# CONTEÚDO DO TESTE – 1º BIMESTRE – 4 PONTOS

FUNÇÃO DO 1º GRAU / RETA

FUNÇÃO DO 2º GRAU

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

LIMITES LATERAIS

**DATA: 31/08/2023**

# LIMITE DE UMA FUNÇÃO

**Propriedade de Substituição Direta** Se $f$ for uma função polinomial ou racional e $a$ estiver no domínio de $f$, então

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

**Exemplo 1** Calcule:

(a) $\lim_{x \to 5} (2x^2 - 3x + 4) = 2 \cdot 5^2 - 3 \cdot 5 + 4 = 50 - 15 + 4 = 39$

(b) $\lim_{x \to -2} \left( \dfrac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x} \right) = \dfrac{(-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 1}{5 - 3 \cdot (-2)} = \dfrac{-8 + 8 - 1}{5 + 6} = -\dfrac{1}{11}$

# PROBLEMAS PROPOSTOS

**Exercício 1** Calcule o limite, se existir.

**11.** $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

**12.** $\displaystyle\lim_{x \to -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}$

**13.** $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}$

**14.** $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$

**15.** $\displaystyle\lim_{t \to -3} \frac{t^2 - 9}{2t^2 + 7t + 3}$

**16.** $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 2x - 3}$

**17.** $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{(-5 + h)^2 - 25}{h}$

**18.** $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{(2 + h)^3 - 8}{h}$

**19.** $\displaystyle\lim_{x \to -2} \frac{x + 2}{x^3 + 8}$

**20.** $\displaystyle\lim_{t \to 1} \frac{t^4 - 1}{t^3 - 1}$

**21.** $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9 + h} - 3}{h}$

**22.** $\displaystyle\lim_{u \to 2} \frac{\sqrt{4u + 1} - 3}{u - 2}$

**23.** $\displaystyle\lim_{x \to -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4 + x}$

**24.** $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^4 - 1}$

# PROBLEMAS PROPOSTOS

**Exercício 1**

14. $\lim_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4} = \dfrac{(-1)^2 - 4.(-1)}{(-1)^2 - 3\cdot(-1) - 4} = \dfrac{1+4}{1+3-4} = \dfrac{5}{0} = \nexists$

$\lim_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4} = \dfrac{4^2 - 4.4}{4^2 - 3.4 - 4} = \dfrac{16-16}{16-12-4} = \dfrac{0}{0} = ?$

$x^2 - 4x = x \cdot x - 4 \cdot x = x \cdot (x-4)$

$x^2 - 3x - 4 = (x-4)\cdot(x+1)$

$(x-4)(x+1)$

$\underbrace{x^2 + 1x - 4x}_{} - 4$

$x^2 - 3x - 4$

$\dfrac{x^2-4x}{x^2-3x-4} = \dfrac{x\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}(x+1)} = \dfrac{x}{x+1}$

$\lim_{x \to 4} \dfrac{x^2-4x}{x^2-3x-4} = \lim_{x \to 4} \dfrac{x}{x+1} = \dfrac{4}{4+1} = \dfrac{4}{5}$

# PROBLEMAS PROPOSTOS

**Exercício 1**

**16.** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x^2+3x+1}{x^2-2x-3} = \dfrac{2\cdot(-1)^2+3\cdot(-1)+1}{(-1)^2-2\cdot(-1)-3} = \dfrac{2-3+1}{1+2-3} = \dfrac{0}{0} = ?$

$2x^2+3x+1 = (x+1)\cdot(2x+1)$

$x^2-2x-3 = (x+1)\cdot(x-3)$

$-1$ é raiz

$x-(-1) = x+1$

$$\frac{2x^2+3x+1}{x^2-2x-3} = \frac{\cancel{(x+1)}\cdot(2x+1)}{\cancel{(x+1)}\cdot(x-3)} = \frac{2x+1}{x-3}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x^2+3x+1}{x^2-2x+3} = \lim_{x\to -1} \frac{2x+1}{x-3} = \frac{2\cdot(-1)+1}{-1-3} = \frac{-2+1}{-4} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

# P R O B L E M A S   P R O P O S T O S

**Exercício 1**

**18.** $\lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h} = \frac{(2+0)^3-8}{0} = \frac{2^3-8}{0} = \frac{0}{0} = ?$

$(2+h)\cdot(2+h)\cdot(2+h)$

$(4+2h+2h+h^2)\cdot(2+h)$

$(4+4h+h^2)\cdot(2+h)$

$8+4h+8h+4h^2+2h^2+h^3$

$8+12h+6h^2+h^3$

$\frac{(2+h)^3-8}{h} = \frac{\cancel{8}+12h+6h^2+h^3\cancel{-8}}{h} =$

$= \frac{\cancel{h}\cdot(12+6h+h^2)}{\cancel{h}} = 12+6h+h^2$

$\lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^3-8}{h} = \lim_{h\to 0}(12+6h+h^2) = 12+6\cdot 0+0^2 = 12$

# PROBLEMAS PROPOSTOS

**Exercício 1**

$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

e) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} = \frac{\sqrt{1+0}-\sqrt{1-0}}{0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} = ?$

$$\frac{\overset{a}{\sqrt{1+x}} \overset{-}{-} \overset{b}{\sqrt{1-x}}}{x} \cdot \frac{\overset{a}{\sqrt{1+x}} \overset{+}{+} \overset{b}{\sqrt{1-x}}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}} = \frac{(\cancel{\sqrt{1+x}})^{\cancel{2}} - (\cancel{\sqrt{1-x}})^{\cancel{2}}}{x\cdot(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})} =$$

$$= \frac{(1+x)-(1-x)}{x\cdot(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})} = \frac{1+x-1+x}{x\cdot(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})} = \frac{2\cancel{x}}{\cancel{x}\cdot(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})} = \frac{2}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{2}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}} = \frac{2}{\sqrt{1+0}+\sqrt{1-0}} = \frac{2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

# EXERCÍCIOS SOBRE LIMITE DE UMA FUNÇÃO

**1. Determine o resultado de cada limite:**

a) $\lim_{x \to 1} (4x^2 - 7x + 5)$

b) $\lim_{x \to -1} (x^3 - 2x^2 - 4x + 3)$

c) $\lim_{x \to 2} \dfrac{3x + 2}{x^2 - 6x + 5}$

d) $\lim_{x \to -1} \dfrac{3x^2 - 5x + 4}{2x + 1}$

e) $\lim_{x \to -3} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{5 - 3x}$

f) $\lim_{x \to 2} \left(\dfrac{3x^2 - 2x - 5}{-x^2 + 3x + 4}\right)^3$

g) $\lim_{x \to 4} \left(\dfrac{x^3 - 3x^2 - 2x - 5}{2x^2 - 9x + 2}\right)^2$

h) $\lim_{x \to -1} \sqrt{\dfrac{2x^2 + 3x - 4}{5x - 4}}$

i) $\lim_{x \to -2} \sqrt[3]{\dfrac{3x^3 - 5x^2 - x + 2}{4x + 3}}$

i) $\lim_{x \to 2} \sqrt{\dfrac{2x^2 + 3x + 2}{6 - 4x}}$

# EXERCÍCIOS SOBRE LIMITE DE UMA FUNÇÃO

**2. Calcule, se existir, cada limite abaixo:**

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1 - x}}{x}$

c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1}$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 - 2x - x^2} - 1}{x}$

e) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{x}$

f) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{2x} - \sqrt{x + 1}}{x - 1}$

## GABARITO

**1.**

a) 2
b) 4
c) -8/3
d) -12
e) 0
f) 1/8
g) 9/4
h) $\sqrt{5}/3$
i) 2
j) - 2

**2.**

a) ½
b) ½
c) ¼
d) $-1$
e) 1
f) $\sqrt{2}/4$