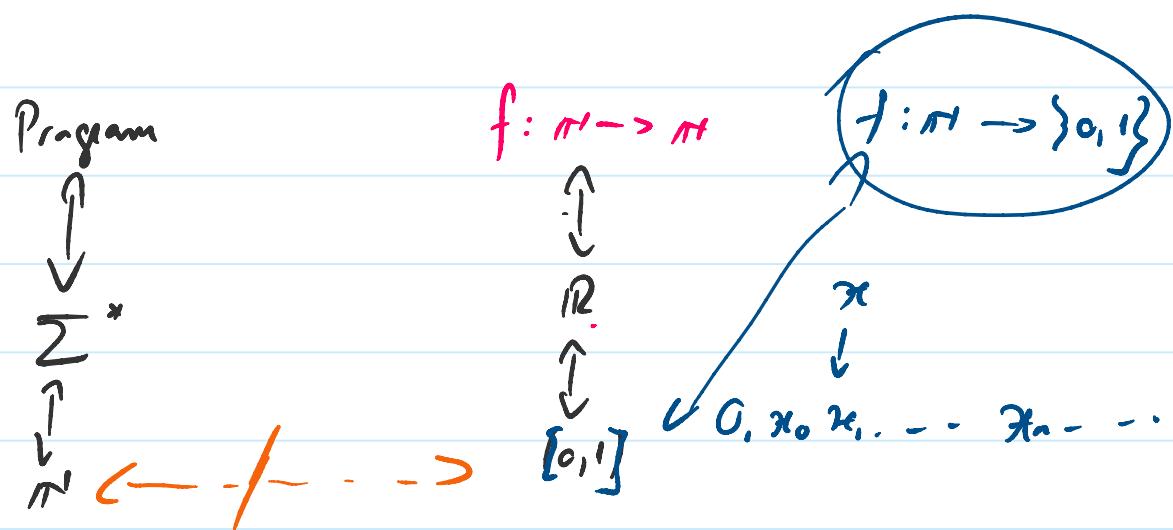


## CURS #2

Tuesday, October 11, 2022 1:57 PM

### calculabilitate

"mai multe" funcții de calculat decât programe.



Analogie Există funcții care nu sunt calculabile.



INPUT  $x \in \Sigma^*$   
OUTPUT TRUE / FALSE

Exemplu

INPUT  $x = x_1 \dots x_n$   
OUTPUT Este  $x$  palindrom?

T. IMATI-TASEVICH

INPUT  $p(x_1 \dots x_n) \in \mathbb{Z}\{x_1, \dots, x_n\}$

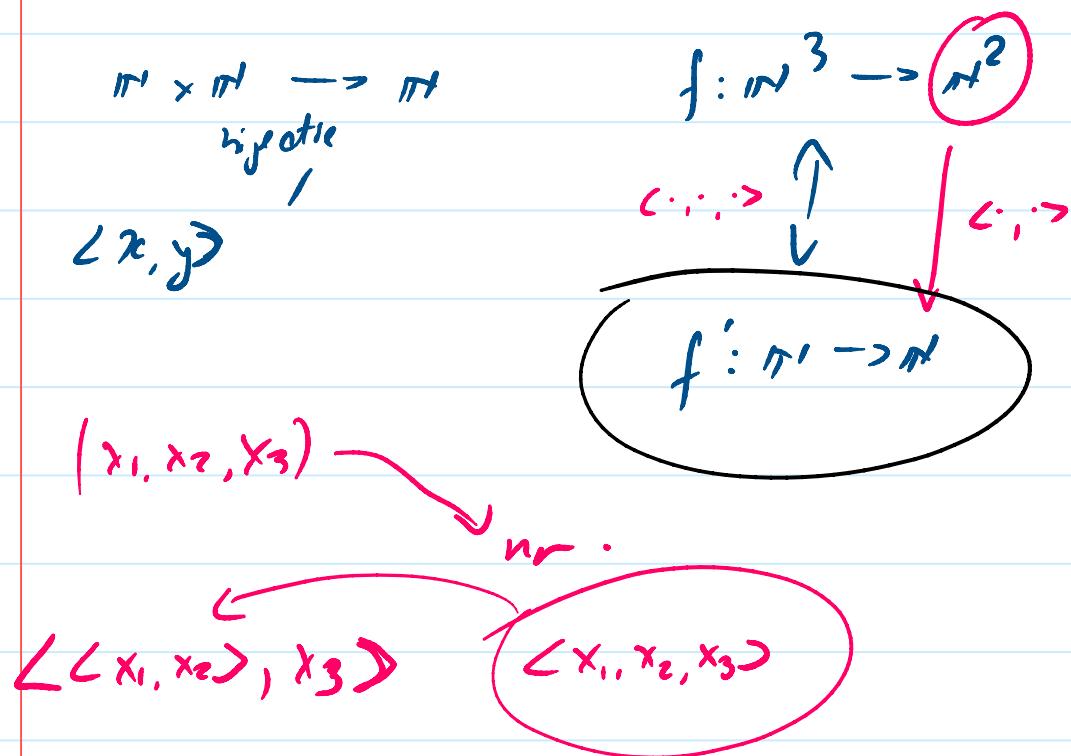
DECIS Are ecuația  $p(x_1 \dots x_n) = 0$   
sau nu soluții întregi?

$$f: \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{Z}^m$$

$\mathbb{N}^n \quad \mathbb{N}^m$

---

Functii primitive recursive. partial reaonab.



Functii  
de baza

$$f_0(x) = 0$$

0

$$f_1(x) = S(x) = x + 1$$

succesor

$$f_{i-1}(x_1 \dots x_n) = x_i$$

proiecție

$$f_{i,n}(x_1, \dots, x_n) = x_i \quad \text{proiecție}$$

Operări și Compozitii.

$$\begin{aligned} f: \mathbb{N}^n &\rightarrow \mathbb{N} \\ g_1, g_2, \dots, g_m: \mathbb{N}^m &\rightarrow \mathbb{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \circ (g_1, g_2, \dots, g_m)(x_1, \dots, x_m) \\ = f(g_1(x_1, \dots, x_m), \dots, g_m(x_1, \dots, x_m)) \end{aligned}$$

2. Recurse primitive

$$f(x_1, \dots, x_n)$$

$$h(y_1, y_2, \dots; y_{m+2})$$

---

$$g(x_1, \dots, \underline{x_n}, c) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$g(x_1, x_2, \dots, \underline{x_n}, j+1) =$$

$$= h(x_1, x_2, \dots, x_n, y, g(x_1, \dots, \underline{x_n}, j))$$

Def  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  se numește primitiv recursiv dacă

Def  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  se numește primitiv recursivă dacă pot să se obțin din funcțiile de bază prin compunere, rec. primitivă.

Exemplu  $f(x) = 10$

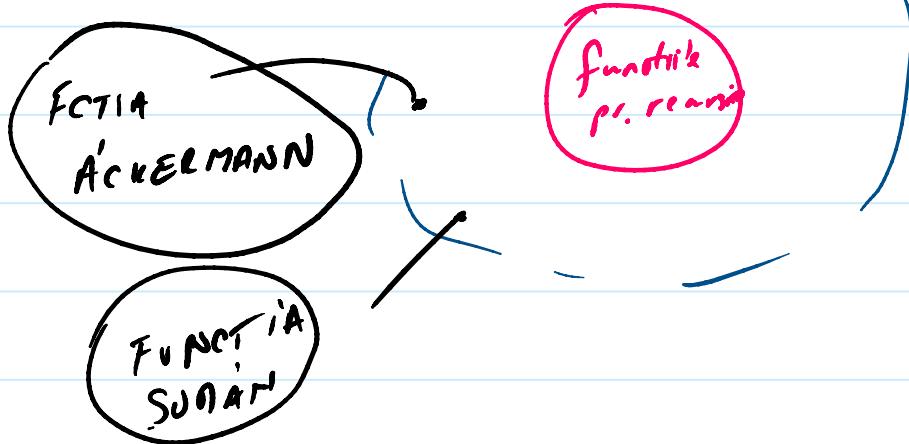
$$s \circ s \circ \dots \circ s \circ f_0$$

'o ori.'

$f(x, y) = xe + y + 1$  primitiv recursivă

$$\begin{cases} f(x, 0) = s(x) \\ f(x, y+1) = s(f(x, y)) \end{cases}$$

funcție  
calculabilă



$f_0, f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$  enumerare a tuturor

$f_0, f_1, f_2, \dots - f_n, \dots$  enumerare a tuturor  
funcțiilor  
pr. recursiv

program  
pt calculul  
funcției de  
la fct. de boîj

$\hookleftarrow \mathbb{N}$

$$g(x) = f_x(x) + 1$$

Claim  $g$  este intuitiv calculabilă dăr  $\underline{n_n}$   
este primativă recursivă

$$\text{Funcția } g(n) = f_n(n) + 1 \neq f_n$$

Analozie Trebuie să încorporez în model funcții  
care nu returnează valori

Notării  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  funcție particulară

$f(x)$  ↑ pe inputul  $x$  f nu returnează  
nicio valoare

MINIMIZARE

$$f(x_1, \dots, x_n)$$

$$g(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} \text{cel mai mic } y \in M \text{ a.i.} \\ f(x_1, \dots, x_n, y) = 0 \end{cases}$$

↑ dacă și nu există

Def O funcție se numește partial recursivă  
 dacă poate fi obținută din fot de bază prin operațiile  
 compunere, rec. primitive, minimizare.

recursivă    partial recursivă  
 +  
 totală

PEZA LUI  
CHURCH

Fot, intuitiv calculabile



Functiile partial recursive.

hioperacțiuni lărgite    fizic neexistă

Quantum Computing    NU tracă de modelul fot, partial  
 recursiv.

Turing →

Mașina Turing



fot, partial recursive.