

UNIVERSIDADE DO VALE DO ITAJAÍ  
ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO  
FABIO IVO PEREIRA DE OLIVEIRA JUNIOR

SISTEMAS ROBÓTICOS – M3

Relatório apresentado como requisito parcial  
para a obtenção da M3 da disciplina de  
Sistemas Robóticos do curso de Engenharia  
de Computação pela Universidade do Vale do  
Itajaí da Escola Politécnica.

Prof. Alejandro Rafael G. Ramirez

Itajaí  
2023

### LISTA COMPLEMENTAR M3

1. Implemente a trajetória de quinta ordem usando a abordagem matricial. Obs. O código foi disponibilizado no drive, mas precisam demonstrar a estrutura da matriz.

2. Em relação à abordagem trapezoidal (resposta linear com segmentos parabólicos) analise as semelhanças e diferenças em relação aos polinômios cúbicos e de quinta ordem). E, na sua opinião:

- Cite uma aplicação para a geração de movimentos trapezoidal.
- Qual abordagem apresenta menor custo computacional? Por que?
- Qual abordagem você usaria em uma aplicação robótica que demande a menor quantidade possível de oscilações no movimento? Justifique.

Resposta Questão 1:

```
disp("Trajetória do polinômio de quinta ordem");
```

```
% Abordagem matricial
```

```
close all
```

```
qi = 30*pi/180; % Posição inicial
```

```
qf = 75*pi/180; % Posição final
```

```
qd0 = 0; % Velocidade inicial (repouso)
```

```
qdf = 0; % Velocidade final (repouso)
```

```
ai = 0; % Aceleração inicial
```

```
af = 0; % Aceleração final
```

```

N = 10;

tf = N; % Tempo final

t = 0:1/(10*N):N;

% Coeficientes, para um polinômio de quinta ordem

A = [1 tf tf^2 tf^3 tf^4 tf^5;

      0 1 2*tf 3*tf^2 4*tf^3 5*tf^4;

      0 0 2 6*tf 12*tf^2 20*tf^3;

      1 0 0 0 0 0;

      0 1 0 0 0 0;

      0 0 2 0 0 0];

C = inv(A) * [qf; qdf; af; qi; qd0; ai];

% Trajetória, velocidade e aceleração

q = C(1) + C(2)*t + C(3)*t.^2 + C(4)*t.^3 + C(5)*t.^4 + C(6)*t.^5;

qd = C(2) + 2*C(3)*t + 3*C(4)*t.^2 + 4*C(5)*t.^3 + 5*C(6)*t.^4;

qdd = 2*C(3) + 6*C(4)*t + 12*C(5)*t.^2 + 20*C(6)*t.^3;

% Plot

subplot(3,1,1), plot(t, q/pi*180), title('Posição');

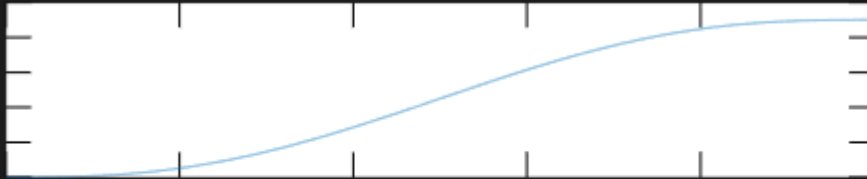
subplot(3,1,2), plot(t, qd/pi*180), title('Velocidade');

subplot(3,1,3), plot(t, qdd/pi*180), title('Aceleração');

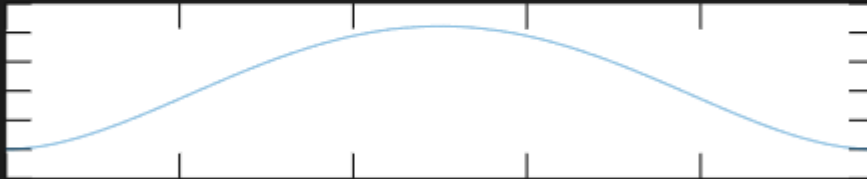
```

```
octave:1> source("tst.m")  
Trajetória do polinômio de quinta ordem
```

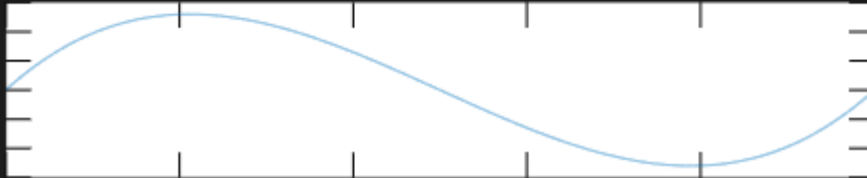
Posição



Velocidade



Aceleração



**Definindo as condições iniciais:**

- Posição inicial ( $q_i$ ) = 30 graus =  $30 \times (\pi/180)$  radianos.
- Posição final ( $q_f$ ) = 75 graus =  $75 \times (\pi/180)$  radianos.
- Velocidades iniciais e finais ( $q_{d0}$  e  $q_{df}$ ) = 0 (repouso).
- Acelerações iniciais e finais ( $a_i$  e  $a_f$ ) = 0 (repouso).

**Monta a matriz de coeficientes e o vetor de condições:**

Para um polinômio de quinta ordem  $q(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$ , a matriz de coeficientes  $A$  e o vetor de condições  $B$  são:

A=

[1	tf	tf^2	tf^3	tf^4	tf^5]
[0	1	2tf	3tf^2	4tf^3	5tf^4]
[0	0	2	6tf	12tf^2	20tf^3]
[1	0	0	0	0	0]
[0	1	0	0	0	0]
[0	0	2	0	0	0]

B=

[qf]

[vf]

[af]

[qi]

[vi]

[ai]

Substituindo os valores conhecidos e assumindo  $t_f = 10$  segundos (tempo final), temos:

A=

[1	10	100	1000	10000	100000]
[0	1	20	300	4000	50000]
[0	0	2	60	1200	20000]
[1	0	0	0	0	0]
[0	1	0	0	0	0]
[0	0	2	0	0	0]

B=

$[75 * (\pi/180)]$

[0]

[0]

$[30 * (\pi/180)]$

[0]

[0]

### Resolver o Sistema Linear

Para encontrar os coeficientes  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , resolvemos  $A \times C = B$ , onde  $C$  é o vetor de coeficientes. Isso pode ser feito usando métodos de álgebra linear, como a eliminação de Gauss ou a inversão de matriz.

### Aplicar os Coeficientes nas Equações de Trajetória

Uma vez encontrados os coeficientes, aplicamo-los nas equações de trajetória:

- Posição:  $q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5$
- Velocidade:  $q_d(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4$
- Aceleração:  $q_{dd}(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3$

Essas equações nos dão a posição, velocidade e aceleração em qualquer ponto do tempo  $t$  durante a trajetória.

Resposta Questão 2:

Analizando as semelhanças e diferenças entre a abordagem trapezoidal e os polinômios cúbicos e de quinta ordem:

**Semelhanças:**

1. **Objetivo de Controle de Movimento:** Tanto a abordagem trapezoidal quanto os polinômios são utilizados para planejar e controlar movimentos em sistemas como robótica e automação.
2. **Suavização de Movimentos:** Ambos visam criar movimentos suaves, minimizando arranques e paradas bruscas para proteger a mecânica do sistema e melhorar a precisão.

**Diferenças:**

1. **Complexidade e Suavidade do Movimento:**
  - **Abordagem Trapezoidal:** Caracteriza-se por segmentos de aceleração constante, velocidade constante e desaceleração constante. É mais simples em termos de cálculo, mas pode resultar em mudanças mais abruptas na aceleração, o que pode causar oscilações e impactos no sistema.
  - **Polinômios Cúbicos:** Oferecem uma transição mais suave entre diferentes estados de movimento, pois a aceleração muda de forma mais gradual. Eles são mais complexos do que a abordagem trapezoidal, mas proporcionam um movimento mais suave em comparação.
  - **Polinômios de Quinta Ordem:** Vão além dos cúbicos, permitindo um controle ainda mais refinado sobre a aceleração e a desaceleração. Eles são ideais para aplicações que exigem a máxima suavidade e minimização de oscilações, mas são os mais complexos em termos de cálculo.
2. **Aplicações:**
  - **Abordagem Trapezoidal:** Mais adequada para aplicações onde a simplicidade e eficiência são mais importantes do que a suavidade extrema, como em sistemas de transporte ou em robótica industrial para tarefas menos delicadas.
  - **Polinômios Cúbicos e de Quinta Ordem:** Preferidos em aplicações que exigem movimentos altamente suaves e precisos, como em robótica cirúrgica ou em equipamentos de alta precisão.
3. **Custo Computacional:**
  - **Abordagem Trapezoidal:** Menor custo computacional devido à sua simplicidade.

- **Polinômios Cúbicos e de Quinta Ordem:** Maior custo computacional devido à complexidade dos cálculos envolvidos.

#### 4. Flexibilidade e Ajuste Fino:

- **Abordagem Trapezoidal:** Menos flexível em termos de ajuste fino do movimento.
- **Polinômios Cúbicos e de Quinta Ordem:** Maior flexibilidade e capacidade de ajuste fino, permitindo um controle mais preciso sobre o perfil de movimento.

- Cite uma aplicação para a geração de movimentos trapezoidal.

Na minha opinião, uma aplicação ideal para a geração de movimentos trapezoidal seria em sistemas de automação industrial, como braços robóticos em linhas de montagem. Neste contexto, a abordagem trapezoidal é eficaz para controlar o movimento de robôs que realizam tarefas repetitivas, como a movimentação de peças de um ponto a outro. A simplicidade e eficiência do perfil trapezoidal de velocidade são adequadas para tarefas onde a suavidade extrema não é uma exigência crítica, mas a previsibilidade e a confiabilidade do movimento são essenciais.

- Qual abordagem apresenta menor custo computacional? Por que?

A abordagem trapezoidal apresenta um menor custo computacional. Isso ocorre porque ela é baseada em um modelo mais simples, com segmentos de aceleração e desaceleração constantes e uma fase de velocidade constante. Este modelo requer menos cálculos complexos em comparação com os polinômios cúbicos ou de quinta ordem, que necessitam de cálculos de polinômios de ordem superior para a geração de movimentos. Em termos práticos, a abordagem trapezoidal é menos exigente em termos de recursos de processamento, tornando-a mais eficiente para sistemas com limitações de hardware ou para aplicações onde a rapidez de resposta é crucial.

- Qual abordagem você usaria em uma aplicação robótica que demande a menor quantidade possível de oscilações no movimento? Justifique.

Para uma aplicação robótica que exija a menor quantidade possível de oscilações no movimento, eu escolheria os polinômios de quinta ordem. A razão para esta escolha é que os polinômios de quinta ordem permitem um controle mais refinado sobre a aceleração e a desaceleração, resultando em transições mais suaves entre os estados de movimento. Isso é particularmente importante em aplicações onde as oscilações podem afetar negativamente a precisão ou a qualidade do trabalho realizado, como na robótica cirúrgica ou em manipuladores de precisão para microeletrônica. Embora esta abordagem exija mais recursos computacionais, a melhoria na qualidade do movimento e a redução das oscilações justificam o uso em cenários onde a precisão é primordial.