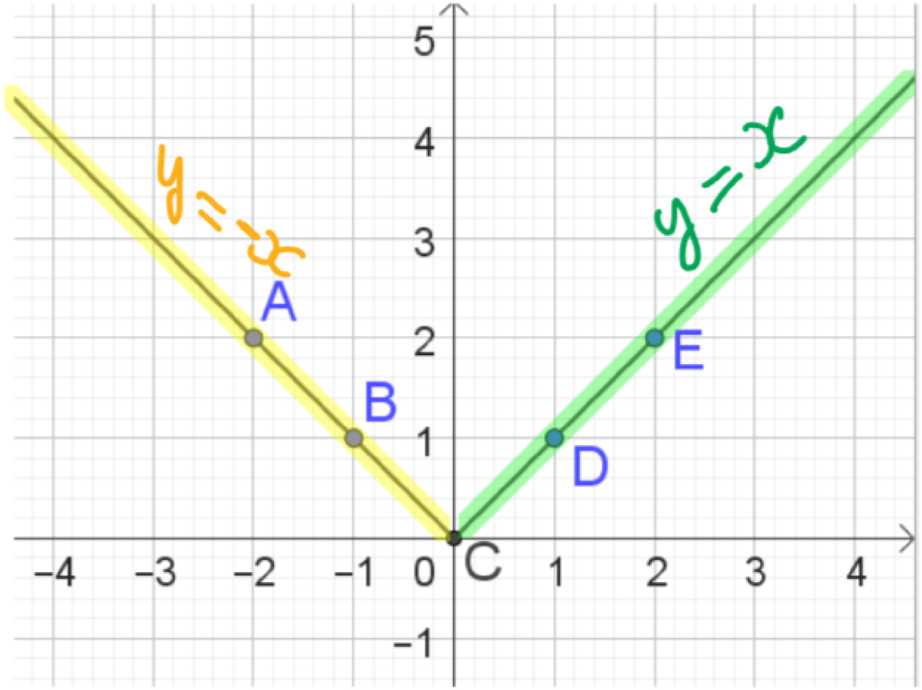
FUNÇÃO MODULAR

Exemplo 1: Esboce o gráfico de $y = |x|$.

$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

x	$y = \|x\|$
-2	$\|-2\| = 2$
-1	$\|-1\| = 1$
0	$\|0\| = 0$
1	$\|1\| = 1$
2	$\|2\| = 2$



Exemplo 2: Dada a função $f(x) = |x + 2|$, calcule:

a) $f(3) = |3 + 2| = 5$

b) $f(-5) = |-5 + 2| = |-3| = 3$

c) se $x > -2$ então $f(x) = x + 2$

d)se $x < -2$ então $f(x) = - x - 2$

Exemplo 3: Dada a função $f(x) = |2x - 3|$, calcule:

$$f(x) = |2x-3| = \begin{cases} 2x-3 & \text{se } x \geq 1{,}5 \\ -2x+3 & \text{se } x < 1{,}5 \end{cases}$$

a) $f(2) = |2 \cdot 2 - 3| = |4-3| = |1| = 1$

b) $f(1) = |2 \cdot 1 - 3| = |2-3| = |-1| = 1$

c) $f(-1) = |2 \cdot (-1) - 3| = |-2-3| = |-5| = 5$

d) se $x > 1{,}5$ então $f(x) = 2x - 3$

e) se $x < 1{,}5$ então $f(x) = -2x + 3$

EXERCÍCIOS

6ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{|x+1|}{x+1} \text{ definida em } \mathbb{R} - \{-1\}.$$

a) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

7ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{|3x-2|}{2-3x} \text{ definida em } \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}.$$

a) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} f(x)$

8ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{x^2-5x+4}{|x-1|} \text{ definida em } \mathbb{R} - \{1\}.$$

a) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

FUNÇÃO MODULAR

6ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{|x+1|}{x+1} \text{ definida em } \mathbb{R} - \{-1\}.$$

a) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{se } x > -1 \\ -x-1 & \text{se } x < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x+1=0 \\ x=-1 \end{array}$$

a) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} \frac{|x+1|}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^+} \frac{\cancel{x+1}}{\cancel{x+1}} = \lim\limits_{x \to -1^+} 1 = 1$

b) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} \frac{|x+1|}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^-} \frac{-x-1}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^-} \frac{-1 \cdot \cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}} = -1$

c) $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \nexists$ pois os limites laterais são diferentes.

FUNÇÃO MODULAR

7ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{|3x - 2|}{2 - 3x} \text{ definida em } \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}.$$

$$|3x-2| = \begin{cases} 3x-2 & se\ x > \frac{2}{3} \\ -3x+2 & se\ x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

$3x-2=0$
$3x=2$
$x=\frac{2}{3}$

a) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^+} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^-} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} f(x)$

a) $$\lim_{x \to \frac{2}{3}^+} \frac{3x-2}{2-3x} = \lim_{x \to \frac{2}{3}^+} \frac{-1\cdot\cancel{(-3x+2)}}{\cancel{-3x+2}} = \lim_{x \to \frac{2}{3}^+} (-1) = -1$$

b) $$\lim_{x \to \frac{2}{3}^-} \frac{-3x+2}{2-3x} = \lim_{x \to \frac{2}{3}^-} 1 = 1$$

c) $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} f(x) = \nexists$ pois os limites laterais são diferentes.

8ª Questão:

Dada a função f(x) calcule, se existir, cada limite:

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{|x-1|} \text{ definida em } \mathbb{R} - \{1\}.$$

a) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ b) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ c) $\lim_{x \to 1} f(x)$

I) $|x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{se } x > 1 \\ -(x-1) & \text{se } x < 1 \end{cases}$

II) $x^2 - 5x + 4 = (x-1)\cdot(x-4)$

a) $\lim_{x \to 1^+} \frac{\cancel{(x-1)}.(x-4)}{\cancel{x-1}} = \lim_{x \to 1^+} (x-4) = 1-4 = -3$

b) $\lim_{x \to 1^-} \frac{\cancel{(x-1)}.(x-4)}{-\cancel{(x-1)}} = \lim_{x \to 1^-} \frac{x-4}{-1} = \frac{1-4}{-1} = \frac{-3}{-1} = 3$

c) $\lim_{x \to 1} f(x) = \nexists$

EXERCÍCIOS

9ª Questão:

Dada a função *f* definida por

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & \text{se } x \leqslant -2 \\ 3x + a & \text{se } x > -2 \end{cases}$$

determine $a \in \mathbb{R}$ para que exista $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$.

10ª Questão:

Dada a função *f* definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} & \text{se } x < 2 \\ 3 - ax - x^2 & \text{se } x \geqslant 2 \end{cases}$$

determine $a \in \mathbb{R}$ para que exista $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

EXERCÍCIOS

GABARITO

1ª Questão:

(a) 2, (b) 3, (c) não existe, pois os limites laterais $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ são diferentes, (d) 4.

2ª Questão:

(a) -1, (b) -2, (c) não existe, pois os limites laterais $\lim_{t\to 0^-} g(t)$ e $\lim_{t\to 0^+} g(t)$ são diferentes, (d) 2, (e) 0, (f) não existe, pois os limites laterais $\lim_{t\to 2^-} g(t)$ e $\lim_{t\to 2^+} g(t)$ são diferentes, (g) 3.

3ª Questão:

a) 5
b) 5
c) 5

4ª Questão:

a) 1
b) 3
c) Não existe

5ª Questão:

a = – 10

6ª Questão:

a) 1
b) – 1
c) Não existe

7ª Questão:

a) – 1
b) 1
c) Não existe

8ª Questão:

a) – 3
b) 3
c) Não existe

9ª Questão:

a = 1

10ª Questão:

a = – 4