

CAPÍTULO 1

IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLE PREDITIVO EM UM BICÓPTERO COM EMPUXO VETORIAL

Gabriel R. O. Alves Pedro A. Q. de Assis Gabriel H. C. e Silva Felipe M. M. Marques

Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Laboratório de Aeronaves Autônomas (LAA)

gabrielaltamira2013@ufu.br

RESUMO: Este trabalho apresenta uma implementação de controle preditivo baseado em modelo (*Model-based Predictive Control* - MPC) em um bicóptero dotado de mecanismo de vetorização da força de empuxo. O projeto do MPC é realizado de modo que o veículo siga referências de posição angular com o devido respeito a restrições de entrada. Visando a redução do custo computacional envolvido na implementação do MPC, emprega-se a programação multiparamétrica. Resultados de simulação mostram que a tarefa de controle foi realizada mesmo na presença de descasamentos de modelo e ruídos de medida. Mais ainda, o emprego da programação multiparamétrica fez com que o tempo para determinação da ação de controle fosse reduzido pela metade em relação à utilização do conhecido método de conjuntos ativos.

PALAVRAS-CHAVE: Controle preditivo, tratamento de restrições, programação multiparamétrica, bicóptero, vetorização da força de empuxo.

Model predictive control of a bicopter with thrust vectoring

ABSTRACT: *This work presents an implementation of Model-based Predictive Control (MPC) in a bicopter equipped with force vectoring mechanism. The design of the MPC is performed to track angular position references with proper enforcement of input constraints. In order to reduce the computational workload involved in the implementation of the MPC, multiparametric programming is adopted. Simulation results show that the control objective was achieved despite of the presence of model mismatches and measurement noise. Furthermore, the use of multiparametric programming reduced the computational time required to solve the MPC optimization problem to half the time taken by the active set method.*

KEYWORDS: Predictive control, constraint handling, multiparametric programming, bicopter, thrust force vectoring.

1 INTRODUÇÃO

Uma dificuldade no projeto de controladores para multirrotores dotados de mecanismos de vetorização da força de empuxo é a presença de restrições sobre as excursões das inclinações dos rotores. Mais ainda, têm-se múltiplas entradas e saídas. Então, o emprego de técnicas de controle que considerem a presença de restrições e o acoplamento entre diferentes entradas e saídas se faz necessário.

Por exemplo, pode-se adotar o controle preditivo baseado em modelo (*Model-based Predictive Control* - MPC). A ideia fundamental do MPC consiste na utilização de um modelo matemático para prever o comportamento da planta. Com base nessas previsões, calcula-se uma sequência de controle resolvendo-se um Problema de Controle Ótimo (PCO). O primeiro elemento da sequência ótima é aplicado ao processo e o procedimento de otimização é repetido em cada instante de amostragem, seguindo uma estratégia chamada de horizonte retrocedente (MACIEJOWSKI, 2002). No MPC, pode-se considerar as restrições do processo na formulação do PCO. Com efeito, as restrições são levadas em conta na determinação da sequência ótima de controle. Como desvantagem, o tempo computacional necessário para resolução do PCO pode inviabilizar a implementação do MPC, devido ao atraso na ação de controle.

Nesse contexto, o presente trabalho visa a implementação de controle preditivo em um VANT com empuxo vetorial. Mais especificamente, objetiva-se controlar - em ambiente de simulação - um conjunto formado por braço articulado e bicóptero. Em particular, o MPC será implementado para fazer com que o bicóptero siga uma trajetória de referência longitudinal mantendo altitude e atitude constantes, com o devido respeito a restrições de inclinação do rotor. Para reduzir o tempo computacional, a programação multiparamétrica é adotada para obtenção de solução explícita para o problema de otimização em termos do estado atual da planta (PISTIKOPOULOS, 2009).

2 DESCRIÇÃO DA BANCADA

O sistema a ser controlado é mostrado na Figura 1a. A tarefa de controle consiste em rastrear referências para θ_1 mantendo-se θ_2 e θ_4 constantes. Com esse propósito, manipulam-se as forças de empuxo F_1 e F_2 geradas pelos conjuntos propulsivos e os ângulos de inclinação α_1 e α_2 desses conjuntos com respeito ao braço do veículo (vide Figura 1b). Mais ainda, têm-se os seguintes limitantes inferior e superior para α_1 e α_2 : $\alpha_{min} = 0$ rad e $\alpha_{max} = 0,52$ rad, respectivamente.

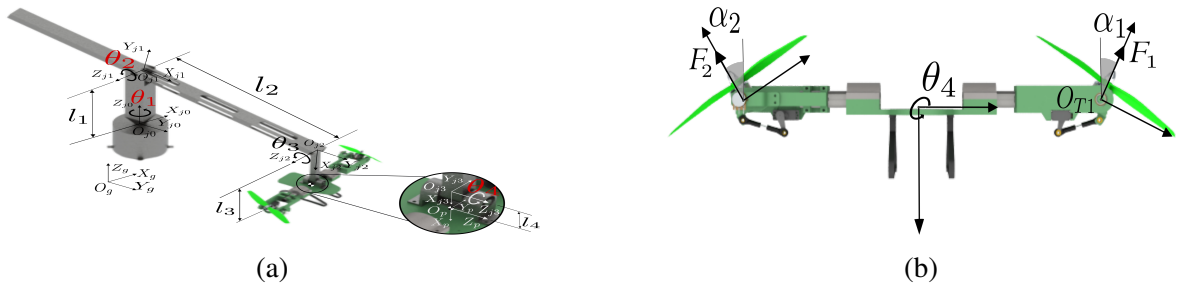


Figura 1: Sistema a ser controlado composto por braço articulado e bicóptero com empuxo vetorial: (a) Graus de liberdade: θ_1 , θ_2 e θ_4 . (b) Variáveis controladas: F_1 , F_2 , α_1 e α_2

Para projetar o controlador, considera-se um modelo linear da bancada em torno dos ângulos de equilíbrio $\bar{\theta}_1 = \bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_4 = 0$ rad, com as entradas de equilíbrio associadas $\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_2 = 0$ rad e $\bar{F}_1 = \bar{F}_2 = (m_2 + m_3 + m_4 - m_{cp})g/2$, em que $m_2 = 0,15$ kg, $m_3 = 0,12$ kg, $m_4 = 0,56$ kg e $m_{cp} = 0,48$ kg são as massas dos elementos 2, 3, do bicóptero e do contra-peso, respectivamente, e

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ é a aceleração gravitacional.

Esse modelo pode ser obtido com base em Marques (2018), considerando um bicóptero com vetorização longitudinal da força de empuxo. Mais precisamente, a dinâmica em torno de θ_1 , θ_2 e θ_4 pode ser representada por

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-\mu_1}{I_{Z_{j0}}} \end{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{l_2 \bar{F}_1}{I_{Z_{j0}}} & \frac{-l_2 \bar{F}_2}{I_{Z_{j0}}} \end{bmatrix} \mathbf{u}_1(t), \quad \mathbf{y}_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-\mu_2}{I_{Z_{j1}}} & 0 \\ 0 & \frac{-\gamma_4}{I_{Z_p}} & 0 & \frac{-\mu_4}{I_{Z_p}} \end{bmatrix} \mathbf{x}_2(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{l_2}{I_{Z_{j1}}} & \frac{l_2}{I_{Z_{j1}}} \\ \frac{b_1}{I_{Z_p}} & \frac{-b_2}{I_{Z_p}} \end{bmatrix} \mathbf{u}_2(t), \quad \mathbf{y}_2(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_2(t) \quad (2)$$

em que $\mathbf{x}_1 = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1]^T$, $\mathbf{x}_2 = [\theta_2 \ \theta_4 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_4]^T$, $\mathbf{u}_1 = [\alpha_1 \ \alpha_2]^T$ e $\mathbf{u}_2 = [\tilde{F}_1 \ \tilde{F}_2]^T$. O símbolo “~” indica valores relativos aos valores de equilíbrio. Mais ainda, $l_2 = 0,17 \text{ m}$ é o comprimento do elemento 2; $I_{Z_{j0}} = 0,59 \text{ kgm}^2$, $I_{Z_{j1}} = 0,31 \text{ kgm}^2$ e $I_{Z_{jp}} = 0,01 \text{ kgm}^2$ denotam momentos de inércia; $\mu_1 = 1,34 \text{ kgm}^2/\text{s}$, $\mu_2 = 1,6 \text{ kgm}^2/\text{s}$ e $\mu_4 = 0,1 \text{ kgm}^2/\text{s}$ são coeficientes de atrito dinâmico; $\gamma_4 = 0,64 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$ é o coeficiente atrelado ao desbalanceamento do bicóptero; $b_1 = b_2 = 0,22 \text{ m}$ são os comprimentos dos braços esquerdo e direito do bicóptero, respectivamente.

Para o projeto do sistema de controle descrito na próxima seção, os modelos dados por (1) e (2) foram discretizados considerando o método segurador de ordem zero e um período de amostragem $T_s = 0,02 \text{ s}$ (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 1998).

3 DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE

A Figura 2 mostra o diagrama de blocos da estratégia de controle implementada no bicóptero.

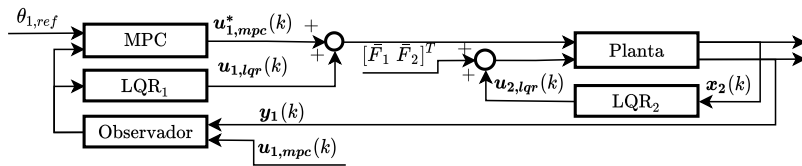


Figura 2: Diagrama da implementação do MPC com observador de estados.

O bloco LQR_2 representa um LQR (*Linear Quadratic Regulator*) utilizado para manter os ângulos θ_2 e θ_4 em torno dos respectivos valores de equilíbrio. Esse regulador foi projetado estendendo-se o modelo (2) de modo a incluir ação integral de controle (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 1998). Os blocos “ LQR_1 ”, “Observador” e “MPC” formam o conjunto de elementos empregados para rastreamento de referências constantes $\theta_{1,ref}$ para θ_1 . Mais precisamente, “ LQR_1 ” é um LQR empregado para estabilizar a dinâmica (1), “Observador” representa um estimador de estados para o sistema (1), que é projetado considerando uma perturbação constante de saída d_1 (MACIEJOWSKI, 2002), e “MPC” é um controlador preditivo. Neste trabalho, o PCO associado ao MPC é o seguinte:

$$\min_{\hat{\mathbf{u}}_{1,mpc}(k+i|k), i=0, 1, \dots, M-1} \sum_{i=0}^{N-1} ([\hat{\mathbf{y}}_1(k+i+1|k) - \mathbf{y}_{1,ref}]^T \mathbf{Q} [\hat{\mathbf{y}}_1(k+i+1|k) - \mathbf{y}_{1,ref}]) + \sum_{i=0}^{M-1} (\Delta \hat{\mathbf{u}}_{1,mpc}(k+i|k)^T \mathbf{R} \Delta \hat{\mathbf{u}}_{1,mpc}(k+i|k)) \quad (3)$$

sujeito a

$$\hat{x}_1(k+i+1|k) = \Phi_1 x_1(k+i) + \Gamma_1 \hat{u}_1(k+i|k) \quad (4) \quad \hat{y}_1(k+i+1|k) = C_1 \hat{x}_1(k+i+1|k) + d_1 \quad (8)$$

$$\hat{u}_1(k+i|k) = \hat{u}_{1,mpc}(k+i|k) + \hat{u}_{1,lqr}(k+i|k) \quad (5) \quad \Delta \hat{u}_{1,mpc}(k+i|k) = \hat{u}_{1,mpc}(k+i|k) -$$

$$\hat{u}_{1,lqr}(k+i|k) = -K_1 \hat{x}_1(k+i|k) \quad (6) \quad -\hat{u}_{1,mpc}(k+i-1|k) \quad (9)$$

$$\hat{u}_1(k+i|k) \in \mathcal{U} \quad (7) \quad \Delta \hat{u}_{1,mpc}(k+j|k) = 0 \quad (10)$$

em que $i = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $j = \{M, M+1, \dots, N-1\}$, Φ_1 e Γ_1 são as matrizes calculadas discretizando-se (1), K_1 é obtida com base em um LQR, N é o horizonte de predição, M é o horizonte de controle, $Q \in \mathbb{R}$ e $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, com $Q > 0$ e $R > 0$, são matrizes de ajuste, \mathcal{U} representa o conjunto admissível para as variáveis de controle. O símbolo “ $\hat{\cdot}$ ” aponta elementos preditos. A notação $(k+i|k)$ indica que a predição i passos à frente é realizada com base nas informações disponíveis em k . Mais ainda, $\hat{x}_1(k|k)$ e d_1 são estimados utilizando-se o observador.

Para obtenção da ação de controle $u_{1,mpc}$, o problema de otimização composto por (3)–(10) deve ser resolvido a cada instante de amostragem. Visando a redução da carga computacional envolvida nesse processo, emprega-se programação multiparmétrica (MP - *Multi-parametric Programming*) para obtenção de solução explícita para o problema de otimização. Como resultado, caracterizam-se m partições do espaço de estado admissível (Ω_j , $j = 1, 2, \dots, m$) dentro das quais a solução do problema de otimização é da forma $\Delta u_{1,mpc}^*(k) = K_{mpc,j} x_1(k) + v_{mpc,j}$, se $x_1(k) \in \Omega_j$. Tais regiões e os respectivos elementos da lei de controle podem ser calculadas *offline*, isto é, antes da operação do sistema. Então, durante a execução da tarefa de controle, a resolução do PCO envolve apenas a determinação de qual das m partições contém o estado atual $x_1(k)$ e, então, aplicar a lei de controle associada (PISTIKOPOULOS, 2009).

4 RESULTADOS

A matriz de realimentação de estados do LQR₂ foi obtida com pesos de estados e controle dados respectivamente por $Q_{2,lqr} = \text{diag}([0,01 \ 0,1 \ 100 \ 10 \ 50 \ 5])$ e $R_{2,lqr} = \text{diag}([1 \ 1])$. Note que há seis pesos de estados devido à inclusão de ação integral de controle. Os polos do estimador de estados foram alocados também resolvendo-se o problema do LQR com os seguintes pesos: $Q_{1,ob} = \text{diag}([1 \ 1 \ 16])$ e $R_{1,ob} = \text{diag}([1])$. Também cabe salientar que há três pesos de estados, graças à inclusão da estimativa de perturbação de saída. O MPC foi projetado com $N = 5$, $M = 1$, $Q = 30$ e $R = \text{diag}([15 \ 15])$. A matriz de realimentação K_1 foi projetada com $Q_{1,lqr} = \text{diag}([3 \ 10])$ e $R_{1,lqr} = \text{diag}([1 \ 1])$. A programação multiparmétrica foi implementada utilizando-se o *Multi-Parametric Toolbox 3.0* (HERCEG et al., 2013).

Para avaliar a robustez dos controladores, foi inserido um descasamento entre o modelo de simulação e o modelo de projeto. Particularmente, no modelo de simulação, adotaram-se $I_{Z_{j0}}$, $I_{Z_{j1}}$ e I_{Z_p} com o dobro do valor considerado no projeto do sistema de controle e do observador. Mais ainda,

foram incluídos ruídos de medida de posição e velocidade com distribuição gaussiana e variância de 0,001 rad e 0,01 rad/s, respectivamente, (ambos com média zero). Os resultados de simulação são mostrados na Figura 3. Verifica-se que as saídas foram conduzidas para as referências sem erro de regime permanente. Vale comentar que, ao se empregar a MP, o tempo médio para se resolver o PCO foi reduzido em aproximadamente 2,1 vezes em relação à otimização *online* utilizando o método dos conjuntos ativos.

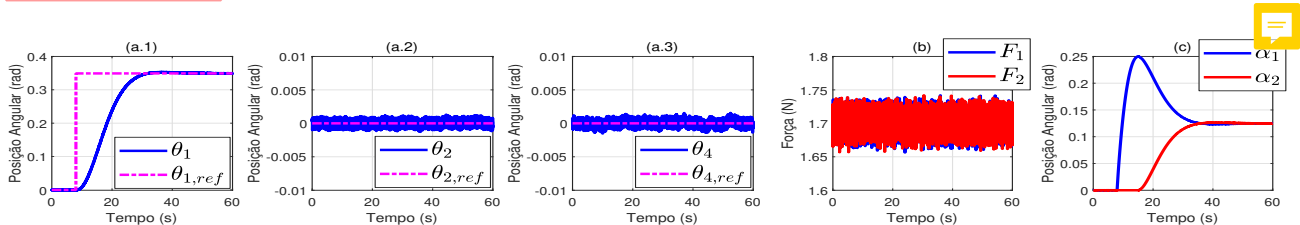


Figura 3: Resultados de simulação. (a) Posições angulares. (b) Força de empuxo total: $\mathbf{u}_2 + [\bar{F}_1 \ \bar{F}_2]^T$. (c) Inclinações dos rotores: \mathbf{u}_1 .

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi desenvolvido um sistema de controle para estabilização e rastreamento de referências de uma bancada composta por braço articulado e bicoóptero com vetorização da força de empuxo. Em particular, um LQR é empregado para estabilização das dinâmicas de atitude e altitude (dadas pelos ângulos θ_4 e θ_2) manipulando-se as forças de empuxo geradas pelos rotores. Então, um MPC é implementado para rastreamento da posição longitudinal (indicada pelo ângulo θ_1) variando-se os ângulos de inclinação dos rotores. Os resultados de simulação mostraram que foi possível rastrear as referências, a despeito da presença de descasamento de modelo e ruído de medida. Mais ainda, as restrições sobre a excursão da inclinação dos rotores foram devidamente respeitadas.

Trabalhos futuros podem modificar a lei de controle para realização do rastreamento de referências para o ângulo θ_2 . Além disso, também sugere-se validar o sistema de controle proposto por meio de ensaios no sistema real.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Digital Control of Dynamic Systems**. 3. ed. Menlo Park: Addison-Wesley, 1998.

HERCEG, M. et al. Multi-Parametric Toolbox 3.0. In: **Proc. of the European Control Conference**. Zürich, Switzerland: [s.n.], 2013. p. 502–510. <<http://control.ee.ethz.ch/~mpt>>.

MACIEJOWSKI, J. M. **Predictive control with constraints**. Harlow: Prentice Hall, 2002. ISBN 0201398230.

MARQUES, F. M. M. **Modeling, Simulation and Control of a Generic Tilting Rotor Multi-Copter**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2018.

PISTIKOPOULOS, E. Perspectives in multiparametric programming and explicit model predictive control. **AIChE Journal**, v. 55, p. 1918 – 1925, 08 2009.