# Examen de Recuperación (en Junio)

## 1.1 Primer Parcial

(2,2,3,3)

**Ejercicio 1.1.** Responder los apartados siguientes:

i) Sea $p > 0$, calcular el siguiente límite en función de $p$,

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2n^2}}+\frac{1}{\sqrt{2+p^2n^2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n+p^2n^2}}\right].$$

ii) Sean $a, b \in \mathbb{R}$, determinar el siguiente límite en función de $a$ y $b$,

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+a}{n+b}\right)^{\sqrt{n^2+1}}.$$

Solución.

i)

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2n^2}}+\frac{1}{\sqrt{2+p^2n^2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n+p^2n^2}}\right]=\frac{1}{p}.$$

ii)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+a}{n+b}\right)^{\sqrt{n^2+1}}\quad e^{a-b}.$$

□

**Ejercicio 1.2.** Estudiar la convergencia de la sucesión

$$\begin{cases} a_{n+1}=\sqrt{6+5\sqrt{a_n}} \\ a_1 = 36, \end{cases}$$

y calcular su límite si es que existe.

Solución.

$$\{a_n\}\downarrow \qquad \lim_{n\to\infty} a_n = 4.$$

□

**Ejercicio 1.3.** Analizar la convergencia de las series

$$\text{i)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!\,e^n}, \qquad\qquad \text{ii)}\quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{7n-1}{n^3-n},$$

sumando aquellas que converjan.

Solución.

i) Diverge

ii) Converge y $S = 4$.

$\square$

**Ejercicio 1.4.** Estudiar el radio y el campo de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3^n(n^2+2^n)}.$$

Solución.

i) $r = 6$.

ii) $D = (-3, 9)$.

$\square$