

外力基本变形

轴向拉伸

圆轴扭转

剪切

平面弯曲

定义

作用于杆件上外力合力作用线与杆件轴线重合, 杆件沿轴线方向伸长或缩短

杆件的两端作用两个大小相等、方向相反, 且作用平面垂直于杆件轴线的力偶, 致使杆件的任意两个横截面都发生绕轴线相对转动

位于两个方向的相邻两截面(剪切面)发生相对错动, 称为剪切变形

截面上作用平面弯曲变形所在平面(变形前后轴线所形成轴线的相对偏转的面)相重合的变形称为平面弯曲

横截面

内力种类

轴力 F_N , 拉伸为正, 压缩为负

扭矩 M_x (矢量方向与轴为正向, 右手螺旋) 矢量为杆件内为负

剪力 F_Q (无象判断正负)

弯力 F_Q (左侧杆向上, 右侧杆向下为正)

内力分布

通过截、取、代、平的方法, 得到轴力随横截面位置变化的轴力图
 $F_N = \int_A \sigma dA$

通过截、取、代、平的方法, 得到扭矩图
 $M_e = \frac{P}{2\pi n} (SI)$
 $M_x = \int_A \rho \tau_p dA$

剪力 $F_Q \rightarrow$ 切应力 τ

弯矩 $M_z \rightarrow$ 正应力 σ
通过截、取、代、平得到剪力图 and 弯矩图

横截面应力

内力的拉压(定义)应力

轴力 $F_N \rightarrow$ 正应力 σ

扭矩 $M_x \rightarrow$ 切应力 τ

剪力 $F_Q \rightarrow$ 切应力 τ

弯矩 $M_z \rightarrow$ 正应力 σ

应力分布

平面假设: 变形前为平面的横截面, 变形后仍为平面

平面假设

切应力 τ

正应力 σ

计算公式

$\sigma = \frac{F_N}{A}$

$\tau = G\gamma = G\rho \frac{d\varphi}{dx}$

$\tau_{max} = \frac{F_Q}{A}$

$\sigma = \frac{M_z y}{I_z}$

韧性材料的强度失效是屈服和断裂, 脆性材料的强度失效是断裂

强度

危险点

F_N 最大, A 最小处

τ_{max} 为危险点位置

$\sigma = \frac{F_N}{A}$

σ_{max} 为危险点位置

计算

危险点

$\sigma_{max} = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$

$\tau_{max} = \frac{M_x R}{I_p} = \frac{M_x}{W_p} \leq [\tau]$

$\sigma_{max} = \frac{M_z y_{max}}{I_z} = \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma]$

$\sigma_{max} = \frac{M_z y_{max}}{I_z} = \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma]$

强度条件

$[\sigma] = \begin{cases} \frac{\sigma_s}{n_s} & \text{韧性材料} \\ \frac{\sigma_b}{n_b} & \text{脆性材料} \end{cases}$

刚度

公式

$\sigma = E \cdot \epsilon$
 $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$
 $\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$

$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_x}{G I_p}$
 $\varphi = \int \frac{M_x}{G I_p} dx$

$\sigma = \frac{F_N}{A}$

$\sigma = \frac{F_N}{A}$

*刚度: 材料或结构在受力时抵抗弹性变形的能力

实心截面圆轴
 $I_p = \int_A \rho^2 dA = \frac{\pi D^4}{32}$

空心截面圆轴
 $I_p = \int_A \rho^2 dA = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32}$

实心截面圆轴
 $I_z = \int_A y^2 dA = \frac{\pi D^4}{64}$

空心截面圆轴
 $I_z = \int_A y^2 dA = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{64}$

将作用在截面上的内心系向截面形心简化为一主矢和一主矩, 再沿三个特定坐标轴分解得到如图6个内力分量

F_N 使杆件沿轴线伸长或压缩变形, 称为轴力
 F_{Qy}, F_{Qz} 将相邻两截面产生相互错动, 为剪切变形, 为剪力
 M_x 使杆件两相邻截面绕轴相对转动, 为扭转变形, 称扭矩
 M_y, M_z 使杆件两相邻截面绕横轴某一轴线相互转动, 称弯矩