

Calculabilitate si Complexitate

25 februarie 2024

1. Fie alfabetul $\Sigma = \{a, +, =\}$. Limbajul $L \subset \Sigma^*$ este format din toate egalitatile corecte de forma $a^m + a^n = a^{m+n}$ unde $m, n \geq 1$. Sa se arate ca exista o gramatica G cu alfabet terminal Σ care produce limbajul L .
2. Care este tipul maximal t al gramaticii G de la exercitiul 1? Justificati de ce G poate fi de tipul t dar nu poate fi de tipul $t + 1$.
3. Sa se arate ca exista o functie primitiv recursiva $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ astfel incat $f(0) = f(1) = 0$ si pentru orice $n \geq 2$, $f(n)$ este cel mai mic numar prim care il divide pe n .
4. Se considera un graf neorientat care are 6 varfuri si este definit de urmatoarea matrice:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Care este numarul minim de culori cu care putem colora varfurile astfel incat oricare doua varfuri conectate sa aiba culori diferite? Observatie: acest numar se numeste, in general, numarul cromatic al grafului.

5. Cate solutii $(x_1, x_2, x_3) \in \{0, 1\}^3$ are urmatoarea instanta a problemei 3SAT?

$$(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)$$

6. Aratati ca daca $A, B \in NP$ atunci $A \cup B \in NP$.