DERIVADA DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

DERIVADA DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

1º Exemplo: Obtenha a derivada de $y = ln\, x$.

$y = \ln x$

$\ln x = y$

$\log_e x = y$

$e^y = x$

$(e^y)' = (x)'$

$e^y \cdot y' = 1$

$y' = \frac{1}{e^y}$

$y' = \frac{1}{x}$

DERIVADA DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

2º Exemplo: Obtenha a derivada de $y = 2^x$.

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(5x)' = 5$

$\ln 2 \cong 0{,}69$

$(0{,}69x)' = 0{,}69$

$y = 2^x$

$\ln y = \ln 2^x$

$\ln y = x \cdot \ln 2$

$(\ln y)' = (x \cdot \ln 2)'$

$\frac{1}{y} \cdot y' = \ln 2$

$1 \cdot y' = y \cdot \ln 2$

$y' = 2^x \cdot \ln 2$

3º Exemplo: Obtenha a derivada de $y = a^x$.

$y = 2^x \Rightarrow y' = 2^x \cdot \ln 2$

$y = 3^x \Rightarrow y' = 3^x \cdot \ln 3$

$y = 10^x \Rightarrow y' = 10^x \cdot \ln 10$

logo $y = a^x \Rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$

4º Exemplo: Obtenha a derivada de $y = \log_2 x$.

$\log_2 x = y \Rightarrow 2^y = x$

$(2^x)' = 2^x \cdot \ln 2$

$(2^y)' = (x)'$

$2^y \cdot \ln 2 \cdot y' = 1$

$y' = \dfrac{1}{2^y \cdot \ln 2}$

$y' = \dfrac{1}{x \cdot \ln 2}$

5º Exemplo: Obtenha a derivada de $y = \log_a x$.

$$y = \log_2 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln 2}$$

$$y = \log_3 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$$

$$y = \log x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln 10}$$

$$y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$y = e^x \Rightarrow y' = e^x$$

$$y = 10^x \Rightarrow y' = 10^x \cdot \ln 10$$

$$y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$$

$$y = \log_7 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln 7}$$

6º Exemplo: Deriva a função $y = \ln(2x + 5)$.

$u = 2x + 5$

$y = \ln u$

Regra da cadeia:

$y' = (\ln u)' \cdot u'$

$y' = \frac{1}{u} \cdot 2$

$y' = \frac{2}{2x+5}$

7º Exemplo: Deriva a função $y = \ln(3x - 7)$.

$u = 3x - 7$

$y = \ln u$

$y' = (\ln u)' \cdot u'$

$y' = \frac{1}{u} \cdot 3$

$y' = \frac{3}{3x-7}$

$y = \ln u$

$y' = \frac{u'}{u}$

8º Exemplo: Deriva e função y $= \ln(x^2 - 3x - 1)$.

De acordo com os exemplos anteriores, podemos

escrever $y' = \dfrac{u'}{u}$, ou seja, $y' = \dfrac{2x-3}{x^2-3x-1}$.

9º Exemplo: Obtenha a derivada da função $y = (x - 1) \cdot \ln x$.

$f = x - 1 \Rightarrow f' = 1$

$g = \ln x \Rightarrow g' = \frac{1}{x}$

Regra do produto:

$y' = (x-1) \cdot \frac{1}{x} + (\ln x) \cdot 1$

$y' = \frac{x-1}{x} + \ln x$

DERIVADA DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

$\boxed{1}$ $f(x) = -2x^5 + 4x^3 + 2x - 6$ $\qquad f'(2) = ?$

$f'(x) = -10x^4 + 12x^2 + 2$

$f'(2) = -10 \cdot 2^4 + 12 \cdot 2^2 + 2$

$f'(2) = -10 \cdot 16 + 48 + 2 = -160 + 50 = -110$

$\boxed{4}$ $f(x) = (5x+4)^{2023}$ $\qquad f'(-1) = ?$

$u = 5x+4 \qquad u' = 5$

$y = u^{2023}$

$5 \cdot (-1) + 4 = -1$

$f'(x) = 2023 \cdot u^{2022} \cdot 5$

$f'(x) = 10115 \cdot (5x+4)^{2022}$

$f'(-1) = 10115 \cdot (-1)^{2022}$

$f'(-1) = 10115$

$\boxed{3}$ $f(x) = \dfrac{2x-5}{x+1}$

$f = 2x-5 \qquad f' = 2$

$g = x+1 \qquad g' = 1$

$$f'(x) = \frac{(x+1) \cdot 2 - (2x-5) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x+2-2x+5}{(x+1)^2} = \frac{7}{(x+1)^2}$$