

3º Exemplo: Derive as funções:

$$d) f(x) = (1 + 2x^2)(x - x^2)$$

sem a regra do produto:

$$f(x) = x - x^2 + 2x^3 - 2x^4$$

$$f'(x) = 1 - 2x + 2 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 4x^3$$

$$f'(x) = 1 - 2x + 6x^2 - 8x^3$$

com a regra do produto: $(f \cdot g)' = f \cdot g' + g \cdot f'$

$$f = 1 + 2x^2 \Rightarrow f' = 0 + 2 \cdot 2x = 4x$$

$$g = x - x^2 \Rightarrow g' = 1 - 2x$$

$$f'(x) = (1 + 2x^2) \cdot (1 - 2x) + (x - x^2) \cdot 4x$$

$$f'(x) = 1 - 2x + 2x^2 - 4x^3 + 4x^2 - 4x^3$$

$$f'(x) = 1 - 2x + 6x^2 - 8x^3$$

3º Exemplo: Derive as funções:

$$e) f(x) = \frac{e^x}{x^2}$$

$$f(x) = e^x \cdot \frac{1}{x^2} = e^x \cdot \left(\frac{x^2}{1}\right)^{-1}$$

$$f(x) = e^x \cdot x^{-2}$$

$$f = e^x \Rightarrow f' = e^x$$

$$g = x^{-2} \Rightarrow g' = -2x^{-2-1} = -2x^{-3}$$

$$f'(x) = e^x \cdot (-2x^{-3}) + 1x^{-2} \cdot e^x$$

$$f'(x) = x^{-2} \cdot e^x \cdot (-2x^{-1} + 1)$$

A REGRA DO PRODUTO

3º Exemplo: Derive as funções:

$$f) g(x) = \sqrt[3]{x^2}(x+2)$$

$$g(x) = x^{\frac{2}{3}} \cdot (x+2)$$

$$g'(x) = x^{\frac{2}{3}} \cdot 1 + (x+2) \cdot \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}$$

$$g'(x) = 1x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

$$g'(x) = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{1} = \frac{2-3}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

$$f = x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f' = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}$$

$$g = x+2 \Rightarrow g' = 1+0 = 1$$

$$x^1 \cdot x^{-\frac{1}{3}} = x^{1-\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}}$$

$$1 + \frac{2}{3} = \frac{3+2}{3} = \frac{5}{3}$$

A REGRA DO QUOCIENTE

A Regra do Quociente Se f e g são deriváveis, então

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x) \frac{d}{dx} [f(x)] - f(x) \frac{d}{dx} [g(x)]}{[g(x)]^2}$$

$$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$$

A REGRA DO QUOCIENTE

4º Exemplo: Derive as funções:

$$a) y = \frac{x^3}{1-x^2}$$

$$f = x^3 \Rightarrow f' = 3x^2$$

$$g = 1-x^2 \Rightarrow g' = 0-2x = -2x$$

$$y' = \frac{(1-x^2) \cdot 3x^2 - x^3 \cdot (-2x)}{(1-x^2)^2}$$

$$y' = \frac{3x^2 - 3x^4 + 2x^4}{(1-x^2)^2} = \frac{3x^2 - x^4}{(1-x^2)^2}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$$

$$b) y = \frac{x+1}{x^3+x+2}$$

$$f = x+1 \Rightarrow f' = 1$$

$$g = x^3+x+2 \Rightarrow g' = 3x^2+1$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$$

$$y' = \frac{(x^3+x+2) \cdot 1 - (x+1) \cdot (3x^2+1)}{(x^3+x+2)^2} = \frac{x^3+x+2 - (3x^3+x+3x^2+1)}{(x^3+x+2)^2}$$

$$y' = \frac{x^3+x+2-3x^3-x-3x^2-1}{(x^3+x+2)^2} \Rightarrow y' = \frac{-2x^3-3x^2+1}{(x^3+x+2)^2}$$

EXERCÍCIOS ENVOLVENDO REGRA DO PRODUTO E REGRA DO QUOCIENTE

Derive a função:

$$g(x) = \frac{3x - 1}{2x + 1}$$

EXERCÍCIOS ENVOLVENDO DERIVADA

01

Obtenha a derivada de cada função f dada abaixo:

a) $f(x) = (3x^2 + x)(1 + x + x^3)$

f) $f(x) = x^3 + e^x$

b) $f(x) = x^2(x + x^4)(1 + x + x^3)$

g) $f(x) = x^4 + 2x$

c) $f(x) = 2 + 3x + x^2$

h) $f(x) = 3x - 7e$

d) $f(x) = (2x + 3)^2$

i) $f(x) = e^x + 1$

e) $f(x) = x^3 + ex$

j) $f(x) = 3 + 5x^2 + x^3$

EXERCÍCIOS ENVOLVENDO DERIVADA

02 Derive as seguintes funções:

a) $f(x) = \frac{2}{x^7}$

e) $f(x) = \frac{x+3}{x-1} + \frac{x+2}{x+1}$

b) $f(x) = 3x^{-5}$

f) $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x - 2}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$

d) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$