

试卷编号: _____

诚信考试，诚信做人。

姓名: _____

学号: _____

班级: _____

专业: _____

学院: _____

订 装

广东工业大学考试试卷 (A)

2022 — 2023 学年度第 1 学期

课程名称: 高等数学 (1) 学分 5.0 试卷满分 100 分

考试形式: 开卷

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
评卷得分									
评卷签名									
复核得分									
复核签名									

(注意: 一个大题, 用“扫描全能王”扫描为一个图, 总 8 个图, 只能是 jpg 或者 png 格式, 其他无效)

1、(12 分) 计算下列极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{1+t^2}} dt}{x - \sin x}.$$

2、(12 分) 计算下列积分

$$(1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 + \cos x + \sin^2 x) \cos^2 x dx.$$

$$(2) \int_2^{+\infty} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2-4}} dx.$$

3、(12 分) 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $e^y + 8xy + x^2 = 1$ 所确定,

计算: (1) dy ; (2) $\frac{d^2y}{dx^2}|_{x=0}$.

4、(12 分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-2x}-1}{\sqrt{1+x}-1} + a, & x > 0 \\ \frac{x(x+1)}{x^2-1}, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.

计算: (1) a 的值; (2) 函数 $f(x)$ 的间断点, 并判断其类型.

5、(12 分) 设函数 $F(x) = \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt$,

计算: (1) 曲线 $y = F(x)$ 的拐点的横坐标; (2) $\int_{-2}^3 x^2 F'(x) dx$.

6、(12 分) 设函数 $y = f(x)$ 满足微分方程 $y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$, 且曲线 $y = f(x)$ 经过原点,

在原点处的切线平行于直线 $3x - 4y + 5 = 0$, 求函数 $y = f(x)$ 的表达式.

7、(12分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 若 $f(1) = 4 \int_0^1 e^{1-x^3} f(x) dx$,

证明: (1) 存在 $\eta \in (0, 1)$, 使 $f(1) = e^{1-\eta^3} f(\eta)$;

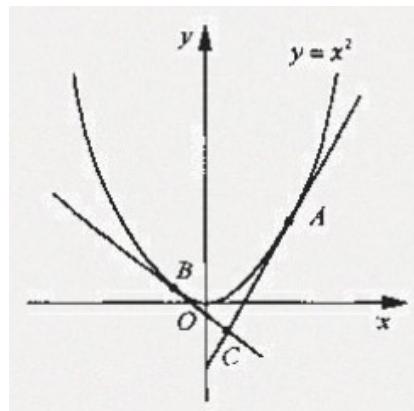
(2) 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使 $f'(\xi) = 3\xi^2 f(\xi)$

8、(16分) 设抛物线 $C: y = x^2$,

(1) 求由 C 和 x 轴, 直线 $x = 1$ 所围成的平面图形绕 x 轴、 y 轴旋转一周所形成的旋转体体积;

(2) 设 C 有两条相互垂直的切线 L_1 、 L_2 , 其中一条切线的切点为 $A(t, t^2)$ ($t > 0$), 将曲线 C ,

L_1 与 L_2 所围成的平面图形面积记为 $S(t)$, 求 $S(t)$ 的最小值. (本题图如下)



第 8 题图