

Guía 2 - Estadísticas y Probabilidades

Javier Fernández

Ejercicio 1: Consumo de cafeína y sueño en estudiantes universitarios

Una universidad estudia el consumo de cafeína (en mg/día) y las horas de sueño de estudiantes de primer año. Se sospecha que un alto consumo de cafeína podría estar afectando el descanso.

Se obtuvo una muestra aleatoria de 100 estudiantes con media de cafeína diaria de 180 mg (desv. estándar 40 mg) y una media de horas de sueño de 6.2 (desv. estándar 1.1).

- a) Calcula la covarianza entre el consumo de cafeína y las horas de sueño si el coeficiente de correlación es $r = -0.6$.
- b) Interpreta el resultado anterior en el contexto del estudio.
- c) Usando el teorema del límite central, estima la probabilidad de que un estudiante consuma más de 190 mg de cafeína en un día.
- d) Si se selecciona una muestra aleatoria de 36 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que su consumo promedio sea superior a 190 mg?

Ejercicio 2: Estimación de ingresos familiares en una comuna

Una ONG busca estimar el ingreso mensual promedio de las familias en una comuna rural del sur de Chile, para enfocar su estrategia de subsidios.

Se obtuvo una muestra aleatoria de 64 hogares con una media de 820000 CLP y una desviación estándar de 120000 CLP.

- a) Calcula un intervalo de confianza del 95% para la media poblacional del ingreso mensual.
- b) ¿Cuál es el margen de error de esta estimación?

c) Supón que se desea un margen de error de sólo 20000 CLP al mismo nivel de confianza. ¿Qué tamaño de muestra se requiere?

Ejercicio 3: Comparación del contenido de sal en snacks

Una institución de salud pública compara el contenido de sal entre dos marcas populares de papas fritas.

- Marca A: $n = 40$, $\bar{x}_A = 1.4 g$, $s_A^2 = 0.09$
- Marca B: $n = 35$, $\bar{x}_B = 1.5 g$, $s_B^2 = 0.16$

a) Plantea y realiza el test de hipótesis al 5% de significancia para afirmar que ambas medias no son iguales, considerando varianzas distintas.

b) ¿Cuál sería la implicancia práctica si se encontrara una diferencia significativa entre marcas?

Ejercicio 4: Evaluación de efectividad de vacuna

En un estudio clínico, se prueba una nueva vacuna contra un virus estacional. Se espera que al menos el 75% de las personas desarrollen inmunidad.

De 200 pacientes vacunados, 158 mostraron inmunidad.

- a) Estima la proporción de personas inmunizadas en la población.
- b) Construye un intervalo de confianza del 95% para la proporción poblacional.
- c) Plantea y realiza un test de hipótesis para contrastar si la proporción es mayor al 75%.

Ejercicio 5: Ingreso mensual y satisfacción laboral

Una empresa estudia cómo el ingreso mensual influye en la satisfacción laboral de sus empleados. Para ello, mide ambos aspectos en una muestra de 50 trabajadores.

Se obtiene $\text{corr}(X, Y) = 0.82$ y $\beta_1 = 3.67$, $\bar{X} = 1.2$ millones y $\bar{Y} = 7.5$ en una escala de 1 a 10. La regresión estimada es:

$$Y = 3.1 + 3.67X$$

- a) Interpreta el coeficiente de correlación entre X e Y y β_1 (coeficiente de la regresión).

- b) Calcula la satisfacción estimada de un trabajador que gana 1.5 millones.
- c) Si el ingreso de un trabajador aumenta en 0.2 millones, ¿en cuánto se espera que varíe su satisfacción?
- d) Discute si es válido concluir que el ingreso causa mayor satisfacción.

Ejercicio 6: Simulación del tiempo de viaje

Una empresa de transporte urbano quiere mejorar la puntualidad de sus buses. Simula 1000 viajes en condiciones reales y concluye que los tiempos siguen una distribución normal con media 35 minutos y desviación estándar 6 minutos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un viaje tome más de 45 minutos?
- b) ¿Y menos de 30 minutos?
- c) Si se eligen 36 viajes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el promedio sea superior a 37 minutos?
- d) Interpreta este resultado para la planificación del servicio.

Ejercicio 7: Control de calidad en dos líneas de producción

Una planta quiere verificar si hay diferencia en la proporción de defectos entre dos líneas de producción.

- Línea A: 100 productos, 12 defectuosos
- Línea B: 150 productos, 30 defectuosos

- a) Plantea y realiza el test de hipótesis requerido en este caso.
- b) Interpreta los resultados en el contexto del control de calidad.

Ejercicio 8: Consumo de alcohol según edad

En una encuesta nacional, se estudia si la edad influye en el consumo de alcohol semanal (número de bebidas). A partir de una muestra representativa se obtiene:

$$Y = -1.2 + 0.15X, \quad R^2 = 0.48$$

- a) Interpreta los coeficientes del modelo.

b) ¿Cuál sería el consumo estimado para una persona de 30 años?

Respuesta:

$$Y = -1.2 + 0.15 \cdot 30 = 3.3$$

c) ¿Qué limitaciones podría tener este modelo?

Ejercicio 9: Estimación insesgada del tiempo de atención

Una empresa mide el tiempo de atención al cliente (en minutos) de 10 agentes. Los datos obtenidos son los siguientes:

	Agente	Tiempo
1	1	4.2
2	2	3.9
3	3	4.5
4	4	5.1
5	5	4.0
6	6	4.6
7	7	3.8
8	8	4.4
9	9	5.0
10	10	4.3

a) Estima la varianza poblacional usando un estimador insesgado.

b) ¿Qué diferencia hay con un estimador sesgado?

c) ¿Por qué es preferible usar el estimador insesgado en este caso?

d) Si se desea reducir la varianza del estimador, ¿qué acción sería recomendable?