

试卷编号: _____

诚信考试，诚信做人。

姓名: _____

学号: _____

专业:

学院:

线

订

装

广东工业大学考试试卷 (A)

2022 — 2023 学年度第 1 学期

课程名称: 线性代数 学分 2.5 试卷满分 100 分

考试形式: 闭卷 (开卷或闭卷)

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
评卷得分										
评卷签名										
复核得分										
复核签名										

说明: 本试题共有 9 道题, 注意相应的题号和分值。

一. (10 分) 已知四阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 8 \end{vmatrix}$, 求 $2A_{21} + 4A_{22} + 2A_{23} + 9A_{24}$.

二. (10 分) 设矩阵 X 满足关系 $AX = A + 2X$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, 求 X .

三. (10 分) 求向量组 $\alpha_1 = (2, 4, 2)^T$, $\alpha_2 = (1, 1, 0)^T$, $\alpha_3 = (2, 3, 1)^T$ 与 $\alpha_4 = (3, 5, 2)^T$ 的秩和一个最大无关组, 并把其余向量用该最大无关组线性表出.

四. (10 分) 本题请在以下两道题中择一证明即可.

(1) 设 n 阶方阵 A 是满足 $A^2 = E$, 证明: A 可逆, 且 $R(A - E) + R(A + E) = n$.

(2) 设 n 阶方阵 A 是满足 $A^2 = A$ (幂等矩阵), 且 $R(A) = r$, 证明: $R(E - A) = n - r$.

五. (12 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & t & 2 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} (2 \quad 3 \quad 4)$, 若秩 $R(A + AB) = 2$,

求 (1) $|E + B|$; (2) 参数 t 的值.

六. (12 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ \lambda - 3 \end{pmatrix}$, 当 λ 为何值时, 方程组 $Ax = b$ 无解, 有唯一解、有无穷多解? 并在无穷多解时给出通解表达.

七. (12 分) 求一个**正交**变换 $x = Py$, 把二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3$ 化为标准形.

八. (12 分) 设 3 阶方阵 A 和 3 维列向量 x 满足条件: x, Ax, A^2x 线性无关且 $A^3x = x + 2Ax + A^2x$,

- (1) 记 $P = (x, Ax, A^2x)$, 求矩阵 B , 使得 $AP = PB$;
- (2) 求 $|A + E|$.

九. (12 分) 设非齐次线性方程组 $Ax = b$ 有无穷多解, 其解集合的最大无关组为 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s$, 证明:

- (1) $\xi_1 = \eta_1 - \eta_s, \xi_2 = \eta_2 - \eta_s, \dots, \xi_{s-1} = \eta_{s-1} - \eta_s$ 是对应齐次方程组 $Ax = 0$ 的解;
- (2) $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{s-1}$ 线性无关;
- (3) $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{s-1}$ 是 $Ax = 0$ 的一个基础解系.