1-6-2012

Cálculo

Grupo 2F1M
Puntos: 2-2-2-2-2

APELLIDOS Y NOMBRE:	Nota:

1.- Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{2x^2+yx-3y^2}{x-y}.$$

2.- Sea la función $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, tal que

$$f(x,y)=\begin{cases} x\dfrac{x^2-y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si} \quad (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Se pide:

i) ¿Es continua en $(0,0)$?

ii) Calcular las derivadas parciales, si es que existen, en los puntos $(0,0)$ y $(0,1)$.

iii) Justificar la existencia o no del plano tangente en los puntos $(0,0)$ y $(0,1)$, calculándolo donde exista.

3.- Dada la función $f(x,y)=x^2-3y^3$. Calcular el polinomio en dos variables de grado dos que mejor la aproxima en un entorno del punto $(1,1)$, es decir el polinomio de Taylor $P_{2,(1,1)}(x,y)$ de dicha función.

4.- Obtener y clasificar los puntos críticos de la función:

$$f(x,y)=x^3+y^3+3x^2-18y^2+81y+5.$$

5.- Dada la función $f(x,y)=x^2+y^2$, se pide calcular:

i) $\displaystyle\iint_\Omega f(x,y)dxdy$, siendo $\Omega=[0,1]\times[0,1]$.

ii) $\displaystyle\iint_\Sigma f(x,y)dxdy$, donde $\Sigma=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2\leq 1 \ \wedge\ 0\leq x \ \wedge\ 0\leq y\}$.