12-4-2013

Cálculo

Grupo 2F1M-B
Puntos: 2-2-2-2-2

APELLIDOS Y NOMBRE:	Nota:

1.- Calcular los siguientes límites.

i) $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{\sqrt{1\cdot n+n^4}}+\dfrac{n}{\sqrt{2\cdot n+n^4}}+\ldots+\dfrac{n}{\sqrt{n\cdot n+n^4}}\right)$.

ii) $\lim_{n\to\infty}\left(1+2^{3n}+3^{4n}\right)^{\frac{1}{2n+1}}$.

2.- Calcular el límite, si es que existe, de la sucesión recurrente

$$a_{n+1}=\sqrt{6a_n-8}, \quad \text{con} \quad a_1=12.$$

¿Cuánto valdría el límite si $a_1=2$ y si $a_1=3$?

3.- Estudiar el carácter de las series

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[n]{n}}{n+2^n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!\,2^n}.$$

4.- Determinar el radio y el campo de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n(n^2+2n)}(x-3)^n.$$

Calcular, si es posible, la suma de la serie en el extremo derecho del intervalo de convergencia.

5.- Dadas las funciones $f:A\to\mathbb{R}$ y $g:B\to\mathbb{R}$, con $A,B\subset\mathbb{R}^2$, tales que

$$f(x,y)=\ln\sqrt{xy}, \qquad g(x,y)=\frac{\sqrt{(2-x)(x-1)}}{x^2+y^2}.$$

Se pide determinar los dominios A y B de ambas funciones, representándolos gráficamente. Indicar también si son abiertos, cerrados y/o compactos, justificando la respuesta.