CONTEÚDO DO TESTE – 1º BIMESTRE – 4 PONTOS

FUNÇÃO DO 1º GRAU / RETA

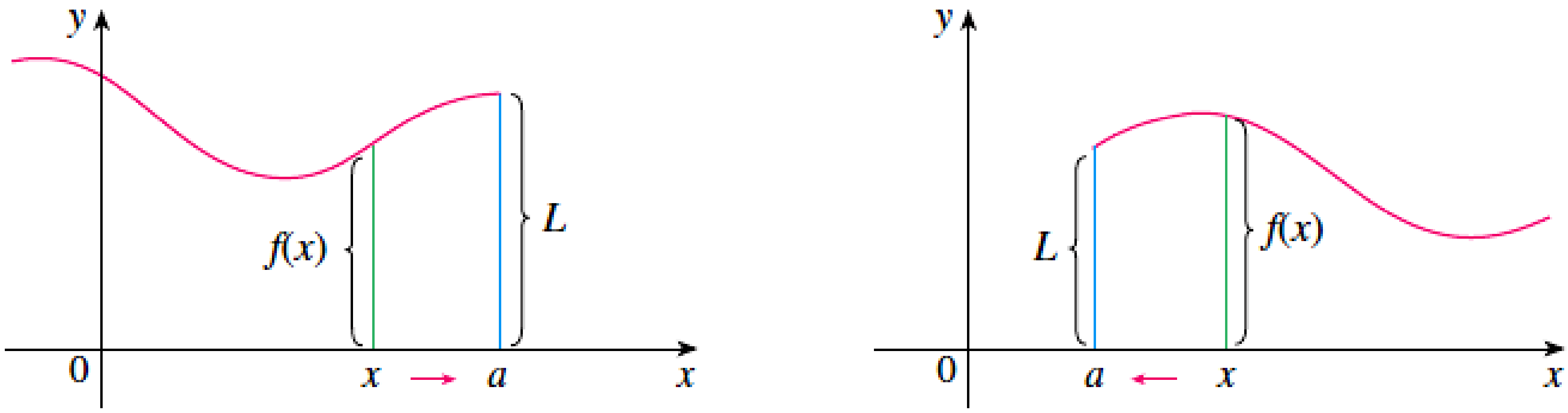
FUNÇÃO DO 2º GRAU

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

LIMITES LATERAIS

DATA: 31/08/2023

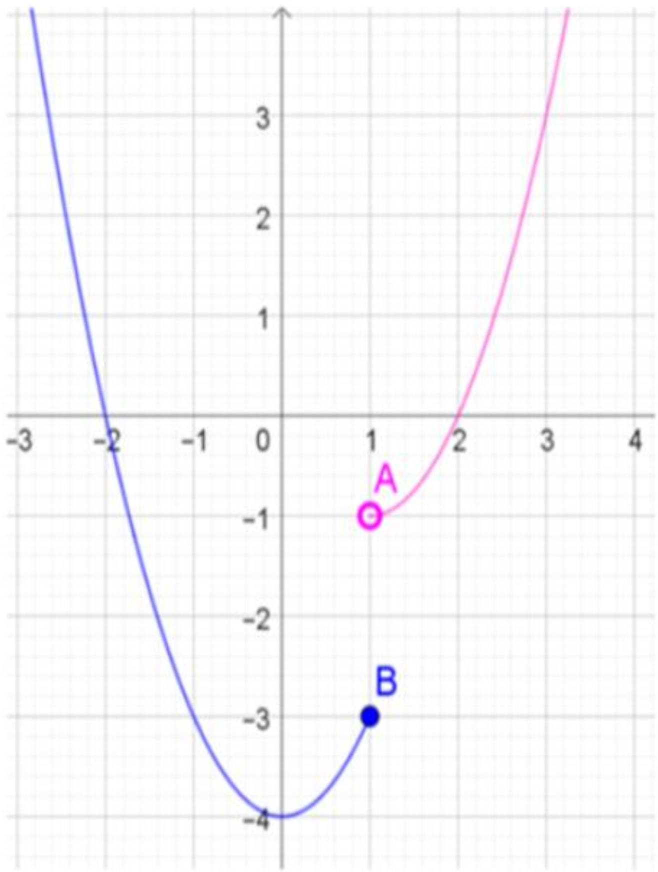
LIMITES LATERAIS



(a) $\lim_{x \to a^-} f(x) = L$ (b) $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \quad \text{se e somente se} \quad \lim_{x \to a^-} f(x) = L \quad \text{e} \quad \lim_{x \to a^+} f(x) = L$$

Exemplo 1: Considere a função $f(x)$ representada no gráfico abaixo e determine:



a) $f(1) = -3$

b) $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -1$

c) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -3$

d) $\lim_{x\to 1} f(x) = \nexists$ pois $\lim_{x\to 1^+} f(x) \neq \lim_{x\to 1^-} f(x)$

Exemplo 2: O gráfico de uma função g é apresentado na Figura 10. Use-o para estabelecer os valores (caso existam) dos seguintes limites:

(a) $\lim_{x \to 2^-} g(x) = 3$ (b) $\lim_{x \to 2^+} g(x) = 1$ (c) $\lim_{x \to 2} g(x) = \nexists$ pois $\lim_{x \to 2^-} g(x) \neq \lim_{x \to 2^+} g(x)$

(d) $\lim_{x \to 5^-} g(x) = 2$ (e) $\lim_{x \to 5^+} g(x) = 2$ (f) $\lim_{x \to 5} g(x) = 2$

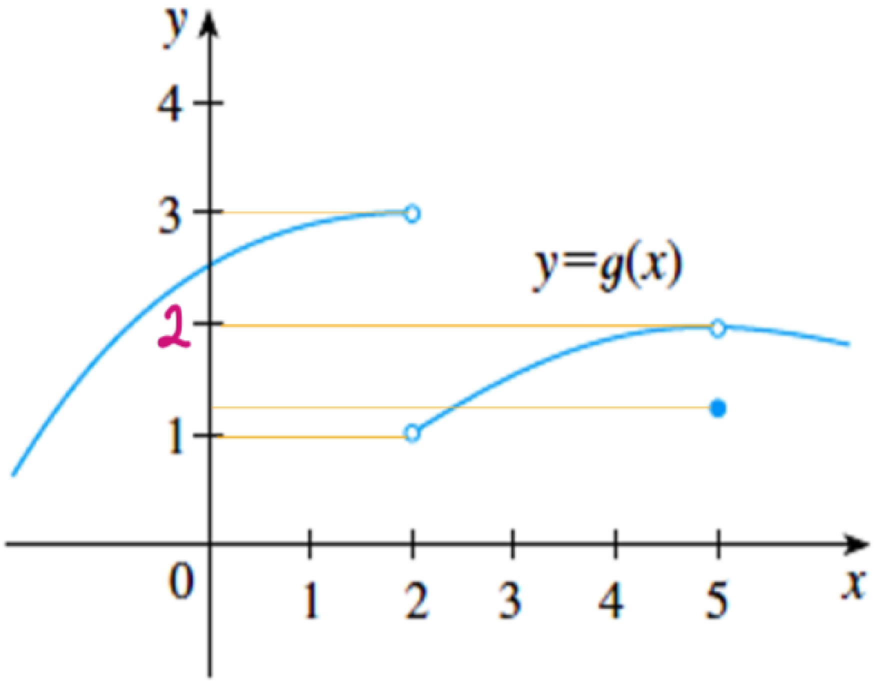


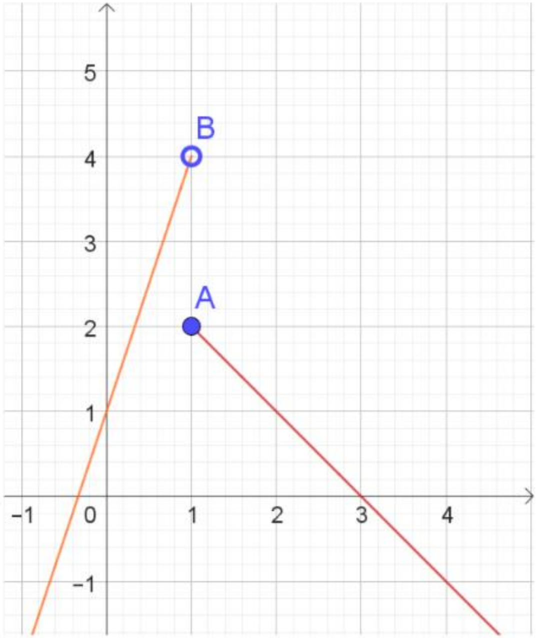
FIGURA 10

Exemplo 3: Para a função $f(x) = \begin{cases} -x+3 & se\ x > 1 \\ 2 & se\ x = 1 \\ 3x+1 & se\ x < 1 \end{cases}$ determine, se existir, cada limite:

a) $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}(-x+3) = -1+3=2$

b) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}(3x+1) = 3\cdot 1+1 = 4$

c) $\lim_{x\to 1} f(x) = \nexists$ pois $\lim_{x\to 1^+} f(x) \neq \lim_{x\to 1^-} f(x)$



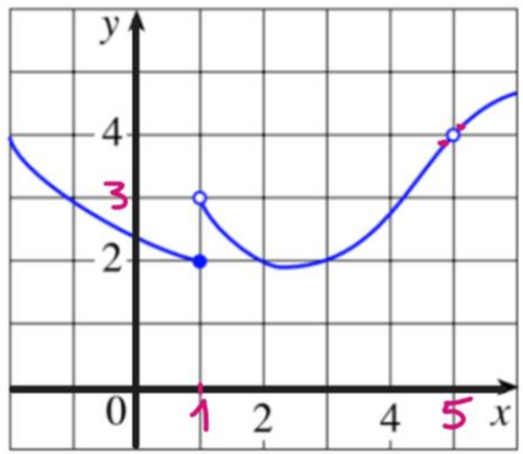
EXERCÍCIOS

1ª Questão:

Para a função f cujo gráfico é dado, determine o valor da quantidade indicada, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

(a) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$ (b) $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 3$ (c) $\lim_{x\to 1} f(x) = \nexists$ (d) $\lim_{x\to 5} f(x) = 4$

pois os limites laterais quando $x \to 1^+$ e $x \to 1^-$ são diferentes.



.

EXERCÍCIOS

2ª Questão:

Para a função g cujo gráfico é dado, determine o valor da quantidade indicada, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

(a) $\lim_{t\to 0^-} g(t) = -1$

(b) $\lim_{t\to 2^+} g(t) = 0$

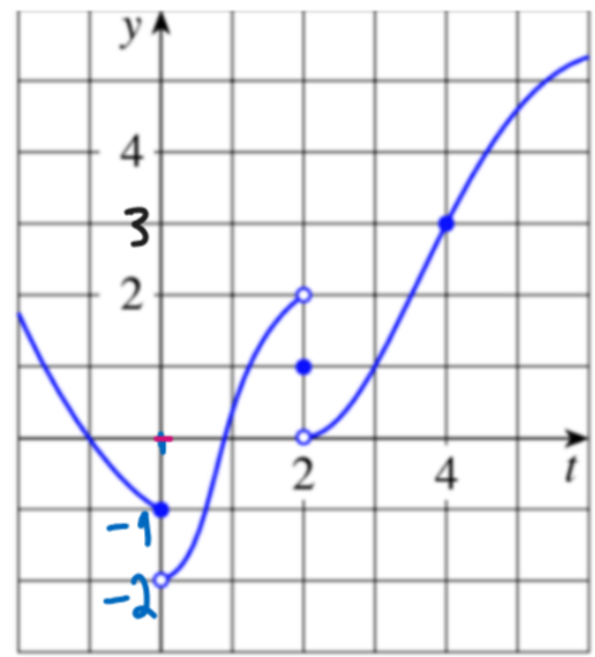
(c) $\lim_{t\to 0} g(t) = \nexists$

(d) $\lim_{t\to 4} g(t) = 3$

(e) $\lim_{t\to 0^+} g(t) = -2$

(f) $\lim_{t\to 2} g(t) = \nexists$

(g) $\lim_{t\to 2^-} g(t) = 2$



c) $\nexists$ pois $\lim\limits_{t\to 0^+} g(t) \neq \lim\limits_{t\to 0^-} g(t)$

f) $\nexists$ pois $\lim\limits_{t\to 2^+} g(t) \neq \lim\limits_{t\to 2^-} g(t)$

EXERCÍCIOS

3ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 2x & \text{se } x \geqslant -1 \\ 4 - x & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

a) $\lim_{x \to -1^+} f(x)$ b) $\lim_{x \to -1^-} f(x)$ c) $\lim_{x \to -1} f(x)$

4ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 & \text{se } x < 2 \\ 1 & \text{se } x = 2 \\ -x^2 + 6x - 7 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

a) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ b) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ c) $\lim_{x \to 2} f(x)$

5ª Questão:

Dada a função *f* definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{se } x > -1 \\ 3 & \text{se } x = -1 \\ 5 - ax & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

determine $a \in \mathbb{R}$ para que exista $\lim_{x \to -1} f(x)$.

3ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 2x & \text{se } x \geqslant -1 \\ 4 - x & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

a) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

Resolução:

a) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} (3 - 2x) = 3 - 2\cdot(-1) = 3 + 2 = 5$

b) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} (4 - x) = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5$

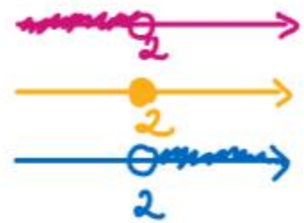
c) $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = 5$

EXERCÍCIOS

4ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 & \text{se } x < 2 \\ 1 & \text{se } x = 2 \\ -x^2 + 6x - 7 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$



a) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

Resolução:

a) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} (-x^2 + 6x - 7) = -2^2 + 6 \cdot 2 - 7 = -4 + 12 - 7 = 1$

b) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} (2x^2 - 3x + 1) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = 8 - 6 + 1 = 3$

c) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \nexists$ pois $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$

5ª Questão:

Dada a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{se } x > -1 \\ 3 & \text{se } x = -1 \\ 5 - ax & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

determine $a \in \mathbb{R}$ para que exista $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$.

Resolução:

Para que o $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ exista devemos ter $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$.

$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} (3x-2) = 3\cdot(-1)-2 = -3-2 = -5$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} (5-ax) = 5-a\cdot(-1) = 5+a$$

Então $5+a=-5$

$a = -5-5 \Rightarrow a = -10$

EXERCÍCIOS

6ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{|x+1|}{x+1} \text{ definida em } \mathbb{R} - \{-1\}.$$

a) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

7ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{|3x-2|}{2-3x} \text{ definida em } \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}.$$

a) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} f(x)$

8ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{x^2-5x+4}{|x-1|} \text{ definida em } \mathbb{R} - \{1\}.$$

a) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

EXERCÍCIOS

9ª Questão:

Dada a função *f* definida por

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & \text{se } x \leqslant -2 \\ 3x + a & \text{se } x > -2 \end{cases}$$

determine $a \in \mathbb{R}$ para que exista $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$.

10ª Questão:

Dada a função *f* definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} & \text{se } x < 2 \\ 3 - ax - x^2 & \text{se } x \geqslant 2 \end{cases}$$

determine $a \in \mathbb{R}$ para que exista $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

EXERCÍCIOS

GABARITO

1ª Questão:

(a) 2, (b) 3, (c) não existe, pois os limites laterais $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ são diferentes, (d) 4.

2ª Questão:

(a) -1, (b) -2, (c) não existe, pois os limites laterais $\lim_{t\to 0^-} g(t)$ e $\lim_{t\to 0^+} g(t)$ são diferentes, (d) 2, (e) 0, (f) não existe, pois os limites laterais $\lim_{t\to 2^-} g(t)$ e $\lim_{t\to 2^+} g(t)$ são diferentes, (g) 3.

3ª Questão:

a) 5
b) 5
c) 5

4ª Questão:

a) 1
b) 3
c) Não existe

5ª Questão:

a = – 10

6ª Questão:

a) 1
b) – 1
c) Não existe

7ª Questão:

a) – 1
b) 1
c) Não existe

8ª Questão:

a) – 3
b) 3
c) Não existe

9ª Questão:

a = 1

10ª Questão:

a = – 4