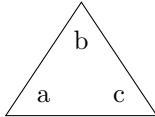


# Fista 2022

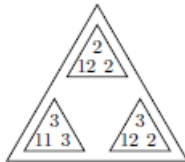
## Concurso de Matemática e Programação

Departamento de Matemática

1. Considere a operação triangular que a cada triângulo com os números  $a$ ,  $b$  e  $c$  inscritos nos seus vértices (3.0 val.)



associa a quantidade  $\frac{a+bc}{a-bc}$ . Qual é o valor associado ao triângulo abaixo?



2. Vamos definir uma sequência de números a partir do seguinte procedimento: i) escolha um número, ii) substitua os dois últimos algarismos pelo resultado do seu produto; iii) repita ii) até ficar só com um algarismo. Vejamos um exemplo, começando com o número 234, obtém-se sucessivamente 212, 22 e 4. Determine para quantos números inferiores a 1000 o procedimento anterior termina em 5. (5.0 val.)
3. Quais os valores para  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  inteiros positivos satisfazendo  $a \leq b \leq c \leq d$  tais que (5.0 val.)

$$\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right)\left(1 + \frac{1}{c}\right)\left(1 + \frac{1}{d}\right) = 10.$$

4. Um número diz-se recursivo quando uma parte dos seus algarismos se repete sucessivamente. Assim 1111, 454545 e 601601 são recursivos mas 2453224, 242442 ou 245542 não são. Determine quantos números recursivos de 6 algarismos existem. (5.0 val.)