Relatório

Gabriel Renato

Julho 2020

Equações a tempo continuo

Equações matemáticas que descrevem o comportamento da planta.

$$a\ddot{\theta}_4(t) + b\dot{\theta}_4(t) + c\theta(t) = L_1 f_1(t) - L_2 f_2(t) \tag{1}$$

$$\ddot{f}_i(t) + p\dot{f}_i(t) + q f_i(t) = r(pwm_i(t)), \quad i = 1, 2 \tag{2}$$

$$pwm_1(t) = u(t), \quad pwm_2(t) = -u(t) \tag{3}$$

As constantes presentes nas equações 1 e 2 são definidas na tabela 1.

Constante	Valor
a	0.0187
b	0.0495
c	0.6925
L_1	0.225
L_2	0.215
p	5.348
q	13.43
r	1.319

Table 1: Constantes presentes nas equações 1 e 2

Funções de transferência a tempo continuo

Obtidas aplicando transformada de Laplace as equações 1 a 3 para condições iniciais nulas.

$$\Theta(s) = \underbrace{\frac{1}{as^2 + bs + c}}_{G(s)}(L_1 F_1(s) - L_2 F_2(s)) \tag{4}$$

$$F_i(s) = \underbrace{\frac{r}{s^2 + ps + q}}_{H(s)}(PWM_i(s)), \quad i = 1, 2 \tag{5}$$

$$PWM_1(s) = U(s), \quad PWM_2(s) = -U(s) \tag{6}$$

Substituindo adequadamente 5 e 6 em 4 obtém-se a função de transferência de malha aberta de toda a planta.

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = G(s)(L_1 + L_2)H(s) \tag{7}$$

Substituindo adequadamente as constantes conforme tabela 1.

$$G(s) = \frac{53.4759}{s^2 + 2.6471s + 37.0321} \tag{8}$$

$$H(s) = \frac{1.319}{s^2 + 5.348s + 13.43} \tag{9}$$

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{31.0353}{(s^2 + 2.6471s + 37.0321)(s^2 + 5.348s + 13.43)} \tag{10}$$

Onde os polos de malha aberta de 10 são:

$$p_{1,2} = -1.3235 \pm i5.9397, \quad p_{3,4} = -2.6740 \pm i2.5059$$

Resposta em frequência

Diagrama de bode da função de transferência descrita em 10.

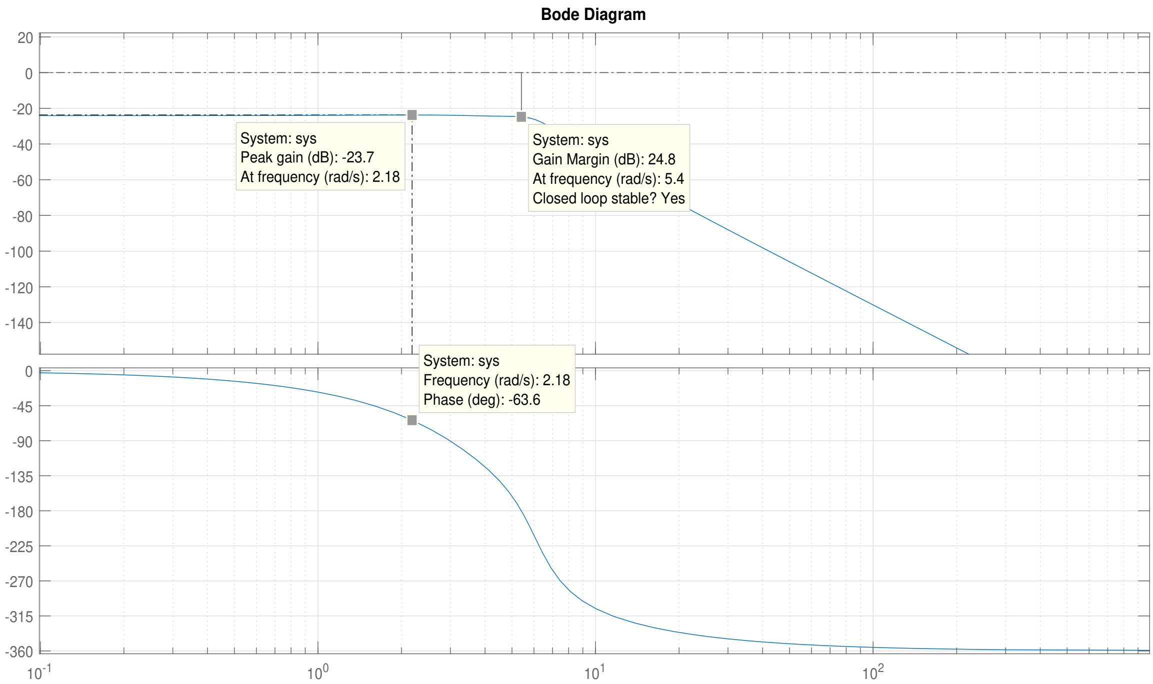

Figure 1: Diagrama de bode

Observa-se que o sistema possui uma constante de erro de posição de $20log(K_p) = -23.7dB$.

Para analisar se a emulação é possível a seguinte razão deve ser satisfeita.

$$\frac{w_s}{w_c} \geq 30 \tag{11}$$

Onde
w_s−Frequência de amostragem ($w_s = 2\pi/T_s$)
w_c−Frequência de corte

A frequência de amostragem é obtida para um período de amostragem (T_s) de 0.02 segundos. Logo,

$$\frac{w_s}{w_c} = \frac{2\pi}{0.02 \cdot w_c} \geq 30$$
$$w_c \leq 10.47 rad/s$$

Ou seja, o controlador discreto obtido por emulação pode ser empregado seguramente desde que a frequência de corte seja menor que 10.47 rad/s para um período de amostragem de 0.02 segundos. Da figura 1 tem-se que a frequência de corte é de 2.18 rad/s a qual se encontra no intervalo.