

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 范数

$\text{norm}(A)$ = A的最大奇异值

$\text{norm}(x) = \sum(\text{abs}(x).^2)^{0.5}$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 特征方程

方阵A的特征方程的根和A的特征值相同。
A的特征方程使用下式来计算

$$p=\text{poly}(A)$$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 特征方程

例：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$$

求A的特征方程

$$\text{poly}(A)$$

$$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 = 0$$

$$P = [1 \quad 6 \quad 11 \quad 6]$$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 特征方程

$$P = [1 \quad 6 \quad 11 \quad 6]$$

特征方程 $P=0$ 的根，可以通过下式来求

$$r = \text{roots}(p)$$

可以把poly和roots结合成为一个单独的表达式

$$\text{roots}(\text{poly}(A))$$

得到特征根 $s=-3, s=-2, s=-1$

$$\text{即 } r = [-3 \quad -2 \quad -1]$$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 特征方程

$$r = [-3 \quad -2 \quad -1]$$

求 r 这个特征根对应的特征方程，可以通过下式来求

$$q = \text{poly}(r)$$

得到：

$$P = [1 \quad 6 \quad 11 \quad 6]$$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 多项式相加或相减

两个相同次数的多项式相加，就是系数的数组相加；如果不同次数，就得在低次系数数组的左侧添加 $n-m$ 个0

```
>>a=[3 10 25 36 50]
>>b=[0 0 1 2 10]
>>a+b
ans =

    3    10    26    38    60
```

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 特征值和特征向量

A 为 $n \cdot n$ 的方阵，满足 $AX = \lambda x$ 的 n 个数 λ 就是 A 的特征值。

可以通过`eig(A)`可以列向量的形式返回这些特征值。

例：
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$
 利用命令 `eig (A)` 产生特征值

```
>> A=[0 1 0;-1 0 2;3 0 5]
>> eig(A)
ans=
    5.2130
   -0.1065+1.4487i
   -0.1065 - 1.4487i
```

多个输出参数：

$[X, D] = eig(A)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{对角阵 } D \text{ 的对角元素是特征值} \\ X \text{ 的列是相应的特征向量} \end{array} \right.$

例：
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$$
 利用命令 $[X,D]=\text{eig}(A)$

```
>> A=[0 1 0;0 0 1;-6 -11 -6]
```

```
>> [X,D]=eig(A)
```

```
X =
```

```
   -0.5774    0.2182   -0.1048  
    0.5774   -0.4364    0.3145  
   -0.5774   -0.8729   -0.9435
```

```
D =
```

```
  -1.0000         0         0  
         0   -2.0000         0  
         0         0   -3.0000
```

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 卷积（多项式乘积）

$$c=\text{conv}(a,b)$$

- 去卷积（多项式相除）

$$[q,r]=\text{deconv}(a,b)$$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 多项式求值

$c = \text{polyval}(p, s)$

$c = \text{ployvalm}(\text{poly}(J), A)$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 多项式求值

例：求多项式， $P(s) = 3s^2 + 2s + 1$ ，在 $s=5$ 的值，则输入指令：

```
P=[3 2 1];  
polyval(p,5)
```

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 多项式求值

例：讨论矩阵J的特征多项式 $\phi(s)$,并求 $\phi(A)$

$$\text{其中 } J = \begin{bmatrix} -2 + j2\sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & -2 - j2\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 多项式求值

```
>> J=[-2+i*2*sqrt(3) 0 0;0 -2-i*2*sqrt(3) 0; 0 0 -10];  
>> p=poly(J)
```

```
p=  
1.0000 14.0000 56.0000 160.0000
```

得到J的特征多项式:

$$\text{poly}(J) = \phi(J) = J^3 + 14J^2 + 56J + 160I$$

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

- 多项式求值

对矩阵A，则用`polyvalm(poly(J),A)`，则对如下 $\phi(J)$ 求值：

$$\phi(A) = A^3 + 14A^2 + 56AJ + 160I = \begin{bmatrix} 154 & 45 & 8 \\ -48 & 66 & -3 \\ 18 & -15 & 84 \end{bmatrix}$$

```
>> J=[-2+i*2*sqrt(3) 0 0;0 -2-i*2*sart(3) 0; 0 0 -10];
```

```
>>A=[0 1 0;0 0 1;-6 11 -6]
```

```
>>polyvalm(ploy(J),A)
```

```
Ans =
```

```
154.0000    45.0000    8.0000
-48.0000    66.0000   -3.0000
 18.0000   -15.0000   84.0000
```

第二章 MATLAB基础——计算矩阵函数

• 矩阵指数

命令`expm(A)`给出了 $n \times n$ 维矩阵 A 的矩阵指数。
即：

$$\expm(A) = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots$$

```
>> J=[-2+i*2*sqrt(3) 0 0;0 -2-i*2*sqrt(3) 0; 0 0 -10];  
>> A=[0 1 0;0 0 1;-6 11 -6]  
>> polyvalm(ploy(J),A)  
Ans =  
  
154.0000    45.0000    8.0000  
-48.0000    66.0000   -3.0000  
18.0000   -15.0000   84.0000
```