试卷编号：______

诚信考试，诚信做人。

学院：________ 专业：________ 班级________ 学号：________ 姓名：________

装　订　线

广东工业大学考试试卷（ A 卷 ）

20 22 -- 20 23 学年度第 1 学期

课程名称：　线性代数　　学分 2　　试卷满分 100 分

考试形式：　闭卷　（开卷或闭卷）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
评卷得分									
评卷签名									
复核得分									
复核签名									

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1、已知 $A=\begin{pmatrix}1&2&5\\2&a&7\\1&3&2\end{pmatrix}$，若 $R(A)=2$，则 $a=$_________.

2、设 A 是 3 阶方阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，若 $|A|=4$，则 $\left|A^*-\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}\right|=$_________.

3、若 3 阶矩阵 A 相似于 B，矩阵 A 的特征值是 $1,2,3$，那么行列式 $|2B-E|=$_________.

4、若方程组 $\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=0\\x_1+\lambda x_2+x_3=0\\x_1+x_2+\lambda x_3=0\end{cases}$ 仅有零解，则 λ 应满足的条件是_________.

5、判断二次型 $f=-5x^2-6y^2-4z^2+4xy+4xz$ 是_________二次型.

二、单选题（每小题 4 分，共 20 分）

1、设 $\alpha,\beta,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$ 均为 4 维列向量，$|A|=|\alpha,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3|=5$，$|B|=|\beta,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3|=-1$，

则 $|A+B|=$（　　）.

（A）4　　（B）6　　（C）32　　（D）48

2、设 $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&0\\0&4\end{pmatrix}$，$A$ 与 B（　　）.

（A）合同，且相似　　（B）不合同，但相似

（C）合同，但不相似　　（D）既不合同，也不相似

3、设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶矩阵且满足 $\boldsymbol{A}^2+3\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}=\boldsymbol{O},$ 其中 $\boldsymbol{E}$ 为 n 阶单位矩阵，则 $\boldsymbol{A}^{-1}=$（　　）.

（A）$\boldsymbol{E}$　　　（B）$\boldsymbol{A}+3\boldsymbol{E}$　　　（C）$-\boldsymbol{A}-3\boldsymbol{E}$　　　（D）$3\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}$

4、下列命题正确的是（　　）.

（A）$(\boldsymbol{AB})^T=\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{B}^T$　　　（B）若 $\boldsymbol{A}\neq\boldsymbol{B},$ 则 $|\boldsymbol{A}|\neq|\boldsymbol{B}|$

（C）设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 是三角形矩阵，则 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ 也是三角形矩阵　　　（D）$\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{E}=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})$

5、向量组 $\boldsymbol{A}:\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_m(m\geq 3)$ 线性无关的充要条件是（　　）.

（A）存在不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots k_m$ 使得 $k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+k_m\boldsymbol{a}_m\neq 0$

（B）向量组 $\boldsymbol{A}$ 中任意两个向量都线性无关

（C）向量组 $\boldsymbol{A}$ 中存在一个向量，它不能用其余向量线性表示

（D）向量组 $\boldsymbol{A}$ 中任意一个向量都不能用其余向量线性表示

三、（10 分）计算五阶行列式 $D=\begin{vmatrix}1&2&3&4&5\\2&3&4&5&1\\3&4&5&1&2\\4&5&1&2&3\\5&1&2&3&4\end{vmatrix}.$

解：

四、（10 分）已知 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&3&1\end{pmatrix},$ **求** $(AB)^{-1}$.

解：

五、（10 分）求向量组 $\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_4=\begin{pmatrix}2\\5\\-1\\4\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_5=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\\-1\end{pmatrix}$ 的一个最大无关组，并将其余向量用最大无关组线性表示.

解:

六、（10 分）已知 n 维向量组 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ 线性无关，若 $\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\boldsymbol{b}_3$ 可用 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ 来线性表示，设 $(\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\boldsymbol{b}_3)=(\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3)K$，证明向量组 $\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\boldsymbol{b}_3$ 线性无关的充分必要条件是 $|K|\neq 0$.

证明:

七、（10 分）设有线性方程组

$$\begin{cases}(1+\lambda)x_1+x_2+x_3=0\\ x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=3\\ x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=\lambda\end{cases}$$

问 λ 取何值时，此方程组（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷多解？并在有无穷多解时求出它的通解.

解：

八、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&2&-2\\2&5&-4\\-2&-4&5\end{pmatrix}$，求出可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$.

解：