



Universität Bremen

Mathematische Grundlagen II - Lineare Algebra
Übungsblätter

Gruppenmitglied 01: Lünsmann, Mario

e-Mail 01: mluensmann@uni-bremen.de

Übungsblattnummer: Übungsblatt 01

Status: Lösung 01

Punkte/Prozente:

Anmerkungen/Verbesserungsvorschläge:

Mathematische Grundlagen II - Lineare Algebra

Übungsblatt 01 - Abgabetermin 12.04.2016

1 Präsenzübungen

1.1 P1

Frage 1:

Bestimmen Sie – falls vorhanden – Supremum, Infimum, Maximum und Minimum der folgenden Mengen. Geben Sie auf jeden Fall immer eine obere und eine untere Schranke an.

- (a) $(2, 4) \subset \mathbb{R} [1, 5]$; Inf 2; Sup 4
- (b) $[0, 3) \subset \mathbb{R} [0, 2]$; Inf 0; Sup 3 ; min 0
- (c) $[2, 4] \subset \mathbb{R} [2, 4]$; Inf 2; Sup 4 ; min 2 ; max 4
- (d) $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x^2 < 2\} (0, 2)$; $[0, 3]$; Inf $\sqrt{-2}$; Sup $\sqrt{2}$
- (e) $(2, 4) \subset \mathbb{Q} [2, 4]$; Inf 2; Sup 4
- (f) $[2, 4) \subset \mathbb{Q} [2, 4]$; Inf 2; Sup 4; Min 2
- (g) $[2, 4] \subset \mathbb{Q} [2, 4]$; Inf 2; Sup 4; Min 2; Max 4
- (h) $\{x \in \mathbb{Q} | 0 < x^2 < 2\}$ -
- (i) $(2, 4) \subset \mathbb{N} [3, 3]$; Inf 3; Sup 3; Min 3 ; Max 3
- (j) $[2, 4) \subset \mathbb{N} [2, 3]$; Inf 2; Sup 3; Min 2 ; Max 3
- (k) $[2, 4] \subset \mathbb{N} [2, 4]$; Inf 2; Sup 4; Min 2 ; Max 4
- (l) $\{x \in \mathbb{N} | 0 < x^2 < 2\} (0, 2)$; $[1, 1]$; Inf 1; Sup 1; Min 1 ; Max 1

2 Hausübungen

2.1 H1

Frage 1:

Schreiben Sie die Ausdrücke jeweils als einzigen Bruch und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

Lösungen zu 1:

(a) $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{y-x} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{-(x-y)} = \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x-y} = 2 * \frac{1}{x-y} = \frac{2}{x-y}$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{5}{b-1} - \frac{6b}{b^2-1} - \frac{1-2b}{b+b^2} &= \frac{5}{b-1} - \frac{2*3b}{b^2-1} - \frac{1-2b}{b+b^2} = \frac{5}{b-1} + \frac{-(-2*3b)}{(b-1)*(b+1)} - \frac{1-2b}{b+b^2} = \frac{5}{b-1} + \frac{(-2*3b)}{(b-1)*(b+1)} - \\ &\frac{1-2b}{b+b^2} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6b}{(b-1)*(b+1)} - \frac{-2b+1}{b+b^2} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6b}{(b-1)*(b+1)} + \frac{-(-2(b-0,5))}{b*(b+1)} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6b}{(b-1)*(b+1)} + \\ &\frac{(2(b-0,5))}{b*(b+1)} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6b}{(b-1)*(b+1)} + \frac{2b+2*(-0,5)}{b*(b+1)} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6b}{(b-1)*(b+1)} + \frac{2b-1}{b*(b+1)} = \frac{5}{b-1} + \frac{(-6b)*b}{(b-1)*(b+1)*b} + \\ &\frac{(2b-1)*(b-1)}{(b-1)*(b+1)*b} = \frac{5}{b-1} + \frac{(-6b*b)}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{(2b-1)*(b-1)}{(b-1)*(b+1)*b} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{(2b-1)*(b-1)}{(b-1)*(b+1)*b} = \\ &\frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{(2b*(b-1)-(b-1))}{(b-1)*(b+1)*b} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{(2(b*b+b*(-1))-(b-1))}{(b-1)*(b+1)*b} = \frac{5}{b-1} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{(2*(b^2-b)-(b-1))}{(b-1)*(b+1)*b} &= \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{((2*b^2+2*b)-(b-1))}{(b-1)*(b+1)*b} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \\ \frac{((2*b^2-2b)-(b-1))}{(b-1)*(b+1)*b} &= \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{((2*b^2-2b)+(-b+1))}{(b-1)*(b+1)*b} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{(2*b^2-2b+(-b+1))}{(b-1)*(b+1)*b} = \\ \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{(2*b^2-2b-b+1)}{(b-1)*(b+1)*b} &= \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2}{(b-1)*(b+1)*b} + \frac{2*b^2-3b+1}{(b-1)*(b+1)*b} = \frac{5}{b-1} + \frac{-6*b^2+2*b^2-3b+1}{(b-1)*(b+1)*b} = \\ \frac{5}{b-1} + \frac{-4*b^2-3b+1}{(b-1)*(b+1)*b} &= \frac{5}{b-1} + \frac{-4b+1}{(b-1)*b} = \frac{5b}{(b-1)*b} + \frac{-4b+1}{(b-1)*b} = \frac{5b-4b+1}{(b-1)*b} = \frac{b+1}{(b-1)*b} \end{aligned}$$

(c) $\frac{((3*10^{-2})^2*4*10^3)}{10^{-1}} = \frac{((3*0,01)^2*4*10^3)}{10^{-1}} = \frac{(0,03^2*4*10^3)}{10^{-1}} = \frac{(0,0009*4*10^3)}{10^{-1}} = \frac{(0,0009*4*1000)}{10^{-1}} = \frac{(0,0009*4000)}{10^{-1}} = \frac{3,6}{10^{-1}} = \frac{3,6}{0,1} = 36$

(d) $(2a^2)^2 * \frac{1}{(2a)^3} * \frac{1}{a-1} = (2^2 * a^{2+2}) * \frac{1}{(2^3 * a^3)} * \frac{1}{a-1} = 4 * a^4 * \frac{1}{(2^3 * a^3) * (a-1)} = 4 * a^4 * \frac{1}{2^3 * a^3 + 2^3 * a^3 * (-1)} = 4 * a^4 * \frac{1}{2^3 * a^4 - 2^3 * a^3} = \frac{4 * a^4}{2^3 * a^4 - 2^3 * a^3} = \frac{4a}{8a-8} = \frac{a}{2a-2}$

2.2 H2

Frage 1:

Lösen Sie nach x auf.

Lösungen zu 1:

(a) $w = \frac{1}{2}v * (1 - \frac{1+k}{1+\frac{a}{x}}) = w = \frac{v*(1-\frac{1+k}{1+\frac{a}{x}})}{2} = w = -\frac{kv}{\frac{2a}{x}+2} - \frac{v}{\frac{2a}{x}+2} + \frac{v}{2} = x = -\frac{2aw-av}{2w+kv}$

(b) $\frac{A}{2} = \frac{b}{a(\frac{1}{x}-\frac{1}{y})} = \frac{A}{2} = \frac{b}{\frac{a}{x}-\frac{a}{y}} = x = \frac{ayA}{aA+2by}$

2.3 H3

Frage 1:

Wie Sie an der folgenden Kette von Äquivalenzumformungen erkennen, ist $0 = 1$. Finden Sie den Fehler.

Die Originalfassung mit Fehlerhervorhebung bei der Äquivalenzumformung

$$6^2 - 6 * 11 = 5^2 - 5 * 11$$

$$\underbrace{6^2 - 6 * 11}_{\text{Berechnung falsch bei Umformung}} + \underbrace{\left(\frac{11}{2}\right)^2}_{\text{überflüssig}} = \underbrace{5^2 - 5 * 11}_{\text{Berechnung falsch bei Umformung}} + \underbrace{\left(\frac{11}{2}\right)^2}_{\text{überflüssig}}$$

$$\begin{aligned} \left(6 - \frac{11}{2}\right)^2 &= \left(5 - \frac{11}{2}\right)^2 \\ 6 - \frac{11}{2} &= 5 - \frac{11}{2} \\ 1 &= 0 \end{aligned}$$

Hier ist die korrigierte Fassung ohne irgendwelche Fehler mit eindeutigem Ergebnis

$$\begin{aligned} 6^2 - 6 * 11 &= 5^2 - 5 * 11 && \backslash \text{Klammern der Terme} \\ (6^2) - (6 * 11) &= (5^2) - (5 * 11) && \backslash \text{Punkt vor Strichrechnung!} \\ 36 - 66 &= 25 - 55 && \backslash \text{simples Subtrahieren!} \\ -30 &= -30 && \backslash + 30 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$