常出现的椭圆方程汇总（紫本.黄本.网课讲义.绿本.篇子）

方程	小题	大题	e或类别
$x^2+\frac{y^2}{2}=1$	(0)	(1)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$	正下 (8)	(0)	平方数/$\frac{4}{5}$
$\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{6}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{\sqrt{10}}{5}$
$\frac{x^2}{4}+y^2=1$	正T (7)	正正正一 (16)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$	T (2)	正T (7)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{x^2}{2}+y^2=1$	下 (3)	正T (7)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$	T (2)	(0)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$	正T (7)	正正正一 (16)	$\frac{1}{2}$
$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$	下 (3)	(0)	$\frac{1}{2}$
$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$	一 (1)	一 (1)	平方数/$\frac{\sqrt{5}}{3}$
$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$	下 (3)	(0)	$\frac{2}{3}$
$\frac{4x^2}{9}+\frac{4y^2}{5}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{2}{3}$
$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$	一 (1)	止 (4)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{x^2}{6}+y^2=1$	(0)	一 (1)	$\frac{\sqrt{30}}{6}$
$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$	(0)	一 (1)	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
$\frac{x^2}{3}+y^2=1$	一 (1)	止 (4)	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{169}=1$	一 (1)	(0)	平方数/$\frac{12}{13}$
$x^2+\frac{y^2}{5}=1$	T (2)	(0)	$\frac{2}{5}\sqrt{5}$
$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{2}{3}$
$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$	一 (1)	(0)	平方数/$\frac{3}{5}$
$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{16}=1$	T (2)	一 (1)	$\frac{1}{2}$
$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$	T (2)	(0)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$	止 (4)	(0)	平方数/$\frac{\sqrt{7}}{4}$
$\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$	(0)	一 (1)	平方数/$\frac{5}{13}$
$x^2+\frac{4}{3}y^2=1$	(0)	一 (1)	$\frac{1}{2}$
$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$	正T (7)	(0)	平方数/$\frac{3}{5}$
$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$	一 (1)	(0)	平方数/$\frac{3}{5}$
$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$	T (2)	一 (1)	平方数/$\frac{4}{5}$
$\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{10}=1$	(0)	一 (1)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{x^2}{10}+y^2=1$	(0)	一 (1)	$\frac{3}{10}\sqrt{10}$
$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{28}=1$	(0)	一 (1)	$\frac{\sqrt{21}}{7}$
$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{\sqrt{7}}{3}$
$x^2+\frac{y^2}{3}=1$	(0)	一 (1)	$\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$	(0)		
$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$	(0)	一 (1)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{x^2}{27}+\frac{y^2}{36}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{1}{2}$
$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{2}{3}$
$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{1}{2}$
$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{4}=1$	一 (1)	(0)	平方数 / $\frac{3}{7}\sqrt{5}$
$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$	一 (1)	(0)	平方数 / $\frac{\sqrt{5}}{3}$
$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{15}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{1}{4}$
$\frac{x^2}{17}+\frac{y^2}{16}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{\sqrt{17}}{17}$
$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{16}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{20}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{169}=1$	一 (1)	(0)	平方数 / $\frac{\sqrt{69}}{13}$
$x^2+4y^2=1$	一 (1)	一 (1)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$x^2+\frac{y^2}{4}=1$	T (2)	(0)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$	正 (4)	一 (1)	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
$\frac{x^2}{2}+\frac{2y^2}{3}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{1}{2}$
$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$	一 (1)	(0)	平方数 / $\frac{2}{3}\sqrt{2}$
$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$	一 (1)	(0)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{x^2}{5}+y^2=1$	一 (1)	一 (1)	$\frac{2}{5}\sqrt{5}$
$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$	(0)	正 (4)	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$	(0)	一 (1)	$\frac{2}{5}\sqrt{5}$

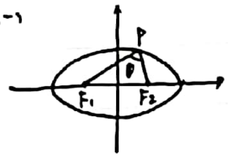
e或类别	小题	大题	e或类别	小题	大题
平方数	22	3	$\frac{\sqrt{7}}{4}$	4	0
$\frac{4}{5}$	10	1	$\frac{5}{13}$	0	1
$\frac{\sqrt{10}}{5}$	1	0	$\frac{3}{10}\sqrt{10}$	0	1
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	12	18	$\frac{\sqrt{21}}{7}$	0	1
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	6	19	$\frac{3}{7}\sqrt{5}$	0	1
$\frac{1}{2}$	7.5	19	$\frac{1}{4}$	0.5	0
$\frac{\sqrt{5}}{3}$	2	1	$\frac{\sqrt{17}}{17}$	0.5	0
$\frac{2}{3}$	6	0	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	4.5	1
$\frac{\sqrt{30}}{6}$	0	1	$\frac{\sqrt{69}}{13}$	1	0
$\frac{\sqrt{5}}{5}$	1	11	$\frac{2}{3}\sqrt{2}$	1	0
$\frac{12}{13}$	1	0	$\frac{\sqrt{7}}{3}$	1	0
$\frac{2}{5}\sqrt{5}$	3	2	总共	73	79
$\frac{3}{5}$	8	0			
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	2			

(0.5表题中出现多个)

圆锥曲线一小部分二级结论/方法

一. 焦点三角形套路

(一)

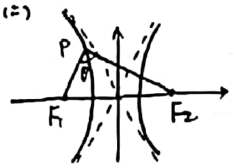


① $|PF_1|^2+2|PF_1||PF_2|+|PF_2|^2=4a^2$ (定义式)

② $|PF_1|^2-2|PF_1||PF_2|\cos\theta+|PF_2|^2=4c^2$ (余弦定理)

$\Rightarrow$ ③ $S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|\sin\theta=b^2\tan\frac{\theta}{2}$

(二)



① $|PF_1|^2-2|PF_1||PF_2|+|PF_2|^2=4a^2$ (定义式)

② $|PF_1|^2-2|PF_1||PF_2|\cos\theta+|PF_2|^2=4c^2$ (余弦定理)

$\Rightarrow$ ③ $S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|\sin\theta=b^2\cot\frac{\theta}{2}$

二. 标准方程

(一) $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1 \Rightarrow \begin{cases} m>0,\ n<0 & \text{焦点在}x\text{轴双曲线} \\ m<0,\ n>0 & \text{焦点在}y\text{轴双曲线} \\ m>n>0 & \text{焦点在}x\text{轴椭圆} \\ n>m>0 & \text{焦点在}y\text{轴椭圆} \end{cases}$

(二) 对椭圆，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\sqrt{1-(\frac{b}{a})^2}$

对双曲线，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}$

} $\frac{b}{a}\leftrightarrow e$ 注意焦点在哪个轴!

(三) 双曲线渐近线方程即令标准方程右边1变为0

三. 焦半径公式 (点$P(x_0,y_0)$在曲线上，焦点在x轴上)

(一) 对椭圆，$|PF|=\sqrt{(x_0\pm c)^2+y_0^2}=\sqrt{x_0^2\pm 2cx_0+c^2+b^2-\frac{b^2}{a^2}x_0^2}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}x_0^2\pm 2cx_0+a^2}=a\pm ex_0$

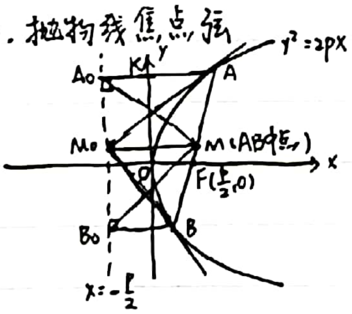
(二) 对双曲线，$|PF|=\sqrt{(x_0\pm c)^2+y_0^2}=\sqrt{x_0^2\pm 2cx_0+c^2-b^2+\frac{b^2}{a^2}x_0^2}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}x_0^2\pm 2cx_0+a^2}=|a\pm ex_0|$

(三) 对抛物线，$|PF|=x_0+\frac{p}{2}$ ($p>0$)

四. 通径长

(一) 椭圆：$\frac{2b^2}{a}$　(二) 双曲线：$\frac{2b^2}{a}$　(三) 抛物线：$2p$　(四) 圆：$d=2r$

五. 抛物线焦点弦



$|AB|=|AA_0|+|BB_0|=p+x_A+x_B=2|MM_0|$

$\Rightarrow |AM|=|BM|=|MM_0| \Rightarrow \angle AM_0B=\frac{\pi}{2}$，准线与AB为直径的圆相切

$|AF|=|AK|+|OF|$，$|A_0M|=|B_0M|$

$\angle A_0AM_0=\angle MAM_0 \overset{?}{\Rightarrow} AM_0$与抛物线相切

六. 对圆锥曲线 $Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F=0$，

其上一点(x_0,y_0)切线方程为 $Ax_0x+By_0y+\frac{1}{2}C(x_0y+y_0x)+\frac{1}{2}D(x+x_0)+\frac{1}{2}E(y+y_0)+F=0$

其外一点(x_0,y_0)两切线切点联线(切点弦)方程同上。二切线方程具体问题具体分析(式子太长)。