bjxy DGFS 使用注意：

先猜 —— 利用边界效应

后证 —— 利用严格放缩

说明：本法思想使用范围不只导数题

本套路使用具有极高局限性：不应生搬硬套，应变形使用或$\boxed{\text{部分使用}}$(推荐)

给分：1) 谁都不会，就附中用此法搞定：满分

2) 简单题，不动脑子用对此法：约扣1~2分

3) 用此法出现不严谨处：扣差不多了

4) 结果错了：扣光

本质：试图用单点导数值判断函数性质，还不想动脑子/没时间了

流程及限制(在每一步暗含)： 处理$f(x,a)$求满足$f(x)$在某区间内性质时a的取值范围问题

① 先猜(bjxy)：区间两侧的函数值用题意卡参数范围(比如(a,b)的$f(a)$)

$f(0)$, $f(1)$(对对数[redacted]函数)看符合题意情况下参数范围 ([redacted]或其它特殊值处)

参考(I)/(II)的参数值看放大/小一点，行不行，确定参数范围

以上几条综合使用，找最可能为边界的参数位置。

② 看导数：求导，甚至多阶导，参数若取在特殊点上，那么它对应的导数值应为0(或高阶导)

以此确定参数取值范围(或可能须更多证据去除另一端的取值)

充分利用保号性(反正不写)、∞，小δ，0等x值前后函数图象趋势突变

③ 证参数边界值：把边界参数代进去，研究证实/伪此处不合参函数符合题意

④ DGFS：边界参数作为基准(格)，将猜出的取值范围内参数放缩至此格处，用原函数一步证明

前提：原(导)函数单调(还得提前说明)；要求取值范围而非参数最值(可省略此步)

⑤ 证伪不可取的区间：确定的参数区间——使用正常研究方法证不符合题意即可

即：特殊x点处应导(高阶导)数正/负，实际非正/负，但不能直接写

要卡出不合题意的x点，(甚根证明存在即可，注意"正""负""单调")

⑥ 不会卡点：空跑

随便选一个x，$\begin{cases}\text{若}f'(x)\geq 0\text{，则}\cdots\\ \text{若}f'(x)<0\text{，则}\cdots\end{cases}$ 反正都不成立。

写得太空了，来个实例

例：$f(x)=e^x+ax+\ln(x+1)\geq 1$ 对 $\forall x\in[0,+\infty)$ 成立，求实数 a 取值范围。

解：$f(x)$ 定义域 $(-1,+\infty)$，

$f(0)=1\geq 1$，

$f'(x)=e^x+a+\frac{1}{x+1}$

$f'(0)=2+a$

猜！

① $a=-2$ 时，对 $x\geq 0$，

$f(x)=e^x-2x+\ln(x+1)$

$f'(x)=e^x-2+\frac{1}{x+1}$，

$f''(x)=e^x-\frac{1}{(x+1)^2}$

$\because e^x\geq 1$，$(x+1)^2\geq 1$，

$\frac{1}{(x+1)^2}\leq 1$，

$\therefore f''(x)\geq 0$，

$\therefore f'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，

$\therefore f'(x)\geq f'(0)=0$，

$\therefore f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，

$\therefore f(x)\geq f(0)\geq 1$，符合题意。

小心"顶格"正负！保险起见 a 与0也讨论，

② $a>-2$ 时，对 $x\geq 0$，此处放缩不够向。

$f'(x)=e^x+a+\frac{1}{x+1}$

→小心这步是否真能这么放！

$>e^x-2+\frac{1}{x+1}$，

由①，$f'(x)>e^x-2+\frac{1}{x+1}\geq 0$，

$\therefore f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，

$\therefore f(x)\geq f(0)\geq 1$，符合题意。

③ 若 $a<-2$，对 $x\geq 0$，由①，

$f''(x)=e^x-\frac{1}{(x+1)^2}\geq 0$，

$\therefore f'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，

$f'(0)=2+a<0$，由①，

$f'(x)=e^x+a+\frac{1}{x+1}$ → 找卡点，$\because f'[\ln(-a)]=\frac{1}{\ln(-a)+1}>0$，

（得分较稳，但难）

$\therefore \exists$ 唯一 $x_0\in(0,\ln(-a))$，

$f'(x_0)=0$

空跑过程（得分不稳，但轻松）

Ⅰ. 若 $f'(8238)\leq 0$，

$\forall x\in(0,8238)$，$f'(x)<f'(8238)\leq 0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,8238)$ 单调递减，

$\therefore f(8238)<f(0)=1$，

不符合题意。

Ⅱ. 若 $f'(8238)>0$，

$\exists$ 唯一 $x_0\in(0,8238)$，$f'(x_0)=0$，

直接此步

列表如下：

x	0	$(0,x_0)$	x_0	$(x_0,+\infty)$
$f'(x)$	$2+a$	−	0	+
$f(x)$	1	↘	极小值	↗

$\therefore f(x_0)<1$，不符合题意。

凑合！廿词！

☆ 综上，a 取值范围为 $[-2,+\infty)$