Laboratorio Calcolo Numerico

Esercizio 1 Si vuole risolvere l'equazione di secondo grado a coefficienti reali

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad a, b, c \in \mathbb{R},$$

a **coefficienti tutti non nulli**, trovandone (se esistenti) le due radici reali (con le formule *instabili*). A tal fine si crei uno script di nome `equaz2g.m` che

1. Legga da tastiera con il comando `input` i tre coefficienti `a`, `b` e `c` (si guardi autonomamente il funzionamento del comando `input`, oppure si assegnino direttamente nella finestra comandi, o nello script, i valori per i tre coefficienti `a`, `b` e `c`).
2. Controlli che i dati inseriti siano tutti non nulli. Se almeno uno è nullo, visualizzi una stringa che lo segnali.
3. In caso contrario:
   (a) Visualizzi il valore memorizzato nelle tre variabili `a, b` e `c`.
   (b) Calcoli il discriminante.
   (c) In base al segno del discriminante, visualizzi una stringa di segnalazione (se $\Delta < 0$), oppure le due soluzioni.

Si provi la corretta funzionalità dello script con i seguenti dati, e si confrontino i propri risultati con le soluzioni analitiche esatte x_1 e x_2 riportate a fianco:

a	b	c	x_1	x_2
$1 \to$ `1`	$10^{-5} \to$ `1e-5`	$-2 \times 10^{-10} \to$ `-2e-10`	$-2 \times 10^{-5} \to$ `-2e-5`	$10^{-5} \to$ `1e-5`
$-10^{-7} \to$ `-1e-7`	$1 + 10^{-14} \to$ `1+1e-14`	$-10^{-7} \to$ `-1e-7`	$10^{7} \to$ `1e+7`	$10^{-7} \to$ `1e-7`
$10^{-10} \to$ `1e-10`	$-1 \to$ `-1`	$10^{-10} \to$ `1e-10`	$10^{10} \to$ `1e+10`	$10^{-10} \to$`1e-10`

Esercizio 2

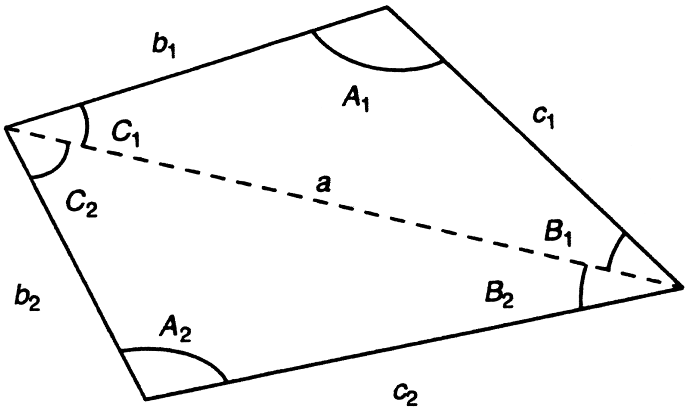
Si modifichi opportunamente lo script `equaz2g.m`, creando un **nuovo** script di nome `equaz2gst.m` che implementi la *versione stabile* dell'algoritmo (formule stabili), utilizzando la funzione Matlab `sign`, e si ripeta l'esecuzione con tutti i dati precedenti, notando le eventuali differenze riscontrate nei risultati.

Esercizio 3

Presa visione dell'algoritmo a pag. 48 del testo di Calcolo Numerico, si modifichi opportunamente lo script `equaz2gst.m`, creando un **nuovo** script di nome `equaz2gall.m` che permetta di risolvere una qualsiasi equazione di secondo grado, anche con coefficienti non tutti nulli. *Attenzione al valore restituito dalla funzione* `sign` *quando l'argomento è nullo! Si esegua preventivamente il comando* `help sign` e si esegua nella finestra comandi qualche prova di utilizzo di tale funzione.
Si provi la corretta funzionalità dello script di risoluzione con le terne di coefficienti precedenti ed anche con quelle della seguente tabella, confrontando i propri risultati con quelli riportati a fianco:

	a	b	c	x_1	x_2
1	1	2	3	/	/
2	3	8	2	-2.3874	-0.27924
3	2	4	2	-1	-1
4	0	1	2	-2	/
5	3	5	0	-1.6667	0
6	4	0	3	/	/
7	4	0	-3	0.86603	-0.86603
8	0	0	2	/	/
9	3	0	0	0	0
10	0	0	0	/	/
11	1	0	-4	-2	2

Esercizio 4 Si consideri la seguente figura geometrica, formata da un quadrilatero suddiviso in due triangoli aventi in comune un lato:



Il *Teorema del coseno* per il triangolo superiore permette di scrivere la seguente relazione:

$$a^2 = b_1^2 + c_1^2 - 2b_1c_1 \cos A_1.$$

Si scriva l'equazione analoga valida per il triangolo inferiore.

Poiché il lato a è in comune ai due triangoli, le due equazioni appena trovate permettono – note le lunghezze dei lati b_1, b_2 e c_1 e l'ampiezza degli angoli A_1 e A_2 – di ricavare la lunghezza del lato c_2 tramite la risoluzione di un'equazione di secondo grado: **quale?**

Suggerimento: Si sottragga la prima equazione dalla seconda e si riordinino gli addendi in modo che diventi un'equazione di secondo grado nella variabile c_2. Ciò permette di definire quanto valgono i coefficienti dell'equazione di secondo grado, in funzione dei valori noti b_1, b_2, c_1, A_1 e A_2.

Si produca uno script Matlab `quadrilatero.m` che:

- Tramite il comando `disp` visualizzi una scritta che indichi il problema che si sta risolvendo.
- Tramite `input` chieda all'utente le lunghezze dei lati b_1, b_2 e c_1 e l'ampiezza degli angoli A_1 e A_2. Le funzioni goniometriche Matlab necessitano di fornire la misura degli angoli in **radianti** (si usi la costante `pi` che rappresenta la migliore approssimazione Matlab di π).
- Calcoli il valore da assegnare alle variabili `a`, `b` e `c`, coefficienti dell'equazione di secondo grado, per risolvere l'equazione precedentemente determinata. Si ricordi che la variabile `a` NON ha nessun legame con la diagonale a del quadrilatero.

Si esegua questo script nella finestra comandi per assegnare i valori alle variabili `a`, `b` e `c`. Successivamente si esegua lo script per risolvere l'equazione di secondo grado, a coefficienti qualsiasi, sia nella versione stabile che instabile.

Si usino come prova i seguenti dati:

b_1	b_2	c_1	A_1	A_2
180	165	115	$2\pi/3$ $(= 120°)$	$5\pi/9$ $(= 100°)$
130	50	215	$\pi/3$ $(= 60°)$	$5\pi/6$ $(= 150°)$
200	120	105	$\pi/2$ $(= 90°)$	$3\pi/4$ $(= 135°)$
80	170	40	$7\pi/12$ $(= 105°)$	$4\pi/5$ $(= 144°)$
100	175	60	$\pi/4$ $(= 45°)$	$\pi/12$ $(= 15°)$

Come andrebbe modificato il primo script, per permettere all'utente di inserire le ampiezze in *gradi* degli angoli?