

试卷编号: _____

诚信考试，诚信做人。

学号: _____ 姓名: _____

班级: _____

专业: _____

学院: _____

广东工业大学考试试卷 (A 卷)

2021 — 2022 学年度第 2 学期

课程名称: 线性代数 学分 2 试卷满分 100 分

考试形式: 闭卷 (开卷或闭卷)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1、已知 3 阶方阵 A 的特征值为 1, 2, 3, 求 $|A^3 - 5A^2 + 7A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2、设方阵 A 满足 $A^2 - A - 2E = O$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3、已知 $\alpha = (1, 2, 3)^T$, $\beta = (3, 2, 1)^T$, 且 α 与 $k\alpha + \beta$ 正交, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

4、如果 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 3$, 则 $\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ 2a_{21} - 3a_{31} & 2a_{22} - 3a_{32} & 2a_{23} - 3a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5、设 A 为 3 阶方阵, $R(A) = 1$, 则伴随矩阵 A^* 的秩 $R(A^*) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、单选题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1、设 n 阶方阵 A 与 B 相似, 则 () .

(A) 存在可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP = B$ (B) $\lambda E - A = \lambda E - B$

(C) 存在对角矩阵 Λ , 使得 A 与 B 都相似于 Λ (D) $|A| \neq |B|$

2、若齐次线性方程组 $\begin{cases} 3x + ky + z = 0 \\ 4y + z = 0 \\ kx - 5y - z = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 k 应为 () .

(A) $k = 0$ (B) $k = 1$ (C) $k = 2$ (D) $k = -2$

3、设 A, B 均为 n 阶方阵, 下面结论正确的是 () .

(A) 若 A, B 均可逆, 则 $A+B$ 可逆 (B) 若 A, B 均可逆, 则 AB 可逆

(C) 若 $A+B$ 可逆, 则 $A-B$ 可逆

(D) 若 $A+B$ 可逆, 则 A, B 均可逆

4、设 η_1, η_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的任意 2 个解, 则下列结论错误的是 () .

(A) $\eta_1 + \eta_2$ 是 $Ax = \mathbf{0}$ 的一个解

(B) $\frac{1}{2}\eta_1 + \frac{1}{2}\eta_2$ 是 $Ax = b$ 的一个解

(C) $\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = \mathbf{0}$ 的一个解

(D) $2\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = b$ 的一个解

5、下列不是 n 维向量组 a_1, a_2, \dots, a_s 线性无关的充要条件是 () .

(A) 存存在一组不全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_s 使得 $k_1a_1 + k_2a_2 + \dots + k_sa_s \neq \mathbf{0}$

(B) 不存在一组不全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_s 使得 $k_1a_1 + k_2a_2 + \dots + k_sa_s = \mathbf{0}$

(C) a_1, a_2, \dots, a_s 的秩等于 s

(D) a_1, a_2, \dots, a_s 中任意一个向量都不能用其余向量线性表示

三、(8 分) 已知行列式 $D = \begin{vmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, A_{ij} 表示代数余子式, 求 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$.

解:

四、(10 分) 求解矩阵方程 $AX = A + X$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

解:

五、(10 分) 求向量组 $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ 的一个最大无关组，并将其余向量用最大无关组线性表示。

解：

六、(8 分) 设向量组 a_1, a_2, a_3 线性无关， $b_1 = a_1 + 2a_2, b_2 = a_2 + 2a_3, b_3 = a_1 + 2a_3$ ，证明向量组 b_1, b_2, b_3 线性无关。

证明：

七、(10 分) 问 λ 取何值时，非齐次线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

(1) 有唯一解；(2) 无解；(3) 有无穷多解？并在有无穷多解时求出它的通解。

解：

八、(14 分) 求一个正交变换 $x = Py$, 把二次型 $f = -2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ 化为标准形.

解: