

Calculabilitate si Complexitate

25 ianuarie 2024

1. Fie alfabetul $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, =\}$. Limbajul $L \subset \Sigma^*$ este format din toate egalitatile corecte de forma $\overline{m} + \overline{n} = \overline{m + n}$ unde $m, n \in \mathbb{N}$, \overline{x} este scrierea lui x in baza 10 si singurul numar a carui scriere poate incepe cu 0 este 0. Astfel $14+120=134$ este un cuvant din L pe cand $14+20=35$, $14++20=34$, $1+1+1=3$ sau $014+20=34$ nu sunt cuvinte din L . Sa se arate ca exista o gramatica G cu alfabet terminal Σ care produce limbajul L .
2. Care este tipul maximal t al gramaticii G de la exercitiul 1? Justificati de ce G poate fi de tipul t dar nu poate fi de tipul $t + 1$.
3. Sa se arate ca exista o functie primitiv recursiva $f : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$ astfel incat pentru orice $n, b, i \in \mathbb{N}$, daca $b \geq 2$, atunci $0 \leq f(n, b, i) < b$ este cifra de ordinul i a scrierii lui n in baza b . Cifra unitatilor se considera a fi cifra de ordinul 0. Daca i este mai mare sau egal decat numarul de cifre ale lui n in baza b , se considera ca cifra de ordinul i a lui n in baza b este 0.
4. Sa se gaseasca un circuit eulerian intr-un graf neorientat care are 6 varfuri si este definit de urmatoarea matrice:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Cate solutii $(x_1, x_2, \dots, x_9) \in \{0, 1\}^9$ are urmatoarea instanta a problemei 3SAT?

$$(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_4 \vee x_5 \vee \neg x_6) \wedge (\neg x_7 \vee \neg x_8 \vee x_9)$$

6. Fie A_n multimea cuvintelor $w \in \{0, 1\}^*$ astfel incat masina Turing M_w face cel putin n miscari daca este pornita cu banda goala. Fie

$$A = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n.$$

- (a) Aratati ca fiecare multime A_n este decidabila.
- (b) Aratati cu multimea A nu este semidecidabila (nu este recursiv enumerabila).