振动

2023年7月2日 13:49

一、简谐振动方程

受到大小与位移成正比、方向指向平衡位置的回复力

⇓

简谐振动，记 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$（弹簧振子的固有角频率）

⇓

方程：

$x = A\cos(\omega t+\varphi)$

求导

$v = -\omega A\sin(\omega t+\varphi) = \omega A\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$

求导

$a = -\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi) = \omega^2 A\cos(\omega t+\varphi\pm\pi)$

奇变偶不变，符号看象限

$\cos(x+\frac{\pi}{2}) = -\sin x$

$\cos(x\pm\pi) = -\cos x$

代入 $t=0$ 可解得由初始条件 x_0, v_0 决定的 A 和 φ

$v_m = \omega A$

$a_m = \omega^2 A$

物理量：

	A	振幅	m	$v_m=\omega A$ 速度振幅　$a_m=\omega^2 A$ 加速度振幅
知一求二	ω	角频率	rad/s	
	T	周期	s	$T=\frac{2\pi}{\omega}$
	ν	频率	Hz	$\nu=\frac{1}{T}$
	$\omega t+\varphi$	相位	rad	
	φ	初相	rad	

二、相位差（同频率前提下）

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\begin{cases}2k\pi, & \text{同相}\quad \pi\text{的偶数倍}\\(2k+1)\pi, & \text{反相}\quad \pi\text{的奇数倍}\end{cases}$$

求相位差时一般将 $\Delta\varphi$ 约归到 $[-\pi,\pi]$ 内

三、旋转矢量法

回到平衡位置：$x=0$

求经过时间：$\Delta t = \dfrac{\Delta\theta}{\omega}$ 转过角度 角速度(振动的角频率)

说明下一时刻质点向正/负方向走

四、振动的能量

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$E = E_p + E_k = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ $\quad k = m\omega^2$

$\overline{E_p} = \overline{E_k} = \frac{1}{2}E$

动能和势能的变化频率 $=2\omega$

五、振动的合成(同向同频前提)

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}\right)$$

特殊情况：

☆ 同相时，$A = A_1 + A_2$，$\varphi = \varphi_1 = \varphi_2$

反相时，$A = |A_1 - A_2|$，φ 与振幅较大的分振动的 φ 相同