Programme de khôlle semaine 22

Questions de cours: v.a.r.d. : Énoncés et preuves des résultats suivants

- Si X est à valeurs dans $\mathbb{N}$ et d'espérance finie alors $E(X) = \sum_{n \geqslant 1} P(X \geqslant 1)$.
- Espérance et variance des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson.
- Approximation binomiale-Poisson.
- Fonctions génératrices de variables suivant des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson.
- Fonction génératrice de la somme de deux variables discrètes à valeurs dans $\mathbb{N}$ indépendantes.
- Loi de la somme de deux variables indépendantes suivant des lois de Poisson de paramètre $\lambda, \mu > 0$.
- Le coefficient de corrélation linéaire de deux variables admettant des écart-types non nuls est un réel compris entre -1 et 1.

Savoir-faire: variables aléatoire réelles discrètes (v.a.r.d.)

- Savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire (usuelle ou non).
- Savoir déterminer la loi d'un couple de variables aléatoires (usuelles ou non).
- Savoir déterminer les lois marginales lorsqu'on connaît la loi du couple.
- Savoir déterminer la loi de X si l'on connait la loi de X sachant $[Y = y]$ pour $y \in Y(\Omega)$.
- Savoir déterminer la loi du max ou du min de deux variables indépendantes (dans certains cas bien choisis).
- Savoir déterminer la loi de la somme de deux variables indépendantes, de leur différence, distance, etc. dans des cas bien choisis.
- Savoir déterminer la loi de $f(X)$ si la loi de X est connue et f définie sur $X(\Omega)$ (dans des cas bien choisis).
- Savoir que si X et Y sont indépendantes alors $f(X)$ et $f(Y)$ sont indépendantes. Application au calcul de la covariance.
- Savoir déterminer espérance et variance (et justifier leurs existences !) d'une variable discrète, la covariance de deux variables aléatoires discrètes. Connaître les formules de Koenig-Huygens.
- Savoir que deux variables indépendantes sont non corrélées mais que la réciproque est fausse en général (cas très particulier de variables de Bernoulli).
- Savoir retrouver les moments d'ordre 1 et 2 d'une variable à l'aide des dérivées successives en 1 de la fonction génératrice.

Savoir-faire: Intégrales dépendant d'un paramètre

1. Savoir énoncer et appliquer le théorème de continuité sous le signe intégral : conditions suffisantes de continuité sur I, de l'application
$$g : x \in I \longmapsto \int_J f(x,t)dt.$$
2. Continuité de g sur I via une domination locale sur un segment $K = [c, d] \subset I$ ou $K = [-a; a]$ ou un intervalle $K = [a, +\infty[\subset I$, etc.
3. Théorème de dérivabilité sous le signe intégral (théorème de Leibniz). Passage par une domination locale.
4. Connaître les exemples très classiques, notamment la fonction Γ (classique des écrits (Maths C 2017) et oraux).