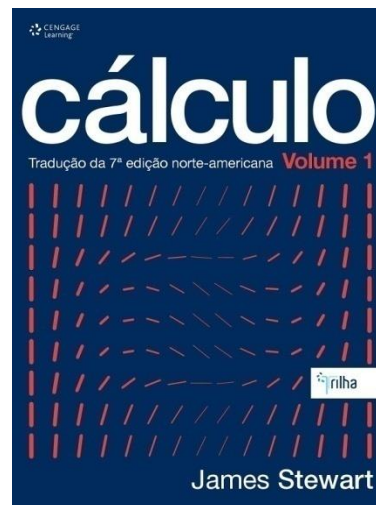
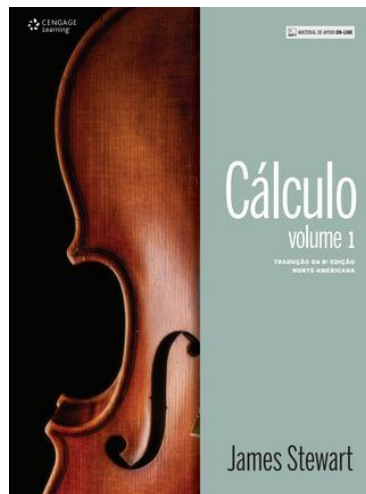


UNIVERSIDADE
VILA VELHA
ESPÍRITO SANTO

CÁLCULO

Prof^a Luciana B. Fiorotti

Livro adotado:



Ementa da disciplina:

UNIDADE I: FUNÇÕES E MODELOS

- Modelos matemáticos: Uma lista de funções essenciais;
- Novas funções a partir de conhecidas.

UNIDADE II: LIMITES E DERIVADAS

- O Limite de uma Função;
- Cálculos Usando Propriedades dos Limites;
- Continuidade;
- Limites no Infinito; Assíntotas Horizontais;
- Derivada e Taxas de Variação;
- A Derivada de uma Função.

UNIDADE III: Regras de Derivação

- Derivadas de Funções Polinomiais e Exponenciais;
- As Regras do Produto e do Quociente;
- Derivadas de Funções Trigonométricas;
- Regra da Cadeia;
- Derivação Implícita;
- Derivadas de Funções Logarítmicas;
- Aproximações Lineares e Diferenciais.

UNIDADE IV: Aplicações de Derivação

- Valores Máximo e Mínimo;
- Como as Derivadas Afetam a Forma de um Gráfico;
- Formas Indeterminadas e a Regra de L'Hôpital;
- Problemas de Otimização;
- Primitivas.

UNIDADE I: FUNÇÕES E MODELOS

<https://www.geogebra.org/m/ZFnQxm72>

FUNÇÃO POLINOMIAL

Função polinomial com uma variável ou simplesmente função polinomial é aquela cuja formulação matemática é expressa por um polinômio.

FUNÇÃO DO 1º GRAU

A função polinomial do 1º grau é a que tem sua representação matemática por um polinômio de grau 1.

Representação matemática: $y = ax + b$ ou $y = mx + n$

$$m = \Delta y / \Delta x$$

Coeficiente angular

Coeficiente linear

Indica onde a reta corta o eixo y.

1º Exemplo:

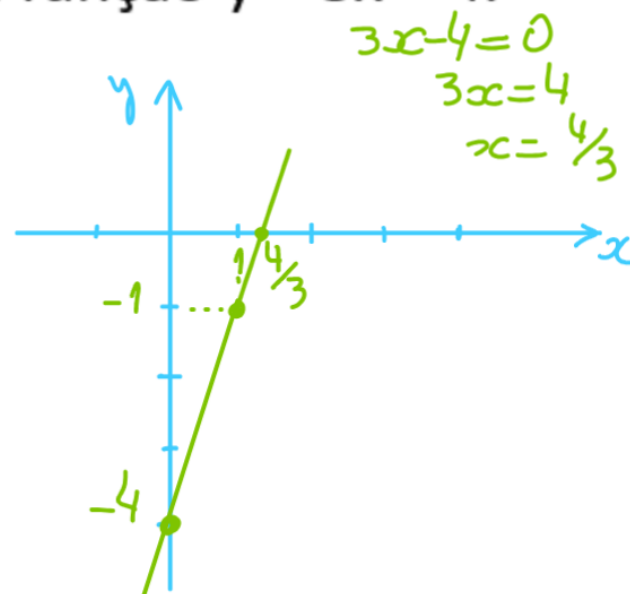
a) $y = 3x - 9$ $m = 3$ $n = -9$

b) $y = 2 - 5x$ $m = -5$ $n = 2$

GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO DO 1º GRAU

2º Exemplo: Construa o gráfico da função $y = 3x - 4$.

x	$y = 3x - 4$	(x, y)
0	$3 \cdot 0 - 4 = 0 - 4 = -4$	$(0, -4)$
1	$3 \cdot 1 - 4 = 3 - 4 = -1$	$(1, -1)$



DETERMINAÇÃO DE UMA FUNÇÃO DO 1º GRAU A PARTIR DO GRÁFICO

3º Exemplo: Determine a lei de formação da função f , cujo gráfico cartesiano é:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{2 - 4}{2 - 5} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$y = m \cdot x + m$$

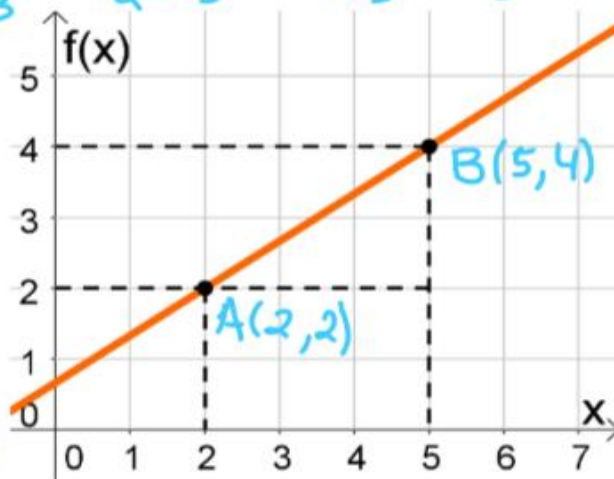
o ponto $B(5, 4)$

$$4 = \frac{2}{3} \cdot 5 + m$$

$$4 = \frac{10}{3} + m$$

$$12 = \frac{30}{3} + 3m$$

$$12 = 10 + 3m$$



$$12 - 10 = 3m$$
$$\frac{2}{3} = m$$

Resposta:

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2x + 2}{3}$$

DETERMINAÇÃO DE UMA FUNÇÃO DO 1º GRAU A PARTIR DO GRÁFICO

3º Exemplo: Determine a lei de formação da função f , cujo gráfico cartesiano é:

$A(2,2)$

$B(5,4)$

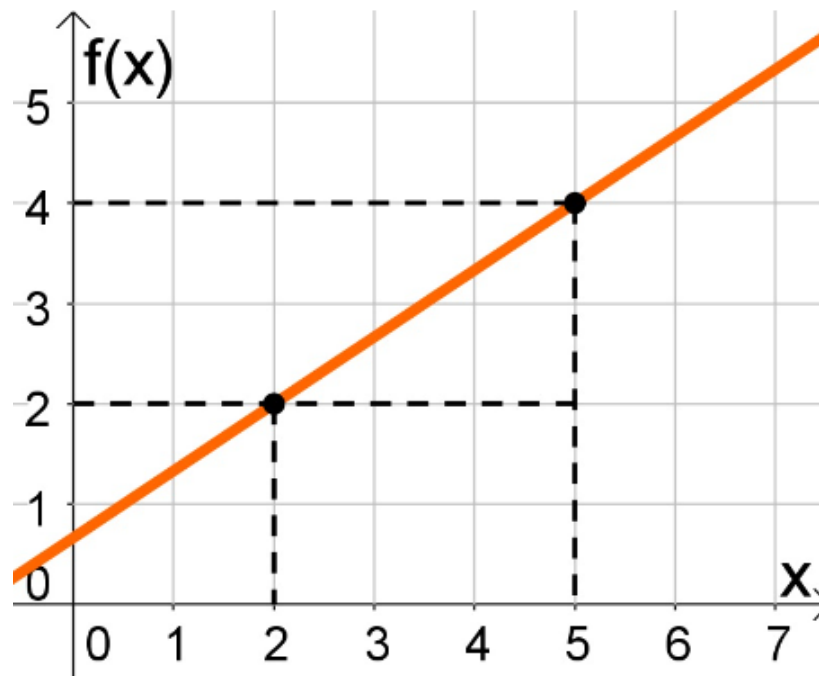
$$\begin{array}{cc} x & y \\ 2 & 2 \\ 5 & 4 \\ x & y \end{array}$$

$$2x + 8 + 5y - 2y - 10 - 4x = 0$$

$$-2x + 3y - 2 = 0$$

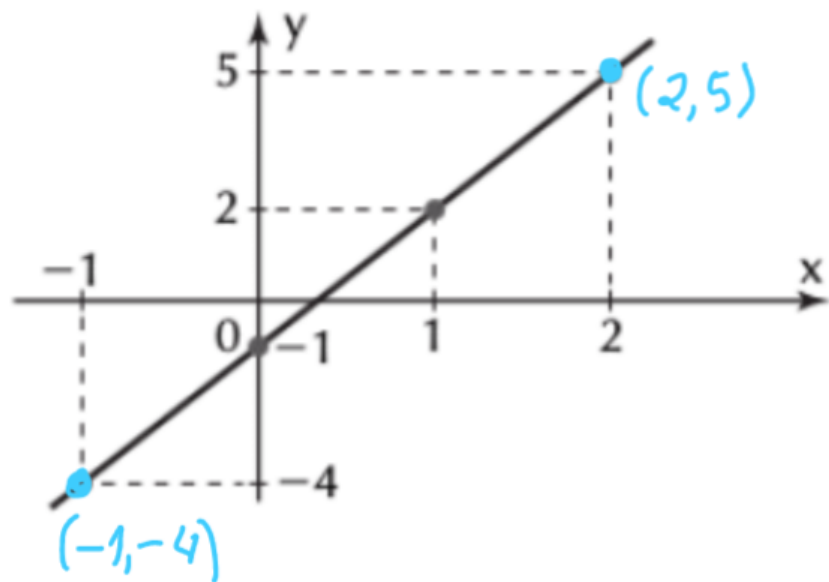
$$3y = 2x + 2$$

$$y = \frac{2x + 2}{3}$$



DETERMINAÇÃO DE UMA FUNÇÃO DO 1º GRAU A PARTIR DO GRÁFICO

Exemplo: Determine a lei da função do 1º grau representada no gráfico abaixo:



$$\begin{array}{cc} x & y \\ 2 & 5 \\ -1 & -4 \\ x & y \end{array}$$

$$5x - 8 - y - 2y + 5 + 4x = 0$$

$$9x - 3y - 3 = 0 \quad : (-3)$$

$$-3x + y + 1 = 0$$

$$y = 3x - 1$$

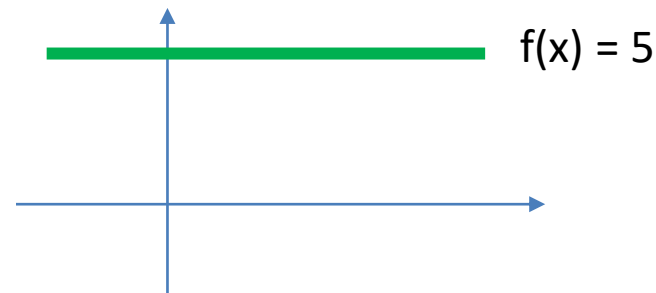
FUNÇÃO CRESCENTE, DECRESCENTE OU CONSTANTE

Seja $f(x) = mx + n$.

Então:

- i) $f(x)$ é crescente se $m > 0$.
- ii) $f(x)$ é **constante** se $m = 0$.
- iii) $f(x)$ é **decrecente** se $m < 0$.

Exemplo de função constante:



Vale observar que numa função do 1º grau devemos ter $m \neq 0$.

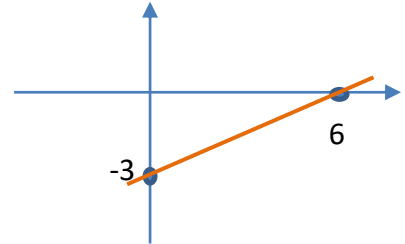
4º Exemplo: Para quais valores reais de k temos que $f(x) = (2 + k)x - 4$ é **decrecente**?

5º Exemplo: Para qual valor real de k temos que $f(x) = (2 + k)x - 4$ é **constante**?

ZERO OU RAIZ DA FUNÇÃO

Denomina-se zero ou raiz da função $f(x) = mx + n$ o valor de x tal que $f(x) = 0$.

6º Exemplo: Qual é o zero real da função $f(x) = 0,5x - 3$?



ESTUDO DOS SINAIS DA FUNÇÃO

Estudar os sinais da função f significa determinar para que valores de x temos $f(x) = 0$, $f(x) > 0$ e $f(x) < 0$.

7º Exemplo: Faça o estudo dos sinais de $f(x) = 0,5x - 3$.

PROBLEMAS PROPOSTOS

1ª Questão:

Construir o gráfico cartesiano das funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} :

- | | |
|-----------------|------------------|
| a) $y = 2x - 1$ | c) $y = -3x - 4$ |
| b) $y = 3x + 2$ | d) $y = -2x + 3$ |

2ª Questão:

Para que valores de $x \in \mathbb{R}$ a função $f(x) = \frac{2}{3} - \frac{x}{2}$ é negativa?

3ª Questão:

O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada *bandeirada*, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R\$ 5,50 e cada quilômetro rodado custa R\$ 1,20, calcule:

- a) o preço de uma corrida de 10 km;
- b) a distância percorrida por um passageiro que pagou R\$ 29,50 pela corrida.

PROBLEMAS PROPOSTOS

4ª Questão:

Uma empresa tem funções custo e receita, em reais, dadas por

$$C(x) = 10x + 2500 \text{ e } R(x) = 15x$$

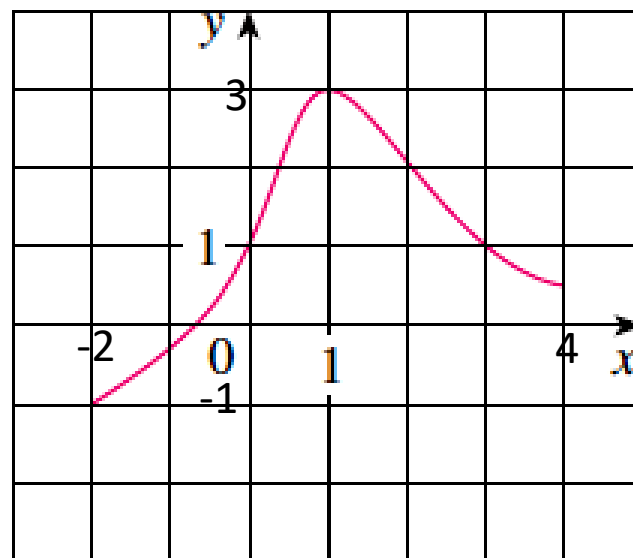
onde x representa o número de unidades produzidas.

- a) Encontre o custo e a receita quando a empresa produz 500 unidades.
- b) Calcule o número mínimo de unidades que devem ser produzidas para que a empresa não tenha prejuízo.

5ª Questão:

O gráfico de uma função f é dado:

- (a) Diga o valor de $f(1)$.
- (b) Estime o valor de $f(-1)$.
- (c) Para quais valores de x é $f(x) = 1$?
- (d) Estime os valores de x tais que $f(x) = 0$.
- (e) Diga qual é o domínio e a imagem de f .
- (f) Para quais valores de x a função é crescente?



PROBLEMAS PROPOSTOS

172. Construa o gráfico cartesiano das funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} :

a) $y = 2x - 1$

b) $y = x + 2$

c) $y = 3x + 2$

d) $y = \frac{2x - 3}{2}$

e) $y = -3x - 4$

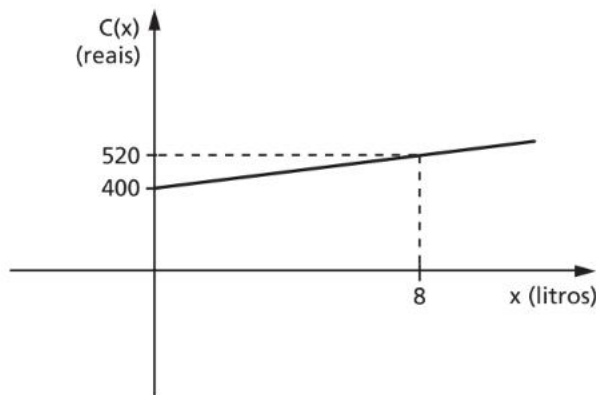
f) $y = -x + 1$

g) $y = -2x + 3$

h) $y = \frac{4 - 3x}{2}$

179. A função f é definida por $f(x) = ax + b$. Sabe-se que $f(-1) = 3$ e $f(1) = 1$. Determine o valor de $f(3)$.

186. O custo C de produção de x litros de uma certa substância é dado por uma função linear de x , com $x \geq 0$, cujo gráfico está representado abaixo.



Nessas condições, o custo de R\$ 700,00 corresponde à produção de quantos litros?

PROBLEMAS PROPOSTOS

196. Especifique, para cada uma das funções abaixo, se é crescente ou decrescente em \mathbb{R} :

a) $y = 1 + 5x$

c) $y = x + 2$

e) $y = -2x$

b) $y = -3 - 2x$

d) $y = 3 - x$

f) $y = 3x$

200. Estude os sinais das funções definidas em \mathbb{R} :

a) $y = 2x + 3$

f) $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{2}$

b) $y = -3x + 2$

g) $y = 2x - \frac{4}{3}$

c) $y = 4 - x$

d) $y = 5 + x$

h) $y = -x$

e) $y = 3 - \frac{x}{2}$

209. Numa escola é adotado o seguinte critério: a nota da primeira prova é multiplicada por 1, a nota da segunda prova é multiplicada por 2 e a da última prova é multiplicada por 3. Os resultados, após ser adicionados, são divididos por 6. Se a média obtida por esse critério for maior ou igual a 6,5, o aluno é dispensado das atividades de recuperação. Suponha que um aluno teria tirado 6,3 na primeira prova e 4,5 na segunda. Quanto precisará tirar na terceira para ser dispensado da recuperação?

PROBLEMAS PROPOSTOS

196. Especifique, para cada uma das funções abaixo, se é crescente ou decrescente em \mathbb{R} :

a) $y = 1 + 5x$

c) $y = x + 2$

e) $y = -2x$

b) $y = -3 - 2x$

d) $y = 3 - x$

f) $y = 3x$

188. Na hora de fazer seu testamento, uma pessoa tomou a seguinte decisão: dividir sua fortuna entre sua filha, que estava grávida, e a prole resultante dessa gravidez, dando a cada criança que fosse nascer o dobro daquilo que caberia à mãe, se fosse do sexo masculino, e o triplo daquilo que caberia à mãe, se fosse do sexo feminino. Nasceram trigêmeos, sendo dois meninos e uma menina. Como veio a ser repartida a herança legada?

189. Um pequeno avião a jato gasta sete horas a menos do que um avião a hélice para ir de São Paulo até Boa Vista. O avião a jato voa a uma velocidade média de 660 km/h, enquanto o avião a hélice voa em média a 275 km/h. Qual é a distância entre São Paulo e Boa Vista?

190. Uma fábrica só contrata trabalhadores com idade acima de 16 anos. O salário médio, por hora de trabalho, nessa fábrica de 110 trabalhadores é de R\$ 20,00. Calculando-se, no entanto, apenas com os 100 trabalhadores de idade igual ou maior que 18 anos, a média passa a ser R\$ 21,20. Qual o salário médio dos trabalhadores com menos de 18 anos, por hora de trabalho, em reais?