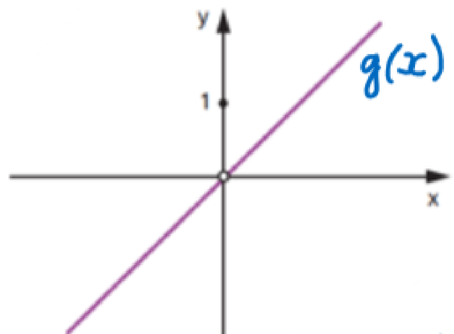
LIMITE DE UMA FUNÇÃO

Na matemática, o limite de uma função é um conceito fundamental em cálculo, onde é feita uma análise sobre o comportamento desta função quando próxima de um valor particular de sua variável independente.

$f(0) = 1$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

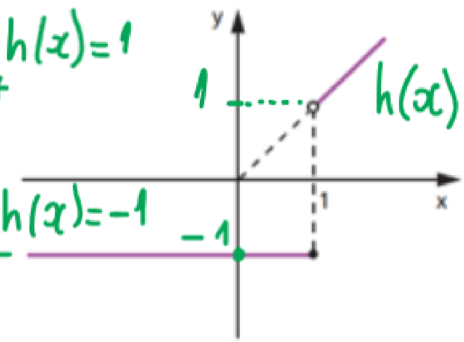


$g(0) = \nexists$ (pois não está definido um resultado quando $x = 0$)

$\lim_{x \to 0} g(x) = 0$

$\lim_{x \to 1^+} h(x) = 1$

$\lim_{x \to 1^-} h(x) = -1$



$h(1) = -1$

$\lim_{x \to 1} h(x) = \nexists$

pois seus limites laterais são distintos.

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

1º Exemplo: Qual é a tendência de resultados da função $f(x) = x^2$ quando x está muito próximo de 3?

x	y		x	y
3,1	9,61		2,9	8,41
3,01	9,0601		2,99	8,9401
3,001	9,006001		2,999	8,994001
3,0001	9,00060001		2,9999	8,99940001
3,00001	9,0000600001		2,99999	8,9999400001

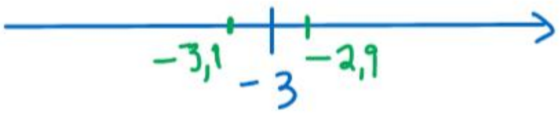
$$\lim_{x \to 3} f(x) = 9$$

$$\lim_{x \to 3} f(x) = 3^2 = 9$$

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

2º Exemplo: Qual é a tendência de resultados da função $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ quando x está muito próximo de - 3?

$$f(-3) = \frac{2\cdot(-3)-1}{-3+3} = -\frac{7}{0} = \nexists$$

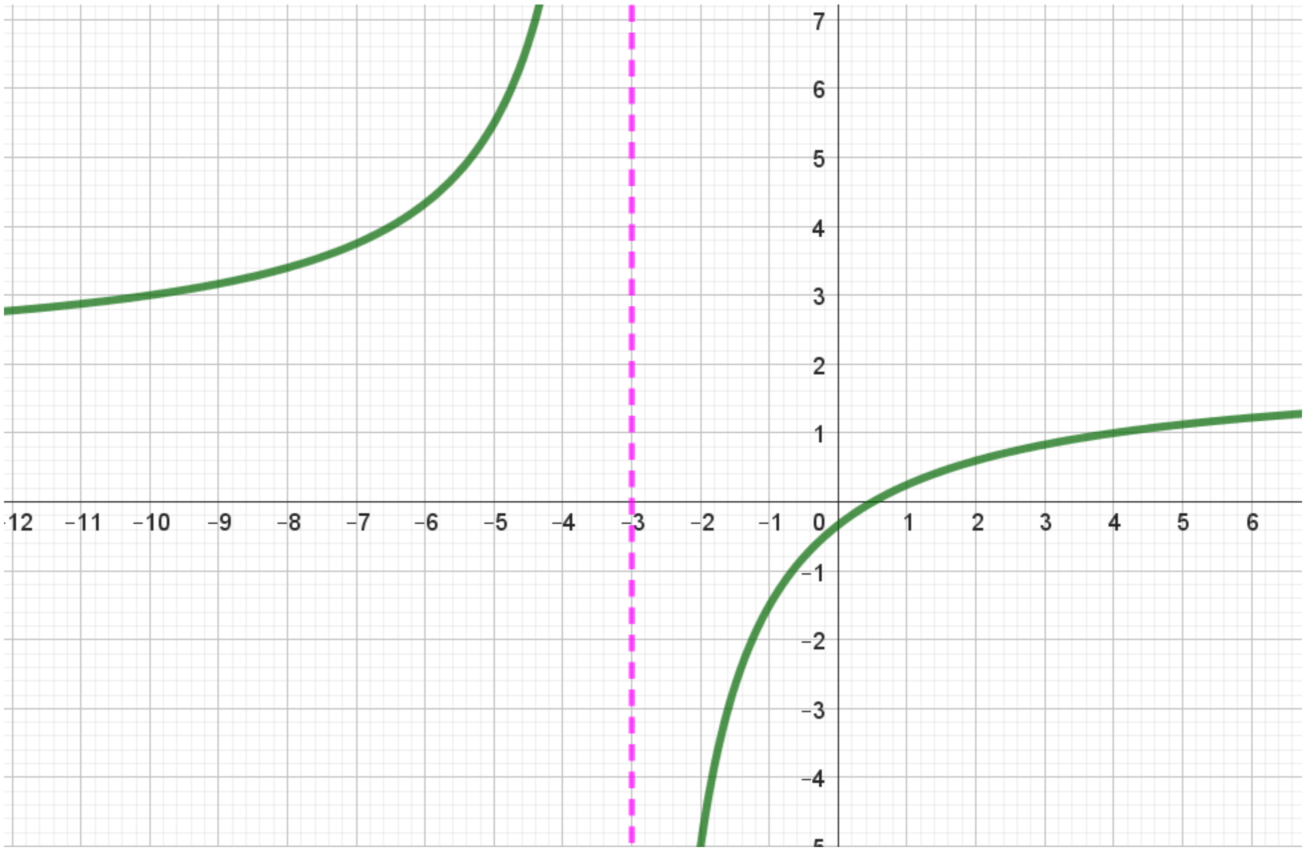


x	2x-1	x+3	f(x)	x	2x-1	x+3	f(x)
-2,9	-6,8	0,1	-68	-3,1	-7,2	-0,1	72
-2,99	-6,98	0,01	-698	-3,01	-7,02	-0,01	702
-2,999	-6,998	0,001	-6998	-3,001	-7,002	-0,001	7002
-2,9999	-6,9998	0,0001	-69998	-3,0001	-7,0002	-0,0001	70002
-2,99999	-6,99998	0,00001	-699998	-3,00001	-7,00002	-0,00001	700002

$\lim_{x\to -3}\left(\frac{2x-1}{x+3}\right) = \nexists$ pois $\lim_{x\to -3^+} f(x) \neq \lim_{x\to -3^-} f(x)$

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

2º Exemplo: Qual é a tendência de resultados da função $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ quando x está muito próximo de - 3?



LIMITE DE UMA FUNÇÃO

3º Exemplo: Dada a função $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2}$, calcule:

a) $f(2) = \frac{2^2+2-6}{2-2} = \frac{0}{0} = ??$ $\textit{isso representa uma indeterminação}$!!!

b) $f(2{,}1) = \frac{(2{,}1)^2+2{,}1-6}{2{,}1-2} = \frac{4{,}41+2{,}1-6}{0{,}1} = \frac{0{,}51}{0{,}1} = 5{,}1$

c) $f(2{,}01) = \frac{(2{,}01)^2+2{,}01-6}{2{,}01-2} = \frac{4{,}0401+2{,}01-6}{0{,}01} = \frac{0{,}0501}{0{,}01} = 5{,}01$

d) $f(2{,}001) = \frac{(2{,}001)^2+2{,}001-6}{2{,}001-2} = \frac{4{,}004001+2{,}001-6}{0{,}001} = \frac{0{,}005001}{0{,}001} = 5{,}001$

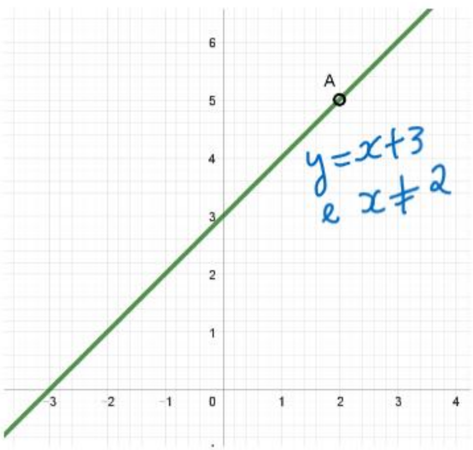
$$\lim_{x \to 2}\left(\frac{x^2+x-6}{x-2}\right) = 5$$

e) o valor de $f(x)$ quando x se aproxima de 2. Resposta: É um valor próximo de 5.

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

$$\lim_{x \to 2}\left(\frac{x^2+x-6}{x-2}\right) = 5$$

$$\lim_{x \to 2}\left(\frac{x^2+x-6}{x-2}\right) = \lim_{x \to 2}(x+3) = 2+3 = 5$$



Reescrevendo a função $f(x) = \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$:

$x^2+x-6=0$

$\Delta = 1+24 = 25$

$x' = \dfrac{-1+5}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

$x'' = \dfrac{-1-5}{2} = -\dfrac{6}{2} = -3$

forma fatorada:

$a\cdot(x-x')\cdot(x-x'')$

$1\cdot(x-2)\cdot(x+3)$

$$\frac{x^2+x-6}{x-2} = \frac{1\cdot\cancel{(x-2)}\cdot(x+3)}{\cancel{x-2}} = x+3$$

Ax^2+Bx+C

$\Delta = B^2-4\cdot A\cdot C$

$\Delta = 1^2-4\cdot1\cdot(-6)$

$\Delta = 1+24$

$\Delta = 25$

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

$\boxed{1}$ **Definição** Suponha que $f(x)$ seja definido quando está próximo ao número a. (Isso significa que f é definido em algum intervalo aberto que contenha a, exceto possivelmente no próprio a.) Então escrevemos

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

e dizemos "o limite de $f(x)$, quando x tende a a, é igual a L"

se pudermos tornar os valores de $f(x)$ arbitrariamente próximos de L (tão próximos de L quanto quisermos), tornando x suficientemente próximo de a (por ambos os lados de a), mas não igual a a.

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

1º Exemplo: Dada a função $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, calcule o $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$.

Resposta:

2º Exemplo: Dada a função $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$, calcule o $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)$.

Resposta:

3º Exemplo: Dada a função $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2}$, calcule o $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2+x-6}{x-2}\right)$.

Resposta:

EXERCÍCIO

Calcule os limites abaixo:

a) $$\lim_{x \to 3} \left(\frac{x + 1}{x - 2} \right)$$

b) $$\lim_{x \to -2} \left(\frac{x^2 - 4}{x + 2} \right)$$

EXERCÍCIO

Calcule os limites abaixo:

c) $$\lim_{x \to 3} \left(\frac{x^2 - x - 6}{x - 3} \right)$$

EXERCÍCIO

Calcule os limites abaixo:

e) $$\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2 + 5x - 6}{x - 1} \right)$$

PROBLEMAS PROPOSTOS

Exercício 1 Calcule o limite, se existir.

11. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

12. $\lim_{x \to -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}$

13. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}$

14. $\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$

15. $\lim_{t \to -3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3}$

16. $\lim_{x \to -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 2x - 3}$

17. $\lim_{h \to 0} \frac{(-5 + h)^2 - 25}{h}$

18. $\lim_{h \to 0} \frac{(2 + h)^3 - 8}{h}$

19. $\lim_{x \to -2} \frac{x + 2}{x^3 + 8}$

20. $\lim_{t \to 1} \frac{t^4 - 1}{t^3 - 1}$

21. $\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9 + h} - 3}{h}$

22. $\lim_{u \to 2} \frac{\sqrt{4u + 1} - 3}{u - 2}$

23. $\lim_{x \to -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4 + x}$

24. $\lim_{x \to -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^4 - 1}$