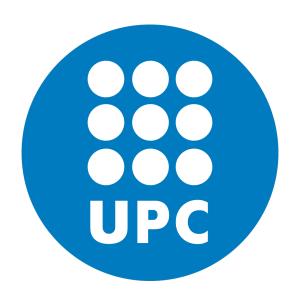


# PRÁCTICA 1 LAB: IMPLEMENTACIÓN DE SIMPLEX PRIMAL EN PYTHON



Grado de Inteligencia Artificial OPTIMIZACIÓN

#### Autores:

Luis-Kazuto Gutiérrez Kitajima (49243695M) Adrià Flores Albó (41603787F)

# **Profesores:**

Mari Paz Linares Herreros

April 2, 2024

# Contents

1	Intr	roducción	2
2	Implementación de Simplex		
	2.1	Lectura de problemas	3
	2.2	Clase Simplex	4
		2.2.1 Init	4
		2.2.2 Fase I	5
		2.2.3 Fase II	5
		2.2.4 Solve	10
3	Res	sultados del Problema	11
	3.1	Problema 1:	11
	3.2	Problema 2:	14
	3.3	Problema 3:	17
	3.4	Problema 4:	19
	3.5	Problema 5:	23
	3.6	Problema 6:	25
	3.7	Problema 7:	29
	3.8	Problema 8:	30

# 1 Introducción

Este informe documenta el desarrollo y aplicación de un algoritmo de Simplex en Python, diseñado para abordar problemas de programación lineal. Este método, fundamental en el ámbito de la optimización lineal, busca maximizar o minimizar una función lineal sujeta a restricciones lineales. El objetivo de este proyecto es doble: primero, aplicar y profundizar en nuestro entendimiento de los conceptos teóricos de programación lineal mediante una implementación práctica; segundo, explorar los desafíos técnicos que surgen al traducir estos conceptos a un entorno de programación.

La implementación cubre ambas fases del algoritmo de Simplex, integrando la regla de Bland para la selección de variables, asegurando así un enfoque completo y funcional para resolver problemas de optimización lineal. Además, se ha prestado especial atención a las buenas prácticas de programación, incluyendo la documentación adecuada, pruebas unitarias para garantizar la corrección del algoritmo, y una estructura de código que facilita futuras extensiones o modificaciones.

El documento se estructura de la siguiente manera: tras esta introducción, la sección 2 detalla la implementación del algoritmo de Simplex, incluyendo la lectura de problemas y la descripción de la clase Simplex con sus métodos correspondientes. La sección 3 presenta los resultados obtenidos con el algoritmo, comparándolos con soluciones de referencia para verificar su correctitud.

Este enfoque no solo demuestra la viabilidad de implementar algoritmos complejos de optimización en entornos de programación reales, sino que también subraya el valor educativo de aplicar conocimientos teóricos en proyectos prácticos, permitiéndonos así consolidar nuestro aprendizaje.

# 2 Implementación de Simplex

Para poder llevar a cabo el algoritmo de Simplex, hemos decidido crear una clase de Python que dado los parámetros de entrada proporcionados por la práctica, sea capaz de resolver el problema y devolver los resultados del algoritmo. Para eso comentaremos los dos trozos de codigo más importantes, la función que leerá los datos de entrada y la clase Simplex que realizará la ejecución del algoritmo

#### 2.1 Lectura de problemas

En esta sección revisaremos como hemos implementado la funcionalidad de poder leer problemas de optimización a nuestro programa. Además de poder añadir los parámetros manualmente, consideramos de suma relevancia añadir un pequeño bloque de código para poder leer tantos problemas de optimización como fueran necesarios, sentimos que este tipo de métodos son esenciales y le dan mayor profesionalidad a la hora de implementar un algoritmo de este tipo. Antes de explicar cómo se examinan los problemas queremos añadir que hemos hecho un pequeño procesamiento de estos antes de ser leídos debido a ciertos mensajes en el archivo de problemas de optimización que ha sido generado, ya que aparecían mensajes sin ninguna importancia matemática a la hora de resolver el problema, en vez de añadir que el código los ignorara hemos preferido escribirlo en un formato más estándar y simple. También recalcar que el archivo con los problemas que evaluamos en la práctica es accedido mediante su ruta relativa pensada para ser ejecutada desde el directorio principal de los archivos correspondientes al programa - en otras palabras, aquel que contiene las carpetas 'assets' y 'src' -. En caso de no tener una disposición del programa como la que hemos indicado, se deberá sustituir la ruta por la del archivo de problemas que se quieran evaluar, que puede contener tantos como se desee.

El proceso de lectura y evaluación de los problemas de programación lineal comienza con la apertura del archivo que contiene los datos. A medida que se avanza línea por línea (se realiza así porque no determinamos el número de problemas que podemos recibir como entrada), el código busca señales específicas que indican el comienzo de los distintos componentes de cada problema. Este método asegura que todos los aspectos necesarios para definir un problema de programación lineal sean capturados de forma precisa y organizada.

Una vez identificado el inicio de la descripción de un problema, el código lee y procesa los coeficientes de la función objetivo. Este paso es fundamental para establecer los parámetros que dirigirán la optimización. Seguidamente, el enfoque se desplaza hacia la construcción de la matriz de restricciones, recolectando cada fila hasta que se completa toda la matriz. Esta matriz es esencial para definir cómo las variables de decisión interactúan y están limitadas dentro del problema.

El vector que establece el lado derecho de las restricciones es leído a continuación, proporcionando los límites con los que debe cumplir la solución del problema. Con todos estos componentes recolectados, el código está preparado para construir un modelo completo del problema de programación lineal.

La instancia del problema se somete entonces al algoritmo de Simplex implementado, invocando el método correspondiente para encontrar la solución óptima. Este enfoque no solo demuestra la aplicabilidad del algoritmo a problemas concretos sino también valida la implementación comparándola con soluciones obtenidas a través de herramientas de optimización reconocidas.

Finalmente, el resultado del problema procesado se presenta junto con una comparación de la solución generada por un algoritmo estándar de la biblioteca de optimización, destacando la precisión y efectividad del algoritmo de Simplex desarrollado. Este proceso se repite para cada conjunto de datos en el archivo, permitiendo una evaluación exhaustiva y sistemática de múltiples problemas de programación lineal.

Por último, n.os gustaría añadir que esta funcionalidad no está preparada para procesar archivos de problemas de otro tipo o bien que no sigan el formato estipulado, ya sea alterar el número de espacios o el orden de los parámetros. Por lo tanto, los errores de este tipo hemos decidido no tratarlos y queríamos remarcarlo.

# 2.2 Clase Simplex

Esta clase contendrá los 4 métodos que veremos a continuación:

#### 2.2.1 Init

En el método de inicialización del problema le daremos los valores que recibimos del input. Por tanto tendremos como atributos de la clase las matrices  $\boldsymbol{A}$ ,  $\boldsymbol{b}$  y  $\boldsymbol{c}$  recibidos por el documento. A parte, también tendremos los valores de  $\boldsymbol{n}$  y  $\boldsymbol{m}$ , que indican el número de variables y el número de restricciones respectivamente.

Por último, también se inicializará un atributo  $list_b$ , que guardará la solución básica factible actual. Inicialmente estará inicializada a None ya que no tenemos ninguna solución básica inicial, pero será útil a la hora de implementar la fase I y fase II del algoritmo.

```
def __init__(self, A, b, c,list_b=None):

self.A = A
self.m, self.n = A.shape
self.b = b
self.c = c

#apart
self.list_b = list_b
```

Listing 1: Función Init de la clase SIMPLEX

#### 2.2.2 Fase I

La fase 1 es un algoritmo que permite encontrar una solución básica factible inicial (SBF) para el problema que se plantea. El algoritmo se basa en crear un problema artificial. El proceso consiste en añadir variables artificiales que intentaremos minimizar cambiando la función objetivo. De este problema artificial consideramos como SBF las variables artificiales creadas, dando así una matriz B que es la identidad. Desde esta SBF iteramos usando la fase II del simplex hasta encontrar la óptima, que consideraremos como SBF inicial del problema original.

En nuestra implementación de Pyhton, este algoritmo de fase I es un método privado de la clase Simplex. Este método creará los datos del problema artificial *A\_artificial*, *c\_artificial*, *list\_b\_artificial*.

```
A_artificial = np.hstack((self.A, np.eye(self.m)))
c_artificial = np.hstack((np.zeros(self.n), np.ones(self.m)))
list_b_artificial = np.array(list(range(self.n, self.n + self.m)))
```

Listing 2: Creación de variables artificiales

Con estos datos crearemos una nueva instáncia de la clase Simplex, en el cual aplicaremos la fase II (Explicado en el apartado siguiente), que iterará hasta encontrar la SBF del problema original. El método tendrá como variable de retorno una tupla con la SBF que ha encontrado y el valor de la iteración en la que la ha encontrado. En el caso de que la fase 2 no encuentre solución, entonces retornará 1 si el problema no es acotado o 0 si el problema es no factible.

Listing 3: Creación del problema artificial y retorno de resultados

#### 2.2.3 Fase II

La fase II es la parte iterativa del algoritmo de Simplex, empezando por una SBF inicial, itera por nuevas SBF hasta que encuentra el óptimo, encuentra infactibilidad o encuentra que es un problema no acotado. La implementación de esta sección en nuestro código de python es un método privado con la estructura siguiente:

Primero inicializamos las variables no basicas del problema (son las variables restantes si no contamos con las variables básicas), la matriz de coeficientes de restricciones Ab, del cual necesitaremos la inversa (para la fase 1 seria la misma matriz ya que Ab es la matriz identidad). También inicializamos los valores de X básicas xb, los coeficientes de la variable objetivo básicas cb y el coste de la funcion

objetivo inicial que iremos minimizando z. Omitimos dos comprobaciones que sabemos que son ciertas por como hemos hecho el planteamiento inicial:

- 1. Inicialmente sabemos que el valor de las X básicas son positivas o 0 ya que estamos trabajando con una SBF inicial, por tanto no hace falta comprobar la infactibilidad en este primer caso.
- 2. No hace falta saber en ningun momento el valor de X de las no básicas, ya que el modelo itera siempre por SBF, por tanto los valores de las X no básicas siempre serán 0 y en las operaciones donde se hagan uso solo hay que tener en cuenta que el valor es 0 por tanto se omite el cálculo.

```
variables = np.array(list(range(self.n)))

list_nb = np.setdiff1d(variables,self.list_b)

Ab = self.A[:, self.list_b]

inversa = np.linalg.inv(Ab)

xb = np.dot(inversa,self.b)

cb = self.c[self.list_b]

z = np.dot(cb,xb)

z_round = np.round(z,4)
```

Listing 4: Inicializacion de datos del problema antes de empezar las iteraciones

Una vez tenemos los valores iniciales del problema, comezamos con las iteraciones del algoritmo de Simplex que se dedica a moverse de una SBF a otra, minimizando la funcion objetivo z en cada iteración hasta encontrar la óptima. Para las iteraciones usamos un bucle de pyhton, donde la única manera de salir es que se cumplan una de las condiciones de retorno que se ven a continuación:

- Se encuentra solución óptima y se retorna los valores de la iteración it, valores de X básicas xb, coste de función objetivo z y el valor de los costes reducidos r.
- el problema es no acotado y se retorna 1
- el problema es infactible y retorna 0

Dentro de este bucle, inicialmente calculamos los costes reducidos de las variables no básicas usando la formula siguiente:

$$r = Cn - CbAb^{-1}An \tag{1}$$

si los costes reducidos son mayores o igual a 0 entonces significa que hemos llegado a solucion óptima y retornamos los valores mencionados anteriormente.

```
cn = self.c[list_nb]

An = self.A[:,list_nb]

cb = self.c[self.list_b]

r = cn - np.dot(np.dot(cb,inversa),An)
```

```
if np.all(r>=0):
    return it, xb,z_round,r
```

Listing 5: Cálculo y comprobacion de costes reducidos

En el caso en el que no encontramos solución óptima, seguimos la iteración encontrando el índice de la variable no básica que va a pasar a ser básica q. La variable que entra como básica es la que tenga coste reducido más pequeño, en el caso de empate de valores, escogeremos el de índice menor siguiendo la regla de Bland.

```
valor_minim = float('inf')

q = None
for index, valor in enumerate(r):
    if valor < valor_minim:
        valor_minim = valor
    q = list_nb[index]

elif valor == valor_minim:
    #REGLA DE BLAND
    if list_nb[index] < q:
        q = list_nb[index]</pre>
```

Listing 6: Codigo para encontrar la variable no básica que entra como básica

El siguiente paso es sacar la dirección básica factible, que nos permitirá encontrar el valor de theta para poder hacer las actualizaciones, saber si el problema es no acotado y nos dejará escoger la variable básica que se convertirá en no básica. la fórmula para calcular la dirección básica factible es la siguiente:

$$d_B = -B^{-1}A_a \tag{2}$$

Donde Aq es el valor de la matriz A en la columna q. Si todos los valores de la dirección básica factible son positivas o igual a 0, significa que el problema es no acotado y por tanto retornaríamos 1.

```
1
2    Aq = self.A[:,q]
3    db = np.dot(-1*inversa,Aq)
4
5    if np.all(db>=0):
6       return 1
```

Listing 7: Cálculo de la dirección básica factible

Una vez hemos calculado la dirección básica factible, miramos que variable básica tiene el valor más pequeño de dirección, esa será la variable básica que se convertirá en no básica p. Al igual que a la hora de seleccionar la q, escogeremos la variable que tenga valor p más pequeño si se da el caso de

empate de valores, usando la regla de Bland. Con la variable básica escogida, calculamos el valor de la theta usando la fórmula siguiente:

$$\theta^* = -\frac{x_{B(p)}}{d_{B(p)}} \tag{3}$$

Donde B(p) es la variable básica que está en la posicion p de la lista. El código haciendo toda esta sección es el siguiente:

```
theta = float('inf')

p = None

for i,dbi in enumerate(db):
    if dbi<0:
        if (-xb[i]/dbi)<theta:
        theta = (-xb[i]/dbi)
        p = i</pre>
```

Listing 8: Cálculo de la theta y escoger la p

Una vez sabemos todos los datos sobre que variables entran y salen, actualizamos nuestros datos acorde a estos cambios:

las fórmulas que utilizaremos para actualizar los diferentes parámetros son:

• Actualización de z:

$$z = z + \theta^* r_a \tag{4}$$

• Actualización de xb y xq (el valor de X que entra como básica, ya que no actualizaremos todos las X no básicas)

$$x_B = x_B + \theta d_B, \quad x_q := \theta \tag{5}$$

Una vez actualizamos los valores de Xb, comprobamos que los valores sean positivos o iguales a 0, para mantener la factibilidad. Si no es el caso, entonces consideramos que el problema es infactible y retornamos 0

• Actualización de la inversa:

$$B_{\rm it\_actual}^{-1} = EB_{\rm it\_previa}^{-1} \tag{6}$$

donde:

$$E = (e_1, e_2, \dots, e_{p-1}, \eta_p, e_{p+1}, \dots, e_m)$$
(7)

У

$$\eta_p = \begin{cases}
-\frac{d_{iq}}{d_{pq}}, & i \neq p \\
-\frac{1}{d_{pq}}, & i = p
\end{cases}$$
(8)

Por último, una vez actualizados todos los valores intercambiamos de listas a las variables p y q para completar la actualización. El código donde ocurren todos los cambios es el siguiente:

```
#actualitzacio z
      i_q = np.where(list_nb == q)
      i_q = np.squeeze(i_q)
      z = z + theta * r[i_q]
      #actualitzacio de Xb
      xb = xb + theta*db
      xq = theta
      xb[p] = xq
      if np.all(xb < 0):
          #existe elemento de xb negativo, por tanto infactible
          #0 es el indicador de infactibilidad
          return 0
      #actualitzacio de la inversa
18
      matriu_E = np.eye(self.m)
      columna_P = np.zeros((self.m, 1))
20
      for i in range(self.m):
          if i == p:
22
              columna_P[i,0] = -1/db[p]
              columna_P[i,0] = -db[i]/db[p]
      matriu_E[:,p] = columna_P[:,0]
26
      inversa = np.dot(matriu_E,inversa)
      #actualitzacio de list_b,list_nb
      valor_p = self.list_b[p]
      self.list_b[p] = q
31
      list_nb[i_q] = valor_p
```

Listing 9: Cálculo de la theta y escoger la p

Aquí llegaría el final de la iteración, en el cual caso volvería a calcular los costes reducidos y comprobaría si la solución calculada es la óptima.

#### 2.2.4 Solve

Este método público es el que fusiona la fase I con la fase II. Como hemos mencionado anteriormente, la fase I y II són métodos privados que por si solas no acabarían de funcionar, el método solve se encarga de que se ejecuten juntos y es el que el usuario puede llamar. El método usará llamará a la fase I para encontrar la SBF inicial del problema, en el cual llamará a la fase II para resolverlo. En el código también se encontrarán todas las impresiones por pantalla del resultado del problema.

## 3 Resultados del Problema

En este apartado usaremos la clase que hemos creado para resolver los problemas que se nos han asignado en el enunciado de la práctica. En todas las iteraciones, para asegurar que nuestros resultados son los correctos, los comparamos con un algoritmo de programación lineal de la librería linprog.

#### 3.1 Problema 1:

```
1 -----INICI SIMPLEX PRIMAL AMB LA REGLA DE BLAND-------
    -----FASE I------
6 DATOS INICIALES:
 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 25 26 27 28 29]
8 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
y z = 2457.0
12 iteracio 1: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 23, theta*= 0.16, z=2367.08
 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 5 24 25 26 27 28 29]
 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 23 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
16 iteracio 2: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 28, theta*= 0.0645, z=2333.3873
17 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 5 24 25 26 27 10 29]
18 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 23 6 7 8 9 28 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
20 iteracio 3: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 20, theta*= 0.5631, z=1912.2231
21 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 22 5 24 25 26 27 10 29]
22 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 20 3 4 23 6 7 8 9 28 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
iteracio 4: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 5, theta*= 1.2013, z=1247.5967
25 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 22 6 24 25 26 27 10 29]
26 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 20 3 4 23 5 7 8 9 28 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
28 iteracio 5: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 29, theta*= 0.0874, z=1100.7954
29 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 22 6 24 25 26 27 10 12]
```

```
30 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 20 3 4 23 5 7 8 9 28 11 29 13 14 15 16 17
     18 197
32 iteracio 6: Var ENTRA = 0, VAR SURT= 26, theta*= 0.0497, z=1086.9962
33 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 22 6 24 25 0 27 10 12]
34 VARIABLES NO BASICAS = [26  1 20  3  4 23  5  7  8  9 28 11 29 13 14 15 16 17
      18 19]
36 iteracio 7: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 12, theta*= 0.1708, z=1030.2206
37 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 22 6 24 25 0 27 10 4]
38 VARIABLES NO BASICAS = [26  1 20  3 12 23  5  7  8  9 28 11 29 13 14 15 16 17
     18 19]
40 iteracio 8: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 27, theta*= 0.2214, z=880.4698
41 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 22 6 24 25 0 1 10 4]
42 VARIABLES NO BASICAS = [26 27 20 3 12 23 5 7 8 9 28 11 29 13 14 15 16 17
     18 19]
44 iteracio 9: Var ENTRA = 13, VAR SURT= 25, theta*= 0.2861, z=734.0546
45 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 22 6 24 13 0 1 10 4]
46 VARIABLES NO BASICAS = [26 27 20 3 12 23 5 7 8 9 28 11 29 25 14 15 16 17
     18 19]
48 iteracio 10: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 22, theta*= 1.0678, z=106.6352
49 VARIABLES BASICAS = [ 2 21 3 6 24 13 0 1 10 4]
50 VARIABLES NO BASICAS = [26 27 20 22 12 23 5 7 8 9 28 11 29 25 14 15 16 17
     18 19]
52 iteracio 11: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 21, theta*= 0.0762, z=94.0188
53 VARIABLES BASICAS = [ 2 11  3  6  24  13  0  1  10  4]
54 VARIABLES NO BASICAS = [26 27 20 22 12 23 5 7 8 9 28 21 29 25 14 15 16 17
     18 19]
56 iteracio 12: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 24, theta*= 0.3594, z=0.0
57 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 3 6 12 13 0 1 10 4]
58 VARIABLES NO BASICAS = [26 27 20 22 24 23 5 7 8 9 28 21 29 25 14 15 16 17
      18 19]
     Soluci b sica factible trobada, iteracio 13
60
62
63 -----FASE II-----
65 DATOS INICIALES:
```

```
66 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 3 6 12 13 0 1 10 4]
67 VARIABLES NO BASICAS = [ 5 7 8 9 14 15 16 17 18 19]
68 z = 160.7161
69 ********************
_{71} iteracio 14: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 3, theta*= 3.1812, z=-334.029
72 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 6 12 13 0 1 10
73 VARIABLES NO BASICAS = [ 5 7 3 9 14 15 16 17 18 19]
_{75} iteracio 15: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 12, theta*= 0.3009, z=-381.7482
76 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 6 5 13 0 1 10 4]
_{79} iteracio 16: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 1, theta*= 0.2534, z=-455.0734
80 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 6 5 13 0 7 10 4]
_{83} iteracio 17: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 13, theta*= 1.5226, z=-568.4981
84 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 6 5 9 0 7 10 4]
_{87} iteracio 18: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 4, theta*= 0.1774, z=-589.046
88 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 6 5 9 0 7 10 1]
89 VARIABLES NO BASICAS = [12 4 3 13 14 15 16 17 18 19]
91 iteracio 19: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 6, theta*= 0.3373, z=-592.4894
92 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 12 5 9 0 7 10 1]
93 VARIABLES NO BASICAS = [ 6 4 3 13 14 15 16 17 18 19]
95 iteracio 20: Var ENTRA = 15, VAR SURT= 1, theta*= 1.0098, z=-592.7855
96 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 12 5 9 0 7 10 15]
97 VARIABLES NO BASICAS = [ 6 4 3 13 14 1 16 17 18 19]
99 iteracio 21: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 12, theta*= 0.3172, z=-594.8032
100 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 6 5 9 0 7 10 15]
101 VARIABLES NO BASICAS = [12  4  3 13 14  1 16 17 18 19]
103 iteracio 22: Var ENTRA = 18, VAR SURT= 5, theta*= 211.7008, z=-643.8686
104 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 6 18 9 0 7 10 15]
105 VARIABLES NO BASICAS = [12  4  3 13 14  1 16 17  5 19]
107 iteracio 23: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 6, theta*= 0.1114, z=-646.453
108 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 12 18 9 0 7 10 15]
109 VARIABLES NO BASICAS = [ 6 4 3 13 14 1 16 17 5 19]
```

```
111 iteracio 24: Var ENTRA = 17, VAR SURT= 7, theta*= 54.9626, z=-657.8814
112 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 12 18 9 0 17 10 15]
113 VARIABLES NO BASICAS = [ 6 4 3 13 14 1 16 7 5 19]
115 iteracio 25: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 9, theta*= 0.1455, z=-658.9379
116 VARIABLES BASICAS = [ 2 11 8 12 18 5 0 17 10 15]
117 VARIABLES NO BASICAS = [ 6 4 3 13 14 1 16 7 9 19]
Solucio optima trobada, iteracio 26, z = -658.9379
120 -----FI SIMPLEX PRIMAL------
123 -----SOLUCIO OPTIMA:----
vb = [ 2 11 8 12 18 5 0 17 10 15]
125 \text{ xb} = [ 0.9635 \quad 2.7423 \quad 5.9673 \quad 0.7958 \quad 260.4398 \quad 0.1455 \quad 0.4599 \quad 83.0706 
2.227 131.248 ]
z = -658.9379
r = [78.7802 \ 36.2936 \ 245.8061 \ 102.1944 \ 0.4503 \ 81.5444 \ 0.1302 \ 77.3587]
    6.1322 0.2478]
131 Resultat de la funcio linprog de scipy: z = -658.9378780741215
```

Listing 10: Resultados problema 1

### 3.2 Problema 2:

```
15 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 20 10 11 12 13 14 15 16 17
      18 197
17 iteracio 2: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 29, theta*= 1.2506, z=1901.2918
18 VARIABLES BASICAS = [ 9 21 22 23 24 25 26 27 28 6]
19 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 29 7 8 20 10 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
21 iteracio 3: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 28, theta*= 0.0663, z=1805.898
22 VARIABLES BASICAS = [ 9 21 22 23 24 25 26 27 5 6]
23 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 28 29 7 8 20 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 197
25 iteracio 4: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 27, theta*= 0.5666, z=1253.0816
26 VARIABLES BASICAS = [ 9 21 22 23 24 25 26 1 5 6]
27 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2  3  4 28 29  7  8 20 10 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
29 iteracio 5: Var ENTRA = 13, VAR SURT= 26, theta*= 0.8012, z=748.1489
30 VARIABLES BASICAS = [ 9 21 22 23 24 25 13 1 5 6]
31 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2  3  4 28 29  7  8 20 10 11 12 26 14 15 16 17
      18 19]
33 iteracio 6: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 25, theta*= 0.5425, z=363.2885
34 VARIABLES BASICAS = [ 9 21 22 23 24 3 13 1 5 6]
35 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 25  4 28 29  7  8 20 10 11 12 26 14 15 16 17
      18 19]
37 iteracio 7: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 21, theta*= 0.02, z=347.9458
38 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 22 23 24 3 13 1 5 6]
39 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 25  4 28 29  7  8 20 10 21 12 26 14 15 16 17
     18 19]
41 iteracio 8: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 23, theta*= 0.2345, z=273.7701
42 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 22 12 24 3 13 1 5 6]
43 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 25  4 28 29  7  8 20 10 21 23 26 14 15 16 17
      18 19]
45 iteracio 9: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 12, theta*= 0.8535, z=93.2319
46 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 22 4 24 3 13 1 5 6]
47 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 25 12 28 29  7  8 20 10 21 23 26 14 15 16 17
     18 19]
49 iteracio 10: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 24, theta*= 0.0789, z=66.6422
```

```
50 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 22 4 8 3 13 1 5 6]
51 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 25 12 28 29  7 24 20 10 21 23 26 14 15 16 17
     18 19]
53 iteracio 11: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 8, theta*= 0.3218, z=21.2329
54 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 22 4 10 3 13 1 5 6]
55 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 25 12 28 29  7 24 20  8 21 23 26 14 15 16 17
     18 197
57 iteracio 12: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 22, theta*= 0.0254, z=0.0
58 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 12 4 10 3 13 1 5 6]
59 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 25 22 28 29  7 24 20  8 21 23 26 14 15 16 17
     18 19]
     Solucio basica factible trobada, iteracio 13
64 -----FASE II------
66 DATOS INICIALES:
67 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 12 4 10 3 13 1 5 6]
68 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 2 7 8 14 15 16 17 18 19]
z = -253.0924
72 iteracio 14: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 10, theta*= 1.8333, z=-399.3651
73 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 12 4 2 3 13 1 5 6]
74 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 10 7 8 14 15 16 17 18 19]
76 iteracio 15: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 5, theta*= 0.6793, z=-495.0784
77 VARIABLES BASICAS = [ 9 11 12 4 2 3 13 1 7 6]
78 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 10 5 8 14 15 16 17 18 19]
so iteracio 16: Var ENTRA = 16, VAR SURT= 11, theta*= 160.84, z=-742.6768
81 VARIABLES BASICAS = [ 9 16 12 4 2 3 13 1 7 6]
82 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 10 5 8 14 15 11 17 18 19]
_{84} iteracio 17: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 9, theta*= 0.1003, z=-774.6735
85 VARIABLES BASICAS = [10 16 12 4 2 3 13 1 7 6]
86 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 9 5 8 14 15 11 17 18 19]
_{88} iteracio 18: Var ENTRA = 15, VAR SURT= 6, theta*= 106.745, z=-852.6337
89 VARIABLES BASICAS = [10 16 12 4 2 3 13 1 7 15]
90 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 9 5 8 14 6 11 17 18 19]
```

```
92 iteracio 19: Var ENTRA = 17, VAR SURT= 7, theta*= 33.1434, z=-905.2329
93 VARIABLES BASICAS = [10 16 12 4 2 3 13 1 17 15]
94 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 9 5 8 14 6 11 7 18 19]
96 iteracio 20: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 3, theta*= 0.1287, z=-909.8677
97 VARIABLES BASICAS = [10 16 12 4 2 5 13 1 17 15]
98 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 9 3 8 14 6 11 7 18 19]
100 iteracio 21: Var ENTRA = 18, VAR SURT= 5, theta*= 36.4113, z=-923.8064
101 VARIABLES BASICAS = [10 16 12 4 2 18 13 1 17 15]
102 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 9 3 8 14 6 11 7 5 19]
_{104} Solucio optima trobada, iteracio 22, z = -923.8064
105 -----FI SIMPLEX PRIMAL-----
106
108 -----SOLUCIO OPTIMA:----
vb = [10 16 12 4 2 18 13 1 17 15]
_{110} xb = [ 0.4482 306.7108 1.9881 0.282 5.3239 36.4113 3.1411 3.6098
111 15.6138 178.671 ]
z = -923.8064
r = [123.513 \quad 102.5504 \quad 74.9577 \quad 225.2787 \quad 0.4216 \quad 0.1356 \quad 112.909 \quad 63.7384]
114 108.2674 0.0345]
115
Resultat de la funcio linprog de scipy: z = -923.8063943321122
```

Listing 11: Resultados problema 2

#### 3.3 Problema 3:

```
13 iteracio 1: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 27, theta*= 0.337, z=1072.6522
14 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 25 26 3 28 29]
15 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
17 iteracio 2: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 25, theta*= 0.2955, z=997.8668
18 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 9 26 3 28 29]
19 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 7 8 25 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
21 iteracio 3: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 29, theta*= 0.6364, z=834.4715
22 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 9 26 3 28 8]
23 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 7 29 25 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
25 iteracio 4: Var ENTRA = 13, VAR SURT= 3, theta*= 0.0446, z=832.5599
26 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 9 26 13 28 8]
27 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 7 29 25 10 11 12 3 14 15 16 17
     18 19]
29 iteracio 5: Var ENTRA = 14, VAR SURT= 24, theta*= 152.2482, z=680.3117
30 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 14 9 26 13 28 8]
31 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 7 29 25 10 11 12 3 24 15 16 17
     18 197
33 iteracio 6: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 13, theta*= 0.0399, z=674.8331
34 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 14 9 26 3 28 8]
35 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 7 29 25 10 11 12 13 24 15 16 17
     18 197
37 iteracio 7: Var ENTRA = 16, VAR SURT= 26, theta*= 78.6778, z=596.1552
38 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 14 9 16 3 28 8]
39 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 7 29 25 10 11 12 13 24 15 26 17
     18 19]
41 iteracio 8: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 3, theta*= 0.1686, z=588.0964
42 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 14 9 16 7 28 8]
43 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 3 29 25 10 11 12 13 24 15 26 17
      18 197
_{45} iteracio 9: Var ENTRA = 19, VAR SURT= 8, theta*= 17.1227, z=584.941
46 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 14 9 16 7 28 19]
47 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 27 4 5 6 3 29 25 10 11 12 13 24 15 26 17
```

```
18 8]

48

49 PROBLEMA NO FACTIBLE: fase 1

50

51 Resultat de la funcio linprog de scipy: z = None
```

Listing 12: Resultados problema 3

#### 3.4 Problema 4:

```
2 -----INICI SIMPLEX PRIMAL AMB LA REGLA DE BLAND-------
 -----FASE I-----
7 DATOS INICIALES:
8 VARIABLES BASICAS = [24 25 26 27 28 29 30 31 32 33]
9 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
z = 7294.0
13 iteracio 1: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 28, theta*= 7.9792, z=1341.5417
14 VARIABLES BASICAS = [24 25 26 27 2 29 30 31 32 33]
15 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 28 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
17 iteracio 2: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 29, theta*= 0.3966, z=1146.4189
18 VARIABLES BASICAS = [24 25 26 27 2 1 30 31 32 33]
19 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
_{21} iteracio 3: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 24, theta*= 0.7295, z=848.4006
22 VARIABLES BASICAS = [ 6 25 26 27 2 1 30 31 32 33]
23 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 3 4 5 24 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
iteracio 4: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 25, theta*= 0.5561, z=573.326
26 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 26 27 2 1 30 31 32 33]
27 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 3 4 5 24 7 8 25 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
29 iteracio 5: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 31, theta*= 0.2216, z=341.0555
30 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 26 27 2 1 30 10 32 33]
```

```
31 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 3 4 5 24 7 8 25 31 11 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
33 iteracio 6: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 33, theta*= 0.3274, z=244.9817
34 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 26 27 2 1 30 10 32 5]
35 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 3 4 33 24 7 8 25 31 11 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
37 iteracio 7: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 10, theta*= 0.0447, z=213.279
38 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 26 27 2 1 30 12 32 5]
39 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 3 4 33 24 7 8 25 31 11 10 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
41 iteracio 8: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 27, theta*= 0.1618, z=123.3006
42 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 26 4 2 1 30 12 32 5]
43 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 3 27 33 24 7 8 25 31 11 10 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
45 iteracio 9: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 12, theta*= 0.0643, z=111.1979
46 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 26 4 2 1 30 10 32 5]
47 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28  3 27 33 24  7  8 25 31 11 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
49 iteracio 10: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 26, theta*= 0.0978, z=92.151
50 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 7 4 2 1 30 10 32 5]
51 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28  3 27 33 24 26  8 25 31 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
53 iteracio 11: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 30, theta*= 0.0502, z=82.3583
54 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 7 4 2 1 3 10 32 5]
55 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 30 27 33 24 26 8 25 31 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
57 iteracio 12: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 7, theta*= 0.4243, z=64.906
58 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 11 4 2 1 3 10 32 5]
59 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 30 27 33 24 26 8 25 31 7 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
61 iteracio 13: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 4, theta*= 0.2146, z=32.195
62 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 11 8 2 1 3 10 32 5]
63 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 28 30 27 33 24 26 4 25 31 7 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
65 iteracio 14: Var ENTRA = 0, VAR SURT= 32, theta*= 0.1746, z=-0.0
```

```
66 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 11 8 2 1 3 10 0 5]
67 VARIABLES NO BASICAS = [32 29 28 30 27 33 24 26 4 25 31 7 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
      Solucio basica factible trobada, iteracio 15
69
72 -----FASE II------
73 **********************
74 DATOS INICIALES:
75 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 11 8 2 1 3 10 0 5]
76 VARIABLES NO BASICAS = [ 4 7 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
z = -810.0444
so iteracio 16: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 1, theta*= 2.7374, z=-926.5401
81 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 11 8 2 4 3 10 0 5]
82 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 7 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
_{84} iteracio 17: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 2, theta*= 0.9211, z=-942.84
85 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 11 8 7 4 3 10 0 5]
86 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 2 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
88 iteracio 18: Var ENTRA = 13, VAR SURT= 11, theta*= 0.2129, z=-947.7329
89 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 13 8 7 4 3 10 0 5]
90 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 2 12 11 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
92 iteracio 19: Var ENTRA = 14, VAR SURT= 13, theta*= 19.7289, z=-983.7744
93 VARIABLES BASICAS = [ 6 9 14 8 7 4 3 10 0 5]
94 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 2 12 11 13 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
96 iteracio 20: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 6, theta*= 0.3295, z=-1013.7202
97 VARIABLES BASICAS = [12 9 14 8 7 4 3 10 0 5]
98 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 2 6 11 13 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
100 iteracio 21: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 7, theta*= 1.5682, z=-1068.5913
101 VARIABLES BASICAS = [12 9 14 8 2 4 3 10 0 5]
102 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 7 6 11 13 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
104 iteracio 22: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 0, theta*= 1.4111, z=-1093.8739
105 VARIABLES BASICAS = [12 9 14 8 2 4 3 10 1 5]
106 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 7 6 11 13 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
_{108} iteracio 23: Var ENTRA = 22, VAR SURT= 12, theta*= 27.1483, z=-1143.353
```

```
109 VARIABLES BASICAS = [22 9 14 8 2 4 3 10 1 5]
110 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 7 6 11 13 15 16 17 18 19 20 21 12 23]
112 iteracio 24: Var ENTRA = 23, VAR SURT= 9, theta*= 32.1729, z=-1191.3389
113 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 8 2 4 3 10 1 5]
114 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 7 6 11 13 15 16 17 18 19 20 21 12 9]
116 iteracio 25: Var ENTRA = 20, VAR SURT= 2, theta*= 388.8788, z=-1417.6425
117 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 8 20 4 3 10 1 5]
118 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 7 6 11 13 15 16 17 18 19 2 21 12 9]
120 iteracio 26: Var ENTRA = 19, VAR SURT= 10, theta*= 182.9393, z=-1567.3668
VARIABLES BASICAS = [22 23 14 8 20 4 3 19 1 5]
122 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 7 6 11 13 15 16 17 18 10 2 21 12 9]
124 iteracio 27: Var ENTRA = 21, VAR SURT= 5, theta*= 739.8274, z=-2157.371
125 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 8 20 4 3 19 1 21]
126 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 7 6 11 13 15 16 17 18 10 2 5 12 9]
128 iteracio 28: Var ENTRA = 18, VAR SURT= 8, theta*= 453.8014, z=-2823.8957
129 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 18 20 4 3 19 1 21]
130 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 7 6 11 13 15 16 17 8 10 2 5 12 9]
132 iteracio 29: Var ENTRA = 0, VAR SURT= 1, theta*= 3.94, z=-3351.0012
133 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 18 20 4 3 19 0 21]
134 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 7 6 11 13 15 16 17 8 10 2 5 12 9]
136 iteracio 30: Var ENTRA = 17, VAR SURT= 0, theta*= 233.3848, z=-4449.3235
137 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 18 20 4 3 19 17 21]
138 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 7 6 11 13 15 16 0 8 10 2 5 12 9]
140 iteracio 31: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 4, theta*= 5.4565, z=-4736.4294
141 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 18 20 8 3 19 17 21]
142 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 7 6 11 13 15 16 0 4 10 2 5 12 9]
143
144 iteracio 32: Var ENTRA = 16, VAR SURT= 8, theta*= 908.5, z=-10648.5
145 VARIABLES BASICAS = [22 23 14 18 20 16 3 19 17 21]
146 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 7 6 11 13 15 8 0 4 10 2 5 12 9]
148 PROBLEMA NO ACOTAT
Resultat de la funcio linprog de scipy: z = None
151
```

Listing 13: Resultados problema 4

#### 3.5 Problema 5:

```
2 -----INICI SIMPLEX PRIMAL AMB LA REGLA DE BLAND------
4 -----FASE I------
7 DATOS INICIALES:
8 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 25 26 27 28 29]
9 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
z = 2692.0
13 iteracio 1: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 22, theta*= 0.3253, z=2567.4096
14 VARIABLES BASICAS = [20 21 7 23 24 25 26 27 28 29]
15 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 22 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
17 iteracio 2: Var ENTRA = 0, VAR SURT= 27, theta*= 0.2507, z=2360.8694
18 VARIABLES BASICAS = [20 21 7 23 24 25 26 0 28 29]
18 19]
21 iteracio 3: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 23, theta*= 0.2214, z=2052.3844
22 VARIABLES BASICAS = [20 21 7 3 24 25 26 0 28 29]
23 VARIABLES NO BASICAS = [27  1  2  23  4  5  6  22  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17
     18 19]
iteracio 4: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 28, theta*= 0.2975, z=1757.4267
26 VARIABLES BASICAS = [20 21 7 3 24 25 26 0 6 29]
18 19]
29 iteracio 5: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 25, theta*= 0.0563, z=1712.6241
30 VARIABLES BASICAS = [20 21 7 3 24 1 26 0 6 29]
31 VARIABLES NO BASICAS = [27 25 2 23 4 5 28 22 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
33 iteracio 6: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 26, theta*= 0.3555, z=946.2598
```

```
34 VARIABLES BASICAS = [20 21 7 3 24 1 10 0 6 29]
35 VARIABLES NO BASICAS = [27 25 2 23 4 5 28 22 8 9 26 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
37 iteracio 7: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 29, theta*= 0.6423, z=630.2608
38 VARIABLES BASICAS = [20 21 7 3 24 1 10 0 6 9]
39 VARIABLES NO BASICAS = [27 25 2 23 4 5 28 22 8 29 26 11 12 13 14 15 16 17
     18 197
41 iteracio 8: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 21, theta*= 0.0171, z=618.9775
42 VARIABLES BASICAS = [20 4 7 3 24 1 10 0 6 9]
43 VARIABLES NO BASICAS = [27 25 2 23 21 5 28 22 8 29 26 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
45 iteracio 9: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 10, theta*= 0.6939, z=479.5829
46 VARIABLES BASICAS = [20 4 7 3 24 1 8 0 6 9]
47 VARIABLES NO BASICAS = [27 25 2 23 21 5 28 22 10 29 26 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
49 iteracio 10: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 20, theta*= 0.0908, z=295.3574
50 VARIABLES BASICAS = [ 2 4 7 3 24 1 8 0 6 9]
51 VARIABLES NO BASICAS = [27 25 20 23 21 5 28 22 10 29 26 11 12 13 14 15 16 17
     18 197
53 iteracio 11: Var ENTRA = 13, VAR SURT= 24, theta*= 1.3322, z=0.0
54 VARIABLES BASICAS = [ 2 4 7 3 13 1 8 0 6 9]
55 VARIABLES NO BASICAS = [27 25 20 23 21 5 28 22 10 29 26 11 12 24 14 15 16 17
     18 19]
     Solucio basica factible trobada, iteracio 12
60 -----FASE II------
62 DATOS INICIALES:
63 VARIABLES BASICAS = [ 2 4 7 3 13 1 8 0 6 9]
64 VARIABLES NO BASICAS = [ 5 10 11 12 14 15 16 17 18 19]
55 z = 500.5732
66 ********************
68 iteracio 13: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 2, theta*= 0.4951, z=407.1021
69 VARIABLES BASICAS = [12 4 7 3 13 1 8 0 6 9]
70 VARIABLES NO BASICAS = [ 5 10 11 2 14 15 16 17 18 19]
```

```
72 iteracio 14: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 9, theta*= 0.6465, z=298.3512
73 VARIABLES BASICAS = [12 4 7 3 13 1 8 0 6 10]
74 VARIABLES NO BASICAS = [ 5 9 11 2 14 15 16 17 18 19]
76 iteracio 15: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 8, theta*= 2.5642, z=-95.3299
77 VARIABLES BASICAS = [12 4 7 3 13 1 5 0 6 10]
78 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 9 11 2 14 15 16 17 18 19]
80 iteracio 16: Var ENTRA = 18, VAR SURT= 4, theta*= 294.4671, z=-253.1122
81 VARIABLES BASICAS = [12 18 7 3 13 1 5 0 6 10]
82 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 9 11 2 14 15 16 17 4 19]
_{84} iteracio 17: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 0, theta*= 0.3732, z=-284.2939
85 VARIABLES BASICAS = [12 18 7 3 13 1 5 11 6 10]
86 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 9 0 2 14 15 16 17 4 19]
_{88} iteracio 18: Var ENTRA = 19, VAR SURT= 11, theta*= 70.5558, z=-302.5871
89 VARIABLES BASICAS = [12 18 7 3 13 1 5 19 6 10]
90 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 9 0 2 14 15 16 17 4 11]
92 Solucio optima trobada, iteracio 19, z = -302.5871
  -----FI SIMPLEX PRIMAL------
96 -----SOLUCIO OPTIMA:-----
97 \text{ vb} = [12 \ 18 \ 7 \ 3 \ 13 \ 1 \ 5 \ 19 \ 6 \ 10]
98 xb = [ 1.078 412.7055 2.8659 0.8172 0.5283 4.326 1.531 70.5558
   0.3943 1.0639]
z = -302.5871
_{101} r = [133.6251 155.4228 76.1261 78.5938 0.2775 1.2935 0.3099
                                                                1.0647
   69.8598 49.0139]
Resultat de la funcio linprog de scipy: z = -302.58710761533985
105
```

Listing 14: Resultados problema 5

#### 3.6 Problema 6:

```
7 DATOS INICIALES:
8 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 25 26 27 28 29]
9 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
z = 1907.0
13 iteracio 1: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 25, theta*= 0.2899, z=1790.1884
14 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 9 26 27 28 29]
15 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 25 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
17 iteracio 2: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 20, theta*= 0.0469, z=1765.6735
18 VARIABLES BASICAS = [10 21 22 23 24 9 26 27 28 29]
19 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 25 20 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
iteracio 3: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 21, theta*= 0.4005, z=1425.0316
22 VARIABLES BASICAS = [10  2  22  23  24  9  26  27  28  29]
23 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 21 3 4 5 6 7 8 25 20 11 12 13 14 15 16 17
      18 19]
25 iteracio 4: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 29, theta*= 0.2313, z=1249.0737
26 VARIABLES BASICAS = [10  2 22 23 24  9 26 27 28  1]
27 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 21  3  4  5  6  7  8 25 20 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
29 iteracio 5: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 22, theta*= 0.0547, z=1194.0986
30 VARIABLES BASICAS = [10 2 11 23 24 9 26 27 28 1]
31 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 29 21  3  4  5  6  7  8 25 20 22 12 13 14 15 16 17
     18 19]
33 iteracio 6: Var ENTRA = 0, VAR SURT= 26, theta*= 0.1436, z=1054.7378
34 VARIABLES BASICAS = [10 2 11 23 24 9 0 27 28 1]
35 VARIABLES NO BASICAS = [26 29 21 3 4 5 6 7 8 25 20 22 12 13 14 15 16 17
      18 19]
37 iteracio 7: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 28, theta*= 0.0454, z=1015.1213
38 VARIABLES BASICAS = [10 2 11 23 24 9 0 27 5 1]
39 VARIABLES NO BASICAS = [26 29 21 3 4 28 6 7 8 25 20 22 12 13 14 15 16 17
     18 19]
41 iteracio 8: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 23, theta*= 1.661, z=408.4279
```

```
42 VARIABLES BASICAS = [10 2 11 6 24 9 0 27 5 1]
43 VARIABLES NO BASICAS = [26 29 21 3 4 28 23 7 8 25 20 22 12 13 14 15 16 17
      18 19]
45 iteracio 9: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 27, theta*= 0.0259, z=395.4524
46 VARIABLES BASICAS = [10 2 11 6 24 9 0 4 5 1]
47 VARIABLES NO BASICAS = [26 29 21 3 27 28 23 7 8 25 20 22 12 13 14 15 16 17
      18 197
49 iteracio 10: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 5, theta*= 0.9475, z=203.5486
50 VARIABLES BASICAS = [10 2 11 6 24 9 0 4 12 1]
51 VARIABLES NO BASICAS = [26 29 21 3 27 28 23 7 8 25 20 22 5 13 14 15 16 17
     18 19]
53 iteracio 11: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 2, theta*= 0.1223, z=150.9995
54 VARIABLES BASICAS = [10 8 11 6 24 9 0 4 12 1]
55 VARIABLES NO BASICAS = [26 29 21 3 27 28 23 7 2 25 20 22 5 13 14 15 16 17
      18 19]
iteracio 12: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 24, theta*= 0.2342, z=0.0
58 VARIABLES BASICAS = [10 8 11 6 5 9 0 4 12 1]
59 VARIABLES NO BASICAS = [26 29 21 3 27 28 23 7 2 25 20 22 24 13 14 15 16 17
     18 197
60
     Solucio basica factible trobada, iteracio 13
62
64 -----FASE II------
**********************
66 DATOS INICIALES:
67 VARIABLES BASICAS = [10 8 11 6 5 9 0 4 12 1]
68 VARIABLES NO BASICAS = [ 2 3 7 13 14 15 16 17 18 19]
e^{69} z = 248.5523
70 ********************************
72 iteracio 14: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 11, theta*= 0.58, z=172.7796
73 VARIABLES BASICAS = [10 8 2 6 5 9 0 4 12 1]
74 VARIABLES NO BASICAS = [11 3 7 13 14 15 16 17 18 19]
76 iteracio 15: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 4, theta*= 2.5746, z=-280.8974
77 VARIABLES BASICAS = [10 8 2 6 5 9 0 3 12 1]
78 VARIABLES NO BASICAS = [11  4  7 13 14 15 16 17 18 19]
so iteracio 16: Var ENTRA = 13, VAR SURT= 9, theta*= 0.6969, z=-408.164
```

```
81 VARIABLES BASICAS = [10 8 2 6 5 13 0 3 12 1]
82 VARIABLES NO BASICAS = [11  4  7  9 14 15 16 17 18 19]
84 iteracio 17: Var ENTRA = 19, VAR SURT= 12, theta*= 133.5485, z=-547.2926
85 VARIABLES BASICAS = [10 8 2 6 5 13 0 3 19 1]
86 VARIABLES NO BASICAS = [11 4 7 9 14 15 16 17 18 12]
18: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 6, theta*= 0.076, z=-562.5971
89 VARIABLES BASICAS = [10 8 2 7 5 13 0 3 19 1]
90 VARIABLES NO BASICAS = [11  4  6  9  14  15  16  17  18  12]
_{92} iteracio 19: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 10, theta*= 0.632, z=-593.5
93 VARIABLES BASICAS = [ 9 8 2 7 5 13 0 3 19 1]
94 VARIABLES NO BASICAS = [11  4  6 10 14 15 16 17 18 12]
96 iteracio 20: Var ENTRA = 15, VAR SURT= 0, theta*= 8.5594, z=-601.9362
97 VARIABLES BASICAS = [ 9 8 2 7 5 13 15 3 19 1]
98 VARIABLES NO BASICAS = [11  4  6  10  14  0  16  17  18  12]
100 iteracio 21: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 7, theta*= 0.3271, z=-605.7196
101 VARIABLES BASICAS = [ 9 8 2 11 5 13 15 3 19 1]
102 VARIABLES NO BASICAS = [ 7 4 6 10 14 0 16 17 18 12]
104 iteracio 22: Var ENTRA = 18, VAR SURT= 5, theta*= 50.4819, z=-636.8643
105 VARIABLES BASICAS = [ 9 8 2 11 18 13 15 3 19 1]
106 VARIABLES NO BASICAS = [ 7 4 6 10 14 0 16 17 5 12]
108 iteracio 23: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 11, theta*= 0.0103, z=-638.3303
109 VARIABLES BASICAS = [ 9 8 2 10 18 13 15 3 19 1]
110 VARIABLES NO BASICAS = [ 7 4 6 11 14 0 16 17 5 12]
112 iteracio 24: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 9, theta*= 0.1148, z=-645.8968
113 VARIABLES BASICAS = [12 8 2 10 18 13 15 3 19 1]
114 VARIABLES NO BASICAS = [ 7 4 6 11 14 0 16 17 5 9]
115
Solucio optima trobada, iteracio 25, z = -645.8968
117 -----FI SIMPLEX PRIMAL-----
120 -----SOLUCIO OPTIMA:-----
vb = [12 8 2 10 18 13 15 3 19 1]
122 \text{ xb} = \begin{bmatrix} 0.1148 & 1.7172 & 4.4116 & 0.1306 & 81.952 & 4.4678 & 12.9125 \end{bmatrix}
                                                                     3.0864
123 274.9993 0.3005]
z = -645.8968
```

```
r = [80.3897 77.8287 173.7581 65.211 0.7232 155.5761 0.3249 0.4006
84.3181 23.3664]

Resultat de la funcio linprog de scipy: z = -645.8968206701927
```

Listing 15: Resultados problema 6

# 3.7 Problema 7:

```
3 -----INICI SIMPLEX PRIMAL AMB LA REGLA DE BLAND------
 -----FASE I-----
8 DATOS INICIALES:
9 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 23 24 25 26 27 28 29]
10 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
z = 1291.0
14 iteracio 1: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 23, theta*= 0.2609, z=1086.2174
15 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 9 24 25 26 27 28 29]
16 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 23 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
18 iteracio 2: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 29, theta*= 0.0434, z=1003.2589
19 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 9 24 25 26 27 28 8]
20 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 29 23 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
_{22} iteracio 3: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 8, theta*= 0.0686, z=964.5185
23 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 9 24 25 26 27 28 6]
24 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 8 7 29 23 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19]
26 iteracio 4: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 28, theta*= 0.2769, z=806.9181
27 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 9 24 25 26 27 7 6]
28 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 8 28 29 23 10 11 12 13 14 15 16 17
    18 19]
```

```
30 iteracio 5: Var ENTRA = 15, VAR SURT= 25, theta*= 56.1059, z=750.8121
31 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 9 24 15 26 27 7 6]
32 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 8 28 29 23 10 11 12 13 14 25 16 17 18 19]
33
34 iteracio 6: Var ENTRA = 17, VAR SURT= 27, theta*= 33.6761, z=717.1361
35 VARIABLES BASICAS = [20 21 22 9 24 15 26 17 7 6]
36 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 8 28 29 23 10 11 12 13 14 25 16 27 18 19]
37
38 PROBLEMA NO FACTIBLE: fase 1
39
40 Resultat de la funcio linprog de scipy: z = None
```

Listing 16: Resultados problema 7

#### 3.8 Problema 8:

```
3 Resultat del problema 8:
5 -----INICI SIMPLEX PRIMAL AMB LA REGLA DE BLAND------
 -----FASE I-----
9 **************
10 DATOS INICIALES:
11 VARIABLES BASICAS = [24 25 26 27 28 29 30 31 32 33]
12 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
z = 7068.0
16 iteracio 1: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 28, theta*= 7.5208, z=2029.0417
17 VARIABLES BASICAS = [24 25 26 27 3 29 30 31 32 33]
18 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 28 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
_{20} iteracio 2: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 25, theta*= 0.8372, z=1585.285
21 VARIABLES BASICAS = [24  7  26  27  3  29  30  31  32  33]
22 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 28 4 5 6 25 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
_{24} iteracio 3: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 33, theta*= 1.0238, z=1207.9047
```

```
25 VARIABLES BASICAS = [24  7  26  27  3  29  30  31  32  4]
VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 28 33 5 6 25 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
28 iteracio 4: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 32, theta*= 0.5083, z=1073.6493
29 VARIABLES BASICAS = [24  7  26  27  3  29  30  31  11  4]
30 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 1 2 28 33 5 6 25 8 9 10 32 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
32 iteracio 5: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 27, theta*= 0.9786, z=669.4173
33 VARIABLES BASICAS = [24  7  26  1  3  29  30  31  11  4]
34 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27  2 28 33  5  6 25  8  9 10 32 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
iteracio 6: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 4, theta*= 1.0311, z=376.4738
37 VARIABLES BASICAS = [24  7  26  1  3  29  30  31  11  2]
38 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27 4 28 33 5 6 25 8 9 10 32 12 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
40 iteracio 7: Var ENTRA = 8, VAR SURT= 24, theta*= 0.2821, z=284.3222
41 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 26 1 3 29 30 31 11 2]
42 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27 4 28 33 5 6 25 24 9 10 32 12 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
44 iteracio 8: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 26, theta*= 0.0151, z=278.47
45 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 12 1 3 29 30 31 11 2]
46 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27 4 28 33 5 6 25 24 9 10 32 26 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
48 iteracio 9: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 29, theta*= 0.2073, z=173.8712
49 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 12 1 3 4 30 31 11 2]
50 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27 29 28 33 5 6 25 24 9 10 32 26 13 14 15 16 17
      18 19 20 21 22 23]
52 iteracio 10: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 30, theta*= 1.3137, z=11.6255
53 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 12 1 3 4 6 31 11 2]
54 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27 29 28 33 5 30 25 24 9 10 32 26 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
_{56} iteracio 11: Var ENTRA = 9, VAR SURT= 31, theta*= 0.141, z=0.0
57 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 12 1 3 4 6 9 11 2]
58 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 27 29 28 33 5 30 25 24 31 10 32 26 13 14 15 16 17
     18 19 20 21 22 23]
```

```
Solucio basica factible trobada, iteracio 12
62
  -----FASE II------
65 DATOS INICIALES:
66 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 12 1 3 4 6 9 11 2]
67 VARIABLES NO BASICAS = [ 0 5 10 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
z = -634.4746
69 *************
71 iteracio 13: Var ENTRA = 0, VAR SURT= 1, theta*= 0.8453, z=-664.039
72 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 12 0 3 4 6 9 11 2]
73 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 5 10 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
75 iteracio 14: Var ENTRA = 5, VAR SURT= 12, theta*= 1.529, z=-723.4032
76 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 5 0 3 4 6 9 11 2]
77 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 12 10 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
79 iteracio 15: Var ENTRA = 10, VAR SURT= 3, theta*= 0.2154, z=-733.9843
80 VARIABLES BASICAS = [ 8 7 5 0 10 4 6 9 11 2]
81 VARIABLES NO BASICAS = [ 1 12  3 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
83 iteracio 16: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 8, theta*= 0.5172, z=-756.8774
84 VARIABLES BASICAS = [ 1 7 5 0 10 4 6 9 11 2]
85 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  3 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
87 iteracio 17: Var ENTRA = 13, VAR SURT= 1, theta*= 1.5007, z=-785.6456
88 VARIABLES BASICAS = [13 7 5 0 10 4 6 9 11 2]
89 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 3 1 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
_{91} iteracio 18: Var ENTRA = 3, VAR SURT= 2, theta*= 0.0518, z=-786.3465
92 VARIABLES BASICAS = [13 7 5 0 10 4 6 9 11 3]
93 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  2  1 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
95 iteracio 19: Var ENTRA = 14, VAR SURT= 3, theta*= 8.9192, z=-794.0386
96 VARIABLES BASICAS = [13 7 5 0 10 4 6 9 11 14]
97 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  2  1  3 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
99 iteracio 20: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 7, theta*= 1.0044, z=-961.6642
101 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 2 7 3 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
_{103} iteracio \, 21: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 0, theta*= 1.2583, z=-981.0422
```

```
105 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  0  7  3 15 16 17 18 19 20 21 22 23]
107 iteracio 22: Var ENTRA = 22, VAR SURT= 6, theta*= 124.9404, z=-1122.1386
109 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 0 7 3 15 16 17 18 19 20 21 6 23]
111 iteracio 23: Var ENTRA = 0, VAR SURT= 1, theta*= 0.97, z=-1151.8318
112 VARIABLES BASICAS = [13  0  5  2  10  4  22  9  11  14]
113 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 1 7 3 15 16 17 18 19 20 21 6 23]
115 iteracio 24: Var ENTRA = 20, VAR SURT= 11, theta*= 74.328, z=-1313.3096
116 VARIABLES BASICAS = [13  0  5  2  10  4  22  9  20  14]
117 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 1 7 3 15 16 17 18 19 11 21 6 23]
119 iteracio 25: Var ENTRA = 1, VAR SURT= 0, theta*= 0.1748, z=-1367.0079
121 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  0  7  3 15 16 17 18 19 11 21  6 23]
123 iteracio 26: Var ENTRA = 7, VAR SURT= 2, theta*= 0.1434, z=-1369.6063
125 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  0  2  3 15 16 17 18 19 11 21  6 23]
127 iteracio 27: Var ENTRA = 16, VAR SURT= 7, theta*= 68.8027, z=-1497.2876
129 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 0 2 3 15 7 17 18 19 11 21 6 23]
131 iteracio 28: Var ENTRA = 11, VAR SURT= 9, theta*= 0.2407, z=-1719.7995
133 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  0  2  3 15  7 17 18 19  9 21  6 23]
135 iteracio 29: Var ENTRA = 21, VAR SURT= 11, theta*= 24.8838, z=-1769.8213
137 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 0 2 3 15 7 17 18 19 9 11 6 23]
138
139 iteracio 30: Var ENTRA = 2, VAR SURT= 4, theta*= 2.0056, z=-2070.2979
141 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  0  4  3 15  7 17 18 19  9 11  6 23]
143 iteracio 31: Var ENTRA = 17, VAR SURT= 10, theta*= 661.3607, z=-3668.1423
145 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12  0  4  3 15  7 10 18 19  9 11  6 23]
_{147} iteracio 32: Var ENTRA = 4, VAR SURT= 1, theta*= 1.5852, z=-4187.4449
```

```
148 VARIABLES BASICAS = [13  4  5 16 17  2 22 21 20 14]
149 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 12 0 1 3 15 7 10 18 19 9 11 6 23]
150
151 iteracio 33: Var ENTRA = 12, VAR SURT= 5, theta*= 2.2268, z=-4361.1649
152 VARIABLES BASICAS = [13  4 12 16 17  2 22 21 20 14]
153 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 5 0 1 3 15 7 10 18 19 9 11 6 23]
155 iteracio 34: Var ENTRA = 6, VAR SURT= 2, theta*= 1.0497, z=-4390.4986
156 VARIABLES BASICAS = [13  4 12 16 17  6 22 21 20 14]
157 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 5 0 1 3 15 7 10 18 19 9 11 2 23]
159 iteracio 35: Var ENTRA = 19, VAR SURT= 6, theta*= 112.7477, z=-4963.8949
160 VARIABLES BASICAS = [13  4 12 16 17 19 22 21 20 14]
161 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 5 0 1 3 15 7 10 18 6 9 11 2 23]
163 iteracio 36: Var ENTRA = 15, VAR SURT= 4, theta*= 743.3908, z=-10587.8824
164 VARIABLES BASICAS = [13 15 12 16 17 19 22 21 20 14]
165 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 5 0 1 3 4 7 10 18 6 9 11 2 23]
167 iteracio 37: Var ENTRA = 23, VAR SURT= 12, theta*= 404.0, z=-18050.0
168 VARIABLES BASICAS = [13 15 23 16 17 19 22 21 20 14]
169 VARIABLES NO BASICAS = [ 8 5 0 1 3 4 7 10 18 6 9 11 2 12]
171 PROBLEMA NO ACOTAT
Resultat de la funcio linprog de scipy: z = None
```

Listing 17: Resultados problema 8