

Grafičă 3D

Mihai-Sorin Stupariu

Sem. I, 2022 - 2023

Obiecte 3D - scurte repere istorice și resurse

Poliedre

Suprafețe implicate

Curbe parametrizate

Suprafețe parametrizate

Suprafețe parametrizate - suprafețe de rotație

Scurt istoric (i)

“The Utah teapot” - 1975. Consultați și schița ceainicului realizată de Martin Newell. În biblioteca glut sunt implementate (și pot fi folosite în OpenGL “vechi”) funcții dedicate (e.g. glutWireTeapot)



Sursa: Wikipedia, imagine încărcată de Marshall Astor (<http://www.marshallastor.com/>)

Scurt istoric, resurse (ii)

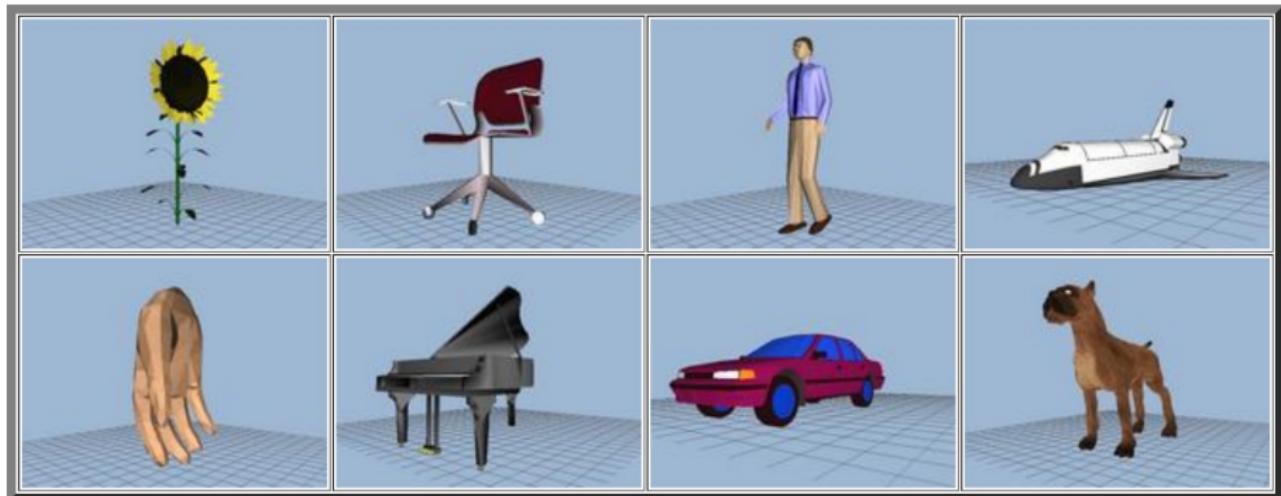
“The Stanford bunny” - 1994.



Sursa: [Stanford scanning repository](#)

Scurt istoric, resurse (iii)

“The Princeton shape benchmark” - ~ 2005



Sursa: *Princeton shape benchmark*

Scurt istoric, resurse (iv)

ModelNet - 2015

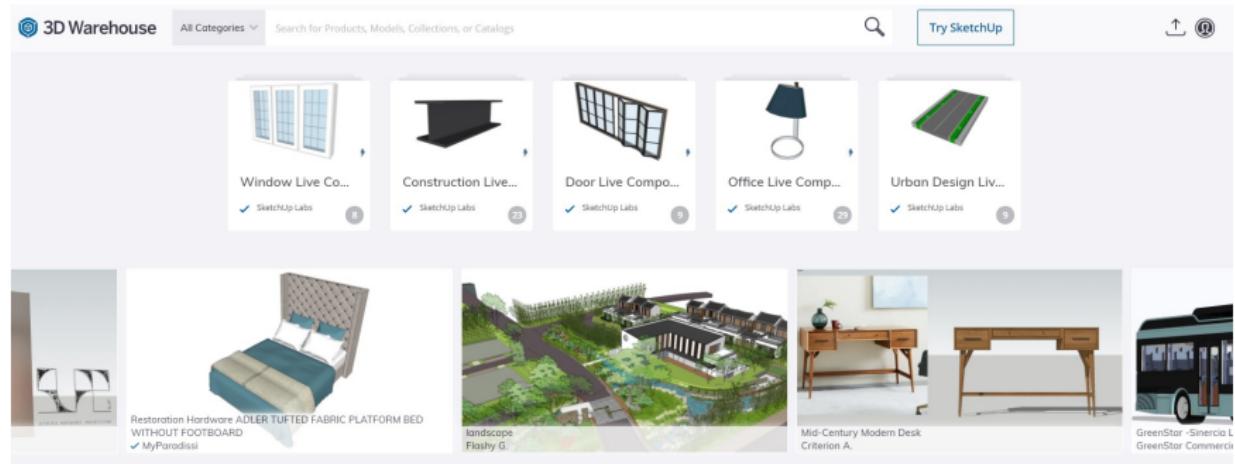


Figure 5: **ModelNet Dataset.** Left: word cloud visualization of the ModelNet dataset based on the number of 3D models in each category. Larger font size indicates more instances in the category. Right: Examples of 3D chair models.

Sursa: [Wu et al., 2015]

Scurt istoric, resurse (v)

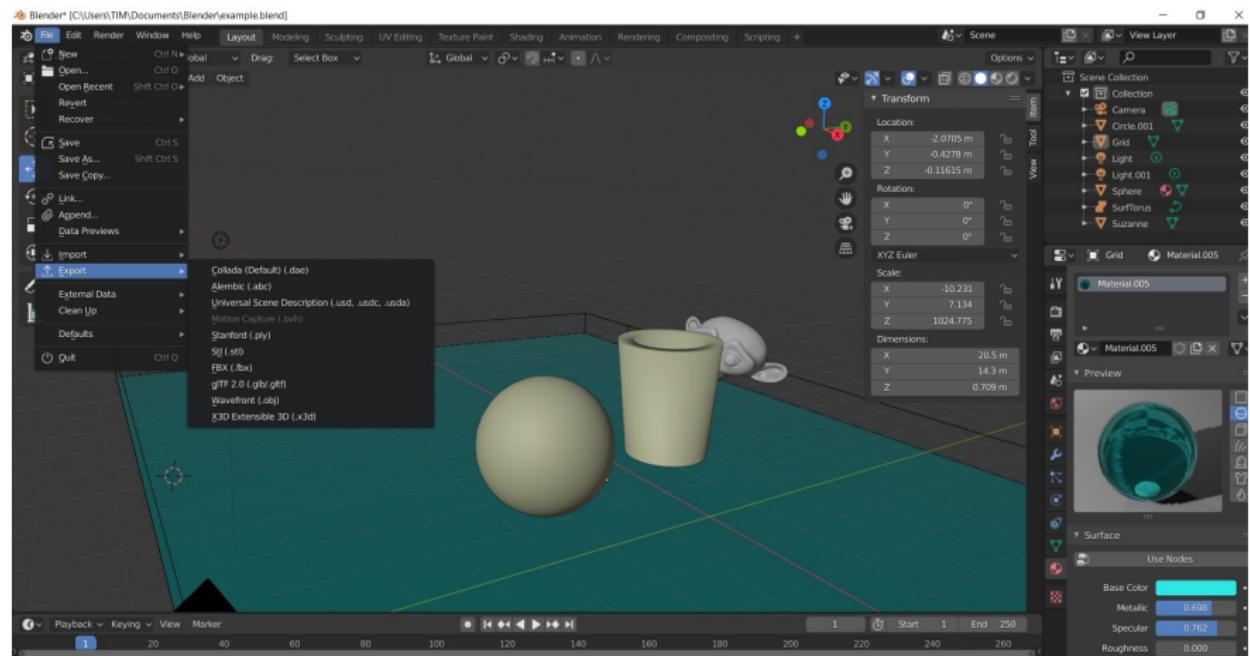
... în prezent există multe resurse disponibile!



Sursa: [3D warehouse](#)

Resurse (vi)

... modele 3D pot fi create cu aplicații dedicate!



Exemplu: .PLY

Formatul PLY (altă referință)

bun_zipper.ply - 3D Viewer

File Edit Tools View Help



bun_zipper - Notepad

File Edit Format View Help

3D lib

ply

format ascii 1.0

comment zipper output

element vertex 35947

property float x

property float y

property float z

property float confidence

property float intensity

element face 69451

property list uchar int vertex_indices

end_header

-0.0378297 0.12794 0.00447467 0.850855 0.5

-0.0447794 0.128887 0.00190497 0.900159 0.5

-0.0680095 0.151244 0.0371953 0.398443 0.5

-0.0922874 0.13015 0.0232201 0.85268 0.5

-0.0226054 0.126675 0.00715587 0.675938 0.5

-0.0251078 0.125921 0.00624226 0.711533 0.5

bun_zipper - Notepad

File Edit Format View Help

-0.0678418 0.143634 -0.0139334 0.718635 0.5

-0.0677458 0.149084 -0.0355035 0.386188 0.5

-0.0221568 0.157426 -0.00647102 0.226161 0.5

-0.0708454 0.150585 -0.0434585 0.224465 0.337855

-0.0310262 0.153728 -0.00354608 0.167698 0.5

-0.0408442 0.15362 -0.00816685 0.734503 0.5

3 21216 21215 20399

3 9186 9280 14838

3 16020 13433 5187

3 16021 16020 5187

3 20919 20920 21003

3 23418 15239 23127

3 30553 27378 30502

3 7291 7293 21464

3 12883 12714 13083

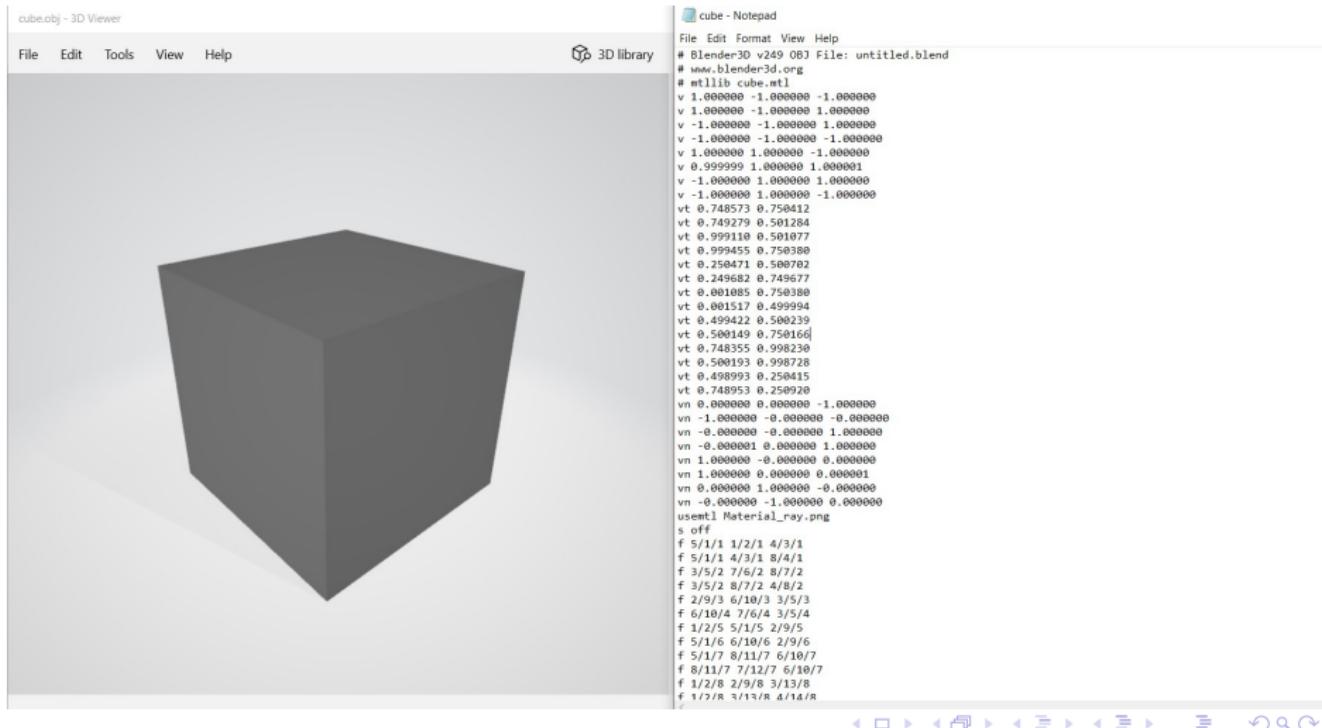
3 12777 4682 16928

3 22066 22936 21048

3 21134 22066 21048

Exemplu: .OBJ

Formatul .OBJ (altă referință)



Cadru

► Grafica 3D:

- ce reprezentăm? (aspecte teoretice)
- cum reprezentăm? (funcționalități OpenGL)

Cadru

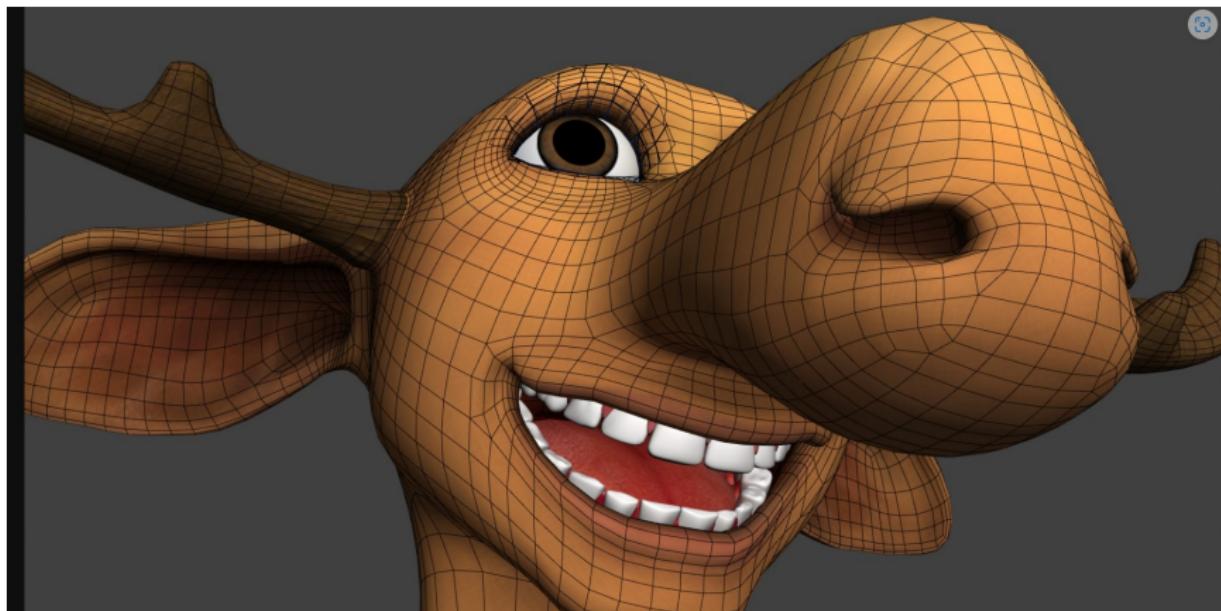
- ▶ Grafica 3D:
 - ce reprezentăm? (aspecte teoretice)
 - cum reprezentăm? (funcționalități OpenGL)
- ▶ Pentru a reprezenta cât mai realist un obiect 3D, pe lângă **coordonate, culori, coordonate de texturare**, un element cheie sunt **vectorii normali** asociați vârfurilor (un atribut al vârfurilor, indicați în funcția de tip creare a VBO, apoi transferați în shader).

Cadru

- ▶ Grafica 3D:
 - ce reprezentăm? (aspecte teoretice)
 - cum reprezentăm? (funcționalități OpenGL)
- ▶ Pentru a reprezenta cât mai realist un obiect 3D, pe lângă **coordonate, culori, coordonate de texturare**, un element cheie sunt **vectorii normali** asociați vârfurilor (un atribut al vârfurilor, indicați în funcția de tip creare a VBO, apoi transferați în shader).
- ▶ Formatele standard pentru obiectele 3D includ astfel de informații. Extrăgând informațiile din fișier, astfel de modele 3D pot fi utilizate în OpenGL.

1. Poliedre / alte obiecte

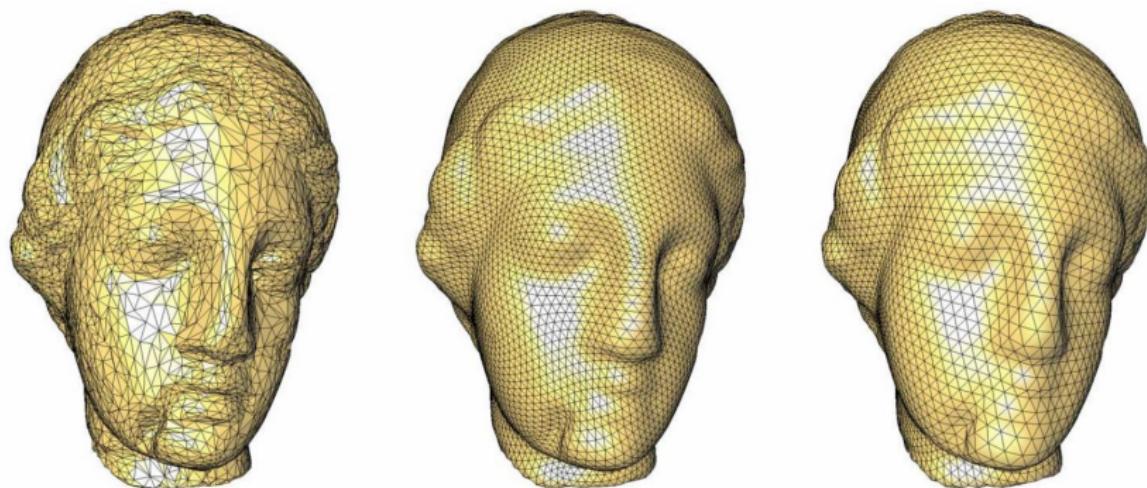
Sunt legate de rețele de poligoane/triunghiuri (*polygon/triangle meshes*)



Sursa: https://talkingmoose.ca/wp-content/uploads/2012/01/Moose_11112_10.jpg

1. Poliedre / alte obiecte

Sunt legate de rețele de poligoane/triunghiuri (*polygon/triangle meshes*)



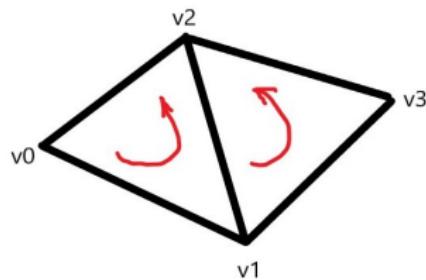
Sursa: <https://hal.inria.fr/file/index/docid/186820/filename/modeling-course.pdf>

1. Poliedre: vectori normali pentru triunghiuri adiacente

- Un element esențial este indexarea vârfurilor.

1. Poliedre: vectori normali pentru triunghiuri adiacente

- ▶ Un element esențial este indexarea vârfurilor.
- ▶ Legat de modul de calcul pentru normale / indexarea vârfurilor:



Fețele din imagine sunt indexate a.î. să fie același sens de parcursare:

0 1 2
2 1 3

1. Poliedre: vectori normali

a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.

1. Poliedre: vectori normali

- a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.
- b) Pentru rețele de triunghiuri:

1. Poliedre: vectori normali

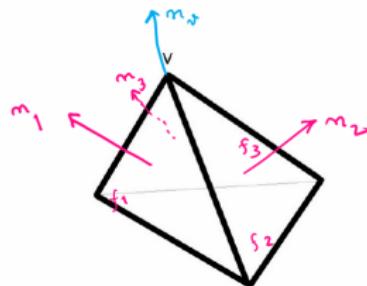
- a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.
- b) Pentru rețele de triunghiuri:
 - (i) se lucrează la nivel de vârfuri, pentru fiecare vârf se calculează normala (! normala este atribut al vârfurilor), folosind normalele fețelor adiacente.

1. Poliedre: vectori normali

- a) Pentru triunghiuri/poligoane convexe: descriere în cursurile anterioare.
- b) Pentru rețele de triunghiuri:
 - (i) se lucrează la nivel de vârfuri, pentru fiecare vârf se calculează normala (! normala este atribut al vârfurilor), folosind normalele fețelor adiacente.
 - (ii) se folosește pentru fiecare față normala, aşa cum a fost calculată (! atenție la implementare: normala este atribut al vârfurilor).

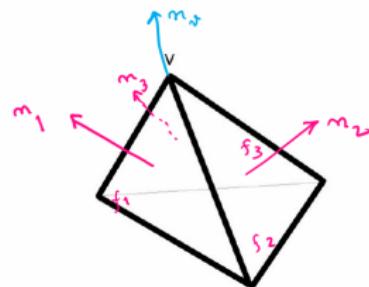
1. Poliedre: vectori normali - detaliere

- Fie v un vârf incident cu fețele f_1, f_2, \dots, f_q , având vectorii normali n_1, n_2, \dots, n_q (respectiv).



1. Poliedre: vectori normali - detaliere

- Fie v un vârf incident cu fețele f_1, f_2, \dots, f_q , având vectorii normali n_1, n_2, \dots, n_q (respectiv).

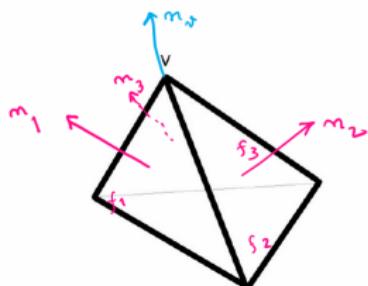


- Vectorul normal în v poate fi definit ca

$$\mathbf{n}_v = \frac{\sum \mathbf{n}_i}{\| \sum \mathbf{n}_i \|}.$$

1. Poliedre: vectori normali - detaliere

- Fie v un vârf incident cu fețele f_1, f_2, \dots, f_q , având vectorii normali n_1, n_2, \dots, n_q (respectiv).



- Vectorul normal în v poate fi definit ca

$$n_v = \frac{\sum n_i}{\|\sum n_i\|}.$$

- (Variantă mai generală) Se pot considera ponderi $\lambda_1, \dots, \lambda_q$ (au suma $\sum \lambda_i = 1$) asociate fețelor (de exemplu date de arii), apoi n_v se definește ca

$$n_v = \frac{\sum \lambda_i n_i}{\|\sum \lambda_i n_i\|}.$$

2. Suprafețe implice

Forma generală: $F(x, y, z) = 0$ (practic - dificil de implementat)

Exemple (suprafețe date de ecuații de gradul II - cuadrice)

- $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
- $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
- $x^2 - y^2 - z^2 = 1$
- $x^2 + y^2 - z^2 = 0$
- $x^2 + y^2 = 1$
- $x^2 - y^2 = 2z$

2. Suprafețe implice

Forma generală: $F(x, y, z) = 0$ (practic - dificil de implementat)

Exemple (suprafețe date de ecuații de gradul II - cuadrice)

- $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ sferă
- $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ hiperboloid cu 1 pânză
- $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ hiperboloid cu 2 pânze
- $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ con circular drept
- $x^2 + y^2 = 1$ cilindru circular drept
- $x^2 - y^2 = 2z$ paraboloid hiperbolic

2. Suprafețe implice: vectori normali

- **Vectori normali.** Fie (x_0, y_0, z_0) un punct al suprafeței. Normala exterioară la suprafață este dată de vectorul

$$\nabla F(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right).$$

2. Suprafețe implicate: vectori normali

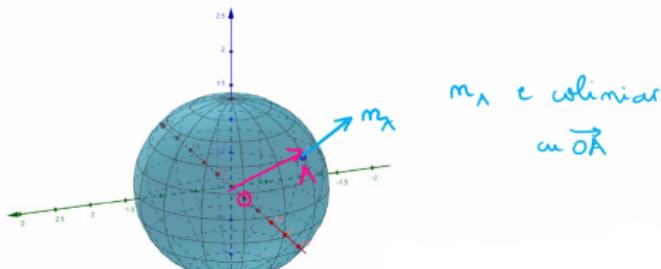
- ▶ **Vectori normali.** Fie (x_0, y_0, z_0) un punct al suprafeței. Normala exterioară la suprafață este dată de vectorul

$$\nabla F(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right).$$

- **Exemplu.** Sferă de ecuație $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, deci $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$. Fixăm un punct (x_0, y_0, z_0) pe sferă:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0) = 2x_0, \quad \frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0) = 2y_0, \quad \frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) = 2z_0.$$

Vectorul $\nabla(x_0, y_0, z_0)$ este coliniar cu vectorul de poziție (x_0, y_0, z_0) .



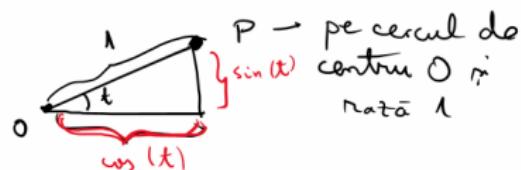
3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Preliminarii - reprezentarea curbelor

Obs. Jie $c: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$; $c(t) = (\cos(t), \sin(t))$, deci

$$\begin{cases} x = \cos(t) \\ y = \sin(t) \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

↓ cercul de centru O

în rază 1; t: parametru \rightarrow setarează



○ curbă

cercul de centru C și rază r :

$$\begin{cases} x = c_x + r \cos(t) \\ y = c_y + r \sin(t) \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- se aleg valori pt. t
- se calculează pct. correspunzătoare
- se unesc și se obține o aproximare a curbei

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

1)

$$\begin{cases} x = r \cos u \cos v \\ y = r \cos u \sin v \\ z = r \sin u \end{cases} \quad r > 0 \text{ fixat, } u, v \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

este sfera cu centrul $O = (0, 0, 0)$ și raza r , are ecuația
 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

1)

$$\begin{cases} x = r \cos u \cos v \\ y = r \cos u \sin v \\ z = r \sin u \end{cases} \quad r > 0 \text{ fixat, } u, v \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

este **sferă cu centrul $O = (0, 0, 0)$** și **raza r** , are ecuația
 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

Observații:

- (i) Această reprezentare a fost utilizată pentru “survolarea scenelor” (observatorul se deplasează, practic, pe o sferă).
- (ii) Desenarea sferei folosind reprezentarea parametrică este implementată în codul sursă 09_03_sfера.cpp.
- (iii) Stabiliți care este reprezentarea unei sfere de centru oarecare $C = (x_C, y_C, z_C)$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r \cos u \\ y = r \sin u \\ z = v \end{cases} \quad r > 0 \text{ fixat, } u, v \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r \cos u \\ y = r \sin u \\ z = v \end{cases} \quad r > 0 \text{ fixat, } u, v \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

este un **cilindru circular drept**, are ecuația $x^2 + y^2 = r^2$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r \cos u \\ y = r \sin u \\ z = v \end{cases} \quad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

este un **cilindru circular drept**, are ecuația $x^2 + y^2 = r^2$.

3)

$$\begin{cases} x = v \cos u \\ y = v \sin u \\ z = v \end{cases} \quad u, v, \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Exemple

2)

$$\begin{cases} x = r \cos u \\ y = r \sin u \\ z = v \end{cases} \quad r > 0 \text{ fixat, } u, v, \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

este un **cilindru circular drept**, are ecuația $x^2 + y^2 = r^2$.

3)

$$\begin{cases} x = v \cos u \\ y = v \sin u \\ z = v \end{cases} \quad u, v, \in \mathbb{R} \text{ parametri}$$

este un **con circular drept**, are ecuația $x^2 + y^2 - z^2 = 0$.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor. Definiția generală

În general, o suprafață parametrizată este dată de o funcție

$$f : U \times V \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad U, V \subset \mathbb{R} \text{ intervale}$$

Elemente de forma $u \in U, v \in V$ se numesc **parametri**. Pentru diverse valori ale parametrilor se obțin diferite puncte ale suprafeței. **Pentru a desena o suprafață sunt selectate anumite valori ale parametrilor și, practic, sunt eșantionate puncte pe respectiva suprafață.**

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor.

Implementare: vârfuri

Pentru implementare: se consideră

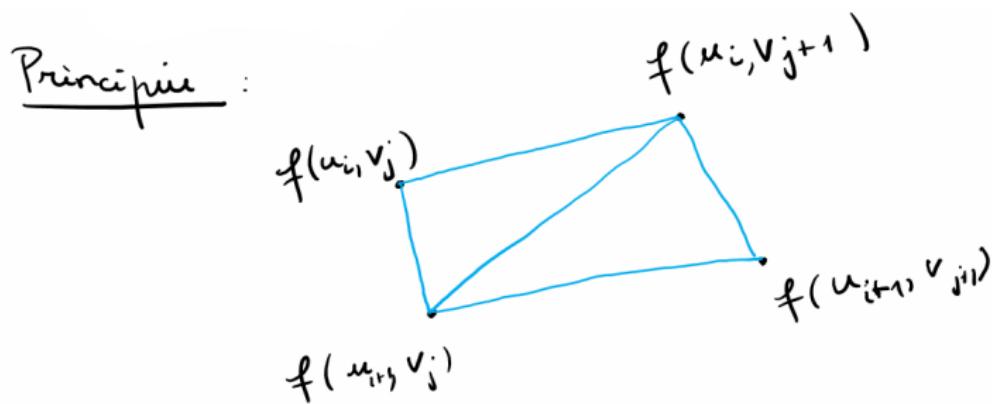
$$\begin{aligned}\tilde{U} &= \{u_1, u_2, \dots, u_m\} \subset U, \\ \tilde{V} &= \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subset V.\end{aligned}$$

Pentru fiecare pereche (i, j) calculăm $f(u_i, v_j)$, acestea reprezentând coordonatele unui vârf, corespunzător unui punct de pe suprafață. În plus, fiecărei astfel de perechi îi este asociat un index corespunzător vârfului.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor.

Implementare: fețe

Se generează folosind triunghiuri sau patrulatere și “legând” în mod adecvat vârfurile învecinate.



Sunt desenate două triunghiuri care aproximează, local, suprafața respectivă. Se utilizează indexarea vârfurilor.

3. Reprezentări parametrice ale suprafețelor.

Implementare: vectori normali

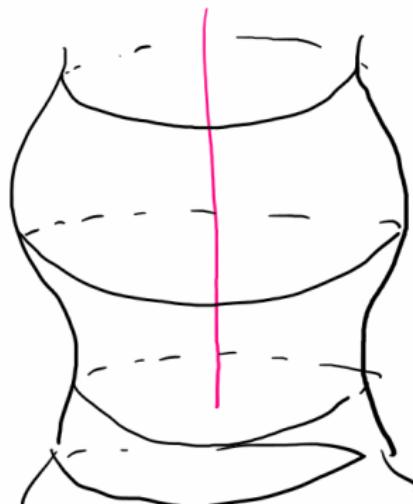
Pentru normale: două variante:

- (i) se aplică principiile pentru rețele de triunghiuri;
- (ii) fixând (u, v) și punctul corespunzător de pe suprafață, un vector său normal la suprafață în punctul respectiv se poate obține calculând $\frac{\partial f}{\partial u}(u, v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u, v)$, apoi normalizând:

$$\mathbf{s} = \frac{\frac{\partial f}{\partial u}(u, v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u, v)}{\left\| \frac{\partial f}{\partial u}(u, v) \times \frac{\partial f}{\partial v}(u, v) \right\|}.$$

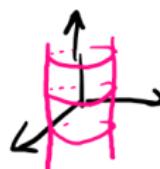
4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Illustrare

O suprafață de rotație se obține dacă o curbă este rotită în jurul unei drepte (axa de rotație) pe care nu o intersectează. De fapt: fiecare punct al curbei descrie un cerc având centrul pe axa de rotație (punctul de intersecție dintre axă și planul perpendicular pe axă care trece prin punctul respectiv).



4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Cazuri particulare

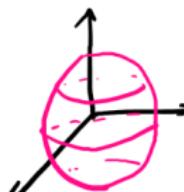
- (i) segment paralel cu axa de rotație \Rightarrow cilindru circular drept (sau o porțiune a acestuia)



- (ii) segment coplanar cu axa de rotație, dar care nu este paralel cu axa de rotație și nu o intersectează \Rightarrow trunchi de con



- (iii) semicerc \Rightarrow sferă (eventual fără poli)



4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Reprezentare parametrică

- ▶ Practic: se aleg două funcții $\varphi, \psi : I \rightarrow \mathbb{R}$, unde $I \subset \mathbb{R}$ este un interval și $\varphi(v) > 0, \forall v \in I$. Fie

$$f : [0, 2\pi] \times I \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

$$f(u, v) = (\varphi(v) \cos u, \varphi(v) \sin u, \psi(v))$$

(uneori suprafețele pot fi definite pe $\mathbb{R} \times I$ sau cu ordinea parametrilor inversată).

4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Reprezentare parametrică

- ▶ Practic: se aleg două funcții $\varphi, \psi : I \rightarrow \mathbb{R}$, unde $I \subset \mathbb{R}$ este un interval și $\varphi(v) > 0, \forall v \in I$. Fie

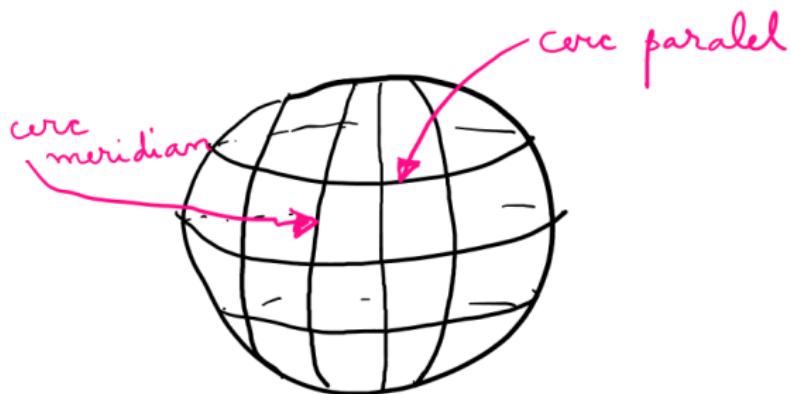
$$f : [0, 2\pi] \times I \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

$$f(u, v) = (\varphi(v) \cos u, \varphi(v) \sin u, \psi(v))$$

(uneori suprafețele pot fi definite pe $\mathbb{R} \times I$ sau cu ordinea parametrilor inversată).

- ▶ Reprezentarea de mai sus corespunde suprafeței obținute prin rotirea curbei $v \mapsto (\varphi(v), 0, \psi(v))$ în jurul axei Oz . Condiția $\varphi(v) > 0, \forall v \in I$ corespunde faptului că această curbă nu intersectează axa de rotație (dreapta Oz).

4. Un exemplu: suprafețe de rotație. Comentarii



În general, pe o suprafață de rotație, curbele $u = \text{const}$ și $v = \text{const}$ au denumiri speciale.

Fie $(u_0, v_0) \in [0, 2\pi] \times I$, deci $f(u_0, v_0)$ este un punct de pe suprafață.

- (i) $v = v_0$, u =variabil, $u \mapsto f(u, v_0)$ cerc paralel
- (ii) $u = u_0$, v =variabil, $v \mapsto f(u_0, v)$ cerc meridian