

广东工业大学考试试卷 (A)

2020 — 2021 学年度第 2 学期

课程名称: 线性代数 学分 2 试卷满分 100 分

考试形式: 闭卷 (开卷或闭卷)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设三阶矩阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, 其中 $\alpha_j (j=1, 2, 3)$ 为 A 的第 j 列, $|A| = -2$, 则行列式 $|(\alpha_3 - 2\alpha_1, 3\alpha_2, \alpha_1)| = \underline{\hspace{2cm}}$
2. 若 n 阶矩阵 A 满足 $A^2 - 2A - 3I = O$, 其中 I 为 n 阶单位阵, 则逆矩阵 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$
3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{20} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{21} = \underline{\hspace{2cm}}$
4. 设 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_s$ 是方程组 $Ax = b$ 的解, 若 $k_1\xi_1 + k_2\xi_2 + \dots + k_s\xi_s$ 也是 $Ax = b$ 的解, 则 $k_1 + k_2 + \dots + k_s = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 已知四阶矩阵 A 和 B 相似, 且 A 的特征值分别为 2、3、4、5, 则 $|B - I| = \underline{\hspace{2cm}}$

二、单项选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 A 是 n 阶矩阵, 则下列关于其 (转置) 伴随矩阵 A^* 的说法中, 错误的是 _____
 (A) 任何 n 阶矩阵都有伴随矩阵 (B) 若 A^* 可逆, 则 A 也可逆
 (C) $A^* = |A|A^{-1}$ 一定成立 (D) 若 A 可逆, 则 A^* 也可逆且 $(A^*)^{-1} = \frac{1}{|A|}A$
2. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的导出组为 $Ax = 0$. 如果 $m < n$, 则 _____
 (A) $Ax = b$ 必有无穷多解 (B) $Ax = b$ 必有唯一解
 (C) $Ax = 0$ 必有非零解 (D) $Ax = 0$ 必有唯一解
3. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关的充分必要条件是 _____
 (A) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中没有零向量;
 (B) 存在一组全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_m , 使得 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0$
 (C) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中任意两个向量都线性无关;
 (D) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中任意一个向量都不能由其余向量线性表示.

4. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 设 $r(A) = r < \min(m, n)$, 则下列说法中正确的是 _____

- (A) A 中所有 $r-1$ 阶子式都不等于零, 至少一个 r 阶子式不等于零
- (B) A 中必有不等于零的 r 阶子式, 所有 $r+1$ 阶子式都等于零
- (C) A 中必有等于零的 r 阶子式, 没有不等于零的 $r+1$ 阶子式
- (D) A 中所有 r 阶子式都不等于零, 所有 $r+1$ 阶子式都等于零

5. 二次型 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ 是正定二次型的充要条件是 ()

- (A) 存在 n 维非零向量 \mathbf{x} , 使 $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$
- (B) f 的正惯性指数为 n
- (C) $|\mathbf{A}| > 0$
- (D) f 的负惯性指数为 0

三、(8 分) 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, A_{ij} 表示代数余子式, 求 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$.

四、(10 分) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $AX = 2X + A$, 求矩阵 X .

五、(10 分) 求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \\ -11 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$ 的一个极大无关组, 并把其余向

量用该极大无关组线性表示.

六、(10 分) 设向量组 $A: \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 向量组 $B: \begin{cases} \beta_1 = k_1 \alpha_1 + \alpha_2 + k_1 \alpha_3 \\ \beta_2 = \alpha_1 + k_2 \alpha_2 + (k_2 + 1) \alpha_3 \\ \beta_3 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \end{cases}$. 问: 当 k_1, k_2 为

何值时, 向量组 B 线性相关?

七、(10 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & c & c \\ 1 & c & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. 若齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的解空间的维数等于 2, 求

非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的通解.

八、(12 分) 求一个正交变换 $x = Py$ ，把二次型 $f = 4x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_2x_3$ 化为标准形.