

试卷编号: \_\_\_\_\_

诚信考试, 诚信做人。

姓名: \_\_\_\_\_

学号: \_\_\_\_\_

班级: \_\_\_\_\_

专业: \_\_\_\_\_

学院: \_\_\_\_\_

线

订

装

# 广东工业大学考试试卷 ( A )

2022 — 2023 学年度第 1 学期

课程名称: \_\_\_\_\_ 线性代数 \_\_\_\_\_ 学分 2.5 \_\_\_\_\_ 试卷满分 100 分

考试形式: \_\_\_\_\_ 闭卷 \_\_\_\_\_ (开卷或闭卷)

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
评卷得分										
评卷签名										
复核得分										
复核签名										

说明: 本试题共有 9 道题, 注意相应的题号和分值。

一. (10 分) 已知四阶行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 8 \end{vmatrix}$ , 求  $2A_{21} + 4A_{22} + 2A_{23} + 9A_{24}$ .

二. (10 分) 设矩阵  $X$  满足关系  $AX = A + 2X$ , 其中  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ , 求  $X$ .

三. (10 分) 求向量组  $\alpha_1 = (2, 4, 2)^T, \alpha_2 = (1, 1, 0)^T, \alpha_3 = (2, 3, 1)^T$  与  $\alpha_4 = (3, 5, 2)^T$  的秩和一个最大无关组, 并把其余向量用该最大无关组线性表出.

四. (10 分) 本题请在以下两道题中择一证明即可.

(1) 设  $n$  阶方阵  $A$  是满足  $A^2 = E$ , 证明:  $A$  可逆, 且  $R(A - E) + R(A + E) = n$ .

(2) 设  $n$  阶方阵  $A$  是满足  $A^2 = A$  (幂等矩阵), 且  $R(A) = r$ , 证明:  $R(E - A) = n - r$ .

五. (12 分) 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & t & 2 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} (2 \ 3 \ 4)$ , 若秩  $R(A + AB) = 2$ ,

求 (1)  $|E + B|$ ; (2) 参数  $t$  的值.

六. (12 分) 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ \lambda - 3 \end{pmatrix}$ , 当  $\lambda$  为何值时, 方程组  $Ax = b$  无解, 有唯一解、有无穷多解? 并在无穷多解时给出通解表达.

七. (12 分) 求一个**正交**变换  $x = Py$ , 把二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3$  化为标准形.

八. (12 分) 设 3 阶方阵  $A$  和 3 维列向量  $x$  满足条件:  $x, Ax, A^2x$  线性无关且  $A^3x = x + 2Ax + A^2x$ ,

(1) 记  $P = (x, Ax, A^2x)$ , 求矩阵  $B$ , 使得  $AP = PB$ ;

(2) 求  $|A + E|$ .

九. (12 分) 设非齐次线性方程组  $Ax = b$  有无穷多解, 其解集合的最大无关组为  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s$ , 证明:

(1)  $\xi_1 = \eta_1 - \eta_s, \xi_2 = \eta_2 - \eta_s, \dots, \xi_{s-1} = \eta_{s-1} - \eta_s$  是对应齐次方程组  $Ax = 0$  的解;

(2)  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{s-1}$  线性无关;

(3)  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{s-1}$  是  $Ax = 0$  的一个基础解系.