

问题：双线性插值（教材 P70 页）

题目：有一个 $2*2$ 的原图像，坐标描述为 (x, y) 。请运用双线性插值的公式，详细的给出手工计算过程，给出计算式子，得出目标图像的各像素值。

		x		
		0 1		
y	0	59	60	59 60
	1	61	59	61 59

通过双线性插值，得到 $4*4$ 的目标图像，坐标描述为 (i, j)

		i			
		0 1 2 3			
j	0	A00	A01	A02	A03
	1	A10	A11	A12	A13
	2	A20	A21	A22	A23
	3	A30	A31	A32	A33

解：我们先计算两个方向的权重，然后逐点计算目标图像的像素值。

(1) 原图像与目标图像坐标（位置）

对于 4×4 的目标图像，每个目标像素坐标 (i, j) 相对于原图像的位置 (x, y) ，原图与目标图像坐标之间的关系，可以表示为：

$$x = i / 3 \quad (i=0,1,2,3), \quad y = j / 3 \quad (j=0,1,2,3)$$

(2) 权重计算如下：

$$x \text{ 方向二个权重值: } u = i / 3, \quad 1 - u = 1 - i / 3$$

$$y \text{ 方向二个权重值: } v = j / 3, \quad 1 - v = 1 - j / 3$$

(3) 教材 70 页公式 (4-27)

$$f(i+u, j+v) = (1-u)(1-v)f(i, j) + (1-u)v f(i, j+1) \\ + u(1-v)f(i+1, j) + u v f(i+1, j+1)$$

原图像的值：

$$f(0, 0) = A00 = 59, \quad f(0, 1) = A03 = 60,$$

$$f(1, 0) = A30 = 61, \quad f(1, 1) = A33 = 59,$$

		$y=0$	1	2	3		
		$x=0$	59	A01	A02	60	
		1	A10	A11	A12	A13	
		2	A20	A21	A22	A23	
		3	61	A31	A32	59	

		0	1	2	3		
		0	59			60	
		1		A11			
		2					
		3	61			59	

(4) 逐点计算

我们将逐个计算目标图像的每个像素值。

计算 **A00**: $i=0, j=0, u=0, v=0$ 。

$$A00 = (1-0)(1-0)*f(0, 0) + (1-0)*0*f(0, 1) \\ + 0*(1-0)*f(1, 0) + 0*0*f(1, 1) \\ = (1-0)(1-0)*59 + (1-0)*0*60 + 0*(1-0)*61 + 0*0*59 = 59$$

计算 **A01**: $i=0, j=1, u=0, v=1/3$ 。

$$A01 = (1-0)(1-1/3)*f(0, 0) + (1-0)*1/3*f(0, 1) \\ + 0*(1-1/3)*f(1, 0) + 0*1/3*f(1, 1) \\ = (1-0)(1-1/3)*59 + (1-0)*1/3*60$$

$$+0*(1-1/3)*61+0*1/3*59=59$$

$$=2/3*59+1/3*60=59.33$$

计算 A02: $i=0, j=2, u=0, v=2/3$ 。

$$A02=(1-0)(1-2/3)*f(0, 0)+(1-0)*2/3*f(0, 1)$$

$$+0*(1-2/3)*f(1, 0)+0*2/3*f(1, 1)$$

$$=(1-0)(1-2/3)*59+(1-0)*2/3*60$$

$$+0*(1-2/3)*61+0*2/3*59=59$$

$$=1/3*59+2/3*60=59.67$$

计算 A03: $i=0, j=3, u=0, v=1$ 。

$$A02=(1-0)(1-1)*f(0, 0)+(1-0)*1*f(0, 1)$$

$$+0*(1-1)*f(1, 0)+0*1*f(1, 1)$$

$$=(1-0)(1-1)*59+(1-0)*1*60$$

$$+0*(1-1)*61+0*1*59=60$$

计算 A10: $i=1, j=0, u=1/3, v=0$ 。

$$A02=(1-1/3)(1-0)*f(0, 0)+(1-1/3)*0*f(0, 1)$$

$$+1/3*(1-0)*f(1, 0)+1/3*0*f(1, 1)$$

$$=2/3*59+1/3*61=59.67$$

计算 A11: $i=1, j=1, u=1/3, v=1/3$ 。

$$A11=(1-1/3)(1-1/3)*f(0, 0)+(1-1/3)*1/3*f(0, 1)$$

$$+1/3*(1-1/3)*f(1, 0)+1/3*1/3*f(1, 1)$$

$$=2/3*2/3*59+1/3*2/3*60+2/3*1/3*61+1/3*1/3*59=59.67$$

$$A12=66.44$$

计算 A13: $i=1, j=3, u=1/3, v=3/3=1$ 。

$$A32=(1-1/3)(1-1)*f(0, 0)+(1-1/3)*1*f(0, 1)$$

$$+1/3*(1-1)*f(1, 0)+1/3*1*f(1, 1)$$

$$=2/3*0*59+2/3*1*60+1/3*0*61+1/3*1*59$$

$$=2/3*1*60+1/3*1*59=59.67$$

$$A13=59.67$$

$$A20=60.33$$

$$A21=66.67$$

计算 A22: $i=2, j=2, u=2/3, v=2/3$ 。

$$A22=?$$

$$A23=59.33$$

$$A30=61$$

$$A31=60.33$$

计算 A32: $i=3, j=2, u=3/3=1, v=2/3$ 。

$$A32=(1-1)(1-2/3)*f(0, 0)+(1-1)*2/3*f(0, 1)$$

$$+1*(1-2/3)*f(1, 0)+1*2/3*f(1, 1)$$

$$=0*1/3*59+0*2/3*60+1*1/3*61+1*2/3*59$$

$$=1*1/3*61+1*1/3*59=59.67$$

$$A_{32}=59.67$$

$$A_{33}=59$$

目标图像的各像素值

	0	1	2	3
0	59			60
1				
2				
3	61			59