac{E(s)}{G_{02}(s)E(s) - G_{01}(s)} = \frac{G_{f1}(s)/G_{f2}(s)}{G_{02}(s)G_{f1}(s)/G_{f2}(s) - G_{01}(s)}$$

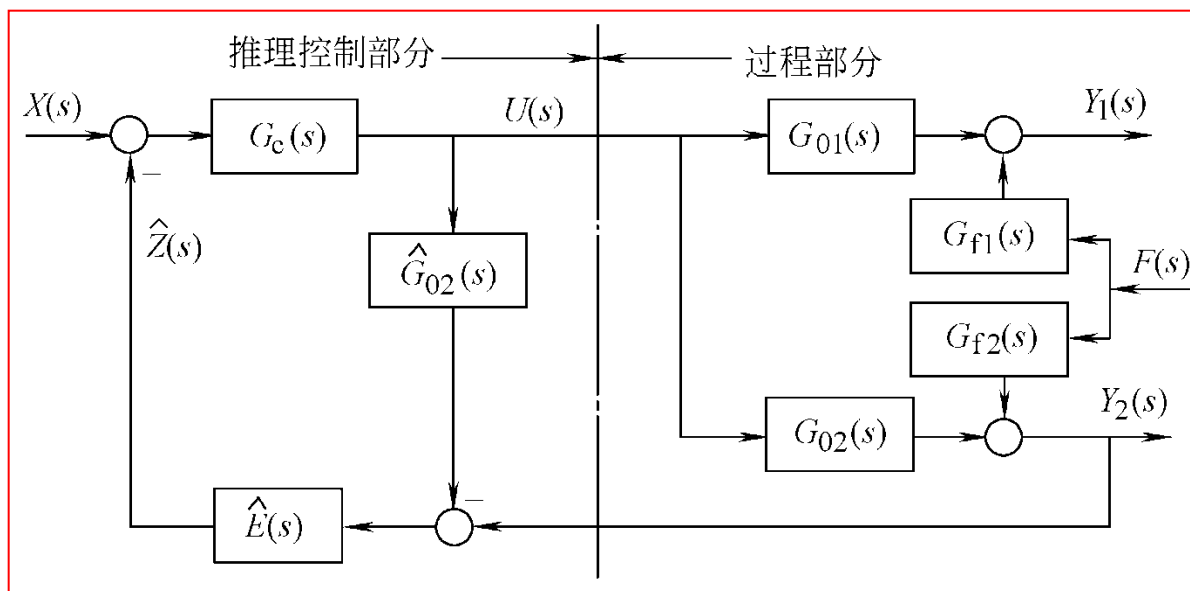
若已知过程各通道动态特性的估计值，则可得

$$\hat{G}_{ic}(s) = \frac{\hat{E}(s)}{\hat{G}_{02}(s)\hat{E}(s) - \hat{G}_{01}(s)} \qquad \hat{E}(s) = \frac{\hat{G}_{f1}(s)}{\hat{G}_{f2}(s)}$$

过程的控制输入  $U(s)$  为

$$U(s) = \hat{G}_{ic}(s)Y_2(s) = \frac{\hat{E}(s)}{\hat{G}_{02}(s)\hat{E}(s) - \hat{G}_{01}(s)} \times Y_2(s)$$

$$\begin{aligned} U(s) &= -\frac{1}{\hat{G}_{01}(s)} \times [Y_2(s) - U(s)\hat{G}_{02}(s)] \times \hat{E}(s) \\ &= -G_C(s) \times [Y_2(s) - U(s)\hat{G}_{02}(s)] \times \hat{E}(s) \\ &= -G_C(s) \times \hat{Z}(s) \end{aligned}$$





推理控制具有三个基本特征。

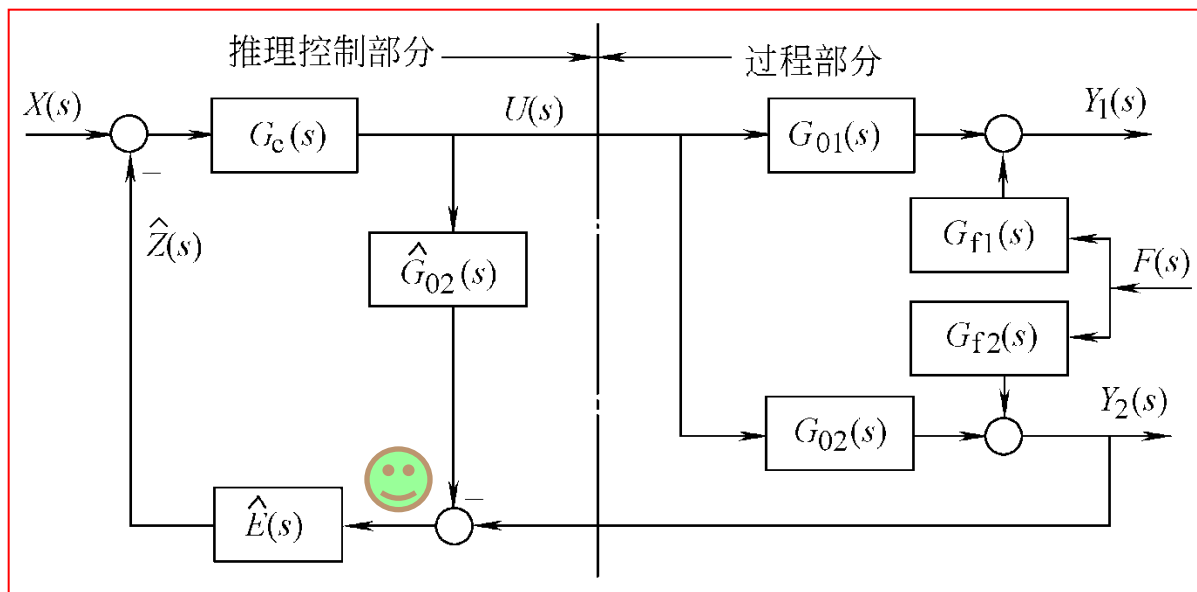
## 1. 实现了信号分离

当干扰对辅助输出通道的数学模型完全匹配时，即

$$G_{f2}(s) = \hat{G}_{f2}(s)$$

则有

$$Y_2(s) - \hat{G}_{02}(s)U(s) = G_{f2}(s)F(s)$$



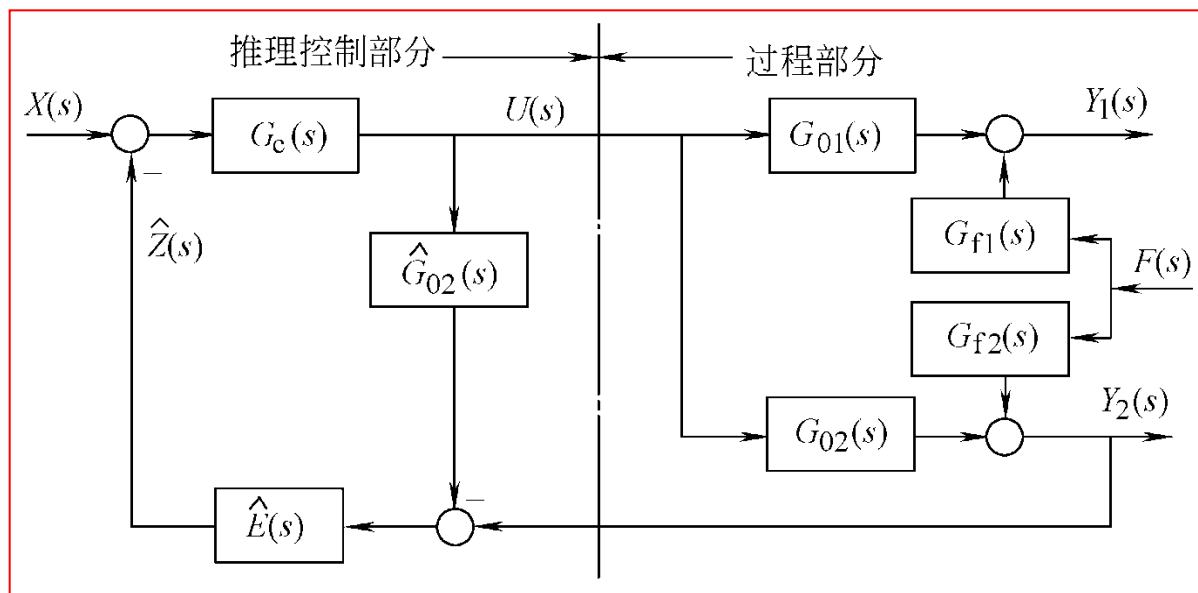
## 2. 实现了不可测干扰的估计

已知估计器  $\hat{E}(s) = \hat{G}_{f1}(s) / \hat{G}_{f2}(s)$ ，若  $\hat{G}_{02}(s) = G_{02}(s)$ ，其输入则为  $G_{f2}(s)F(s)$  若  $\hat{G}_{f1}(s) = G_{f1}(s)$

$\hat{G}_{f2}(s) = G_{f2}(s)$ ，则估计器的输出  $\hat{Z}(s)$  为

$$\hat{Z}(s) = \hat{E}(s)G_{f2}(s)F(s) = \frac{\hat{G}_{f1}(s)}{\hat{G}_{f2}(s)} \times G_{f2}(s)F(s) = G_{f1}(s)F(s)$$

它等于不可测干扰  $F(s)$  对过程主要输出（即被控变量） $Y_1(s)$  影响的估计



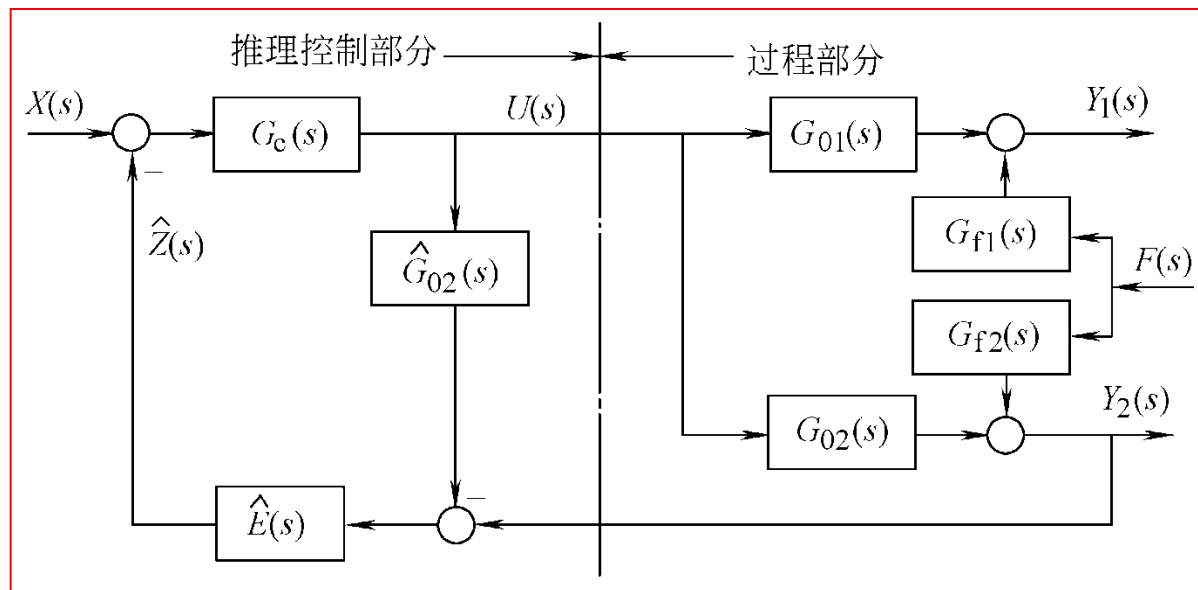
### 3. 可实现理想控制

推理控制器系统的主要输出为

$$Y_1(s) = \frac{G_c(s)G_{01}(s)}{1+\hat{E}(s)G_c(s)[G_{02}(s)-\hat{G}_{02}(s)]}X(s) + \frac{-\hat{E}(s)G_c(s)G_{f2}(s)G_{01}(s)}{1+\hat{E}(s)G_c(s)[G_{02}(s)-\hat{G}_{02}(s)]}F(s) + G_{f1}(s)F(s)$$

若模型完全匹配，即  $\hat{G}_{02}(s) = G_{02}(s)$ ， $\hat{G}_{01}(s) = G_{01}(s)$ ， $\hat{G}_{f1}(s) = G_{f1}(s)$ ， $\hat{G}_{f2}(s) = G_{f2}(s)$ ，且  $G_c(s) = 1/\hat{G}_{01}(s)$  时，则有

$$Y_1(s) = X(s)$$



可见推理控制系统在模型完全匹配的情况下，既能实现对设定值变化的完全跟踪，也能实现对不可测干扰影响的完全消除。

当推理控制器  $G_c(s)$  设计为  $1/\hat{G}_{01}(s)$  时，常常会出现高阶微分项，这在物理上难以实现。为此，通常需要串联惯性滤波器  $G_F(s)$ ，以降低微分项的阶次，即使  $G_c(s) = G_F(s)/\hat{G}_{01}(s)$ 。

$$Y_1(s) = G_F(s)X(s) + G_{f1}(s)[1 - G_F(s)]F(s)$$

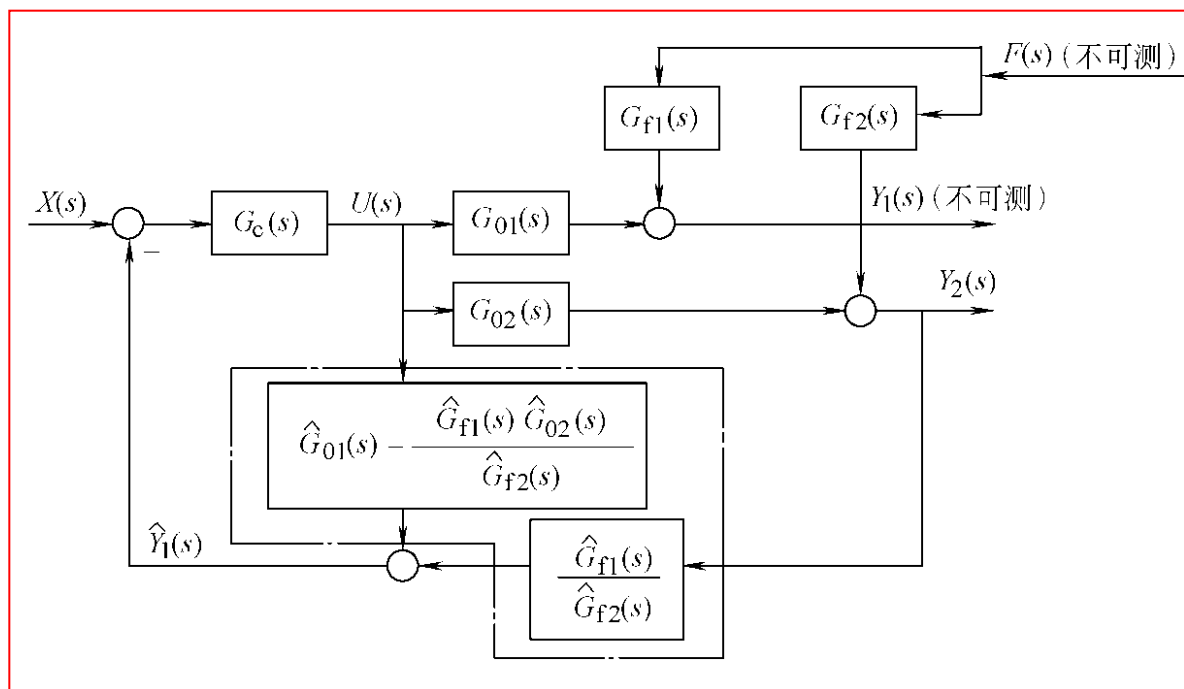
由上式可见，当接入滤波器后，要想实现设定值变化的动态响应完全跟踪输出是不可能的。但只要滤波器的稳态增益为1，即  $G_F(0) = 1$ ，则仍可实现设定值的稳态值完全跟踪输出的稳态值，即

$$Y_1(s) = X(0)$$

## 8.4.2 推理—反馈控制系统

在实际生产中，过程模型不可能与实际过程完全匹配，因而系统的主要输出也不可避免地存在稳态误差。为了消除主要输出的稳态误差，应引入主要输出的反馈。但由于主要输出又不可测量，所以必须采用推理方法估算出主要输出量，从而构成推理——反馈控制系统。

推理—反馈控制系统框图



由上图可得：

$$Y_1(s) = G_{01}(s)U(s) + G_{f1}(s)F(s)$$

$$Y_2(s) = G_{02}(s)U(s) + G_{f2}(s)F(s)$$

可得不可测干扰的估算式为

$$F(s) = \frac{Y_2(s)}{\hat{G}_{f2}(s)} - \frac{\hat{G}_{02}(s)}{\hat{G}_{f2}(s)} \times U(s)$$

可得主要输出变量的估算式为

$$\hat{Y}_1(s) = \left[ \hat{G}_{01}(s) - \frac{\hat{G}_{f1}(s)}{\hat{G}_{f2}(s)} \times \hat{G}_{02}(s) \right] U(s) + \frac{\hat{G}_{f1}(s)}{\hat{G}_{f2}(s)} \times Y_2(s)$$

主要输出变量的估计值是可测的辅助输出变量和控制变量的函数，将它作为反馈量构成的推理—反馈控制系统。

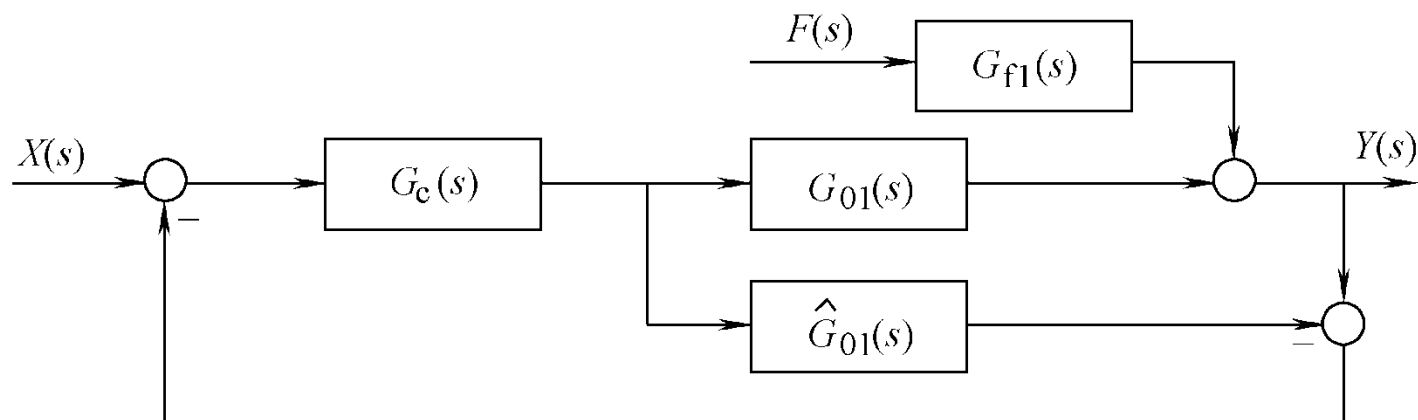
当模型不存在误差时，则有

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1(s) &= \left[ G_{01}(s) - \frac{G_{f1}(s)}{G_{f2}(s)} \times G_{02}(s) \right] U(s) + \frac{G_{f1}(s)}{G_{f2}(s)} \times [F(s)G_{f2}(s) + U(s)G_{02}(s)] \\ &= G_{01}(s)U(s) + G_{f1}(s)F(s) = Y_1(s)\end{aligned}$$

说明反馈信号是实际的主要输出变量，此时只要控制器  $G_c(s)$  中包含积分调节规律，就能够保证主要输出的稳态误差为零；当存在模型误差或其它干扰而导致  $\hat{Y}_1(s) \neq Y_1(s)$  时，同样可以通过适当选择  $G_c(s)$  的调节规律，也能够实现对设定值变化的良好跟踪和对干扰的有效抑制。

## 8.4.3 输出可测条件下的推理控制

### 1. 系统构成





由上图可得系统的输出为

$$Y(s) = \frac{G_C(s)G_{01}(s)/[1 - G_C(s)\hat{G}_{01}(s)]}{1 + G_C(s)G_{01}(s)/[1 - G_C(s)\hat{G}_{01}(s)]}X(s) + \frac{G_{f1}(s)}{1 + G_C(s)G_{01}(s)/[1 - G_C(s)\hat{G}_{01}(s)]}F(s)$$

式中  $G_C(s) = G_F(s)/\hat{G}_{01}(s)$ ,  $G_F(s)$  为惯性滤波器, 当  $\hat{G}_{01}(s) = G_{01}(s)$  时, 则有

$$Y(s) = G_F(s)X(s) + [1 - G_F(s)]G_{f1}(s)F(s)$$

就是说, 在模型准确的情况下, 输出响应与输出不可测情况下的推理控制一样。

## 2. 控制系统的性能

### (1) 鲁棒性

设  $\hat{G}_{01}(s) \neq G_{01}(s)$ ，则系统输出为

$$Y(s) = \frac{G_{01}(s)G_F(s)/\hat{G}_{01}(s)}{1 - G_F(s)[\hat{G}_{01}(s) - G_{01}(s)]/\hat{G}_{01}(s)} X(s) + \frac{1 - G_F(s)}{1 - G_F(s)[\hat{G}_{01}(s) - G_{01}(s)]/\hat{G}_{01}(s)} G_{f1}(s)F(s)$$

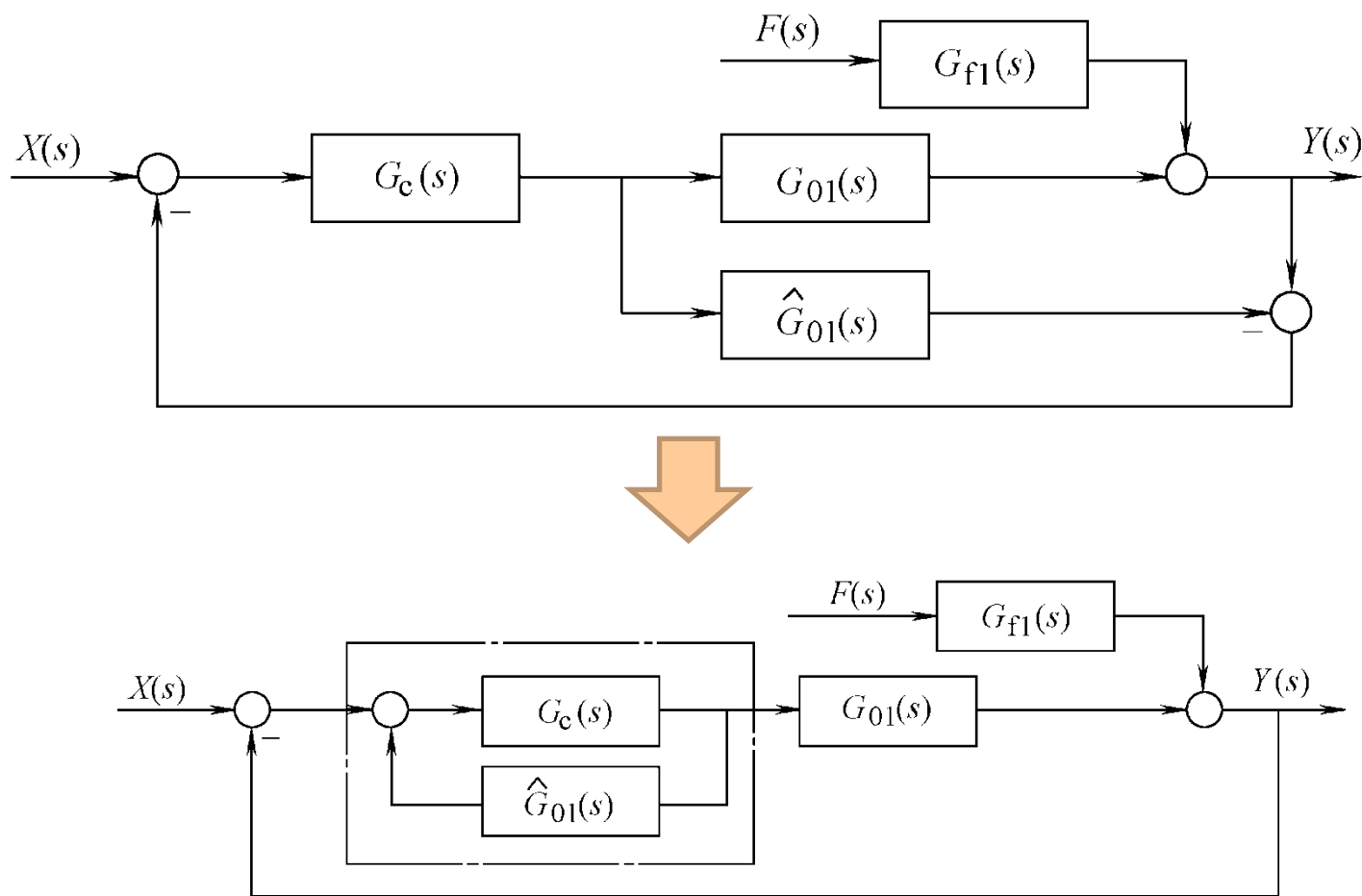
因为滤波器的静态增益  $G_F(0) = 1$ ，所以在设定值阶跃干扰作用下，系统输出的稳态偏差为

$$X(0) - Y(0) = \left\{ 1 - \frac{G_{01}(0)/\hat{G}_{01}(0)}{1 - [\hat{G}_{01}(0) - G_{01}(0)]/\hat{G}_{01}(0)} \right\} X(0) = \{1 - 1\}X(0) = 0$$

在阶跃不可测干扰作用下，系统输出的稳态偏差为

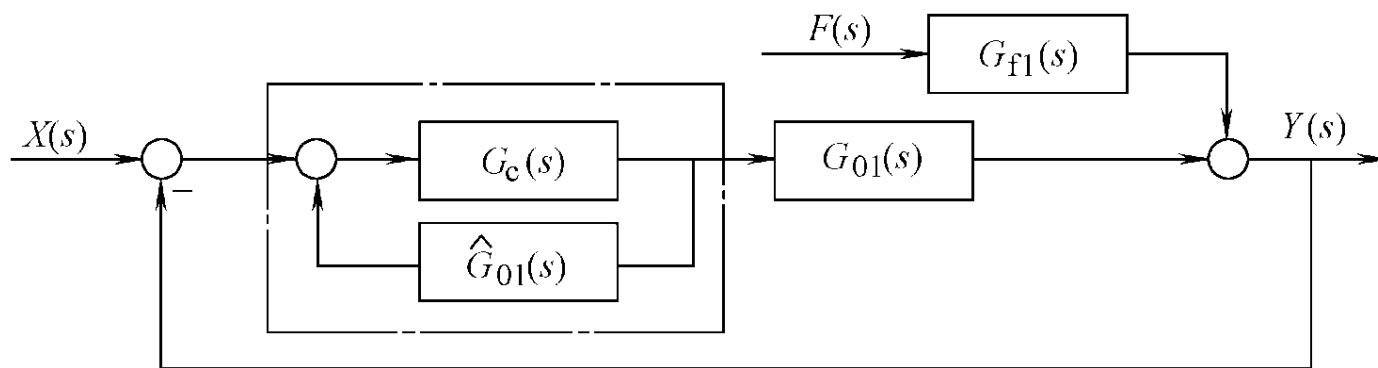
$$Y(0) = 0$$

从以上分析可以得到一个很有用的结论，即不管模型是否存在误差或干扰，只要满足 $G_F(0) = 1$ ，系统输出总是稳态无偏的。这种系统为什么能有这样好的稳态性能呢？



$$G_C(s) = G_F(s) / \hat{G}_{01}(s) \Rightarrow \frac{G_C(s)}{1 - G_C(s)\hat{G}_{01}(s)} = \frac{G_F(s)}{\hat{G}_{01}(s)[1 - G_F(s)]}$$

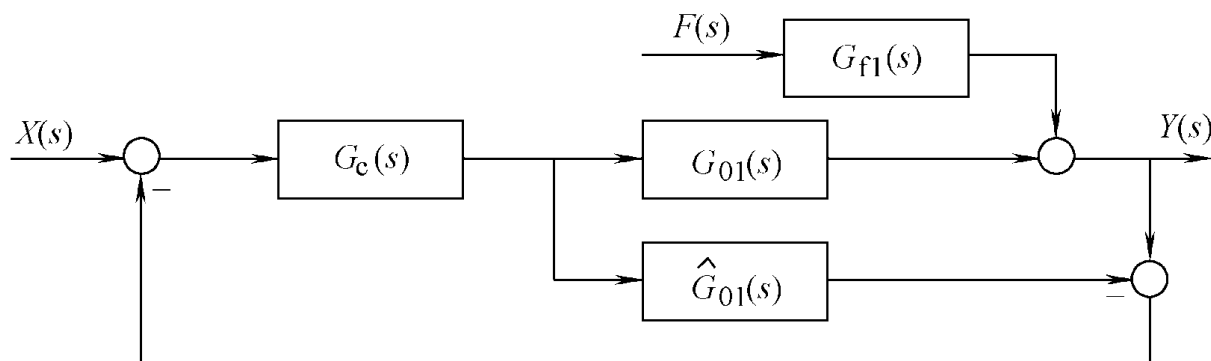
可见当滤波器的静态增益  $G_F(0)=1$  时，等效反馈控制器的增益为无穷大，这就是该系统能够消除稳态误差的原因所在。



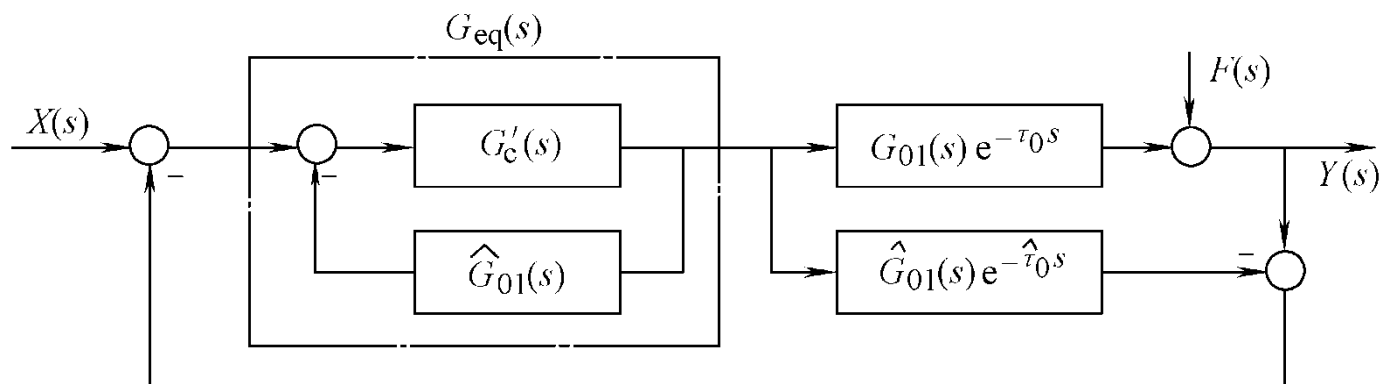
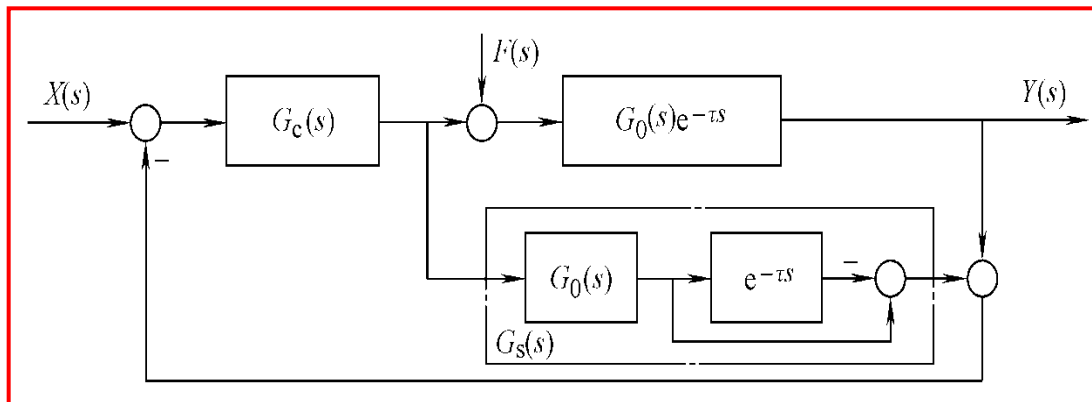
## (2) 与前馈—反馈相比

无论是在设定值干扰还是在不可测干扰的作用下，其稳态性能不受模型误差的影响。若从克服干扰影响的角度，它可以看成是前馈——反馈控制的一种延伸与发展，但它又比前馈——反馈控制具有某些突出的优点。

- 1) 不要求干扰是可测的；
- 2) 只需要建立控制通道的模型，而无需建立干扰通道的模型；前馈控制只能对可测的干扰进行补偿，而推理控制则无此限制。



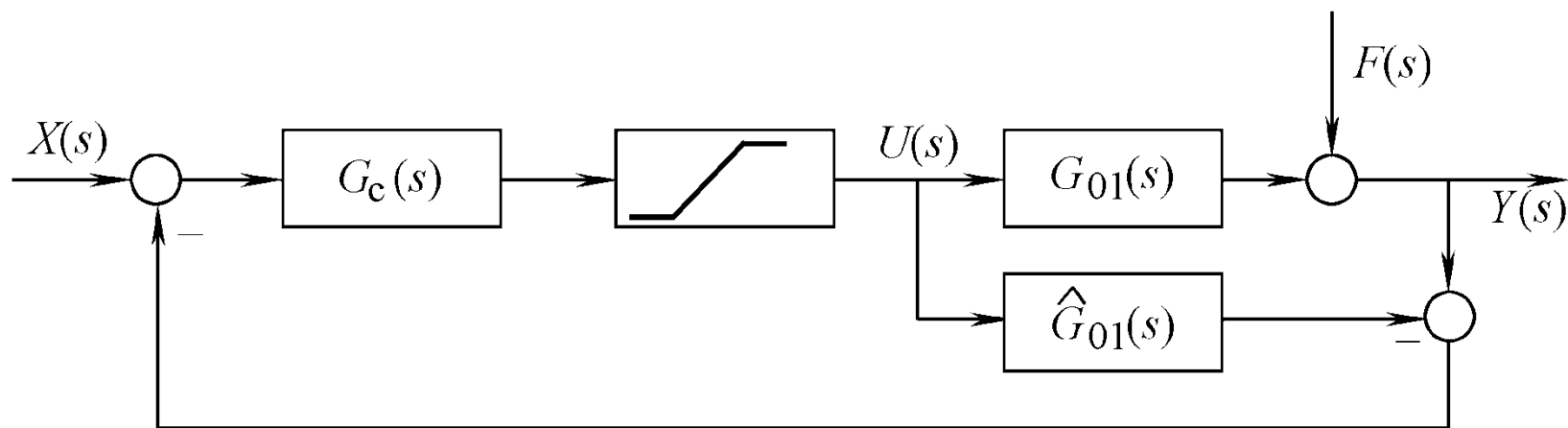
### (3) 与Smith预估控制相比



图中，过程模型为  $\hat{G}_{01}(s)e^{-\hat{\tau}_0 s}$ ，模型中的  $\hat{G}_{01}(s)$  与常规PID调节器  $G'_c(s)$  构成一个等效的控制器  $G_{eq}(s)$ 。当  $G'_c(s)$  的增益趋于无穷大时，等效控制器  $G_{eq}(s) = \hat{G}_{01}^{-1}(s)$ 。

### 3. 控制作用的限幅

在工程应用中，过程的输入信号常常受阀门开度的限制，而模型的输入信号则无此限制，因而出现了过程的输入和模型的输入不尽相同的情况，从而导致输出的稳态偏差不能完全消除。这是因为在偏差的作用下，推理控制器的输出将无限增大，出现了一种与常规调节器中的积分饱和相类似而又不完全相同的现象。为避免这种现象的发生，在控制器的输出端增加一个限幅器，经过限幅以后的信号再分别送入过程和模型，如图所示。限幅器的引入，大大改善了系统的性能。



## 8.5 预测控制系统

人们设想从工业过程的特点出发，寻找一种对模型精度要求不高而同样能实现高质量控制的方法，预测控制就是在这种需要下发展起来的，并很快在工业生产过程自动化中获得了成功的应用，取得了很好的控制效果。

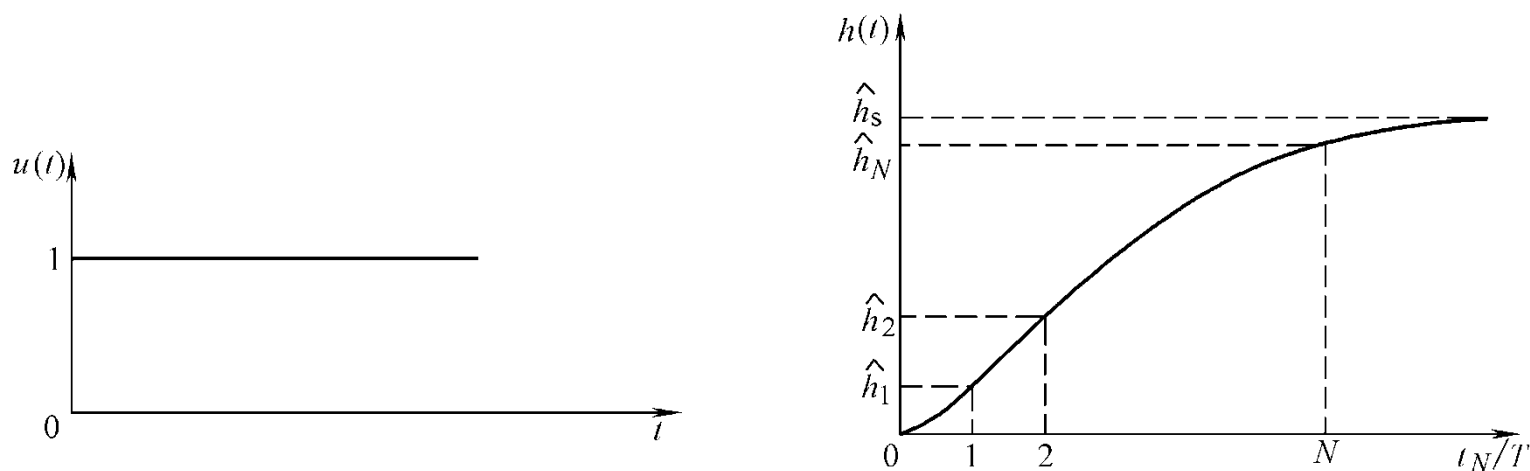
各种相近的预测控制有：模型预测启发控制（Model Predictive Heuristic Control:MPHC）、模型算法控制（Model Algorithmic:MAC）、动态矩阵控制（Dynamic Matrix Control:DMC）、预测控制（Predictive Control :PC）等。

预测控制也称基于非参数模型的控制，它的系统结构主要由预测模型、参考轨迹、滚动优化、反馈校正等几部分构成。



## 8.5.1 预测模型

对于一个渐近稳定的被控过程，可以通过实验的方法测定其阶跃响应曲线或矩形脉冲响应曲线，并分别以  $\hat{h}(t)$  和  $\hat{g}(t)$  表示。而其真实的响应分别用  $h(t)$  和  $g(t)$  表示。



渐近稳定过程的实测单位阶跃响应曲线

现将曲线从时刻 $t=0$ （初始时刻）到  $t = t_N$  （曲线趋向稳定的时刻）分成  $N$ 段。若采用等间隔采样，采样周期为  $T = t_N / N$ ，每个采样时刻为  $jT$  ( $j = 0, 1, 2, \dots, N$ )，其对应值为  $\hat{h}_{j,N}$  称为截断步长（亦称模型时域长度），令  $\hat{h}_s$  为响应曲线的稳态值。定义有限个信息  $\hat{h}_j = (j = 0, 1, 2, \dots, N)$  的集合为预测模型。假定预测步长为  $P$ ，且  $P \leq N$ ，预测模型的输出为  $Y_m$ ，则可根据离散卷积公式，算出由  $k$ 时刻起到  $(k+p)$ 时刻的输出  $y_m(k + j)$ ，即

$$\begin{aligned}
 y_m(k+j) &= \hat{h}_s u(k-N+i-1) + \sum_{j=1}^N \hat{h}_j \cdot \Delta u(k-j+i) \\
 &= \hat{h}_s u(k-N+i-1) + \sum_{j=1}^N \hat{h}_j \cdot \Delta u(k-j+i) \Big|_{i < j} \\
 &\quad + \sum_{j=1}^N \hat{h}_j \cdot \Delta u(k-j+i) \Big|_{i \geq j} (i=1, 2, \dots, P)
 \end{aligned}$$

(8-96)

式中,  $\Delta u(k-j+i) = u(k-j+i) - u(k-j+i-1)$

为简单起见，可将式（8—96）用向量形式表示为

$$Y_m(k+1) = \hat{h}_s U(k) + A_1 \Delta U_1(k) + A_2 \Delta U_2(k+1) \quad (8-9)$$

$$\text{式中, } Y_m(k+1) = [y_m(k+1), y_m(k+2), \dots, y_m(k+P)]^T$$

$$U(k) = [u(k-N), u(k-N+1), \dots, u(k-N+P-1)]^T$$

$$\Delta U_1(k) = [\Delta u(k-N+1), \Delta u(k-N+2), \dots, \Delta u(k-1)]^T$$

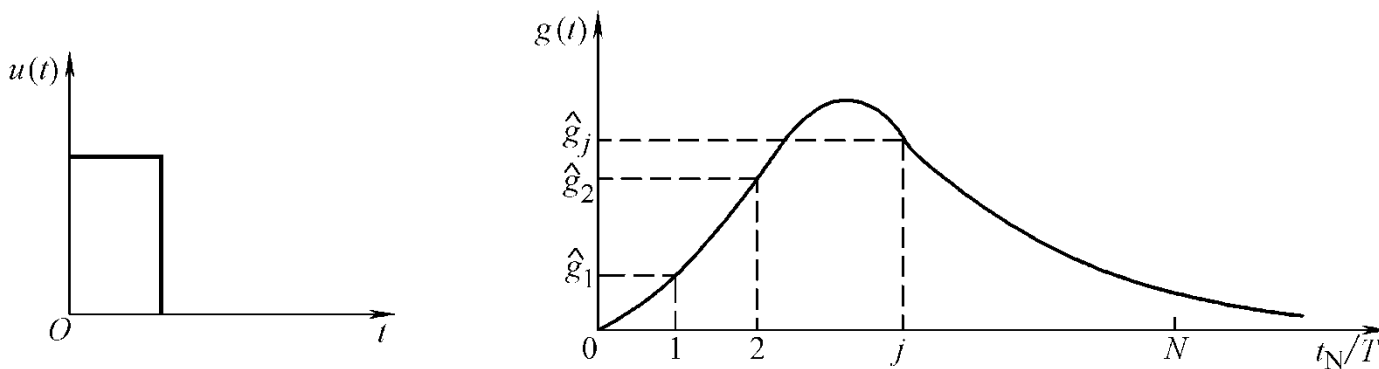
$$\Delta U_2(k+1) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+P-1)]^T$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \hat{h}_N & \hat{h}_{N-1} & \cdots & & \hat{h}_2 \\ & \hat{h}_N & \cdots & & \hat{h}_3 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & 0 & & \hat{h}_N & \cdots & \hat{h}_{P+1} \end{bmatrix}_{P \times (N-1)}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 & & 0 \\ \hat{h}_2 & \hat{h}_1 & \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \hat{h}_P & \hat{h}_{P-1} & \cdots & \hat{h}_1 \end{bmatrix}_{P \times P}$$

如果由实验得到的是图8-22所示的脉冲响应曲线  $\hat{g}(t)$ ，则可得由  $k$ 时刻起到  $(k+p)$ 时刻的模型输出为

$$y_m(k+i) = \sum_{j=1}^N \hat{g}_j u(k+i-j) \quad i = 1, 2, \dots, P \quad (8-98)$$



由 (k-1)时刻起到 (k+p-1)时刻的预测模型的输出为

$$y_m(k+i-1) = \sum_{j=1}^N \hat{g}_j u(k+i-j-1) \quad i = 1, 2, \dots, P \quad (8-99)$$

用式 (8-98) 减去式 (8-99), 可得预测模型输出的增量形式为

$$\Delta y_m(k+i) = \sum_{j=1}^N \hat{g}_j \Delta u(k+i-j) \quad (8-100)$$

式中,

$$\Delta y_m(k+i) = y_m(k+i) - y_m(k+i-1)$$

$$\Delta u(k+i-j) = u(k+i-j) - u(k+i-j-1)$$

同样，公式（8-98）也可用向量形式表示为

$$Y_m(k+1) = G_1 U_1(k) + G_2 U_2(k+1) \quad (8-101)$$

式中，

$$Y_m(k+1) = [y_m(k+1), y_m(k+2), \dots, y_m(k+P)]^T$$

$$U_1(k) = [u(k-N+1), u(k-N+2), \dots, u(k-1)]^T$$

$$U_2(k+1) = [u(k), u(k+1), \dots, u(k+P-1)]^T$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} \hat{g}_N & \hat{g}_{N-1} & & & \hat{g}_2 \\ & \hat{g}_N & \cdots & & \hat{g}_3 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & 0 & & \hat{g}_N & \cdots & \hat{g}_{P+1} \end{bmatrix}_{P \times (N-1)}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} \hat{g}_1 & & 0 \\ \hat{g}_2 & \hat{g}_1 & \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \hat{g}_P & \hat{g}_{P-1} & \cdots & \hat{g}_1 \end{bmatrix}_{P \times P}$$

在预测控制中通常采用反馈修正的方法，其具体做法是：将第 $k$ 步的实际过程的输出测量值与预测模型的输出值之差乘上加权系数后再加到模型的预测输出 $Y_m(k+1)$ 上，即可得到所谓的闭环预测模型，记为 $Y_p(k+1)$

即

$$Y_p(k+1) = Y_m(k+1) + H_0[y(k) - y_m(k)] \quad (8-102)$$

式中，

$$Y_p(k+1) = [y_p(k+1), y_p(k+2), \dots, y_p(k+P)]^T$$

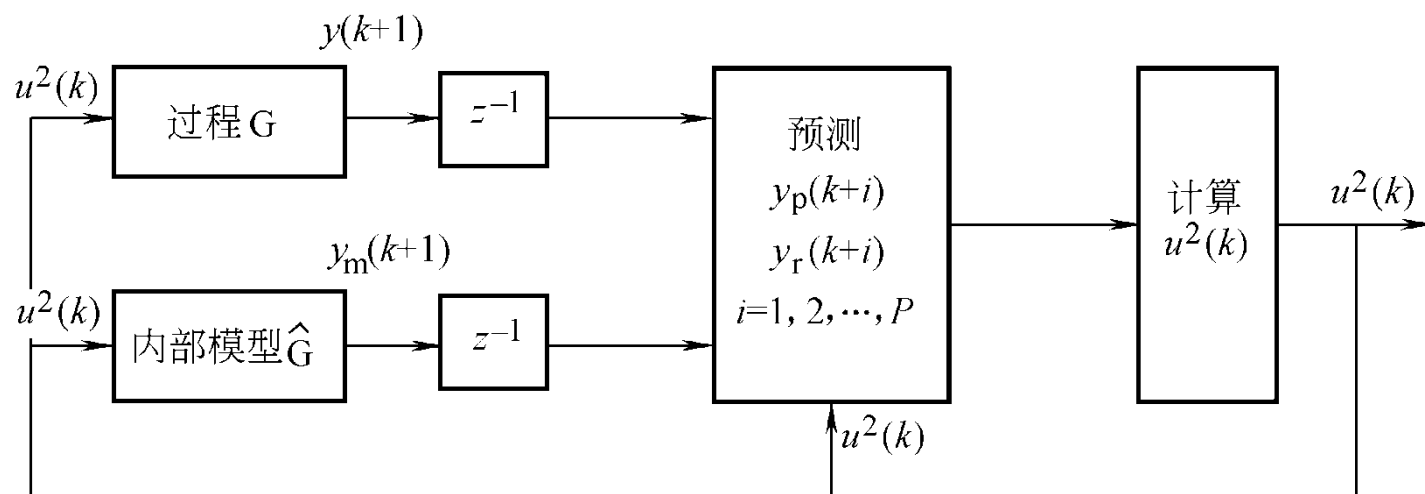
$H_0 = [1, 1, \dots, 1]^T$  为加权系数向量，

$y(k)$  为 $k$ 时刻实际过程的输出测量值

$y_m(k)$  为 $k$ 时刻预测模型的输出值。



## 8.5.2 参考轨迹



参考轨迹通常用一阶指数曲线表示，它的起始值即为过程实际输出在k时刻的值，它在未来时刻的值可表示为

$$\begin{cases} y_r(k) = y(k) \\ y_r(k+i) = \exp(-iT/T_\tau)y(k) + [1 - \exp(-iT/T_\tau)]y_{sp} \end{cases} \quad (8-103)$$

式中，T为采样周期； $T_\tau$  为参考轨迹的时间常数， $i = 1, 2, \dots, P$

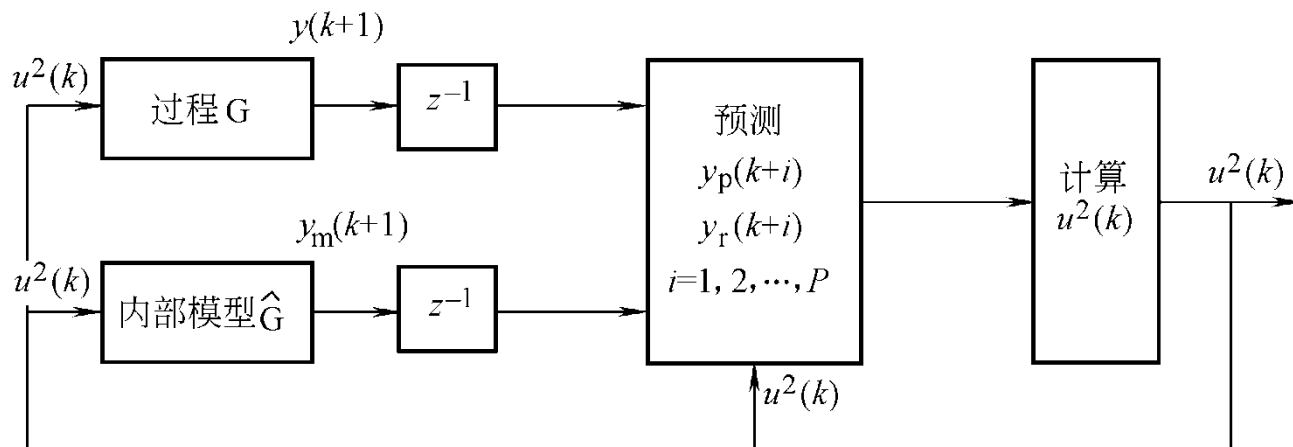
### 8.5.3 优化算法

所谓优化算法是指依据预测模型和参考轨迹，求解  $L$  ( $L$  为控制步长) 个控制量  $u(k), u(k+1), \dots, u(k+L-1)$ ，使所选的目标函数最小。目标函数可以采用各种不同的形式。例如可以选取

$$J = \sum_{i=1}^P \left[ y_p(k+i) - y_r(k+i) \right]^2 \omega_i \quad (8-104)$$

式中， $\omega_i$  为非负加权系数，它的大小决定了各采样时刻的误差在目标函数  $J$  中所占的比重， $P$  为最优化时域或预报时域长度，通常  $P \leq N$ 。

下图所示为预测控制算法原理框图，下面以模型算法控制（MAC）为例进行进一步的说明。



假设实际过程的脉冲响应为  $G = [g_1, g_2, \dots, g_N]^T$ ，开环模型的脉冲响应为  $\hat{G} = [\hat{g}_1, \hat{g}_2, \dots, \hat{g}_N]^T$  已知开环模型的预测输出为

$$y_m(k+1) = \sum_{j=1}^N \hat{g}_j u(k-j+i)$$

为简单起见，设预测步长 $P=1$ ，控制步长 $L=1$ ，即所谓单步预测、单步控制。

最优控制策略应使  $y_\tau(k+1) = y_m(k+1)$ ，因而有

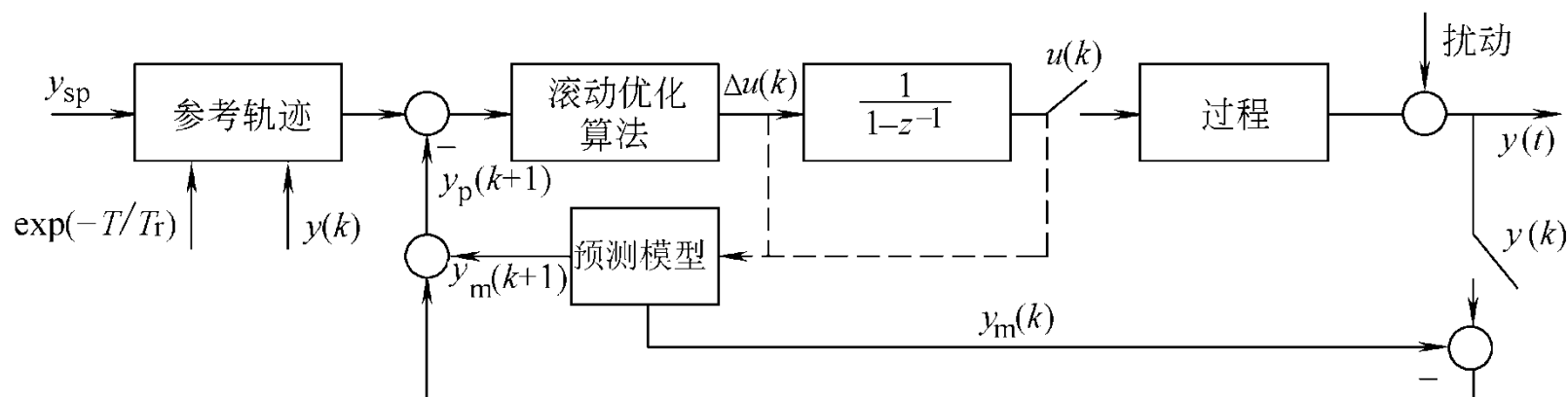
$$y_\tau(k+1) = y_m(k+1) = \sum_{j=1}^N \hat{g}_j u(k+1-j) = \sum_{j=2}^N g_j u(k+1-j) + \hat{g}_1 u(k)$$

由此可解出最优控制

$$u^*(k) = \frac{1}{\hat{g}_1} = \left[ y_\tau(k+1) - \sum_{j=1}^N \hat{g}_j u(k+1-j) \right] \quad (8-105)$$

若需要进行反馈修正，只要将式（8—102）所示的闭环预测模型代替开环预测模型即可得到闭环预测模型下的最优控制为

$$u^*(k) = \frac{1}{\hat{g}_1} = \left\{ y_\tau(k+1) - [y(k) - y_m(k)] - \sum_{j=2}^N \hat{g}_j u(k+1-j) \right\} \quad (8-106)$$



## 8.6 模糊控制

### 8.6.1 模糊控制及其特点

1974年，英国的E.H.Mamdani根据美国自动控制理论专家L.A.Zadeh于1965年提出的模糊集合理论，提出了模糊控制器的概念，标志了模糊控制理论的正式诞生。此后，工业过程控制就成了应用模糊控制理论最活跃的领域之一。之所以如此，主要是因为与前述各种基于模型的控制方法相比，模糊控制有如下一些突出的优点：

- 1) 模糊控制完全是在模仿操作人员控制经验的基础上设计的控制系统，无需建立数学模型。
- 2) 模糊控制具有较强的鲁棒性，即被控过程的参数变化对控制性能的影响不明显。
- 3) 系统的实时性强。
- 4) 体现了人的智能。

## 8.6.2 预备知识

### 1. 模糊集的定义

按照L.A.Zadeh提出的模糊集的基本定义，论域 $X$ 上的模糊集合 $\tilde{A}$ 由隶属函数  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 来表征，其中 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 在实轴的闭区间 $[0,1]$ 中取值， $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 的值反映了 $X$ 中的元素 $x$ 对于 $\tilde{A}$ 的隶属程度。换句话说，对于任意给定的  $x \in X$ ，都有唯一确定的隶属函数  $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ 与之对应。因而可以将 $\tilde{A}$ 表示为

$$\mu_{\tilde{A}}: X \rightarrow [0, 1]$$



## 2. 模糊集的基本运算

设  $\tilde{A}, \tilde{B} \in F(X)$  定义模糊集的基本运算如下:

1) 并集  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ , 有

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) \triangleq \max \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in X \quad (8-107)$$

其中, 符号 “ $\forall x$ ” 是指 “对所有的” (下同)

或简记为

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \vee \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in X$$

2) 交集  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ , 有

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) \triangleq \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in X \quad (8-108)$$

或简记为

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \wedge \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in X$$

3) 补集  $\bar{\tilde{A}}$ , 有

$$\mu_{\bar{\tilde{A}}}(x) \triangleq 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad \forall x \in X \quad (8-109)$$

### 3. 模糊关系的定义

定义笛卡尔乘积空间  $X \times Y = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$  中的二元模糊关系  $\tilde{R}$  为  $X \times Y$  中的模糊集合，它的隶属函数用  $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$  表示。

### 4. 模糊关系的基本运算

设  $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$  是  $X \times Y$  上的模糊关系，它们的基本运算有：

1) 相等，即

$$\tilde{R}_1 = \tilde{R}_2 \Leftrightarrow \mu_{\tilde{R}_1}(x, y) = \mu_{\tilde{R}_2}(x, y) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y$$

(8-110)

2) 包含, 即

$$\underset{\sim}{R_1} \subseteq \underset{\sim}{R_2} \Leftrightarrow \underset{\sim}{\mu_{R_1}}(x, y) \leq \underset{\sim}{\mu_{R_2}}(x, y) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (8-111)$$

3) 并, 即

$$\underset{\sim}{R_1} \cup \underset{\sim}{R_2} \Leftrightarrow \underset{\sim}{\mu_{R_1 \cup R_2}}(x, y) = \vee \left( \underset{\sim}{\mu_{R_1}}(x, y), \underset{\sim}{\mu_{R_2}}(x, y) \right) \quad \forall x \in X, y \in Y$$
$$(8-112)$$

4) 交, 即

$$\underset{\sim}{R_1} \cap \underset{\sim}{R_2} \Leftrightarrow \underset{\sim}{\mu_{R_1 \cap R_2}}(x, y) = \wedge \left( \underset{\sim}{\mu_{R_1}}(x, y), \underset{\sim}{\mu_{R_2}}(x, y) \right) \quad \forall x \in X, y \in Y$$
$$(8-113)$$

## 5. 模糊关系的合成

设  $R_1$  是  $X \times Y$  上的模糊关系,  $R_2$  是  $X \times Z$  上的模糊关系, 则  $R_1$  对  $R_2$  的合成定义为

$$R_1 \circ R_2 \Leftrightarrow \mu_{R_1 \circ R_2}(x, z) = \bigvee \left( \mu_{R_1}(x, y) \wedge \mu_{R_2}(x, z) \right) \quad \forall x \in X, z \in Z$$

(8-114)

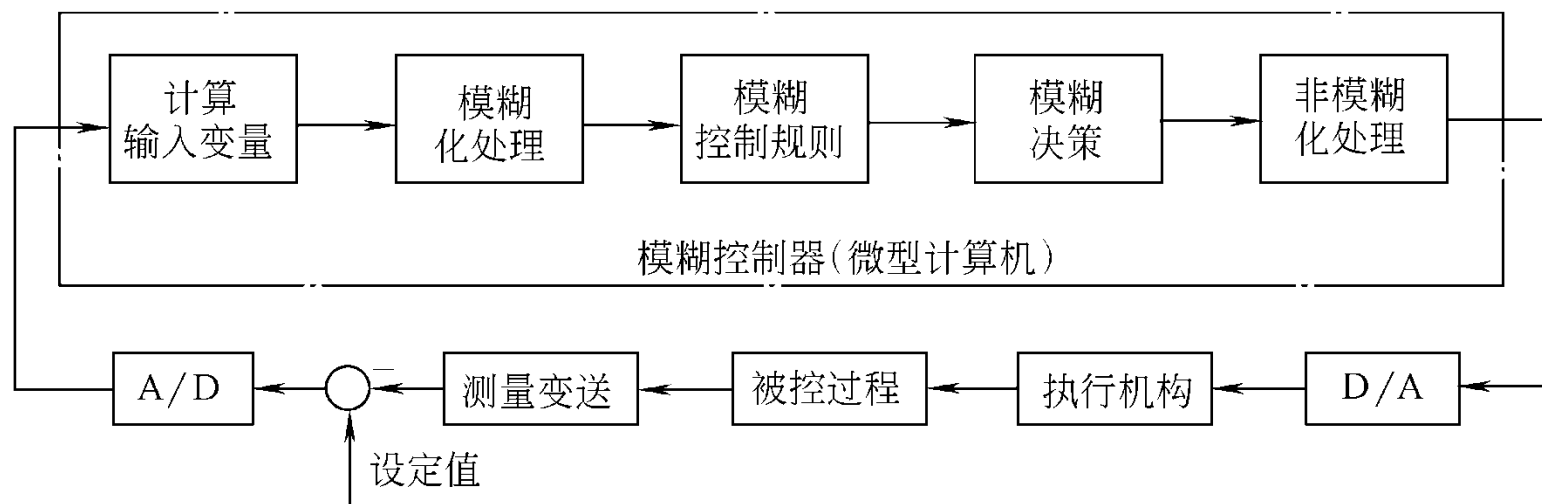
## 6. 模糊推理


如果  $R$  是  $X$  到  $Y$  的模糊关系,  $A$  是  $X$  上的一个模糊子集, 则由  $A$  和  $R$  所推得的模糊子集  $B$  为:

$$B = A \circ R$$

### 8.6.3 模糊控制的基本原理与构成

从操作人员对一个工业过程的控制过程可以分析出模糊控制的基本工作原理。





由图可见，一个模糊控制系统可以由以下四部分组成：

- 1) 模糊控制器。它主要完成输入信息的模糊化、模糊推理与决策和输出信息的模糊判决等功能；
- 2) 输入输出接口装置。它主要完成模数转换、电平转换、信号采样与滤波、数模转换等功能；
- 3) 广义被控过程。它包括被控过程与执行器等。广义被控过程可以是线性或非线性的，也可以是模糊的、不确定的、无法用精确数学模型描述的过程；
- 4) 传感器与变送器。它将被控过程的输出信号转换为相应标准的电信号。

上述四部分构成了一个最基本的负反馈模糊控制系统。

## 8.6.4 模糊控制系统的设计

模糊控制系统实质上是一个基于计算机的控制系统。它的设计任务主要是如何设计模糊控制器。一般可以分五步进行。

### 1. 确定模糊控制器的结构

模糊控制器的结构通常是指输入、输出变量的个数。

### 2. 精确量的模糊化和隶属函数的确定

通常将系统中的偏差或偏差变化率的实际范围称之为这些变量的基本论域。

模糊化的具体做法是：先把观测到的偏差或偏差的变化量的范围定为 $[-6, +6]$ 之间的连续量，设观测到的实际偏差范围为 $[a, b]$ ，可按式（8—115）将 $[a, b]$ 间的变量 $x$ 转化为 $[-6, +6]$ 之间的变量 $y$ ，即

$$y = \frac{12}{b-a} \left[ x - \frac{a+b}{2} \right] \quad (8-115)$$



表8—1      输入量的离散化

范      围	层   次   号	范      围	层   次   号
$y \leq -5.5$	-6	$0.5 \leq y \leq 1.5$	1
$-5.5 \leq y \leq -4.5$	-5	$1.5 \leq y \leq 2.5$	2
$-4.5 \leq y \leq -3.5$	-4	$2.5 \leq y \leq 3.5$	3
$-3.5 \leq y \leq -2.5$	-3	$3.5 \leq y \leq 4.5$	4
$-2.5 \leq y \leq -1.5$	-2	$4.5 \leq y \leq 5.5$	5
$-1.5 \leq y \leq -0.5$	-1	$5.5 < y$	6
$-0.5 \leq y \leq 0.5$	0		

**表8—2 离散化域上8档对应的模糊子集隶属度**

$\begin{array}{c} \text{隶属度} \\ \text{元素} \end{array}$	负大 (NL)	负中 (NM)	负小 (NS)	负零 (NO)	正零 (PO)	正小 (PS)	正中 (PM)	正大 (PL)
-6	1.0	0.2	0	0	0	0	0	0
-5	0.8	0.7	0	0	0	0	0	0
-4	0.4	1.0	0.1	0	0	0	0	0
-3	0.1	0.7	0.5	0	0	0	0	0
-2	0	0.2	1.0	0.1	0	0	0	0
-1	0	0	0.8	0.6	0	0	0	0
-0	0	0	0.3	1.0	0	0	0	0
+0	0	0	0	0	1.0	0.3	0	0
+1	0	0	0	0	0.6	0.8	0	0
+2	0	0	0	0	0.1	1.0	0.2	0
3	0	0	0	0	0	0.5	0.7	0.1
+4	0	0	0	0	0	0.1	1.0	0.4
+5	0	0	0	0	0	0	0.7	0.8
+6	0	0	0	0	0	0	0.2	1.0

**表8—3 离散化域上8档对应的模糊子集隶。SVRNSWIMWYUD属度**

隶属度 元素	负大 (NL)	负中 (NM)	负小 (NS)	零 (0)	正小 (PS)	正中 (PM)	正大 (PL)
-6	1.0	0.2	0	0	0	0	0
-5	0.8	0.7	0	0	0	0	0
-4	0.4	1.0	0.2	0	0	0	0
-3	0.1	0.7	0.7	0	0	0	0
-2	0	0.2	1.0	0	0	0	0
-1	0	0	0.9	0.5	0	0	0
0	0	0	0	1.0	0	0	0
+1	0	0	0	0.5	0.9	0	0
+2	0	0	0	0	1.0	0.2	0
+3	0	0	0	0	0.7	0.7	0.1
+4	0	0	0	0	0.2	1.0	0.4
+5	0	0	0	0	0	0.7	0.8
+6	0	0	0	0	0	0.2	1.0

### 3. 确定模糊控制规则

根据“依据偏差纠正偏差”的反馈控制基本原理，一般模糊控制规则可归纳为：

- 1) if  $\tilde{e} = NL$  or  $NM$  and  $\dot{\tilde{e}} = NL$  or  $NM$  then  $\tilde{u} = PL$
- 2) if  $\tilde{e} = NL$  or  $NM$  and  $\dot{\tilde{e}} = NS$  or  $PS$  then  $\tilde{u} = PL$
- 3) if  $\tilde{e} = NL$  or  $NM$  and  $\dot{\tilde{e}} = PS$  then  $\tilde{u} = PM$
- 4) if  $\tilde{e} = NL$  or  $NM$  and  $\dot{\tilde{e}} = PM$  or  $PL$  then  $\tilde{u} = 0$
- 5) if  $\tilde{e} = NS$  or  $\dot{\tilde{e}} = NL$  or  $NM$  then  $\tilde{u} = PM$
- 6) if  $\tilde{e} = NS$  and  $\dot{\tilde{e}} = NL$  or  $0$  then  $\tilde{u} = PM$
- 7) if  $\tilde{e} = NS$  and  $\dot{\tilde{e}} = PS$  then  $\tilde{u} = 0$
- 8) if  $\tilde{e} = NS$  and  $\dot{\tilde{e}} = PM$  or  $PL$  then  $\tilde{u} = NS$
- 9) if  $\tilde{e} = N0$  or  $P0$  and  $\dot{\tilde{e}} = NL$  or  $NM$  then  $\tilde{u} = PM$

10) if  $\tilde{e} = N0$  or  $P0$  and  $\dot{\tilde{e}} = NS$  then  $\tilde{u} = PS$

11) if  $\tilde{e} = N0$  or  $P0$  and  $\dot{\tilde{e}} = 0$  then  $\tilde{u} = 0$

12) if  $\tilde{e} = N0$  or  $P0$  and  $\dot{\tilde{e}} = PL$  then  $\tilde{u} = NS$

13) if  $\tilde{e} = N0$  or  $P0$  and  $\dot{\tilde{e}} = PM$  or  $PL$  then  $\tilde{u} = NM$

14) if  $\tilde{e} = PS$  and  $\dot{\tilde{e}} = NL$  or  $NM$  then  $\tilde{u} = PS$

15) if  $\tilde{e} = PS$  and  $\dot{\tilde{e}} = NS$  then  $\tilde{u} = 0$

16) if  $\tilde{e} = PS$  and  $\dot{\tilde{e}} = 0$  or  $PS$  then  $\tilde{u} = NM$

17) if  $\tilde{e} = PS$  and  $\dot{\tilde{e}} = PM$  or  $PL$  then  $\tilde{u} = NM$

18) if  $\tilde{e} = PM$  or  $PL$  and  $\dot{\tilde{e}} = NL$  or  $NM$  then  $\tilde{u} = 0$

19) if  $\tilde{e} = PM$  or  $PL$  and  $\dot{\tilde{e}} = NS$  then  $\tilde{u} = NM$

20) if  $\tilde{e} = PM$  or  $PL$  and  $\dot{\tilde{e}} = 0$  or  $PS$  then  $\tilde{u} = NL$

21) if  $\tilde{e} = PM$  or  $PL$  and  $\dot{\tilde{e}} = PM$  or  $PL$  then  $\tilde{u} = NL$

上述模糊控制规则，概括描述了众多控制过程的情况。为简便起见，可以将其制成表8—4。

**表8—4 模糊控制规则表**

	误差的变化率 $\dot{E}$								
误差 $E$	$U \begin{matrix} \nearrow \\ \dot{E} \\ \searrow \\ E \end{matrix}$	$NL$	$NM$	$NS$	$0$	$PS$	$PM$	$PL$	
	$NL$	$PL$				$PM$	$0$		
	$NM$	$PL$				$PM$	$0$		
	$NS$	$PM$		$PM$		$0$	$NS$		
	$NO$			$PS$	$0$	$NS$	$NM$		
	$PO$								
	$PS$	$PS$		$0$	$NM$		$NL$		
	$PM$	$0$		$NM$					
	$PL$								

## 4. 模糊推理

### (1) 一维结构的模糊推理

一维结构的模糊控制规则为

“若  $\tilde{A}$  则  $\tilde{B}$ ”，即 “ $\tilde{A}$  then  $\tilde{B}$ ”

对于这种结构的推理过程是：先根据其模糊控制规则，求出它的模糊关系  $\tilde{R}$ ，即

$$\tilde{R} = \tilde{A} \times \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{R}}(x, y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (8-116)$$

然后再根据模糊关系  $\tilde{R}$ ，在新的输入作用下，按照事先规定的推理运算规则推理合成新的输出，即

$$\tilde{B}_1 = \tilde{A}_1 \circ \tilde{R} \quad (8-117)$$

式中，“ $\circ$ ”为“取小取大”推理合成运算规则。

## (2) 二维结构的模糊推理 二维结构的模糊控制规则为

“若  $\tilde{E}$  且  $\dot{\tilde{E}}$  则  $\tilde{U}$ ”，即 “ $\tilde{E}$  and  $\dot{\tilde{E}}$  then  $\tilde{U}$ ”，其模糊关系  $\tilde{R}$  为

$$\tilde{R} = [\tilde{E} \times \dot{\tilde{E}}] \times \tilde{U} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{R}}(x, y, z) = \wedge \left( \mu_{\tilde{E}}(x) \wedge \mu_{\dot{\tilde{E}}}(y), \mu_{\tilde{U}}(z) \right) \quad (8-118)$$

若求得  $\tilde{R}$ ，则可根据输入  $\tilde{E}$  和  $\dot{\tilde{E}}$ ，即可求出输出  $\tilde{U}$  为

$$\tilde{U} = [\tilde{E} \times \dot{\tilde{E}}] \circ \tilde{R} \quad (8-119)$$

最后需要说明的是，根据对一个工业过程的操作经验，可以总结出  $n$  条控制规则（例如前面的21条）。每一条控制规则都可以计算出相应的模糊关系，如  $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \dots, \tilde{R}_n$  等，而总的模糊关系  $\tilde{R}$  则为各模糊关系的并集，即

$$\tilde{R} = \tilde{R}_1 \vee \tilde{R}_2 \vee \dots \vee \tilde{R}_n = \bigvee_{i=1}^n \tilde{R}_i \quad (8-120)$$



## 5. 模糊判决及制定查询表

模糊推理合成的结果是一个模糊量，不能用它来直接控制被控过程，还必须将它转换为精确量。这个转换过程称为去模糊化过程，亦称模糊判决。

去模糊化通常有三种方法。

- (1) **最大隶属度法** 该方法是取模糊子集中隶属度最大的那个元素作为精确量，即应满足

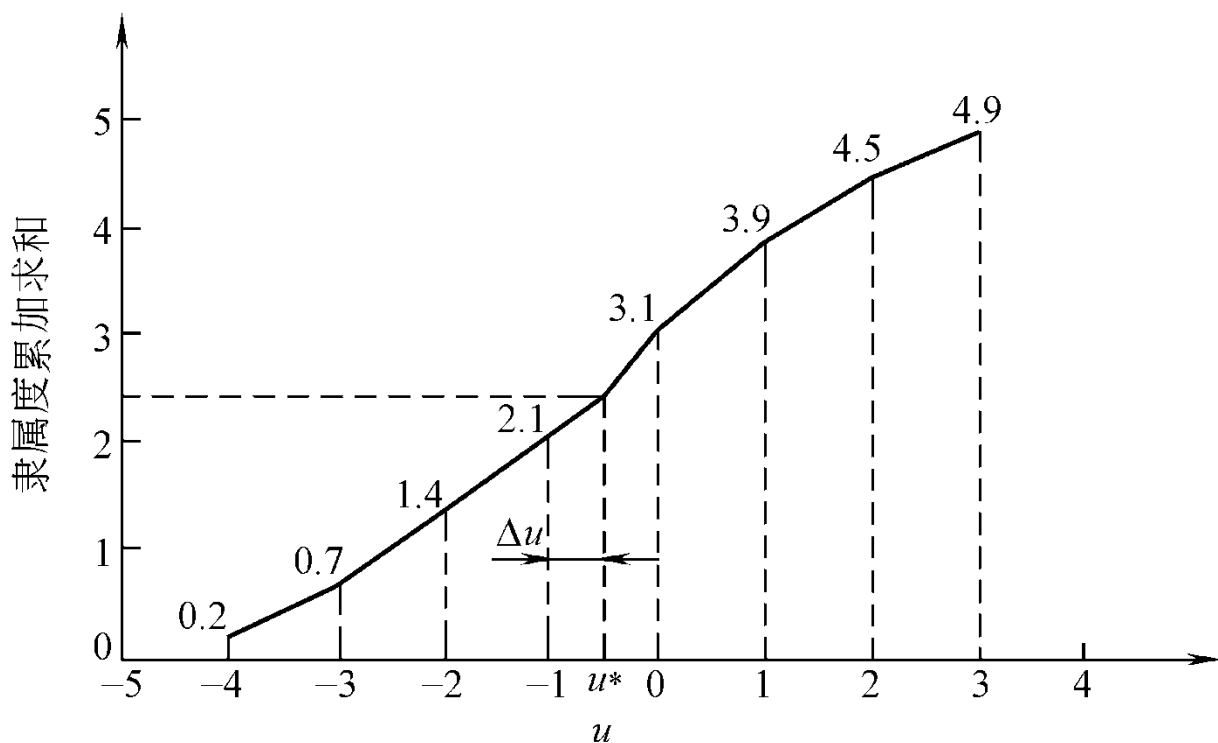
$$\mu_{\tilde{u}^*} \geq \mu_{\tilde{U}}(u) \quad u \in U \quad (8-121)$$

- (2) **重心法** 该方法是对模糊推理结果 $\tilde{U}$ 的所有元素求出重心元素，再把重心元素作为去模糊化后的精确值。重心元素 $u^*$ 的求取公式为：

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{U}}(u_i) \cdot u_i}{\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{U}}(u_i)} \quad (8-122)$$

### (3) 中位数法

该方法是将模糊子集中的元素由小到大排列作为横坐标，将其隶属度的累加和作为纵坐标作图，并求出隶属度的全部累加和的二分之一值（称中位数），该值所对应的横坐标即为去模糊化后的精确值。



元素的隶属度按顺序累加曲线图

综上所述，在根据已有的模糊控制规则计算出模糊关系  $R$  后，再按模糊推理合成规则，计算出与  $\tilde{E}$  和  $\dot{\tilde{E}}$  各模糊子集相应的模糊控制子集，最后再根据各模糊控制子集，运用去模糊化方法中的任何一种，求得相应的精确控制量。经过这样大量的计算就得到一张如表8—5所示的模糊控制查询表。在实际运用时，只要将此表存贮到计算机的内存中，按要求进行查询，并将所得结果按式（8—123）转换成实际的控制量，即可实行有效的控制。

$$u = \frac{u^* \times (u_{\max} - u_{\min})}{12} + \frac{u_{\max} + u_{\min}}{2} \quad (8-123)$$

式中， $u^*$  为模糊控制查询表中的控制量； $u_{\max}$ 、 $u_{\min}$  为实际控制量的上、下限； $u$  为实际的控制量。

表8—5 控制查询表

$u^*$		$\dot{E}$												
		-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
$E$	-6	7	6	7	6	7	7	7	4	4	2	0	0	0
	-5	6	6	6	6	6	6	6	4	4	2	0	0	0
	-4	7	6	7	6	7	7	7	4	4	2	0	0	0
	-3	6	6	6	6	6	6	6	3	2	0	-1	-1	-1
	-2	4	4	4	5	4	4	4	1	0	0	-1	-1	-1
	-1	4	4	4	5	4	4	1	0	0	0	-1	-2	-1
	-0	4	4	4	5	1	1	0	-1	-1	-1	-4	-4	-4
	+0	4	4	4	5	1	1	0	-1	-1	-1	-4	-4	-4
	+1	2	2	2	2	0	0	-1	-4	-4	-3	-4	-4	-4
	+2	1	1	1	-2	0	-3	-4	-4	-4	-3	-4	-4	-4
	+3	0	0	0	0	-3	-3	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
	+4	0	0	0	-2	-4	-4	-7	-7	-7	-6	-7	-6	-7
	+5	0	0	0	-2	-4	-4	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
	+6	0	0	0	-2	-4	-4	-7	-7	-7	-6	-7	-6	-7



**本章结束， 谢谢！**