

Opravná skúška z MA pre rok 2020/2021

Skupina A

Príklad č.1 (7 bodov): Nájdite rovnicu dotýčnice a normály ku grafu funkcie:
 $f(x) = x^2 - 3$ tak, aby dotýčnica bola rovnobežná s priamkou
 $p: 2y - 8x + 1 = 0$.

Príklad č.2 (12 bodov): Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = x^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

v bode $x_0 = 1$. Stačí napísať výsledný vzťah, zlomky ani zátvorky nemusíte upravovať.

Príklad č.3 (8 bodov): Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x+1} - 1} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$$

Príklad č.4 (18 bodov): Vyšetrite priebeh funkcie $f(x)$, ak

$$f(x) = x - 4 \arctan(x)$$

$$(pozn. \arctan(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3})$$

Príklad č.5 (8 bodov): Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+4)} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n^2+2}}$$

Príklad č.6 (10 bodov): Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 + 4x + 8) dx$$

Príklad č.7 (12 bodov): Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) + 4 \cos(x) + 3} dx$$

Príklad č.8 (10 bodov): Vypočítajte obsah rovinnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4x + 8$, $g(x) = x$, $h(x) = 8 - x$.
(pozn. Toto zadanie má viac správnych riešení, preto je veľmi dôležité označiť oblasť, ktorej obsah budete počítvať.)

Skupina B

Príklad č.1 (7 bodov): Nájdite rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie:
 $f(x) = x^2 - 5$ tak, aby dotyčnica bola kolmá na priamku
 $p: 6y + x - 6 = 0$.

Príklad č.2 (12 bodov): Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = e^x \sin(2x)$$

v bode $x_0 = 0$. Stačí napísať výsledný vzťah, zlomky ani zátvorky nemusíte upravovať.

Príklad č.3 (8 bodov): Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2)[\ln(x + 3) - \ln(x)] + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$$

Príklad č.4 (18 bodov): Vyšetrite priebeh funkcie $f(x)$, ak

$$f(x) = 4x - 8 \arctan(x)$$

(pozn. $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$)

Príklad č.5 (8 bodov): Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{2n}} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

Príklad č.6 (10 bodov): Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 + 4x + 5) \, dx$$

Príklad č.7 (12 bodov): Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) - \cos(x) - 2} \, dx$$

Príklad č.8 (10 bodov): Vypočítajte obsah rovinnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{9}{2}$, $g(x) = 1 + x$, $h(x) = 7 - x$.
(pozn. Toto zadanie má viac správnych riešení, preto je veľmi dôležité označiť oblasť, ktorej obsah budete počítat.)

Skupina C

Príklad č.1 (7 bodov): Nájdite rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie:

$$f(x) = x^2 + 2x \text{ tak, aby dotyčnica bola kolmá na priamku}$$

$$p: 4y + x - 6 = 0.$$

Príklad č.2 (12 bodov): Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = e^x \cos(2x)$$

v bode $x_0 = 0$. Stačí napísať výsledný vzťah, zlomky ani zátvorky nemusíte upravovať.

Príklad č.3 (8 bodov): Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin(2x)} + \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan(x)}{\sin(2x)}$$

Príklad č.4 (18 bodov): Vyšetrite priebeh funkcie $f(x)$, ak

$$f(x) = 2x - 4 \arctan(x)$$

$$(\text{pozn. } \arctan(1) = \frac{\pi}{4})$$

Príklad č.5 (8 bodov): Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 3}$$

Príklad č.6 (10 bodov): Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 + 2x + 5) dx$$

Príklad č.7 (12 bodov): Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) + 2 \cos(x) - 8} dx$$

Príklad č.8 (10 bodov): Vypočítajte obsah rovinnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 2$, $g(x) = 2 + x$, $h(x) = 6 - x$.

(pozn. Toto zadanie má viac správnych riešení, preto je veľmi dôležité označiť oblasť, ktorej obsah budete počítat.)

Skupina D

Príklad č.1 (7 bodov): Nájdite rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie:
 $f(x) = x^2 - 3$ tak, aby dotyčnica bola rovnobežná s priamkou
 $p: 2y - 8x + 1 = 0$.

Príklad č.2 (12 bodov): Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = x^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

v bode $x_0 = 1$. Stačí napísať výsledný vzťah, zlomky ani zátvorky nemusíte upravovať.

Príklad č.3 (8 bodov): Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x+1} - 1} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$$

Príklad č.4 (18 bodov): Vyšetrite priebeh funkcie $f(x)$, ak

$$f(x) = x - 4 \arctan(x)$$

(pozn. $\arctan(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$)

Príklad č.5 (8 bodov): Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+4)} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n^2+2}}$$

Príklad č.6 (10 bodov): Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 + 4x + 8) dx$$

Príklad č.7 (12 bodov): Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) + 4\cos(x) + 3} dx$$

Príklad č.8 (10 bodov): Vypočítajte obsah rovinnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4x + 8$, $g(x) = x$, $h(x) = 8 - x$.
(pozn. Toto zadanie má viac správnych riešení, preto je veľmi dôležité označiť oblasť, ktorej obsah budete počítat.)

Skupina E

Príklad č.1 (7 bodov): Nájdite rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie:
 $f(x) = x^2 - 5$ tak, aby dotyčnica bola kolmá na priamku
 $p: 6y + x - 6 = 0$.

Príklad č.2 (12 bodov): Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = e^x \sin(2x)$$

v bode $x_0 = 0$. Stačí napísať výsledný vzťah, zlomky ani zátvorky nemusíte upravovať.

Príklad č.3 (8 bodov): Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2)[\ln(x + 3) - \ln(x)] + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$$

Príklad č.4 (18 bodov): Vyšetrite priebeh funkcie $f(x)$, ak

$$f(x) = 4x - 8 \arctan(x)$$

(pozn. $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$)

Príklad č.5 (8 bodov): Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{2n}} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

Príklad č.6 (10 bodov): Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 + 4x + 5) \, dx$$

Príklad č.7 (12 bodov): Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) - \cos(x) - 2} \, dx$$

Príklad č.8 (10 bodov): Vypočítajte obsah rovinnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{9}{2}$, $g(x) = 1 + x$, $h(x) = 7 - x$.
(pozn. Toto zadanie má viac správnych riešení, preto je veľmi dôležité označiť oblasť, ktorej obsah budete počítat.)

Skupina F

Príklad č.1 (7 bodov): Nájdite rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie:

$$f(x) = x^2 + 2x \text{ tak, aby dotyčnica bola kolmá na priamku}$$

$$p: 4y + x - 6 = 0.$$

Príklad č.2 (12 bodov): Napíšte Taylorov polynóm 4. stupňa pre funkciu

$$f(x) = e^x \cos(2x)$$

v bode $x_0 = 0$. Stačí napísať výsledný vzťah, zlomky ani zátvorky nemusíte upravovať.

Príklad č.3 (8 bodov): Vypočítajte daný výraz

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin(2x)} + \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan(x)}{\sin(2x)}$$

Príklad č.4 (18 bodov): Vyšetrite priebeh funkcie $f(x)$, ak

$$f(x) = 2x - 4 \arctan(x)$$

$$(\text{pozn. } \arctan(1) = \frac{\pi}{4})$$

Príklad č.5 (8 bodov): Zistite, či dané nekonečné rady konvergujú/divergujú

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 3}$$

Príklad č.6 (10 bodov): Vypočítajte neurčitý integrál

$$\int \ln(x^2 + 2x + 5) dx$$

Príklad č.7 (12 bodov): Vypočítajte určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) + 2 \cos(x) - 8} dx$$

Príklad č.8 (10 bodov): Vypočítajte obsah rovinnej oblasti ohraničenej grafmi funkcií: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 2$, $g(x) = 2 + x$, $h(x) = 6 - x$.

(pozn. Toto zadanie má viac správnych riešení, preto je veľmi dôležité označiť oblasť, ktorej obsah budete počítat.)