Rezolvare Subiect Sisteme Distribuite 2024-2025

1. (10p)

Explicatii:

Graful este oarecare => consensul se rezolva in diam pasi corecti. Un pas corect are loc in s + 1 pasi (din cauza celor s defecte Crash), deci avem nevoie de diam * (s + 1) pasi (FloodSet s – robust, graf conex)

f(a) = a[1] + a[n] = min(a) + max(a) => este suficient sa transmitem mai departe doar minimul si maximul acumulate curent, nu tot vectorul (rezolvare pt care se primeste 8 puncte / 10)

Rezolvare:

FlootSet(f()):

1. Fie U multimea mesajelor vj primite de la N_i^-
2. $M_i(t + 1) = M_i(t)$ u U
3. If (t > (s + 1) * diam):
    1. return $\min(M_i) + \max(M_i)$
4. Else (send Mi(t + 1), N_i^+)
5. t := t + 1

2. (10p)

Rezolvare:

a.

$$A_{binar} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

A este stohastica pe linii, deci aplicam teorema Perron-Frobenius, care spune ca un eigenvalue este 1, asadar trebuie sa gasim vectorul la stanga w care satisface $w^H*A = w^H$

w^H inseamna w^T in care valorile sunt conjugate (daca sunt din C, ceea ce nu e cazul)

Avem [w1 w2 w3 w4] * A = [w1 w2 w3 w4] din care rezulta (1), (2), (3) si (4)

(1) w1 / 3 + w3 / 4 + w4 / 3 = w1

(2) w2 / 2 + w3 / 4 = w2

(3) w1 / 3 + w2 / 2 + w3 / 4 + w4 / 3 = w3

(4) w1 / 3 + w3 / 4 + w4 / 3 = w4

(5) din (1) si (4) observam ca w1 = w4

(6) din (2) avem ca 2 * w2 + w3 = 4 * w2 => w3 = 2 * w2

(7) din (1) (5) si (6) avem ca 2 * w1 / 3 + w2 / 2 = w1 => 4 * w1 + 3 * w2 = 6 * w1 => w2 = 2 * w1 / 3

Asadar w = $[w1, 2 * w1 / 3, 4 * w1 / 3, w1]^T$, deci $w_\alpha = [\alpha, 2\alpha/3, 4\alpha/3, \alpha]^T$

$||w_\alpha|| = \alpha * ||[1, 2/3, 4/3, 1]^T||$

$= \alpha$ * sqrt(1^2 + (2/3)^2 + (4/3)^2 + 1^2)

$= \alpha$ * sqrt(1 + 4/9 + 16/9 + 1)

$= \alpha$ * sqrt(18/9 + 20/9)

$= \alpha$ * sqrt (38/9) = (α * sqrt(38)) / 3

$w = w_\alpha / ||w_\alpha||$

$= 3 * [\alpha, 2\alpha/3, 4\alpha/3, \alpha]^T$ / (α * sqrt(38))

$= [3\alpha, 2\alpha, 4\alpha, 3\alpha]^T$ * (sqrt(38) / 38)

= $[$3 * sqrt(38) / 38, 2 * sqrt(38) / 38, 4 * sqrt(38) / 38, 3 * sqrt(38) / 38$]^T$

consens = c = w^T * x(0)

= [3 * sqrt(38) / 38, 2 * sqrt(38) / 38, 4 * sqrt(38) / 38, 3 * sqrt(38) / 38] * $[1\ 1\ 1\ 1]^T$

= 12 * sqrt(38) / 38

b.

Trebuie calculate x(1) = A * x(0) si x(2) = A * x(1)

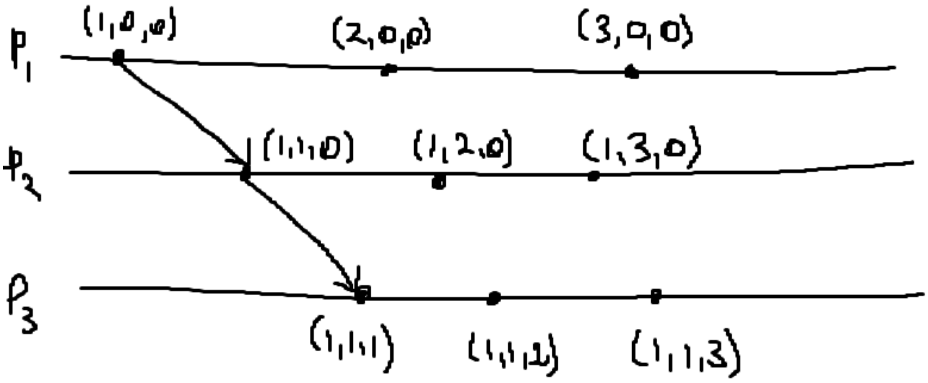
La t = 2, nodul 4 sufera un defect de tip crash => vom avea un nou graf => vom avea o noua matrice A

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

Se refac calculele de la a) cu aceasta matrice, obtinem un w nou, iar noul consens c = w * x(2)

3. (10p)

Rezolvare:



Explicatie:

(i) Fiecare proces are cel putin 3 instructiuni

(ii) Prima instructiune din P1 (1, 0, 0) este mai mica decat oricare din P2

(iii) Prima instructiune din P2 (1, 1, 0) este mai mica decat oricare din P3

4. (10p)

P1	W(x)a	R(x)a	R(x)b	
P2	R(x)a	R(x)b		W(x)c
P3	R(x)a	W(x)b	R(x)b	

Explicatie:

P1 respecta timpul global (citeste a inainte de W3(x)b si b dupa), deci respecta ordinea stricta

P2 nu respecta timpul global (citeste a inainte de W1(x)a si b inainte de W3(x)b)

P3 nu respecta timpul global (citeste a inainte de W1(x)a)

In schimb, citirile din P2 si P3 sunt la fel (ab) si instructiunile pot fi asezate in asa fel incat ambele sa fie posibile (de exemplu W1(x)a -> R1(x)a -> R2(x)a -> R3(x)a -> W3(x)b -> R1(x)b -> R2(x)b -> R3(x)b -> W2(x)c) deci si P2 si P3 respecta ordinea secventiala

5.

a. (10p)

Explicatie:

Putem observa ca $[1\ 1\ 1\ 1]^T$ este solutie a sistemului, deci il putem alege ca initializare pentru x(0) si vom obtine x(2) = x(1) = x(0) = consens

Din sistem, avem ca

$A_1 = [1\ 1\ 1\ 0]^T \qquad b_1 = 3$

$A_2 = [1\ -1\ 1\ 0]^T \qquad b_2 = 1$

$A_3 = [1\ 0\ 1\ 0]^T \qquad b_3 = 2$

$A_4 = [1\ 0\ 0\ 1]^T \qquad b_4 = 2$

Asadar, proiectiile ortogonale sunt

$$\pi_H(x) = x - \frac{a^T x - b}{||a||^2} a$$

$\pi_{H1}(x) = x - (([1\ 1\ 1\ 0] * x - 3) / (1^2 + 1^2 + 1^2)) * [1\ 1\ 1\ 0]^T$

$\pi_{H2}(x) = x - (([1\ -1\ 1\ 0] * x - 1) / (1^2 + (-1)^2 + 1^2)) * [1\ -1\ 1\ 0]^T$

$\pi_{H3}(x) = x - (([1\ 0\ 1\ 0] * x - 2) / (1^2 + 1^2)) * [1\ 0\ 1\ 0]^T$

$\pi_{H4}(x) = x - (([1\ 0\ 0\ 1] * x - 2) / (1^2 + 1^2)) * [1\ 0\ 0\ 1]^T$

Rezolvare:

Alegem $x(0) = [1\ 1\ 1\ 1]^T$

Calculam x(1) cu formulele de mai sus (observam ca numaratorul va fi mereu 0, datorita faptului ca x(0) este solutie a sistemului, asadar $\pi_{Hi}(x) = x - 0 * a = x$, deci $x(1) = [1\ 1\ 1\ 1]^T$

Observam ca $x(1) = x(0)$, deci $x(\infty) = x(2) = [1\ 1\ 1\ 1]^T$ (nu mai trebuie calculat t = 1 datorita acestei observatii, daca nu alegeam solutie a sistemului trebuia calculat pana la consens)

b. (10p, exercitiu bonus)

Matricea nu mai este stohastica pe linii => nu putem spune nimic concret despre consens, desi cel mai probabil nu va fi atins (se observa si din cateva iteratii de ACP dar erau calcule urate si fata observatie nu se primea punctaj oricum)