$$f(x+d) = \underbrace{f(x) + \nabla f(x)^T d + \frac{1}{2} d^T \nabla^2 f(x) d}_{\text{quad.}} + o(\|d\|^2)$$

Newton: Dado x_k, o modelo em torno de x_k é $m_k(d) = f(x_k) + \nabla f(x_k)^T d + \frac{1}{2} d^T \nabla^2 f(x_k) d$

- Dado $x_0 \in \mathbb{R}^n$,
- Para cada $k = 0, 1, \dots$
  - $d_k = \arg\min_d m_k(d)$ → $\nabla m_k(d) = 0$, $\nabla^2 m_k(d^*)$ d.p.
  - $x_{k+1} = x_k + d_k$

$\nabla m_k(d) = \nabla^2 f(x_k) d + \nabla f(x_k)$

$\Rightarrow \quad \nabla^2 f(x_k) d = -\nabla f(x_k) \rightsquigarrow d_k$

$\nabla^2 m_k(d) = \underline{\nabla^2 f(x_k)}$

$\nabla f(x) = 0$
Sist. Não Linear

Def.: f é Lipschitz contínua em Ω com constante L se

$$|f(x) - f(y)| \leq L \|x - y\|, \quad \forall\, x, y \in \Omega.$$

- f tem grad. Lip. cont. (ou ∇f é Lips. cont.) se

$$\|\nabla f(x) - \nabla f(y)\| \leq L \|x - y\|, \quad \forall\, x, y \in \Omega.$$

- f tem Hessiana (ou $\nabla^2 f$ é) Lips. cont. se

$$\| H(x) - H(y) \| \leq L \|x - y\|, \quad \forall\, x, y \in \Omega$$

↳ O que é $\|\cdot\|$ p/ matrizes

Teo.: Seja $f \in C^2$ c/ $\nabla^2 f$ Lip. cont. em torno de x^* min. local de f com $\nabla^2 f(x^*)$ def. pos.
Então, existe $\varepsilon > 0$ tal que, se $x_0 \in B(x^*, \varepsilon)$

1. A seq. gerada pelo método converge p/ x^*
2. $\|x_{k+1} - x^*\| \leq C_1 \|x_k - x^*\|^2$
3. $|f(x_{k+1}) - f(x^*)| \leq C_2 |f(x_k) - f(x^*)|^2$.