

数列与充要条件整理

一. 等差数列

序号	d	a_1	a_2	数列 $\{a_n\}$	数列 $\{S_n\}$
1	正	正	正	单调递增 (一次)	单调递增 (二次)
2	正	负	正	单调递增 (一次), $a_1 < 0 < a_2 < \dots$	单调递增 (二次), $S_1 < 0 < S_3 < \dots$
3	正	负	负	单调递增 (一次)	先减后增, 有 - 或 = 最小值 (最后 $-a_i < 0$ 及 $a_i = 0$)
4	零	正	正	常数列, $a_n > 0$	单调递增 (一次), $S_n > 0$
5	零	零	零	常数列, $a_n = 0$	常数列, $S_n = 0$
6	零	负	负	常数列, $a_n < 0$	单调递减 (一次), $S_n < 0$
7	负	正	正	单调递减 (一次)	先增后减, 有 - 或 = 最大值 (最后 $-a_i > 0$ 及 $a_i = 0$)
8	负	正	负	单调递减 (一次), $a_1 > 0 > a_2 > \dots$	单调递减 (二次), $S_1 > 0 > S_3 > \dots$
9	负	负	负	单调递减 (一次)	单调递减 (二次)



二. 等比数列

序号	q	a_1	$\{a_n\}$	$\{S_n\}$
1	$(1, +\infty)$	正	单调递增 恒正发散	单调递增 恒正发散
2	$(0, 1)$	正	单调递减 恒正趋0	单调递增 恒正趋定
3	$(-1, 0)$	正	摆动递减趋0 $ a_1 > a_2 $, 奇正偶负	摆动递减趋定恒正 $S_1 > S_3 > \dots > S_4 > S_2$
4	$(-\infty, -1)$	正	摆动递增发散 $ a_1 < a_2 $, 奇正偶负	摆动递增奇正偶负 $ S_1 < S_2 < S_3 < S_4 < \dots$
5	$(1, +\infty)$	负	单调递减 恒负发散	单调递减 恒负发散
6	$(0, 1)$	负	单调递增 恒负趋0	单调递减 恒负趋定
7	$(-1, 0)$	负	摆动递减趋0 $ a_1 > a_2 $, 奇负偶正	摆动递减趋定恒负 $S_2 > S_4 > \dots > S_3 > S_1$
8	$(-\infty, -1)$	负	摆动递增发散 $ a_1 < a_2 $, 奇负偶正	摆动递增奇负偶正 $ S_1 < S_2 < S_3 < S_4 < \dots$
9	1	正	常数列, 恒正	单调递增 - 次恒正
10	1	负	常数列, 恒负	单调递减 - 次恒负
11	0	正	除 a_1 均0, 非负	常数列, 恒正
12	0	负	除 a_1 均0, 非正	常数列, 恒负
13	-1	正	两点, 奇正偶负	两点, 奇正偶0
14	-1	负	两点, 奇负偶正	两点, 奇负偶0
15	/	0	常数列, 恒0	常数列, 恒0

