

Raport z wykonania projektu nr 00411

Realizowanego w ramach przedmiotu
Optymalizacja we wspomaganiu decyzji (OWD)

FILIP GRALEWSKI

Spis treści

1.	Wstęp	2
1.1.	Informacje ogólne	2
2.	Model analityczny	2
2.1.	Parametry	2
2.2.	Zmienne	3
2.3.	Ograniczenia	3
2.4.	Funkcja celu	4
2.5.	Model interaktywny ważonego programowania celowego	4
2.5.1.	Parametry	4
2.5.2.	Zmienne	5
2.5.3.	Ograniczenia	5
2.5.4.	Funkcja celu	6
2.6.	Model interaktywny punktu odniesienia (punktu referencyjnego)	6
2.6.1.	Parametry	6
2.6.2.	Zmienne	6
2.6.3.	Ograniczenia	6
2.6.4.	Funkcja celu	7
3.	Implementacja z wykorzystaniem AMPL	8
3.1.	Model ważonego programowania celowego	8
3.1.1.	Model zaimplementowany w środowisku AMPL	8
3.1.2.	Dane wejściowe	9
3.1.3.	Wyniki symulacji	10
3.1.	Model punktu odniesienia	12
3.1.1.	Model zaimplementowany w środowisku AMPL	12
3.1.2.	Dane wejściowe	13
3.1.3.	Wyniki symulacji	13
4.	Porównanie wykorzystanych metod	16

1. Wstęp

1.1. Informacje ogólne

Niniejszy dokument zawiera pełny model analityczny, modele implementacyjne, wyniki testów oraz wnioski wynikające z porównania interaktywnych metod analizy zagadnienia – metody ważonego programowania celowego oraz punktu odniesienia.

Raport ten jest kompletną dokumentacją z realizacji zadania projektowego z przedmiotu OWD.

2. Model analityczny

W rozdziale tym sformułowany został pełny model problemu decyzyjnego opisanego w zadaniu.

W poniższym modelu zostały przyjęte następujące założenia dotyczące zadania:

- Aktualne poziomy wody to poziomy wody przed pierwszym okresem („okres zerowy”)
- Dopływ wody następuje na początku okresu, woda nadmiarowa jest natychmiast zrzucana bez możliwości generacji energii elektrycznej
- Przepływ wody z elektrowni Z1 do Z2 następuje na początku okresu i może być natychmiast wykorzystany w elektrowni Z2 (zarówno zrzut, jak i 50% wody pochodząca z generacji prądu w elektrowni Z1)
- Maksymalizacja potencjały wykonawczego następuje jedynie na koniec okresu trzeciego
- Zrzuty mogą być dowolnej wielkości, o ile powodują przekroczenia minimum wody w elektrowni. Nie tylko woda przekraczająca pojemność może być zrzucana

2.1. Parametry

Parametry są określone przez treść zadania optymalizacji, znane od początku. Nie ulegają zmianom w trakcie procesu optymalizacji. Nie zostały zawarte tutaj wartości parametrów, ponieważ wynikają one bezpośrednio z treści zadania.

Nazwa parametru	Opis parametru
$d_{i,j}$	Wartość dopływu w i -tym okresie do j -tej elektrowni [mln m ³]
ppw_i	Poziom początkowy wody (przed okresem pierwszym) w i -tej elektrowni [mln m ³]
min_i	Minimalny poziom wody dla i -tej elektrowni [mln m ³]
max_i	Maksymalny poziom wody dla i -tej elektrowni [mln m ³]
wyd_i	Wydajność i -tej elektrowni w jednym okresie [MWh]
$przep_i$	Przepustowość i -tej elektrowni w jednym okresie [MWh]
c	Cena jednostkowa wyprodukowanej energii [PLN]
wb	Wartość dodatkowego bonusu, który zostanie przyznany po przekroczeniu odpowiedniego poziomu sprzedaży energii [PLN]
pb	Próg sprzedaży, od którego przyznawany jest bonus [MWh]

2.2. Zmienne

Zmienne nie są znane od początku, wyznaczone są w trakcie procesu optymalizacji. Przechowują wyniki optymalizacji, na ich podstawie decydent może zidentyfikować optymalne rozwiązanie.

Nazwa zmiennej	Opis zmiennej
$zw_{i,j}$	Zużycie wody w i -tym okresie przez j -tą elektrownię [mln m ³]
$we_{i,j}$	Wygenerowana energia w i -tym okresie przez j -tą elektrownię [MWh]
$pkw_{i,j}$	Poziom końcowy wody w i -tym okresie przez j -tą elektrownię [mln m ³]
$zrz_{i,j}$	Zrzut nadmiarowej wody w i -tym okresie przez j -tą elektrownię [mln m ³]
bb_i	Zmienna binarna określająca przyznanie bonusu w i -tym okresie

2.3. Ograniczenia

Ograniczenia wynikają z treści zadania i stanowią podstawę do określenia wartości zmiennych w trakcie procesu optymalizacji.

L.p.	Ograniczenie
1.	$pkw_{0,i} = ppw_i, \forall i \in \{1,2\}$
2.	$pkw_{i,1} = pkw_{i-1,1} + d_{i,1} - zw_{i,1} - zrz_{i,1}, \forall i \in \{1,2,3\}$
3.	$pkw_{i,2} = pkw_{i-1,2} + d_{i,2} + 0,5zw_{i,1} + zrz_{i,1} - zw_{i,2} - zrz_{i,2}, \forall i \in \{1,2,3\}$
4.	$pkw_{i,j} \geq \min_j, \forall i \in \{1,2,3\} \forall j \in \{1,2\}$
5.	$we_{i,j} = wyd_j * zw_{i,j}, \forall i \in \{1,2,3\} \forall j \in \{1,2\}$
6.	$we_{i,j} \leq przep_j, \forall i \in \{1,2,3\} \forall j \in \{1,2\}$
7.	$max_1 \geq pkw_{i-1,1} + d_{i,1} - zrz_{i,1}, \forall i \in \{1,2,3\}$
8.	$max_2 \geq pkw_{i-1,2} + d_{i,2} + 0,5zw_{i,1} + zrz_{i,1} - zrz_{i,2}, \forall i \in \{1,2,3\}$
9.	$pb * bb_i \leq \sum_{j=1}^2 we_{i,j}, \forall i \in \{1,2,3\}$

Opisy ograniczeń:

1. Ograniczenie służy ustawieniu wartości końcowych poziomu wody w sztucznym okresie zerowym, czyli przed rozpoczęciem okresu zerowego. Ograniczenie wprowadzone w celu ustandaryzowania ograniczeń 3.,4.,7.,8.
2. Ograniczenie określające poziom końcowy wody dla elektrowni Z1 na koniec i -tego okresu. Poziom końcowy wody to suma stanu początkowego wody oraz dopływu do elektrowni, pomniejszona o wykorzystanie wody w elektrowni i zrzut nadmiaru wody.
3. Ograniczenie określające poziom końcowy wody dla elektrowni Z2 na koniec i -tego okresu. Poziom końcowy wody to suma stanu początkowego wody oraz dopływu do elektrowni (na który składa się standardowy dopływ wody oraz dopływy wynikające ze zrzutu oraz

wykorzystania wody przez elektrownię Z1), pomniejszona o wykorzystanie wody w elektrowni i zrzut nadmiaru wody.

4. Ograniczenie uniemożliwiające wykorzystanie wody w elektrowni poniżej określonego minimum.
5. Ograniczenie umożliwiające wyznaczenie wygenerowanej energii w zależności od zużycia wody w danym okresie.
6. Ograniczenie uniemożliwiające przekroczenie określonej przepustowości elektrowni.
7. Ograniczenie określające, ile wody może być zrzucone dla elektrowni Z1. Woda, która przekroczyła pojemność zbiornika od razu jest uznawana jako zrzucana.
8. Ograniczenie określające, ile wody może być zrzucone dla elektrowni Z2. Woda, która przekroczyła pojemność zbiornika od razu jest uznawana jako zrzucana.
9. Ustawienie zmiennej binarnej określającej przyznanie bonusu na koniec *i-tego* okresu.

2.4. Funkcja celu

Funkcja celu oraz dodatkowe parametry i zmienne zostaną szczegółowo opisane w kolejnych podrozdziałach, zawierających model dla ważonego programowania celowego oraz metody punktu odniesienia.

2.5. Model interaktywny ważonego programowania celowego

Podrozdział opisuje rozszerzenie modelu bazowego, dzięki któremu zostanie on przedstawiony jako zagadnienie ważonego programowania celowego.

2.5.1. Parametry

Nazwa parametru	Opis parametru
zwp	Waga dodatniego odchylenia zysku
zwm	Waga ujemnego odchylenia zysku
zc	Cel zysku
pwwp	Waga dodatniego odchylenia potencjału wytwórczego
pwwm	Waga ujemnego odchylenia potencjału wytwórczego
pwc	Cel potencjału wytwórczego

2.5.2. Zmienne

Nazwa zmiennej	Opis zmiennej
zp	Dodatnie odchylenie zysku
zm	Ujemne odchylenie zysku
pwp	Dodatnie odchylenie potencjału wytwórczego
pwm	Ujemne odchylenie potencjału wytwórczego
z	Zysk
pw	Potencjał wytwórczy

2.5.3. Ograniczenia

L.p.	Ograniczenie
1.	$z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 c * we_{i,j} + \sum_{i=1}^3 bb_i * wb - zp + zm$
2.	$pw = \sum_{i=1}^2 pkw_{3,i} - pwp + pwm$
3.	$z = zc$
4.	$pw = pwc$
5.	$zp, zm, pwp, pwm \geq 0$

Opisy ograniczeń:

1. Wyznaczenie zysku jako sumy wygenerowanej energii w elektrowniach Z1 i Z2 we wszystkich okresach powiększonej o sumę bonusów we wszystkich okresach, z uwzględnieniem odchyleń dodatnich i ujemnych.
2. Wyznaczenie końcowego potencjału wytwórczego jako sumy końcowych poziomów wody w elektrowniach Z1 i Z2, z uwzględnieniem odchyleń dodatnich i ujemnych.
3. Zysk uwzględniający odchylenia musi być równy celowi zysku.
4. Potencjał wytwórczy uwzględniający odchylenia musi być równy celowi potencjału wytwórczego.
5. Wszystkie odchylenia muszą być większe lub równe 0 zgodnie z założeniami ważonego programowania celowego.

2.5.4. Funkcja celu

Funkcja celu w zadaniu ważonego programowania liniowego minimalizuje ważoną sumę odchyień poszczególnych funkcji osiągnięć. Zatem dla powyższego zadania funkcja celu prezentuje się następująco:

$$\text{minimize cel} = zw_p * z_p + zw_m * z_m + pww_p * pwp + pww_m * pwm$$

Funkcje osiągnięć uwzględnione w funkcji celu to:

- Maksymalizacja zysku
- Maksymalizacja potencjału wytwórczego

2.6. Model interaktywny punktu odniesienia (punktu referencyjnego)

Podrozdział opisuje rozszerzenie modelu bazowego, dzięki któremu zostanie on przedstawiony jako zagadnienie punktu odniesienia.

2.6.1. Parametry

Nazwa parametru	Opis parametru
zc	Cel zysku
pwc	Cel potencjału wytwórczego
eps	Wartość parametru epsilon
beta	Wartość parametru beta
lz	Wartość lambda dla zysku
lpw	Wartość lambda dla potencjału wytwórczego

2.6.2. Zmienne

Nazwa zmiennej	Opis zmiennej
zysk	Osiągnięty zysk
pw	Osiągnięty potencjał wytwórczy
z	Zmienna pomocnicza na potrzeby funkcji celu
zz	Dodatkowa zmienna reprezentująca wartość funkcji osiągnięcia zysku oraz jej minimum
zpw	Dodatkowa zmienna reprezentująca wartość funkcji osiągnięcia potencjału wytwórczego oraz jej minimum

2.6.3. Ograniczenia

L.p.	Ograniczenie
1.	$zysk = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 c * we_{i,j} + \sum_{i=1}^3 bb_i * wb$

2.	$pw = \sum_{i=1}^2 pkw_{3,i}$
3.	$zz \leq beta * lz * (zysk - zc)$
4.	$zz \leq lz * (zysk - zc)$
5.	$zpw \leq beta * lpw * (pw - pwc)$
6.	$zpw \leq lpw * (pw - pwc)$
7.	$z < zz$
8.	$z < zpw$

Opisy ograniczeń:

1. Wyznaczenie zysku jako sumy wygenerowanej energii w elektrowniach Z1 i Z2 we wszystkich okresach powiększonej o sumę bonusów we wszystkich okresach
2. Wyznaczenie końcowego potencjału wytwórczego jako sumy końcowych poziomów wody w elektrowniach Z1 i Z2.
- 3.,4.,5.,6.,7.,8. Ograniczenia minimalizujące odległość od wyznaczonego celu (punktu odniesienia)

2.6.4. Funkcja celu

Funkcja celu w metodzie punktu odniesienia prezentuje się następująco:

$$maximize\ cel = z + \varepsilon(zysk + pw)$$

Funkcje osiągnięć uwzględnione w funkcji celu to:

- Maksymalizacja zysku
- Maksymalizacja potencjału wytwórczego

3. Implementacja z wykorzystaniem AMPL

Rozdział ten zawiera modele zaimplementowane z wykorzystaniem środowiska AMPL, umożliwiającego rozwiązywanie modeli optymalizacji. Oprócz modeli zaimplementowanych w tym środowisku zostały tutaj zawarte również wyniki przeprowadzonych symulacji, ukazujące poprawność oraz specyfikę tych modeli. Symulacje przeprowadzone przy użyciu solvera CPLEX.

3.1. Model ważonego programowania celowego

3.1.1. Model zaimplementowany w środowisku AMPL

Model zaimplementowany w środowisku AMPL został szczegółowo opisany w rozdziale drugim. Zatem z tym podrozdziałem zostanie przedstawiony jedynie kod implementacji modelu. W celu ułatwienia zrozumienia implementacji, wszystkie parametry, zmienne oraz ograniczenia zostały wprowadzone zgodnie z kolejnością ich pojawiania się w rozdziale drugim.

```
#parametry
param doplywy {1..3,1..2};
param poziomPocztkowyWody {1..2};
param minimum {1..2};
param maximum {1..2};
param wydajnosć {1..2};
param przepustowosc {1..2};
param cena > 0 integer;
param wartoscBonusu;
param progBonusu;

#programowanie celowe
param zyskWagaPlus;
param zyskWagaMinus;
param zyskCel;
param potencjalWytworczyWagaPlus;
param potencjalWytworczyWagaMinus;
param potencjalWytworczyCel;
#/programowanie celowe

#zmienne
var zuzycieWody {1..3,1..2} >= 0;
var wygenerowanaEnergia {1..3,1..2} >= 0;
var poziomKoncowyWody {0..3,1..2} >= 0;
var zrzut {1..3,1..2} >= 0;
var czyBonus {1..3} binary;

#programowanie celowe
var zyskPlus >= 0;
var zyskMinus >= 0;
var potencjalWytworczyPlus >= 0;
var potencjalWytworczyMinus >= 0;
var zysk = sum {okres in 1..3, elektrownia in 1..2} cena * wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia]
+ sum {okres in 1..3} czyBonus[okres] * wartoscBonusu
- zyskPlus
+ zyskMinus;
var potencjalWytworczy = sum {elektrownia in 1..2} poziomKoncowyWody[3,elektrownia]
- potencjalWytworczyPlus
+ potencjalWytworczyMinus;
#/programowanie celowe

#funkcja celu
minimize cel: zyskWagaPlus * zyskPlus
+ zyskWagaMinus * zyskMinus
+ potencjalWytworczyWagaPlus * potencjalWytworczyPlus
```

```

+ potencjalWytworczyWagaMinus * potencjalWytworczyMinus;

#ograniczenia
subject to ogr_poziomPocztakowyWody {elektrownia in 1..2}:
    poziomKoncowyWody[0,elektrownia] = poziomPocztakowyWody[elektrownia];

subject to ogr_poziomKoncowyWody_el_1 {okres in 1..3}:
    poziomKoncowyWody[okres,1] = poziomKoncowyWody[okres-1,1] + doplywy[okres,1] - zuzycieWody[okres,1] - zrzut[okres,1];

subject to ogr_poziomKoncowyWody_el_2 {okres in 1..3}:
    poziomKoncowyWody[okres,2] = poziomKoncowyWody[okres-1,2] + doplywy[okres,2] + 0.5 * zuzycieWody[okres,1] - zuzycieWody[okres,2] -
    zrzut[okres,2] + zrzut[okres,1];

subject to ogr_minimum {okres in 1..3, elektrownia in 1..2}:
    poziomKoncowyWody[okres,elektrownia] >= minimum[elektrownia];

subject to ogr_wygenerowanaEnergia {okres in 1..3, elektrownia in 1..2}:
    wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia] = wydajnosc[elektrownia] * zuzycieWody[okres,elektrownia];

subject to ogr_przepustowosc {okres in 1..3, elektrownia in 1..2}:
    wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia] <= przepustowosc[elektrownia];

subject to ogr_zrzuty_el_1 {okres in 1..3}:
    maximum[1] >= poziomKoncowyWody[okres-1,1] + doplywy[okres,1] - zrzut[okres,1];

subject to ogr_zrzuty_el_2 {okres in 1..3}:
    maximum[2] >= poziomKoncowyWody[okres-1,2] + doplywy[okres,2] + 0.5 * zuzycieWody[okres,1] - zrzut[okres,2] + zrzut[okres,1];

subject to ogr_bonus {okres in 1..3}:
    progBonusu * czyBonus[okres] <= sum {elektrownia in 1..2} wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia];

#programowanie celowe
subject to ogr_zysk:
    zysk = zyskCel;

subject to ogr_potencjalWytworczy:
    potencjalWytworczy = potencjalWytworczyCel;
#/programowanie celowe

```

Listing 1. Model ważonego programowania celowego zaimplementowany w środowisku AMPL

3.1.2. Dane wejściowe

Poniższe dane wejściowe składają się z danych wynikających z treści zadania, oraz przykładowych celów i wag wymaganych do określenia przez decydenta w procesie optymalizacji.

```

param doplywy:
    1          200          40
    2          130          15
    3          180          20 ;
param poziomPocztakowyWody:= 1 1900 2 850 ;
param minimum:= 1 1200 2 800 ;
param maximum:= 1 2000 2 1500 ;
param wydajnosc:= 1 200 2 400 ;
param przepustowosc:= 1 35000 2 60000 ;
param cena := 20;
param wartoscBonusu := 100000;
param progBonusu := 50000;

#programowanie celowe
param zyskWagaPlus := 0.0001;
param zyskWagaMinus := 5;
param zyskCel := 5900000;
param potencjalWytworczyWagaPlus := 0.0001;
param potencjalWytworczyWagaMinus := 10000;
param potencjalWytworczyCel := 3000;
#/programowanie celowe

```

Listing 2. Dane dla modelu ważonego programowania celowego zaimplementowanego w środowisku AMPL

3.1.3. Wyniki symulacji

Szczegółowe wyniki symulacji znajdują się w załączonym do raportu logu z wykonania symulacji.

Symulacja 1. Optymalny zysk i bliski optymalnemu cel potencjału wytwórczego – zerowe odchylenia (4 iteracje simplex)

Cel zysku	6000000
Waga odchylenia dodatniego zysku	0.0001
Waga odchylenia ujemnego zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2600
Waga odchylenia dodatniego potencjału wytwórczego	0.0001
Waga odchylenia ujemnego potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte bez odchylenia?	TAK
Uzyskane odchylenie dodatnie zysku	0
Uzyskane odchylenie ujemne zysku	0
Uzyskane odchylenie dodatnie potencjału wytwórczego	0
Uzyskane odchylenie ujemne potencjału wytwórczego	0

Symulacja 2. Zbyt wysokie wymagania potencjału wytwórczego przy zbyt niskiej wadze odchylenia ujemnego dla potencjału – niespełnienie celu dla potencjału wytwórczego kosztem spełnienia celu dla zysku (5 iteracji simplex)

Cel zysku	6000000
Waga odchylenia dodatniego zysku	0.0001
Waga odchylenia ujemnego zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2700
Waga odchylenia dodatniego potencjału wytwórczego	0.0001
Waga odchylenia ujemnego potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte bez odchylenia?	NIE
Uzyskane odchylenie dodatnie zysku	0
Uzyskane odchylenie ujemne zysku	0
Uzyskane odchylenie dodatnie potencjału wytwórczego	0
Uzyskane odchylenie ujemne potencjału wytwórczego	77.5

Symulacja 3. Zbyt wysokie wymagania potencjału wytwórczego przy wysokiej wadze odchylenia ujemnego dla potencjału – niespełnienie celu dla zysku kosztem spełnienia celu dla potencjału (5 iteracji simplex)

Cel zysku	6000000
-----------	---------

Waga odchylenia dodatniego zysku	0.0001
Waga odchylenia ujemnego zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2700
Waga odchylenia dodatniego potencjału wytwórczego	0.0001
Waga odchylenia ujemnego potencjału wytwórczego	10000
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte bez odchyień?	NIE
Uzyskane odchylenie dodatnie zysku	0
Uzyskane odchylenie ujemne zysku	620000
Uzyskane odchylenie dodatnie potencjału wytwórczego	0
Uzyskane odchylenie ujemne potencjału wytwórczego	0

Symulacja 4. Zbyt wysokie cele dla zysku i potencjału – optymalne rozwiązanie pośrednie – żaden z celów nie został spełniony w całości (5 iteracji simplex)

Cel zysku	7000000
Waga odchylenia dodatniego zysku	0.0001
Waga odchylenia ujemnego zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2700
Waga odchylenia dodatniego potencjału wytwórczego	0.0001
Waga odchylenia ujemnego potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte bez odchyień?	NIE
Uzyskane odchylenie dodatnie zysku	0
Uzyskane odchylenie ujemne zysku	1000000
Uzyskane odchylenie dodatnie potencjału wytwórczego	0
Uzyskane odchylenie ujemne potencjału wytwórczego	77.5

Symulacja 5. Zbyt niski cel potencjału wytwórczego – niezerowe odchylenie dodatnie potencjału wytwórczego (muszą być spełnione warunki minimalnego końcowego poziomu wody w elektrowniach) (5 iteracji simplex)

Cel zysku	5000000
Waga odchylenia dodatniego zysku	0.0001
Waga odchylenia ujemnego zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	1000
Waga odchylenia dodatniego potencjału wytwórczego	0.0001
Waga odchylenia ujemnego potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte bez odchyień?	NIE
Uzyskane odchylenie dodatnie zysku	0
Uzyskane odchylenie ujemne zysku	0
Uzyskane odchylenie dodatnie potencjału wytwórczego	1000
Uzyskane odchylenie ujemne potencjału wytwórczego	0

3.1. Model punktu odniesienia

3.1.1. Model zaimplementowany w środowisku AMPL

Model zaimplementowany w środowisku AMPL został szczegółowo opisany w rozdziale drugim. Zatem z tym podrozdziałem zostanie przedstawiony jedynie kod implementacji modelu. W celu ułatwienia zrozumienia implementacji, wszystkie parametry, zmienne oraz ograniczenia zostały wprowadzone zgodnie z kolejnością ich pojawiania się w rozdziale drugim. Przyjęte zostały wartości $\beta = 0.001$, $\varepsilon = 0.0001$.

```
#parametry
param doplywy {1..3,1..2};
param poziomPoczatkowyWody {1..2};
param minimum {1..2};
param maximum {1..2};
param wydajnosci {1..2};
param przepustowosc {1..2};
param cena > 0 integer;
param wartoscBonusu;
param progBonusu;

#metoda punktu odniesienia
param zyskCel;
param potencjalWytworczyCel;
param epsilon;
param beta;
param lambdaZysk;
param lambdaPotencjalWytworczy;
#/metoda punktu odniesienia

#zmienne
var zuzycieWody {1..3,1..2} >= 0;
var wygenerowanaEnergia {1..3,1..2} >= 0;
var poziomKoncowyWody {0..3,1..2} >= 0;
var zrzut {1..3,1..2} >= 0;
var czyBonus {1..3} binary;

#metoda punktu odniesienia
var zysk = sum {okres in 1..3, elektrownia in 1..2} cena * wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia]
    + sum {okres in 1..3} czyBonus[okres] * wartoscBonusu;
var potencjalWytworczy = sum {elektrownia in 1..2} poziomKoncowyWody[3,elektrownia];
var z;
var zZysk;
var zPotencjalWytworczy;

#/metoda punktu odniesienia

#funkcja celu
maximize cel: z + epsilon * (zZysk + zPotencjalWytworczy);

#ograniczenia
subject to ogr_poziomPoczatkowyWody {elektrownia in 1..2}:
    poziomKoncowyWody[0,elektrownia] = poziomPoczatkowyWody[elektrownia];

subject to ogr_poziomKoncowyWody_el_1 {okres in 1..3}:
    poziomKoncowyWody[okres,1] = poziomKoncowyWody[okres-1,1] + doplywy[okres,1] - zuzycieWody[okres,1] - zrzut[okres,1];

subject to ogr_poziomKoncowyWody_el_2 {okres in 1..3}:
    poziomKoncowyWody[okres,2] = poziomKoncowyWody[okres-1,2] + doplywy[okres,2] + 0.5 * zuzycieWody[okres,1] - zuzycieWody[okres,2] -
    zrzut[okres,2] + zrzut[okres,1];

subject to ogr_minimum {okres in 1..3, elektrownia in 1..2}:
    poziomKoncowyWody[okres,elektrownia] >= minimum[elektrownia];

subject to ogr_wygenerowanaEnergia {okres in 1..3, elektrownia in 1..2}:
```

```

wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia] = wydajnos[elektrownia] * zuzycieWody[okres,elektrownia];

subject to ogr_przepustowosc {okres in 1..3, elektrownia in 1..2}:
    wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia] <= przepustowosc[elektrownia];

subject to ogr_zrzuty_el_1 {okres in 1..3}:
    maximum[1] >= poziomKoncowyWody[okres-1,1] + doplywy[okres,1] - zrzut[okres,1];

subject to ogr_zrzuty_el_2 {okres in 1..3}:
    maximum[2] >= poziomKoncowyWody[okres-1,2] + doplywy[okres,2] + 0.5 * zuzycieWody[okres,1] - zrzut[okres,2] + zrzut[okres,1];

subject to ogr_bonus {okres in 1..3}:
    progBonusu * czyBonus[okres] <= sum {elektrownia in 1..2} wygenerowanaEnergia[okres,elektrownia];

#metoda punktu odniesienia
subject to ogr_zZysk:
    z <= zZysk;

subject to ogr_zPotencjalWytworczy:
    z <= zPotencjalWytworczy;

subject to ogr1:
    zZysk <= beta * lambdaZysk * (zysk - zyskCel);

subject to ogr2:
    zPotencjalWytworczy <= beta * lambdaPotencjalWytworczy * (potencjalWytworczy - potencjalWytworczyCel);

subject to ogr3:
    zZysk <= lambdaZysk * (zysk - zyskCel);

subject to ogr4:
    zPotencjalWytworczy <= lambdaPotencjalWytworczy * (potencjalWytworczy - potencjalWytworczyCel);
#/metoda punktu odniesienia

```

Listing 3. Model punktu odniesienia zaimplementowany w środowisku AMPL

3.1.2. Dane wejściowe

Poniższe dane wejściowe składają się z danych wynikających z treści zadania, oraz przykładowych celów i wag wymaganych do określenia przez decydenta w procesie optymalizacji.

```

param doplywy:
    1          200          40
    2          130          15
    3          180          20 ;
param poziomPoczkowyWody:= 1 1900 2 850 ;
param minimum:= 1 1200 2 800 ;
param maximum:= 1 2000 2 1500 ;
param wydajnos:= 1 200 2 400 ;
param przepustowosc:= 1 35000 2 60000 ;
param cena := 20;
param wartoscBonusu := 100000;
param progBonusu := 50000;

#metoda punktu odniesienia
param zyskCel := 6000000;
param potencjalWytworczyCel := 3000;
param epsilon := 0.00001;
param beta := 0.001;
param lambdaZysk := 1;
param lambdaPotencjalWytworczy := 1;
#/metoda punktu odniesienia

```

Listing 4. Dane dla modelu punktu odniesienia zaimplementowanego w środowisku AMPL

3.1.3. Wyniki symulacji

Symulacja 1. Optymalny zysk i bliski optymalnemu cel potencjału wytwórczego – zerowe odchylenia (8 iteracji simplex – 2 razy więcej niż w metodzie PC)

Cel zysku	6000000
Lambda zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2600
Lambda potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte?	TAK
Uzyskany zysk	0
Uzyskany potencjał wytwórczy	0

Symulacja 2. Zbyt wysokie wymagania potencjału wytwórczego w stosunku do celu zysku, przy jednakowych wartościach lambda nie został osiągnięty zarówno cel zysku jak i cel potencjału (10 iteracji simplex – 2 razy więcej niż w metodzie PC)

Cel zysku	6000000
Lambda zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2700
Lambda potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte?	NIE
Uzyskany zysk	5999920
Uzyskany potencjał wytwórczy	2622.51

Symulacja 3. Zbyt wysokie wymagania potencjału wytwórczego w stosunku do celu zysku, przy znacznie wyższej wartości lambda dla potencjału cel potencjału został praktycznie osiągnięty, nadal jednak jest brany pod uwagę cel zysku (14 iteracji simplex – prawie 3 razy więcej niż w metodzie PC)

Cel zysku	6000000
Lambda zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2700
Lambda potencjału wytwórczego	100000
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte?	NIE
Uzyskany zysk	5425930
Uzyskany potencjał wytwórczy	2694.26

Symulacja 4. Zbyt wysokie cele dla zysku i potencjału – optymalne rozwiązanie pośrednie – żaden z celów nie został spełniony w całości (6 iteracji simplex – porównywalnie z metodą PC)

Cel zysku	7000000
-----------	---------

Lambda zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	2700
Lambda potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte?	NIE
Uzyskany zysk	6000000
Uzyskany potencjał wytwórczy	2622.5

Symulacja 5. Zbyt niski cel potencjału wytwórczego – niezerowe odchylenie dodatnie potencjału wytwórczego (muszą być spełnione warunki minimalnego końcowego poziomu wody w elektrowniach), cele zostały przekroczone, cel potencjału znacząco. (13 iteracji simplex – prawie 3 razy więcej niż w metodzie PC)

Cel zysku	6000000
Lambda zysku	1
Cel potencjału wytwórczego	1000
Lambda potencjału wytwórczego	1
Czy rozwiązanie zostało osiągnięte?	NIE
Uzyskany zysk	5001750
Uzyskany potencjał wytwórczy	2747.28

3.2. Interpretacja wyników symulacji

Maksymalizując jedynie zysk, możliwe jest osiągnięcie poziomu maksymalnego – 6 000 000 PLN.

Przy optymalizacji wielokryterialnej, w której maksymalizowany jest także zachowany potencjał wytwórczy, również możliwe jest osiągnięcie takiego poziomu zysku. Potencjał wytwórczy na koniec ostatniego okresu wynosi wtedy 2625 mln. m³.

Oczywiście, przy optymalizacji wielokryterialnej bardzo ważnym czynnikiem jest dobór odpowiednich priorytetów dla każdego z celów. Przykładowo, jeśli bardziej zależy nam na maksymalizacji potencjału wytwórczego niż na zysku (być może w kolejnym okresie cena energii wzrośnie, co uzasadnia taki wybór) i na zbliżeniu się do konkretnego celu (przykładowo zachowanie 2700 mln m³ wody na następny okres), możemy odpowiednio sterować procesem optymalizacji. Umożliwia to interaktywność wybranych metod. Należy jednak pamiętać, że w takim wypadku istnieje duże prawdopodobieństwo, że zysk znacząco spadnie. Dlatego aby podejmować decyzje za pomocą interaktywnych metod optymalizacji, należy najpierw bardzo dobrze zapoznać się z modelem i zasadą działania wybranej metody.

4. Porównanie wykorzystanych metod

Rozdział zawiera podsumowanie zalet i wad wykorzystanych metod ważonego programowania celowego oraz punktu odniesienia. Porównane zostały wyniki przeprowadzonych symulacji, łatwość modelowania problemu, stopień trudności zadań stawianych przed decydentem przy wykonywaniu symulacji oraz wydajność obu metod.

Obie metody umożliwiają rozwiązywanie zagadnień optymalizacji wielokryterialnej, dzięki czemu możliwe było zastosowanie ich w zadaniu jednoczesnej maksymalizacji zysku oraz potencjału wytwórczego. Obie metody należą również do metod interaktywnych optymalizacji, co sprawia, że w procesie decyzyjnym bardzo ważną rolę odgrywa decydent, który musi określać ważność poszczególnych funkcji osiągnięć i w sposób ciągły kontrolować wyniki symulacji. Sukces procesu optymalizacji zależy więc w obu metodach w dużej mierze od decydenta kontrolującego proces.

Obie metody nie sprawiają trudności implementacyjnych, o ile bazowy model został sformułowany poprawnie. Oczywiście, każda z metod wymaga dobrej jej znajomości, ale samo dostosowanie do nich modelu jest dość proste.

W metodzie ważonego programowania celowego decydent ma możliwość kontrolowania celów dla wszystkich funkcji osiągnięć oraz wag odchyłeń tych funkcji od określonego celu. Dzięki odpowiedniemu dobraniu tych parametrów symulacja problemu zakończy się znalezieniem rozwiązania optymalnego z punktu widzenia decydenta. Wybór wag odchyłeń wymaga jednak od decydenta bardzo dobrej znajomości problemu oraz priorytetów poszczególnych funkcji osiągnięć. Wyniki symulacji pokazały, że wynik może się całkowicie zmieniać przy tych samych wymaganych przez decydenta celach, ale przy różnych wagach odchyłeń. Dobranie odpowiednich wag dla odchyłeń jest zadaniem trudnym, wymagającym wielu prób do osiągnięcia zamierzonego celu.

W metodzie punktu odniesienia natomiast decydent również steruje celami, ale zamiast wag dysponuje możliwością zmiany parametru λ poszczególnych funkcji osiągnięć. Ponieważ parametrów sterujących jest mniej, decydent ma nieco łatwiejsze zadanie niż w przypadku programowania celowego.

Zaletą obu metod jest możliwość optymalizacji, która została pokazana w symulacji 4. Decydent może podać znacznie wyższe wartości celów dla poszczególnych funkcji osiągnięć, a sterować jedynie wagami w przypadku PC lub wartościami λ w przypadku punktu odniesienia. Odpowiedni ich dobór tych parametrów umożliwi znalezienie rozwiązania bliskiego optymalnemu. Jednakże sterowanie wagami w metodzie PC jest trudne, a ich zmiana często całkowicie zmienia rozwiązanie (brak płynności w wyszukiwaniu rozwiązań optymalnych). Zdecydowanie lepiej radzi sobie tutaj metoda punktu odniesienia, która umożliwia płynne przejście pomiędzy dwoma rozwiązaniami, a co za tym idzie lepszą możliwość optymalizacji wielu kryteriów do zadanego poziomu naraz.

W każdej przeprowadzonej symulacji znacząco mniej iteracji simplex do znalezienia rozwiązania wymagała metoda PC. W niektórych przypadkach wyniki były zbliżone, ale najczęściej była to nawet kilkukrotnie mniejsza liczba iteracji. Pod względem wydajności znaczącą przewagę osiągnęła więc metoda ważonego programowania celowego.