

UNIVERSIDAD DE CHILE, DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

SEÑALES Y SISTEMAS I

EL-3005-2

PROYECTO 1

Estudio de Técnicas de Procesamiento de Señales en Sistemas de Sonar

Autor:

Felipe LUCERO
19.528.232-3

Profesor:

Jorge F. Silva

Auxiliar:

Roberto Rojas

28 de septiembre de 2017

Índice

1. Descripción del Problema	2
2. Desarrollo	2
2.1. Relación con la correlación cruzada	2
2.2. Análisis a un set de datos conocidos	4
2.3. Respuesta segun la ganancia otorgada	4
2.4. Respuesta de la señal segun el ancho de la señal emitida	5
3. Resultados	6
3.1. Análisis a un set de datos conocidos	6
3.2. Respuesta segun la ganancia otorgada	8
3.3. Respuesta de la señal segun el ancho de la señal emitida	9
3.4. Bonus: respuesta segun forma de la señal (pulso rectangular)	11
4. Análisis	12
4.1. Respuesta en función de la ganancia	12
4.2. Respuesta de la señal segun la varianza de la gaussiana emitida	13
4.3. Comparación de la señal gaussiana con un pulso rectangular	13
5. Conclusiones	14

1. Descripcion del Problema

SONAR (*Sound Navigation And Ranging*) es una técnica de detección de objetos mediante el uso de ondas sonoras. El principio básico del SONAR se basa en la transmisión de una determinada señal acústica, y su posterior recepción debido a la reflexión de dicha onda con algún objeto en el ambiente. Formalmente, considere $x_a(t)$ con $t \in \mathfrak{R}$, la señal transmitida e $y_a(t)$ la señal recibida dada por el siguiente modelo:

$$y_a(t) = \alpha(d)x_a(t - t_d) + w_a(t) \quad (1)$$

Donde $|\alpha(d)| < 1$ denota la pérdida de energía de la señal emitida, $w_a(t)$ un ruido aditivo, d la distancia al objeto y t_d el tiempo que tomo la señal en ir y volver al emisor/receptor. Posteriormente, $x_a(t)$ e $y_a(t)$ son muestradas a una tasa $T_s = \frac{1}{F_s}$ acorde al toerema del muestreo, con el fin de procesar ambas señales y determinar el retardo temporal en la señal recibida. En consecuencia, las señales resultantes a tiempo discreto entán dadas por:

$$x(n) = x_a(nT_s) \quad (2)$$

$$y(n) = y_a(nT_s) = \alpha(d)x_a(nT_s - DT_s) + w_a(nT_s) \quad (3)$$

$$= \alpha(d)x(n - D) + w(n) \quad (4)$$

donde $t_d \approx DT_s$. Finalmente, el problema consiste en determinar el retardo D a partir de las señales $x(n)$ e $y(n)$.

2. Desarrollo

A continuación se describen una serie de análisis a realizarse con el objetivo de entender el procesamiento de las señales del SONAR.

2.1. Relación con la correlación cruzada

Como se planteó en las ecuaciones (1), (3) y (4), es de esperarse que la señal recibida y_n sea muy parecida a $x(n)$, solo desplazada en D . Es decir, al realizar la correlación cruzada de las señales, se esperará un máximo en $r_{xy}(l)$ con l muy relacionado con D .

Un ejemplo de esto se puede ver en las siguientes figuras:

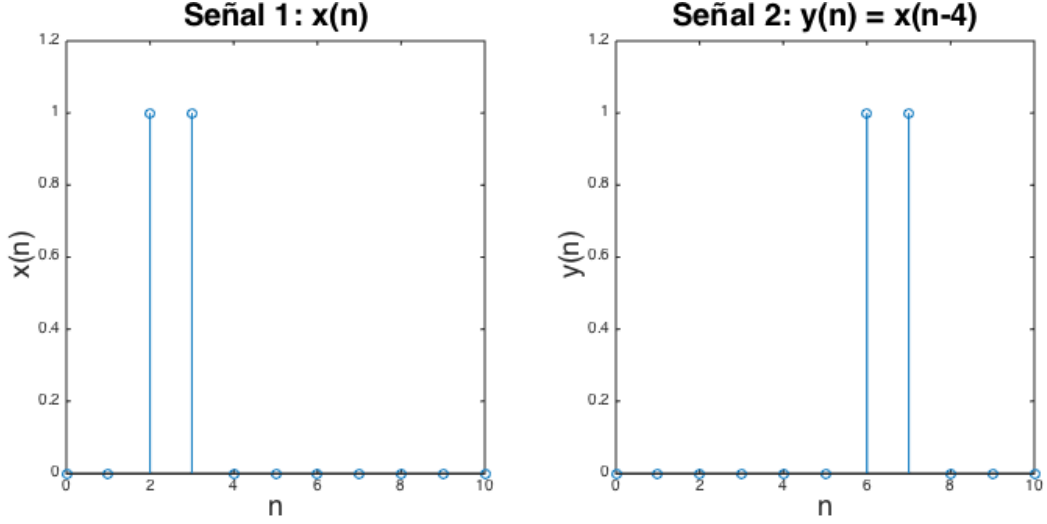


Figura 1: Dos señales, donde $y(n)$ es $x(n)$ desplazada en $k = 4$

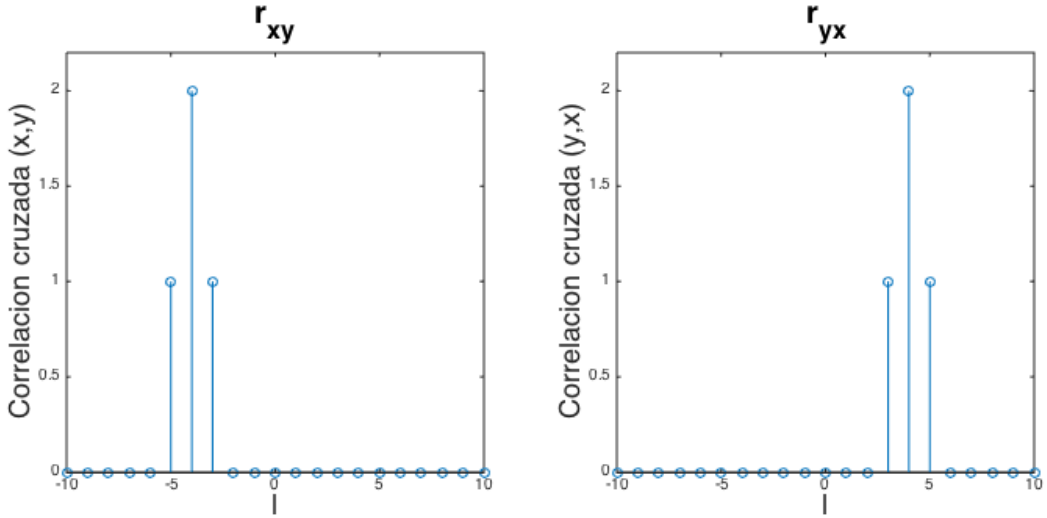


Figura 2: Correlación cruzada entre las señales de la figura 1, se aprecia el máximo en $l = \pm 4$

En la figura 2 se aprecia que el máximo se encuentra en $l = \pm 4$, que es justamente el desplazamiento relativo entre $x(n)$ y $y(n)$.

Con este análisis se puede corroborar que la técnica de la correlación cruzada es una buena técnica para encontrar el desplazamiento de la señal D .

Conociendo D , y utilizando la relación:

$$t_d \approx DT_s \quad (5)$$

se podrá conocer el tiempo de retardo. Sabiendo que la velocidad de propagación del sonido en

el mar es $v = 1513m/s$, se tendrá que:

$$d = \frac{vt_d}{2} \approx \frac{vDT_s}{2} \quad (6)$$

Con esto explicado, se puede obtener la distancia al objeto

2.2. Análisis a un set de datos conocidos

Sabiendo el método para determinar la distancia, se puede aplicar esta técnica a datos conocidos.

Se considera una situación donde se emiten señales sonoras en todas direcciones (360°), luego se reciben las señales, con ruido y pérdida de energía.

La señal emitida es de tipo Gaussiana de la forma:

$$x_a(t) = \sqrt{\frac{20}{\sqrt{\pi}\sigma F_s}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(t - \mu)^2\right) \quad (7)$$

donde $F_s = 5kHz$, $\mu = 0.6s$ y $\sigma = 0.1s$

Se proporcionan 7 sets de datos $(Y_k, \text{Phi}_k)_{k=1\dots 7}$, cada uno asociado a un entorno o escenario particular. Cada matriz Y_k corresponde a la señal (de largo $N = 10000$) para cada ángulo (alrededor de 320, dependiendo del set de datos).

Con esto, se determina el entorno de la forma:

```

k ← i ∈ (1..7)
Inicializar x(n) como lista, funcion gaussiana
for  $\text{Phi}_k(i)$  do
     $r_i$  = correlacion cruzada entre  $Y_l(i, :)$  y  $x(n)$ 
     $D_i$  = indice del máximo de r
     $\text{distancia}_i = \text{velocidad} \cdot T_s \cdot D_i / 2$ 

```

Así se obtiene un arreglo de distancias para cada ángulo, obteniendo un par coordenado (ϕ_k, ρ_k) . Los resultados de este desarrollo, se encuentran en la siguiente sección.

2.3. Respuesta segun la ganancia otorgada

Naturalmente, se espera algun ruido adicional y una pérdida adicional de energía a la hora de recibir la señal, como se aprecia en la ecuacion (1), es por esto que es necesario algún tipo de amplificación, así la energía de la señal es superior y será más facil reconocerla. Si el ruido ambiente es mayor, entonces es necesario una mayor amplificación para obtener resultados útiles.

En este caso, la señal emitida será de la forma:

$$x_G = G \cdot x(n) \quad (8)$$

Para simular la señal recibida, se utilizará la función preimplementada `data_gen.m`, que simula parámetros como.

- k : Ambiente a utilizar
- σ^2 : Ancho de la señal emitida (varianza)
- σ_w^2 : Varianza del ruido ambiente
- G : Ganancia de la señal

Para este informe, se utilizará $\sigma^2 = 0.01$ y $\sigma_w^2 = 50$ y se evaluará el desempeño de la técnica, según el valor de la ganancia G , para esto se utilizará el indicador ruido-síñal:

$$\epsilon_{G,k} = \frac{\|\hat{d}_{\phi,k} - d_{\phi,G,k}\|_2}{\|\hat{d}_{\phi,k}\|_2} \quad (9)$$

donde $d_{\phi,G,k}$ es un vector que posee la distancia detectada para cada angulo, en el escenario k , utilizando una señal transmitida con ganancia G , $\hat{d}_{\phi,k}$ son las distancias reales del escenario (conocidas) y $\|x(n)\|_2 = \sqrt{\sum_k |x(k)|^2}$. Se generarán curvas $\epsilon_{G,k}$ vs G , para cada uno de los 7 escenarios posibles, con $G \in (0.5...90)$. Los resultados de este análisis se encuentran en la sección de resultados.

2.4. Respuesta de la señal segun el ancho de la señal emitida

En esta parte se estudiará el comportamiento o respuesta de la señal según el ancho de la señal $x(n)$ emitida.

En teoría, la respuesta de la señal debería depender de la frecuencia de la señal de incidencia, por una posible relación de dispersión en el mar y la forma de los objetos a detectar. Los componentes armónicos de la señal emitida (Gaussiana), dependen directamene de la varianza (ancho) de esta, por la Transformada de Fourier de una gaussiana (mientras más angosta, más componentes en frecuencia se necesitan), como se aprecia en la figura 3.

Análogamente a la subseccion anteriore utilizará nuevamente la función `data_gen.m` para simular el escenario, esta vez variando σ^2 como parámetro de la forma $\sigma^2 = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{100}, \frac{1}{200}, \dots\}$ con $G = 1$ y $\sigma_w^2 = 0.5$ fijos.

También se utilizará un indicador ruido-síñal, análogo al de la ecuacion (9), donde se generaran curvas $\epsilon_{\sigma^2,k}$ vs σ^2 para cada escenario posible. Existirá un σ^2 óptimo para cada caso, donde se obtendrá el menor error. Los resultados de este análisis se encuentran en la siguiente sección.

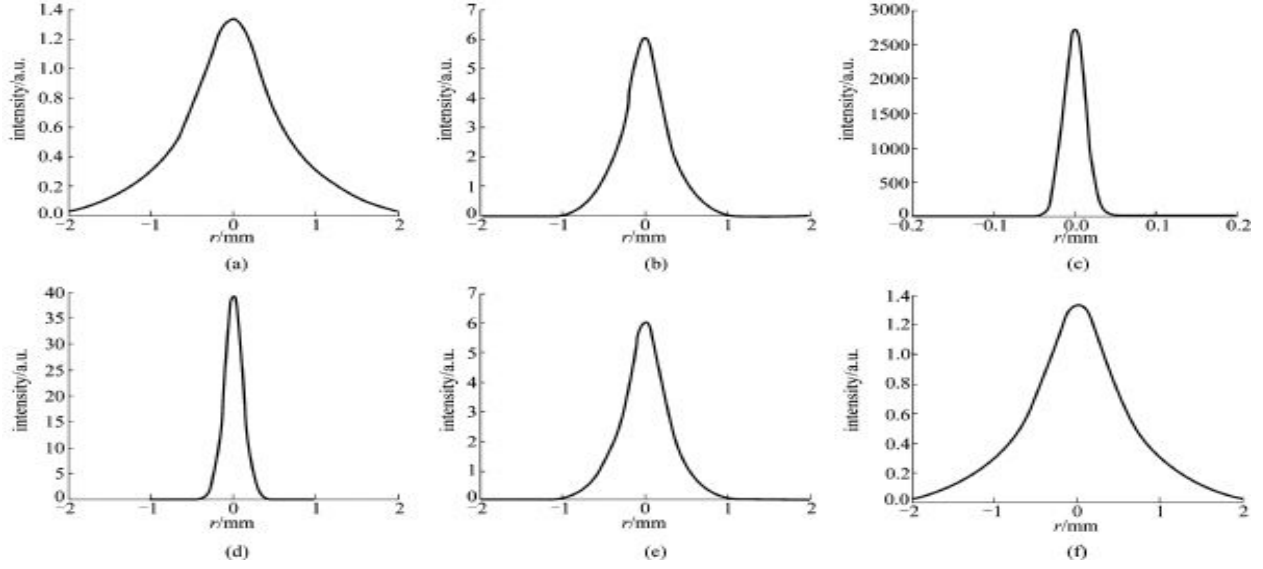


Figura 3: Arriba: Señales continuas gaussianas con diferentes anchos. Abajo: Transformadas de Fourier para las gaussianas de arriba

3. Resultados

En esta sección se muestran los resultados para las pruebas y análisis descritos en la sección anterior.

3.1. Análisis a un set de datos conocidos

Llevando a cabo el algoritmo descrito en la sección anterior, se llega a los resultados de las figuras 4 y 5.

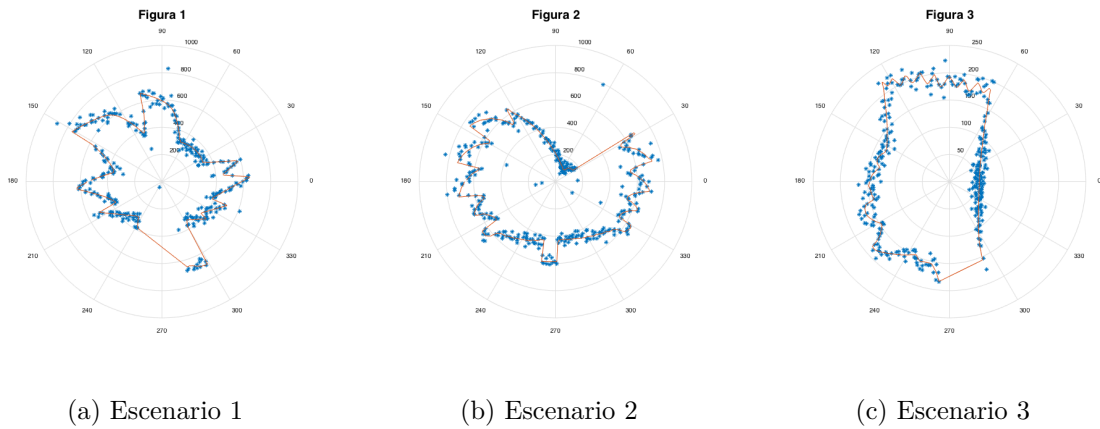
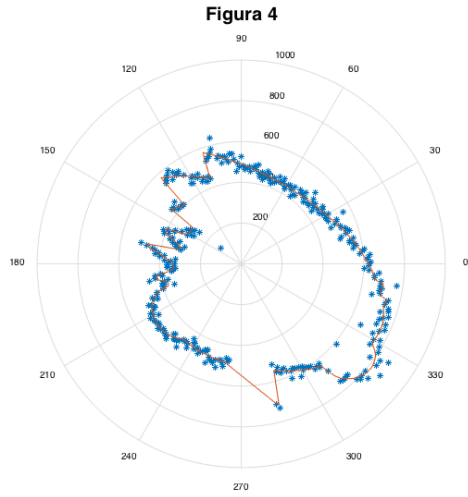
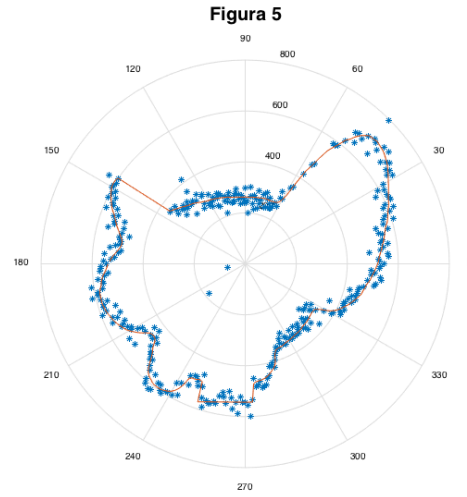


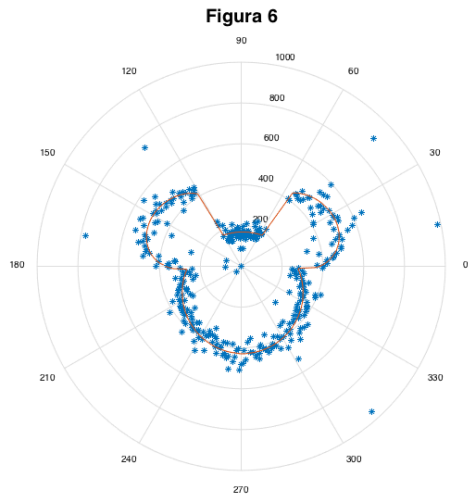
Figura 4: Puntos detectados para los tres primeros ambientes, utilizando la tecnica de la correlación cruzada



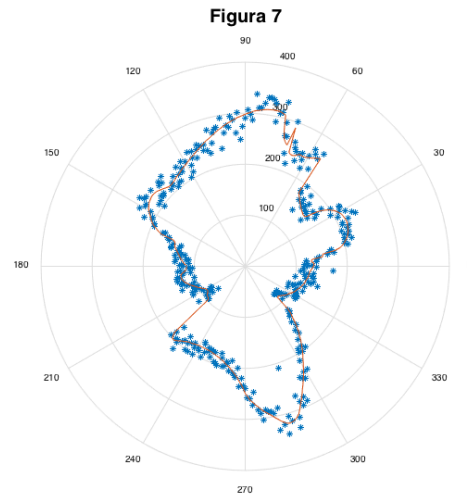
(a) Escenario 4



(b) Escenario 5



(c) Escenario 6



(d) Escenario 7

Figura 5: Resto de los entornos detectados utilizando la tecnica de la correlación cruzada

Al ser datos de los cuales no se tenía ningún control (no se puede controlar la ganancia ni la varianza de la señal), es natural esperar algún ruido que distorsione la imagen (en naranja se aprecia el entorno original).

3.2. Respuesta segun la ganancia otorgada

Para las secciones siguientes, las pruebas requieren de un elemento aleatorio, por lo que los resultados no siempre serían los mismos, esto se puede compensar definiendo una semilla de random (siempre genera los mismos numeros aleatorios). En este caso se utilizó el comando `rng(42)`.

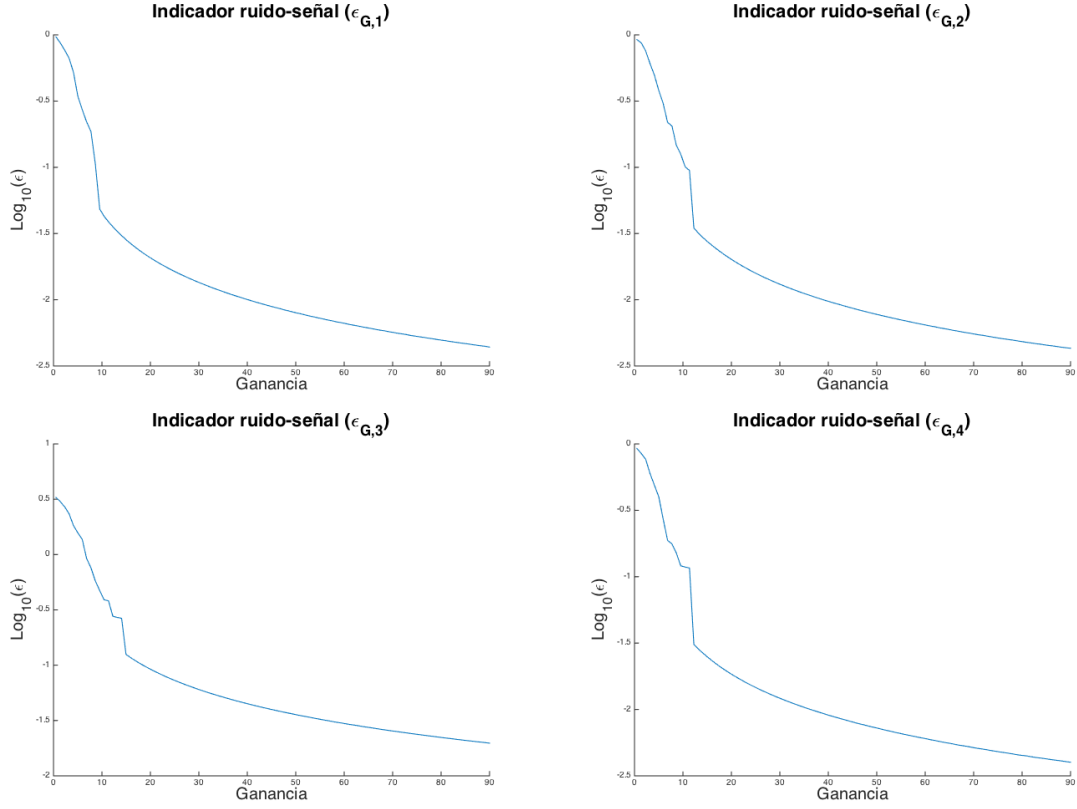


Figura 6: Curvas $\epsilon_{G,k}$ vs G para los 4 primeros entornos

Como es de esperarse, la curva es siempre decreciente, es decir $\epsilon_{G,k} \rightarrow 0$ cuando $G \rightarrow \infty$

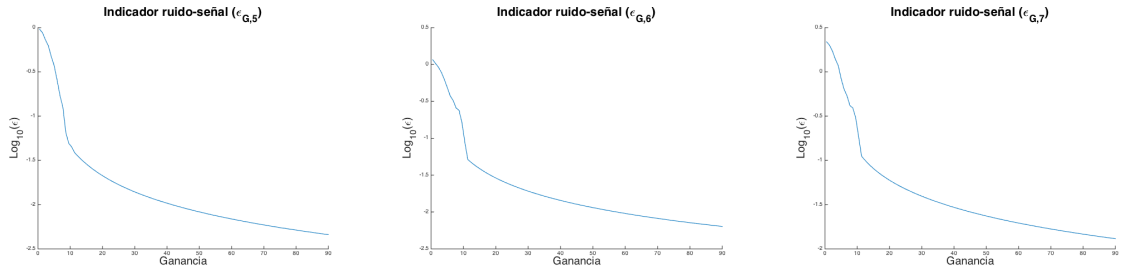


Figura 7: Curvas $\epsilon_{G,k}$ vs G para el resto de los entornos

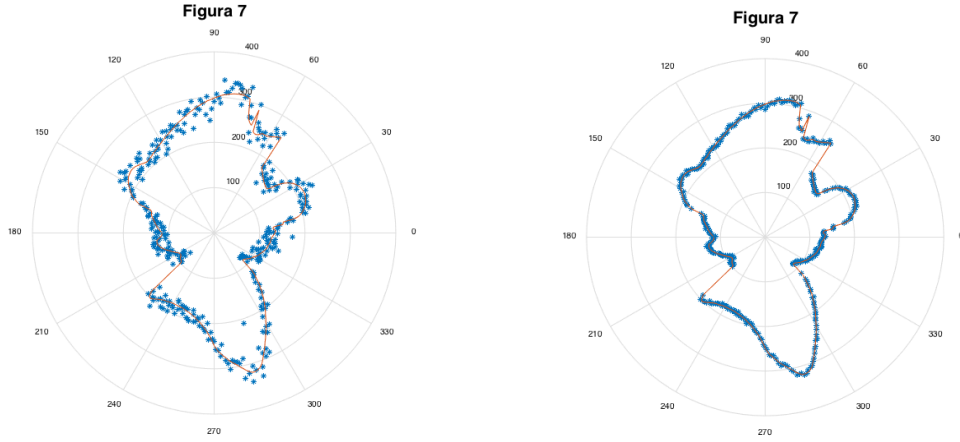


Figura 8: Comparación de la detección de un entorno a diferentes ganancias

3.3. Respuesta de la señal segun el ancho de la señal emitida

Al graficar el indicador $\epsilon_{\sigma^2, k}$ en primera instancia¹ se obtuvo un grafico como el de la figura 9.

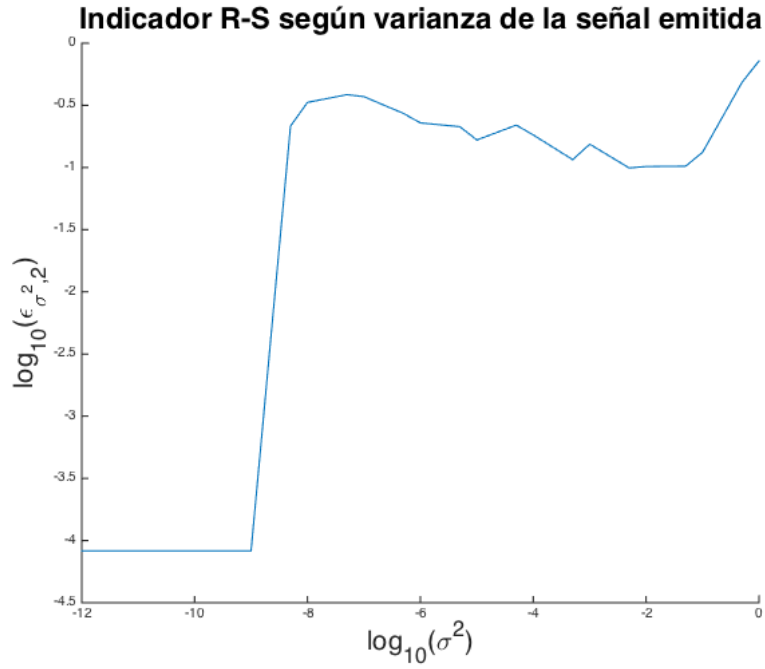


Figura 9: El indicador ruido-síñal $\epsilon_{\sigma^2, k}$ vs σ^2 , se aprecia una discontinuidad notoria en torno a $\sigma^2 \approx 10^{-9}$, en el entorno numero 2 (arbitrario)

¹Se grafica para el escenario 2, pero esto es arbitrario y para todos los entornos se obtiene un grafico de la misma forma.

Una posible explicación es que a medida que $\sigma^2 \rightarrow 0$, la señal Gaussiana se parece más a una función delta que tiende a infinito.

Esto implica que la energía de la señal ya no es constante y también tiende a infinito. haciendo un análisis incoherente pues se comparan señales con energía distinta, y como se vio anteriormente, una señal tiene respuestas distintas según la ganancia (eelacionada directamente con la energía). Esto queda más claro en la siguiente figura

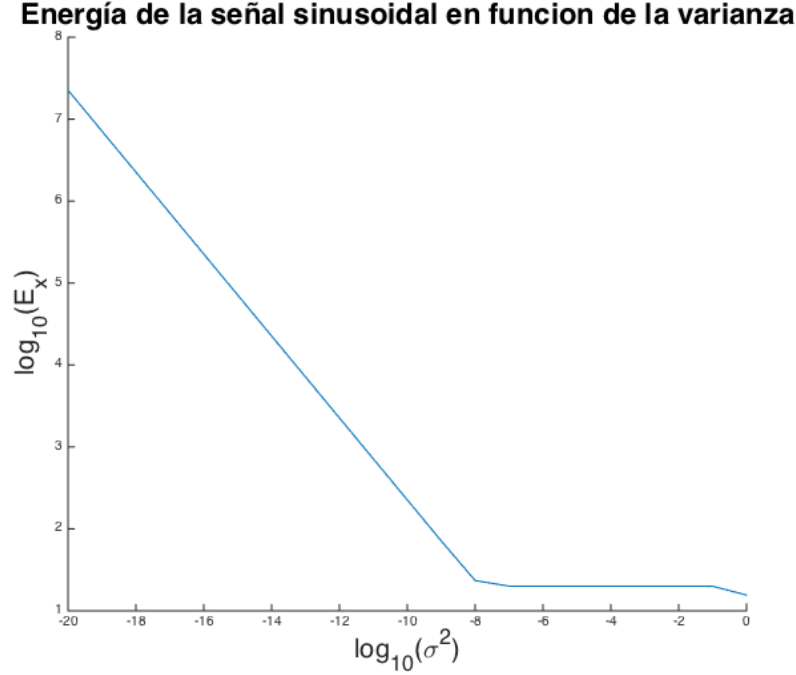


Figura 10: Energía de una señal gaussiana generada con `gaussian_signal.m`, en función de la varianza σ^2 , se aprecia un aumento de la energía en torno a $\sigma^2 \approx 10^{-9}$

Como se aprecia en la figura 10, la energía ya no es constante cuando $\sigma^2 < 10^{-9}$, por lo que no tiene sentido buscar un óptimo en el intervalo $[0, 10^{-9}]$.

Con esto dicho, en la figura 9 se aprecia un óptimo para σ^2 en torno a 10^{-2} y es por esto que se buscara en el intervalo $[10^{-8}, 1]$.

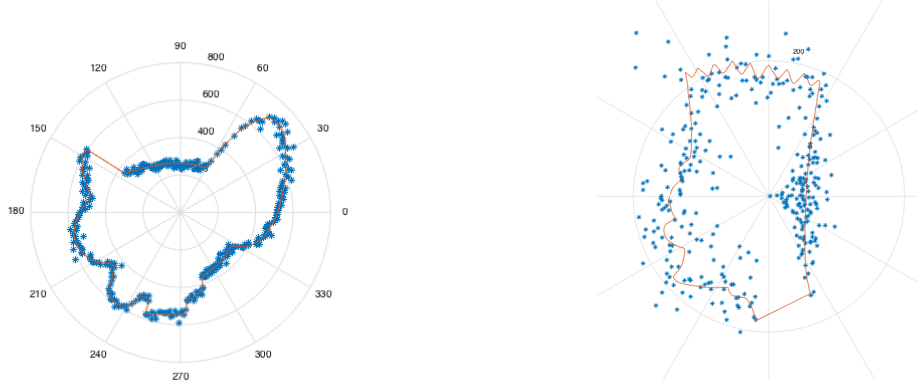
Los resultados de esto se encuentran en la siguiente tabla:

Tabla 1: óptimos y el indicador asociado para cada escenario

	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6	k = 7
σ_{opt}^2	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$
$\epsilon_{\sigma^2, k}$	3.2 %	9.9 %	39.5 %	9.0 %	3.3 %	14.7 %	18.8 %

Según esta tabla, existen ambientes mas propensos a resolverse mejor, el error mínimo es de 3.3 % en el ambiente 1 y el máximo error es de 39.5 % en el escenario 7.

Se compara la siguiente figura, se compara el peor escenario resuelto, con el mejor.



(a) Detección con mínimo error

(b) Detección con máximo error

Figura 11: Comparación para los óptimos de σ^2 donde el error de la primera es de 3.3 % y de la segunda es 39.5 %

3.4. Bonus: respuesta segun forma de la señal (pulso rectangular)

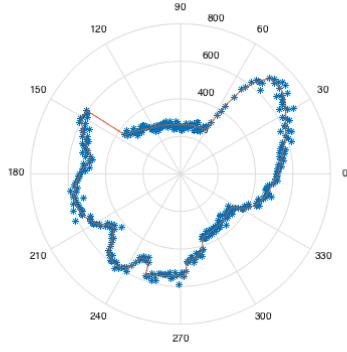
En esta sección se comparan los óptimos de la sección anterior (Gaussiana), con un pulso rectangular, de la misma energía. Los óptimos para este caso, donde T es un parámetro que define el ancho del pulso rectangular se encuentran en la tabla 2.

Tabla 2: Optimos del ancho para el pulso rectangular

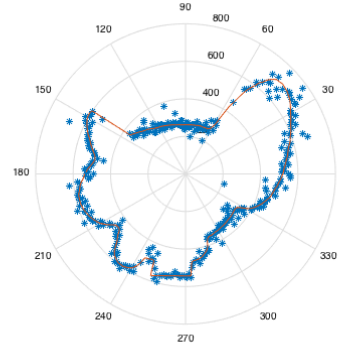
	k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6	k = 7
T_{opt}	$5 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^0$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-1}$
$\epsilon_{T,k}$	7.6 %	10.2 %	51.0 %	10.7 %	6.3 %	13.4 %	25.9 %

Se mantuvo constante la energía de la señal ($E_x = 20$) para poder realizar un análisis coherente.

Comparando las tablas 1 y 2 es apreciable que a gaussiana es más eficiente en la mayoría de los casos. Salvo en el escenario 6 que se observa en la figura 12, donde practicamente no se aprecian diferencias notables.



(a) Detectado con señal gaussiana



(b) Detectado con pulso rectangular

Figura 12: Comparación de los óptimos para la señal gaussiana y el pulso rectangular, en el entorno 5.

4. Análisis

4.1. Respuesta en función de la ganancia

Recordando la ecuación (1), si amplificamos la señal enviada por una ganancia G :

$$y_a(t) = \alpha(d)(G \cdot x_a(t - t_d)) + w_a(t) \quad (10)$$

Se tiene el termino $w_a(t)$ a la derecha, este término es independiente de la ganancia pues es el ruido ambiental y siempre está acotado por ciertos valores. Se puede aumentar sin perdida de generalidad la ganancia G a tal punto tal que $w_a(t)$ sea despreciable, quedando un modelo de la siguiente forma:

$$y_a(t) \approx \alpha(d)(G \cdot x_a(t - t_d)) \quad (11)$$

es decir, el único factor que afecta a la señal² es $\alpha(d)$, y al realizar la correlación cruzada, se tendrán señales casi idénticas y con muy poco ruido (siempre que la ganancia sea lo suficientemente alta).

Al encontrar el desplazamiento D , es muy probable que el error sea mínimo pues, como se mostró en la primera sección, la correlación cruzada encontrará el máximo en D .

Esto explica perfectamente el comportamiento decreciente de la curva $\epsilon_{G,k}$ vs G .

²Este factor de atenuación es siempre necesario, ya que simula la pérdida de energía por motivos físicos. Por ejemplo, es imposible detectar objetos si se encuentran a miles de kilómetros.

4.2. Respuesta de la señal segun la varianza de la gaussiana emitida

El óptimo para σ^2 , que se aprecia en la figura 13 puede ser explicado ya que, a medida que el ancho de la gaussiana disminuye, más es cercano a una función delta, haciendola confundible con el ruido exterior.

Una posible solución (si se buscara usar gaussianas más estrechas para más resolución³), es aumentar la frecuencia de muestreo así la señal, por muy estrecha que sea, será identificable como una gaussiana y será posible correlaciona y encontrar el desplazamiento. Esto está intimamente relacionado con el Teorema del Muestreo, pues al aumentar el ancho de banda, es posible detectar más componentes de frecuencia.

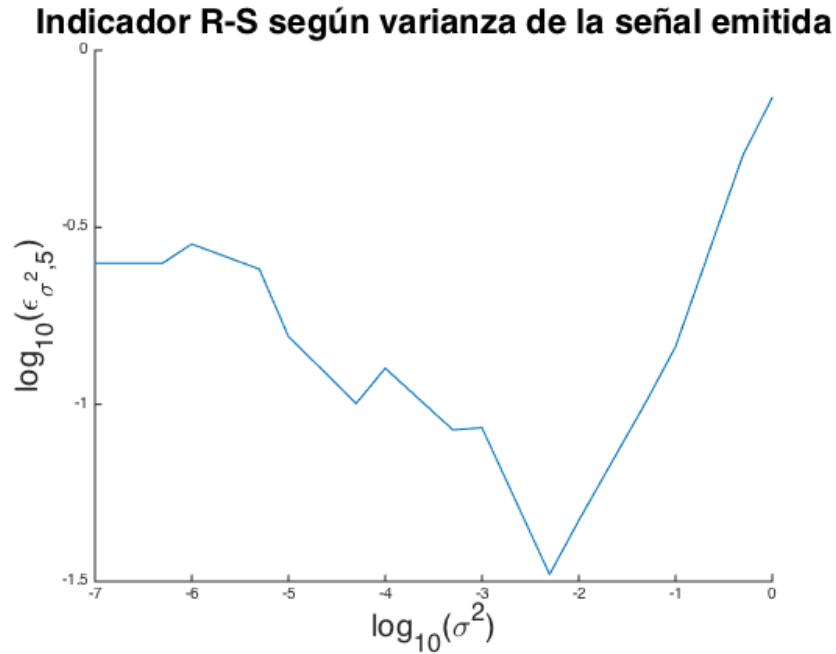


Figura 13: El indicador ruido-sígnal $\epsilon_{\sigma^2,k}$ vs σ^2 , se aprecia un error minimo para σ^2 en torno a 10^{-2} , en el entorno numero 5 (arbitrario)

4.3. Comparación de la señal gaussiana con un pulso rectangular

Una explicación sencilla al porqué la señal gaussiana es más efectiva para detectar objetos es porque la señal cuadrada, al ser mas plana, es más facilmente confundible con el ruido exterior (al menos a la energía utilizada para el pulso). De todos modos es más fácil crear pulsos continuos (gaussiana).

³Por fenómenos ondulatorios, la resolución de los objetos detectados es directamente dependiente de la frecuencia utilizada. Por ejemplo, para detectar objetos pequeños se requieren longitudes de onda pequeñas, es decir, frecuencias altas. De todos modos, muy pocas veces se requiere encontrar objetos pequeños en el mar.

5. Conclusiones

Del desarrollo de este informe y los análisis realizados, se pueden concluir los siguientes puntos:

- El operador de correlación cruzada resultó fundamental para detectar desplazamientos a señales incluso siendo atenuadas por la distancia. Permite una complejidad a los algoritmos a utilizar que aumentan la efectividad y eficacia.
- La implementación de la correlación cruzada en MATLAB usando la definición cruda, resultó muy ineficiente y lenta (aunque correcta). Existen métodos más rápidos que involucran el uso de FFT.
- Claramente el ruido ambiente afecta considerablemente a la detección, esto es crucial si se trata de un barco (el ruido del motor o del barco desplazándose afecta). Sin embargo, en las secciones del informe se demostró que la amplificación ayuda a despreciar este problema.
- Si se trata de naves militares por ejemplo, este tipo de sonar es inútil pues se revela la posición, o lugares donde no se quiera intervenir la fauna. Es por esto que existen sonares pasivos (que no emiten).
- El ancho del pulso no es del todo determinante en estos casos simples, pues depende más del tipo de objeto a detectar (existían diferencias enormes entre un entorno y otro, en los óptimos). Para aumentar la eficacia es mejor amplificar la señal (con las consecuencias descritas en el punto anterior).
- El tipo de pulso es más eficaz de tipo gaussiana (solo comparado con el pulso rectangular).
- En otros casos, por ejemplo un pulso armónico (de una sola frecuencia), sería más útil, pues por efecto Doppler se puede determinar además de la posición del objeto, la velocidad del objeto. Sin embargo en estos casos, la correlación cruzada perdería su utilidad (sirve desplazamientos temporales y no cambios en frecuencia).