

Name: _____

Aufwand (h): _____

Punkte: _____

Aufgabe 1 (3 + 2 + 1 = 6 Pkt): Schwingkreise und die Modellierung von Produktion und Verkaufsdynamik

- (a) Modellieren Sie in SIMULINK die Steuerung der Anheuerung bzw. des Abbauens von Arbeitern in Abhängigkeit vom Lagerstand eines Produktionsumfelds. Nehmen Sie anfänglich einen konstanten Absatz von 900 Einheiten an, eine Produktivität von 10 Einheiten pro Arbeiter, einen Sockel von 50 Stammarbeitsplätzen und einen anfänglichen Lagerstand von 100 vorrätigen Einheiten. Dokumentieren Sie Ihr Modell und entsprechende Testergebnisse – konvergiert dieses System?
- (b) Führen Sie eine Dämpfungskonstante in das Modell ein (mit Wert 0.1). Wie verändert das Ihr Modell und wie wirkt es sich auf die Simulation aus?
- (c) Nehmen wir an, der Preis ergebe sich als $(200 - \text{Lagerstand} / 10)$. Außerdem beeinflusse der Preis den Absatz: Anstatt eines konstanten Absatzes ergibt sich ein Absatz von $(900 - \text{Preis} / 10)$. Dokumentieren Sie erneut entsprechende Änderungen am Modell und Auswirkungen auf die Simulation.

Aufgabe 2 (6 Pkt): Wachstum, Adrenalingehalt des Blutes

Adrenalingehalt des Blutes: Adrenalin wird von der Nebenniere in das Blut ausgeschüttet (sekretiert) und dort durch Enzyme abgebaut. Die zeitabhängige Sekretionsrate sei in erster Näherung durch die Funktion $f(t) = a + b \cos(\pi(t-8)/12)$, mit $a > b > 0$ konstant, bestimmt. Unter der Annahme, dass die Abbaurate proportional (Konstante α) zum gerade vorhandenen Adrenalingehalt $A(t)$ ist, stelle man eine Differenzialgleichung für A auf.

Wie verläuft der Adrenalingehalt für $\alpha = 0.2$, $a = 0.1$, $b = 0.025$ und dem Anfangswert 1 im Zeitraum $0 \leq t < 48$? (Sowohl Simulation als auch direkte Berechnung sind gültige Lösungen)

Aufgabe 3 (6 Pkt): Logistisches Wachstum

Die Vermehrung der Fruchtfliege wurde 1920 von R. Pearl experimentell untersucht und folgende Gleichung für die Population $P(t)$ (t in Tagen gemessen) gefunden:

$$P'(t) = (1/5) P(t) - (1/5175) P^2(t).$$

Wie groß ist die Population nach 12 Tagen, wenn anfänglich 10 Fruchtfliegen vorhanden sind?

Wie viele Mitglieder gibt es maximal?

Zeichnen Sie den Populationsverlauf bis zu dem Tag, an dem 99% des maximalen Wertes erreicht sind.

Aufgabe 4 (6 Pkt): Räuber und Beute

Bei einer Räuber-Beute Konstellation sind folgende Daten bekannt:

Wachstumskonstante und mittlerer Bestand der Beute: 0,4 und 300

Sterbekonstante und mittlerer Bestand der Räuber: 0,3 und 50

Berechnen Sie den Verlauf der Räuber- und Beute Population beginnend mit $R_0 = 5$ und $B_0 = 500$.

Hinweise: Geben Sie Ihre Ausarbeitung gedruckt auf Papier ab.
Abgegebene Beispiele müssen in der Übungsstunde präsentiert werden können.