

第十三章 几何光学基本原理

(一) 选择题

1. 在相同的时间内，一单色光在空气中和玻璃中（ ）

A. 路程相等，光程相等 B. 路程相等，光程不等

C. 路程不等，光程相等 D. 路程不等，光程不等

2. 光线从折射率为1.4的稠密液体射向该液体和空气的分界面，入射角的正弦为0.8，则有

A. 出射线的折射角的正弦将小于0.8；

B. 出射线的折射角的正弦将大于0.8；

C. 光线将内反射；

D. 光线将全部吸收。

3. 一透镜由两个共轴的薄透镜组成，一凸一凹，它们的焦距都是20cm，中心相距10cm，现在凸透镜外，离凸透镜30cm处，放一物体，这物体以透镜组成的像是

A. 正立实像

B. 倒立实像

C. 正立虚像

D. 倒立虚像

4. 一物体置于焦距为8cm的薄透镜前12cm处，现将另一焦距为6cm的凸透镜放在第一透镜右侧30cm处，则最后成像的性质为

A. 一个放大的实像

B. 一个缩小的实像

C. 无像或成像于无穷远

D. 一个放大的虚像

E. 一个缩小的虚像

二、 选择题

1. 光从玻璃进入金刚石的相对折射率是1.60，玻璃的折射率是1.50。这金刚石的绝对折射率 2.40 。
2. 一束光在某种透明介质中的波长为400nm，速度为 $2.00 \times 10^8 \text{m/s}$ ，则该介质对这一光束的折射率为 1.50，空气中波长为 600nm。
3. 焦距为4cm的薄凸透镜用作放大镜，若物置于透镜前3cm处，则其横向放大率为 4 。
4. 光束由介质2射向介质1时发生全反射，则光在介质1.2中的传播速度大小关系为 $v_1 > v_2$ 。

5. 要把球面反射镜前10cm处的灯丝成像在3m处的墙上，
 $r = \underline{-19.4}$ cm，这时像放大了 $\underline{-30}$ 倍。

6. 一点光源位于水面下20cm处，光从水中出射，水的折射率为4/3，则在水面上形成的最大圆直径为 $\underline{0.45}$ m。

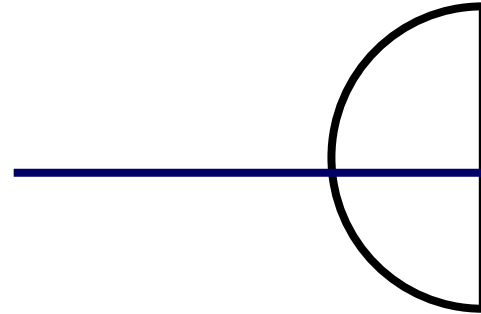
7. 在空气中频率为 5×10^{14} Hz 的单色光进入某种透明介质后波长变为400nm，则此介质的折射率为 $\underline{1.5}$ ，
光在介质内频率为 $\underline{5 \times 10^{14} \text{ Hz}}$ 。

三. 计算题

1. 一玻璃半球的曲率半径是 R ，折射率是1.5，一物高 h ，放在曲面顶点左侧 $3R$ 处。求像的位置和横向放大率

解 (1) 一次成像

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \quad \beta = \frac{nl'}{n'l}$$



$$n = 1, n' = 1.5, y = h, l = -3R, r = R$$

$$\Rightarrow l' = 9R \quad \beta_1 = -2$$

$$(2) \text{ 二次成像} \quad n = 1.5, n' = 1, l = 8R, r = \infty$$

$$\Rightarrow l' = \frac{16R}{3} \quad \beta_1 = 1 \quad \beta = \beta_1 \beta_2 = -2 \quad \text{倒像}$$

2. 一半径为 R 的薄壁玻璃球盛满水，若把一物体放置于离其表面 $3R$ 处，求最后的像的位置。玻璃壁的影响可忽略不计，水的折射率 $n=4/3$ 。

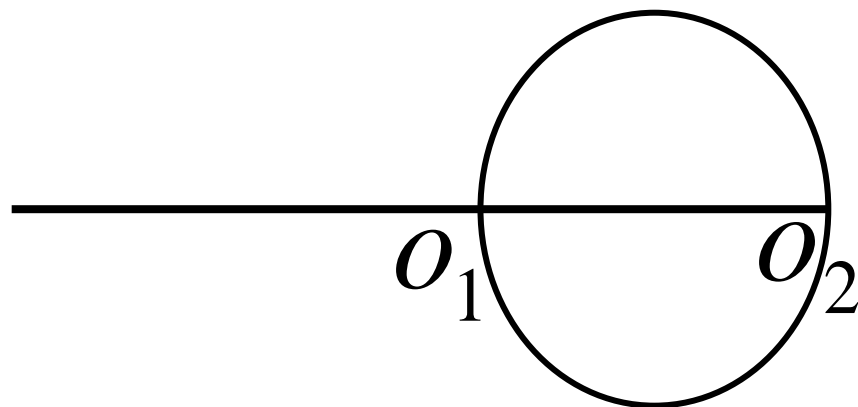
解：盛水的玻璃球不能看作是薄透镜，分别成像

(1) 第一次成像，根据公式

$$\frac{n_1'}{l_1'} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{n_1' - n_1}{r_1}$$

$$\Rightarrow \frac{4/3}{l_1'} - \frac{1}{-3R} = \frac{4/3 - 1}{R}$$

$$\Rightarrow l_1' \rightarrow \infty$$

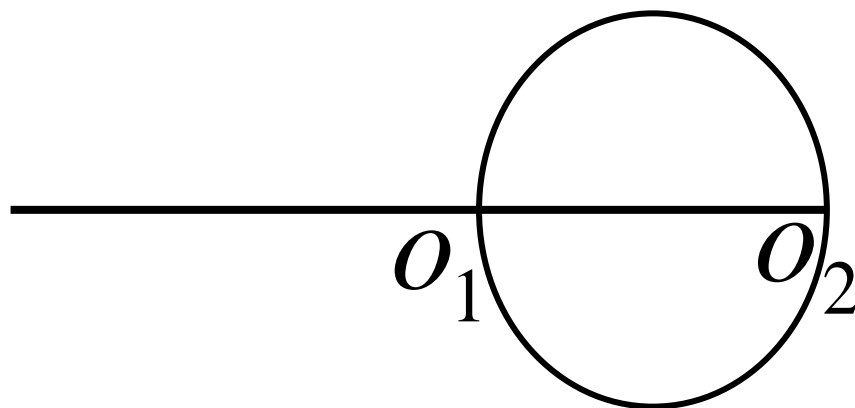


第二次成像，根据公式

$$\frac{n'_2}{l'_2} - \frac{n_2}{l_2} = \frac{n'_2 - n_2}{r_2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{l'_2} - \frac{4/3}{\infty} = \frac{1 - 4/3}{-R}$$

$\Rightarrow l'_2 = 3R$ 成像在球面右侧距离表面 $3R$ 处。



3. 薄壁玻璃球内充满 $n=4/3$ 的水，球的半径 $r=5\text{cm}$ ，观察者沿直径方向看球内一物体以速度 $v=1\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 沿直径从远端逐渐移近。试分析像的位置如何变化，并计算物体移动到球心时像的速率。

解：由折射球面成像公式

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \quad (n = \frac{4}{3}, n' = 1, r = -5\text{cm})$$
$$\Rightarrow l' = \frac{15l}{20 + l}$$

$$\begin{cases} l = 2r = -10\text{cm}, & l' = -15\text{cm}; \\ l = 1.5r = -7.5\text{cm}, & l' = -9\text{cm}; \\ l = r = -5\text{cm}, & l' = -5\text{cm}; \end{cases}$$

可见，像与物向同一方向移动

把**折射球面成像公式**两边同时对时间 t 求导

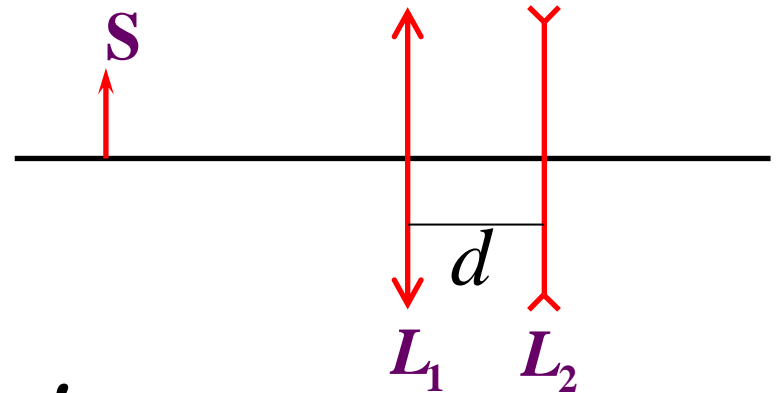
$$-\frac{n'}{l'^2} \frac{dl'}{dt} + \frac{n}{l^2} \frac{dl}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow v' = \frac{n}{n'} \left(\frac{l'}{l}\right)^2 v = \frac{4}{3} \left(\frac{l'}{l}\right)^2$$

$$\text{球心处 } l = -5 \quad l' = -5 \quad \Rightarrow v' = \frac{4}{3} \text{ cm/s}$$

4. 由焦距 $f_1 = 4\text{cm}$ 的凸透镜和焦距 $f_2 = -4\text{cm}$ 的凹透镜组成共轴系统，凸透镜在左。现有一物放在凸透镜左边6cm处轴上，则在凸透镜左边4cm处得一虚像，求两透镜间距

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$$



解：一次成像：

$$l_1 = -6 \quad f_1' = 4 \Rightarrow l_1' = 12$$

二次成像：($d > 12$ 时，像在凸透镜左边不成立)

$$l_2 = (12 - d) \quad l_2' = -(d + 4) \quad f_2' = -4$$

$$(d + 4)(12 - d) = 64 \Rightarrow d = 4$$

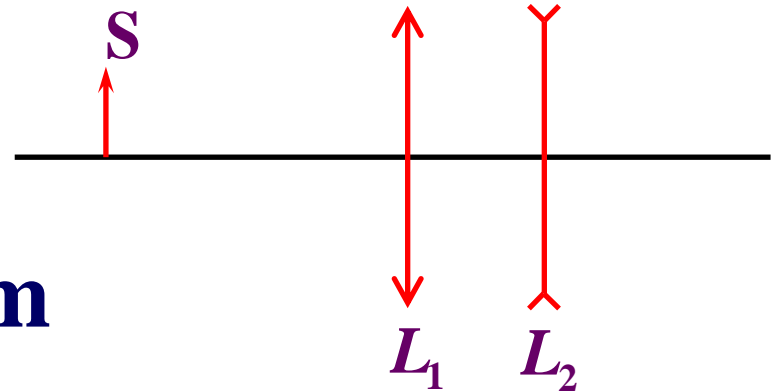
5. 薄透镜 L_1 ，焦距 $f'_1=15\text{cm}$ ，薄凹透镜 L_2 焦距为 $f'_2=-10\text{cm}$ ，二个薄透镜相距 40cm ，现将一物体，如图置于 L_1 前 30cm 处，求得到像的位置。

解 (1) 凸透镜第一次成像

$$f'_1 = 15\text{cm} \quad l_1 = -30\text{cm}$$

$$\frac{1}{l'_1} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f'_1}$$

$$\Rightarrow l'_1 = 30\text{cm}$$



一次成像在 L_1 右侧
 30cm ， L_2 左侧 10cm

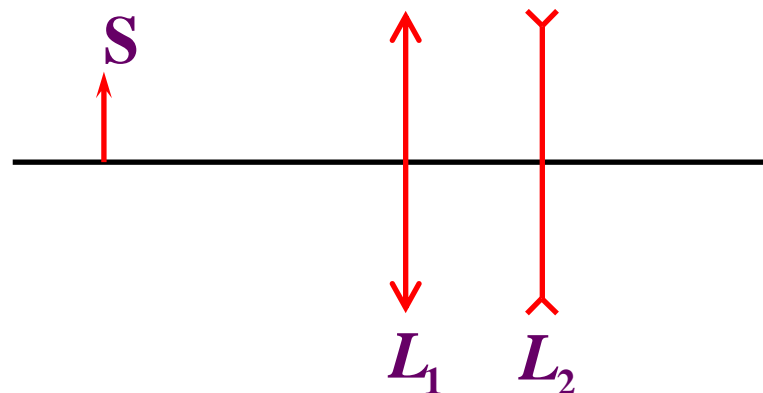
(2) 凹透镜第二次成像

$$f_2' = -10\text{cm} \quad l_2 = -10\text{cm}$$

$$\frac{1}{l_2'} - \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2'}$$

$$\Rightarrow l_2' = -5\text{cm}$$

最终成像于 L_2 左端5cm处



1. 光从玻璃进入金刚石的相对折射率是1.60，玻璃的折射率是1.50。这金刚石的绝对折射率为（ ）

- A. 1.55 B. 1.70 C. 2.40 D. 3.10

3. 光束由介质II射向介质I，在界面上发生全反射，则光在介质I、II中的传播速度 v_1 和 v_2 的大小为（ ）

- A. $v_1 > v_2$ B. $v_2 > v_1$ C. $v_1 = v_2$
D. 无法判别 v_1 、 v_2 的大小

4. 焦距为4cm的薄凸透镜用作放大镜，若物置于透镜前3cm处，则其横向放大率为（ ）

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 12

二、 选择题

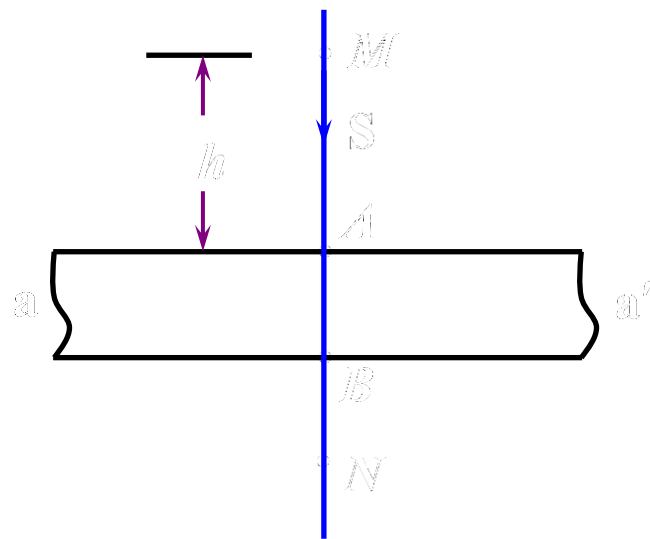
1. 圆柱形均匀透明体的底面下平放着一枚小硬币，两者间有微小间隙，且硬币厚度可忽略不计，设周围都是空气，若通过透明体**侧壁看不到**硬币，则透明体折射率 n 的取值范围为 $n > \sqrt{2}$ 。

2. 一个半导体砷化镓发光二极管，它的发光区为直径 $d=3\text{mm}$ 的圆盘，发光面上覆盖一折射率 $n=3.4$ 的半球形介质，要使发光盘区域内的全部光线在球面上都不发生全反射，则介质半球的半径至少应为_____。

$$R > \frac{1}{2} nd = 5.1\text{mm}$$

3. 声波在空气中的速度为 $330\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，而在水中为 $1320\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，则当声波入射到空气和水的分界面上，其临界角为 $\arcsin\frac{1}{4}$ ，对声波而言折射率较高的介质是空气。

4. 一束波长为 λ 的平行光S自空气垂直射到厚度为 e 的玻璃板 aa' 面上A点处，如图所示，已知玻璃的折射率为 n ，入射光到达A点后分为反射光和透射光两束，这两束光分别传播到M点和N点时，光程保持相同，已知AM长度为 h 米，AN长度是 $h + \lambda/2 + (n-1)e$ 。



三、 计算题

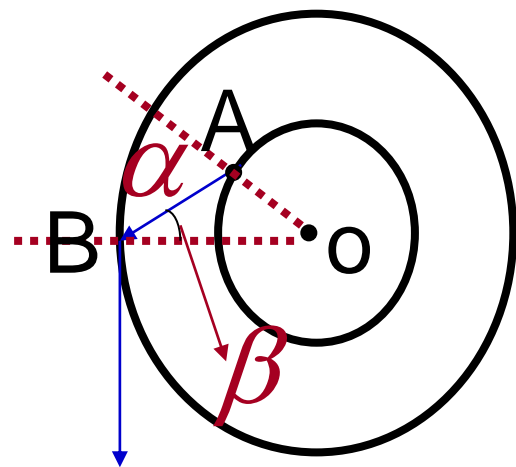
1. 内半径为 r 外半径 R 的柱形玻璃管内装满液体，伦琴射线下发绿光，玻璃折射率 n_1 ，液体折射率 n_2 ，旁边看管壁厚度像是零，则 r/R 满足条件？

解：要看似厚度为0，需要B点折射角为90度，内壁上A点折射角最大是 α ，眼睛所在B点为死角。

$$B\text{点: } n_1 \sin \beta = 1 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{n_1}$$

$\triangle OAB$ 正弦定理

$$\frac{r}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin(\pi - \alpha)} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{n_1 \sin \alpha}$$



因 α 是最大折射角, $\frac{r}{R} = \frac{1}{n_1 \sin \alpha}$

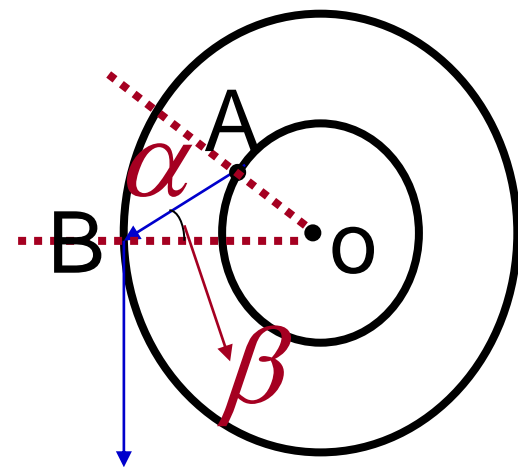
变为 $\frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_1 \sin \alpha}$

若 $n_1 > n_2$ 则:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin 90^\circ \Rightarrow \frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_2}$$

若 $n_1 < n_2$ 则:

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \frac{r}{R} \geq \frac{1}{n_1}$$



2. 一玻璃半球的曲率半径是 R ，折射率是1.5，其平面的一边镀银。一物高为 h ，放在曲面定点左侧 $2R$ 处。
求像的位置

解：共三次成像

(1) 球面折射成像：

$$n = 1 \quad n' = 1.5 \quad l = -2R$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{R} \Rightarrow \frac{1.5}{l'} - \frac{1}{-2R} = \frac{0.5}{R}$$

$$\Rightarrow l' = \infty \quad \text{一次折射光为平行光}$$

(2) 平面反射， 平行光入射， 反射光也是平行光

(3) 球面折射 $n = 1.5$ $l = \infty$ $n' = 1$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{R} \Rightarrow \frac{1}{l'} - \frac{1.5}{\infty} = \frac{-0.5}{R}$$
$$\Rightarrow l' = 2R$$

故成像在球面定点左侧 $2R$ 处， 与原物的位置重合

4. 设计光学系统，产生半径为 r 的圆柱形空心激光束。

