

1.- Calcular el siguiente límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+2)^5}{n^5 + 3^5} \right)^n.$$

2.- Dada la sucesión recurrente

$$a_{n+1} = \sqrt[3]{7a_n + 6}, \quad a_1 = 17.$$

Calcular su límite si es que existe.

3.- Dada la serie de potencias  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \left( \frac{x-2}{2} \right)^n$ . Se pide:

- i) Calcular el radio de convergencia y el campo de convergencia.
- ii) Averiguar si para  $x = 3$  la serie que resulta es convergente y en caso de que lo sea calcular su suma.

4.- Sea la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^2x - yx^2 - y^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Se pide:

- i) Calcular las derivadas parciales en el punto  $(0,0)$ .
- ii) Justificar la existencia o no del plano tangente en dicho punto, calculándolo si es que existe.
- iii) Obtener el valor de la derivada direccional máxima en el  $(0,0)$ .

5.- Dada la función  $f(x,y) = x^2y - x^2 - 2y^2 + 2$ . Se pide:

- i) Analizar su puntos estacionarios.
- ii) Calcular los máximos y mínimos absoluto en la región

$$\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

6.- Calcular  $\iint_{\Omega} \sqrt[3]{xy} \, dx dy$ , siendo  $\Omega = [0,4] \times [0,2]$ .