

试卷编号：_____

诚信考试，诚信做人。

姓名：_____

学号：_____

班级：_____

专业：_____

学号：_____

线

订

装

广东工业大学考试试卷（A）

2022 — 2023 学年度第 1 学期

课程名称：_____ 高等数学（1） _____ 学分 5.0 _____ 试卷满分 100 分

考试形式：_____ 开卷 _____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
评卷得分									
评卷签名									
复核得分									
复核签名									

（注意：一个大题，用“扫描全能王”扫描为一个图，总 8 个图，只能是 jpg 或者 png 格式，其他无效）

1、（12 分）计算下列极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{\frac{1}{x^2}}. \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{1+t^2}} dt}{x - \sin x}.$$

2、（12 分）计算下列积分

$$(1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 + \cos x + \sin^2 x) \cos^2 x dx. \quad (2) \int_2^{+\infty} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2-4}} dx.$$

3、（12 分）设函数 $y = f(x)$ 由方程 $e^y + 8xy + x^2 = 1$ 所确定，

$$\text{计算：(1) } dy; \quad (2) \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0}.$$

$$4、(12 \text{ 分}) \text{ 设函数 } f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-2x} - 1}{\sqrt{1+x} - 1} + a, & x > 0 \\ \frac{x(x+1)}{x^2 - 1}, & x \leq 0 \end{cases} \text{ 在 } x = 0 \text{ 处连续.}$$

计算：(1) a 的值； (2) 函数 $f(x)$ 的间断点，并判断其类型。

$$5、(12 \text{ 分}) \text{ 设函数 } F(x) = \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt,$$

$$\text{计算：(1) 曲线 } y = F(x) \text{ 的拐点的横坐标；} \quad (2) \int_{-2}^3 x^2 F'(x) dx.$$

6、（12 分）设函数 $y = f(x)$ 满足微分方程 $y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$ ，且曲线 $y = f(x)$ 经过原点，

在原点处的切线平行于直线 $3x - 4y + 5 = 0$ ，求函数 $y = f(x)$ 的表达式。

7、(12 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 若 $f(1) = 4 \int_0^{\frac{1}{4}} e^{1-x^3} f(x) dx$,

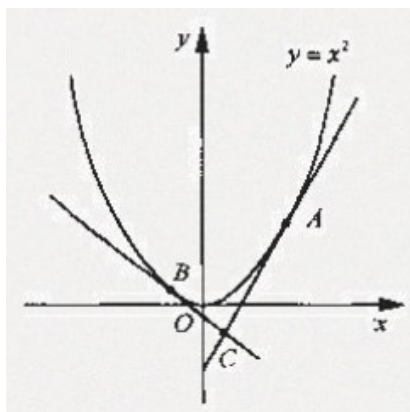
证明: (1) 存在 $\eta \in (0, 1)$, 使 $f(1) = e^{1-\eta^3} f(\eta)$;

(2) 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使 $f'(\xi) = 3\xi^2 f(\xi)$

8、(16 分) 设抛物线 $C: y = x^2$,

(1) 求由 C 和 x 轴, 直线 $x = 1$ 所围成的平面图形绕 x 轴、 y 轴旋转一周所形成的旋转体体积;

(2) 设 C 有两条相互垂直的切线 L_1 、 L_2 , 其中一条切线的切点为 $A(t, t^2)$ ($t > 0$), 将曲线 C , L_1 与 L_2 所围成的平面图形面积记为 $S(t)$, 求 $S(t)$ 的最小值. (本题图如下)



第 8 题图