

## Programme de khôlle semaine 21

## Questions de cours: v.a.r.d. : Énoncés et preuves des résultats suivants

- Si  $X$  est à valeurs dans  $\mathbb{N}$  et d'espérance finie alors  $E(X) = \sum_{n \geq 1} P(X \geq n)$ .
- Espérance et variance des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson.
- Approximation binomiale-Poisson.
- Fonctions génératrices de variables suivant des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson.
- Fonction génératrice de la somme de deux variables discrètes à valeurs dans  $\mathbb{N}$  indépendantes.
- Loi de la somme de deux variables indépendantes suivant des lois de Poisson de paramètre  $\lambda, \mu > 0$ .

## Savoir-faire: variables aléatoires réelles discrètes (v.a.r.d.)

- Savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire (usuelle ou non).
- Savoir déterminer la loi d'un couple de variables aléatoires (usuelles ou non).
- Savoir déterminer les lois marginales lorsqu'on connaît la loi du couple.
- Savoir déterminer la loi de  $X$  si l'on connaît la loi de  $X$  sachant  $[Y = y]$  pour  $y \in Y(\Omega)$ .
- Savoir déterminer la loi du max ou du min de deux variables indépendantes (dans certains cas bien choisis).
- Savoir déterminer la loi de la somme de deux variables indépendantes, de leur différence, distance, etc. dans des cas bien choisis.
- Savoir déterminer la loi de  $f(X)$  si la loi de  $X$  est connue et  $f$  définie sur  $X(\Omega)$  (dans des cas bien choisis).
- Savoir que si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes alors  $f(X)$  et  $f(Y)$  sont indépendantes.
- Savoir déterminer espérance et variance (et justifier leurs existences!) d'une variable discrète, la covariance de deux variables aléatoires discrètes. Connaître les formules de Koenig-Huygens.
- Calculs de covariance.  
(Le théorème de Fubini pour les séries doubles est admis.)
- Savoir que deux variables indépendantes sont décorrélées mais que la réciproque est fautive en général (cas très particulier de variables de Bernoulli).
- Savoir retrouver les moments d'ordre 1 et 2 d'une variable à l'aide des dérivées successives en 1 de la fonction génératrice.