欧拉公式：点+面-棱=2

立体几何整理

一.面积公式

1. 多面体表面积 $S_{表}=\sum S$
2. 棱柱表面积 $S_{表}=S_{侧}+2S_{底}$
3. 直棱柱侧面积 $S_{侧}=C_{底}h$
4. 正棱锥侧面积 $S_{侧}=\frac{1}{2}C_{底}h_{斜}$
5. 正棱台侧面积 $S_{侧}=\frac{1}{2}(C_{上}+C_{下})h_{斜}$
6. 棱锥表面积 $S_{表}=S_{侧}+S_{底}$
7. 棱台表面积 $S_{表}=S_{侧}+S_{上}+S_{下}$
8. 圆柱底面积 $S_{底}=\pi r^2$
9. 圆柱侧面积 $S_{侧}=2\pi rh$
10. 圆柱表面积 $S_{表}=2\pi r(r+h)$
11. 圆锥底面积 $S_{底}=\pi r^2$
12. 圆锥侧面积 $S_{侧}=\pi rl$
13. 圆锥表面积 $S_{表}=\pi r(r+l)$
14. 圆台侧面积 $S_{侧}=\pi l(r_{上}+r_{下})$
15. 圆台表面积 $S_{表}=\pi(r_{上}^2+r_{下}^2+r_{上}l+r_{下}l)$
16. 球表面积 $S_{表}=4\pi r^2$

二.体积公式

祖暅原理：幂(S)势(h)既同，则积(V)不容异

1. 棱柱：$V=S\cdot h$
2. 圆柱：$V=\pi r^2h$
3. 棱锥：$V=\frac{1}{3}S\cdot h$
4. 圆锥：$V=\frac{1}{3}\pi r^2h$
5. 棱台：$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$
6. 圆台：$V=\frac{1}{3}\pi(r_1^2+r_1r_2+r_2^2)h$
7. 球：$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

三.定理的符号语言 (文字.图形语言自行补充)

1)平面基本事实与推论

1.基本事实1: $C\notin AB\Rightarrow$ ∃唯一α. $A,B,C\in\alpha$

2.基本事实2: $A\in l$. $B\in l$. $A\in\alpha$. $B\in\alpha\Rightarrow l\subset\alpha$

3.基本事实3: $P\in\alpha$, $P\in\beta\Rightarrow\alpha\cap\beta=l$, $P\in l$

4.推论1: $A\notin l\Rightarrow$ ∃唯一α. $A\in\alpha$, $l\subset\alpha$

5.推论2: $b\cap c=A\Rightarrow$ ∃唯一α. $b\subset\alpha$, $c\subset\alpha$

6.推论3: $b\parallel c\Rightarrow$ ∃唯一α, $b\subset\alpha$, $c\subset\alpha$

2)平行

1.平行线传递性: $a\parallel b$. $b\parallel c\Rightarrow a\parallel c$

2.平行平面传递性: $\alpha\parallel\beta$, $\beta\parallel\gamma\Rightarrow\alpha\parallel\gamma$ ($l\parallel\alpha$, $\alpha\parallel\beta\Rightarrow l\parallel\beta$)

3.平行公理: $A\notin l\Rightarrow$ ∃唯一m. $A\in m$, $m\parallel l$

4.等角定理: $OA\parallel O'A'$, $OB\parallel O'B'\Rightarrow\angle AOB=\angle A'O'B'$或$\angle AOB+\angle A'O'B'=\pi$

3)线面平行

1.定义: $l\parallel\alpha\Leftrightarrow l\cap\alpha=\emptyset$

2.判定: $l\not\subset\alpha$. $m\subset\alpha$. $l\parallel m\Rightarrow l\parallel\alpha$ 三推一

3.性质: $l\parallel\alpha$, $l\subset\beta$. $\alpha\cap\beta=m\Rightarrow l\parallel m$ 三推一

4)面面平行

1.定义: $\alpha\parallel\beta\Leftrightarrow\alpha\cap\beta=\emptyset$

2.判定: $l\subset\alpha$. $m\subset\alpha$, $l\parallel\beta$. $m\parallel\beta$. $l\cap m=A\Rightarrow\alpha\parallel\beta$ 五推一;

$a\parallel c$. $b\parallel d$. $a\cap b=A$. $a\subset\alpha$. $b\subset\alpha$. $c\subset\beta$. $d\subset\beta\Rightarrow\alpha\parallel\beta$ 七推一

3.性质: $\alpha\parallel\beta$, $\alpha\cap\gamma=a$. $\beta\cap\gamma=b\Rightarrow a\parallel b$ 三推一;

$\alpha\parallel\beta\parallel\gamma$. $m\cap\alpha=A$. $m\cap\beta=B$. $m\cap\gamma=C$. $n\cap\alpha=D$. $n\cap\beta=E$. $n\cap\gamma=F\Rightarrow\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$ 七推一

5)线面垂直

1.定义: $l\perp\alpha\Leftrightarrow\forall m\subset\alpha$, $l\perp m$

2.判定: $l\perp a$. $l\perp b$. $a\subset\alpha$. $b\subset\alpha$. $a\cap b=A\Rightarrow l\perp\alpha$ 五推一; $l\perp\alpha$, $m\parallel l\Rightarrow m\perp\alpha$ 二推一;

3.性质: $a\perp\alpha$, $b\perp\alpha\Rightarrow a\parallel b$ 二推一

6)面面垂直

1.定义: $\alpha\cap\beta=l$. 角$\alpha-l-\beta=\frac{\pi}{2}$

2.判定: $l\perp\alpha$. $l\subset\beta\Rightarrow\alpha\perp\beta$ 二推一

3.性质: $\alpha\perp\beta$. $\alpha\cap\beta=l$. $a\perp l$. $a\subset\alpha\Rightarrow a\perp\beta$ 四推一

四. 一些特殊定义

1) 点线

1. 关系：A在l上($A\in l$)，A在l外($A\notin l$)

2. 投影：垂线段垂足

2) 点面

1. 关系：A在α内($A\in\alpha$)，A在α外($A\notin\alpha$)

2. 投影：垂线段垂足

3) 线线

1. 关系：平行($a\parallel b$)，相交($a\cap b=A$)，异面($a\cap b=\phi\wedge a\nparallel b$)

2. 异面直线成角：分别作互相相交的平行线所成角，$[0,\frac{\pi}{2}]$

4) 线面

1. 关系：a在α内($a\subset\alpha$)；

   a在α外($a\not\subset\alpha$) —— 平行($a\parallel\alpha$)，斜交($a\cap\alpha=A$ [$\wedge$ a不垂直于α])，垂直($a\perp\alpha$)

2. 射影：斜足与垂足确定的直线

3. 线面角：斜线与射影夹角，$[0,\frac{\pi}{2}]$

5) 面面

1. 关系：平行($\alpha\parallel\beta$)，相交($\alpha\cap\beta=l$)

2. 二面角的平面角：$O\in l$，$OA\perp l$，$OB\perp l$，$\alpha\cap\beta=l$，$OA\subset\alpha$，$OB\subset\beta\Rightarrow$ 二面角α-l-β平面角$=\angle AOB$

6) 距离 (前面有了☆)

1. 点点：线段长

2. 点线：垂线段长

3. 点面：垂线段长

4. 线线：平行时为一直线任一点到另一直线距离

5. 线面：平行时为一直线任一点，到平面距离

6. 面面：平行时为一面任一点，到另一平面距离

五. 特殊模型与关系寻找

1. 特殊模型：三面共点、三棱锥三棱相等顶点投影为底面外心、三棱柱切一角等
2. 线线平行：中位线、相似三角形、平行四边形（棱柱）、传递性、三线八角、
   线面平行性质、面面平行性质、线面垂直性质
3. 线线垂直：勾股定理、菱形对角线、矩形邻边、直棱柱、线面垂直定义、
4. 线面垂直：线面垂直两判定、面面垂直性质

扫描全能王 创建

$P(x_0, y_0, z_0)$

关于x轴对称点→ $(x_0, -y_0, -z_0)$

关于y轴对称点→ $(-x_0, y_0, -z_0)$

关于z轴对称点 $(-x_0, -y_0, z_0)$

关于面xOy对称点→ $(x_0, y_0, -z_0)$

关于面yOz对称点 $(-x_0, y_0, z_0)$

关于面xOz对称点→ $(x_0, -y_0, z_0)$

关于原点对称点→ $(-x_0, -y_0, -z_0)$

二合一

三合一