Modelo linear da bancada

Recorrendo à utilização de software de cálculos algébricos utiliza-se o método de pequena pertubação para se obter as equações linearizadas, sendo que o ponto ao qual realizamos a linearização vale:

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = -\frac{\pi}{2}[rad], \theta_4 = 0, \dot{\theta}_1 = 0, \dot{\theta}_2 = 0, \dot{\theta}_3 = 0, \dot{\theta}_4 = 0 \tag{5.12}$$

O estado da bancada a qual linearizamos corresponde ao estado representado pela Figura 3.2.

Sendo o vetor espaço de estado representado por:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}^T \tag{5.13}$$

E o vetor comando representado por:

$$u = \begin{bmatrix} f_x & f_y & f_z & \tau_x & \tau_y & \tau_z \end{bmatrix}^T \tag{5.14}$$

Que devido as restrições da bancada 5.14 pode ser simplificado em Equação 5.16 e pela simplificações da relação entre θ_2 e θ_3 5.13 pode ser simplificado em Equação 5.15.

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_4 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}^T \tag{5.15}$$

$$u = \begin{bmatrix} f_x & f_y & \tau_z \end{bmatrix}^T \tag{5.16}$$

Assim as matrizes A e B podem ser definidas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{l_2 f_{x0}}{den_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_2 f_{y0}}{den_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_2}{den_1} & 0 \\ \frac{-l_2}{den_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Ix_4} \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

Sendo $den_1 = (l_2^2(m_2 + m_3 + m_4) + Iz_1 + Iz_2 + Iz_3 + Iz_4)$, $den_2 = (Iy_2 + \frac{1}{4}l_3^2 m_2 + l_2^2(m_2 + m_3 + m_4))$. E ainda os valores f_{x0} e f_{y0} são calculados a partir das Equações de equilíbrio:

$$\ddot{\theta}_1 = 0 = -l_2 f_{y0} \implies f_{y0} = 0; \tag{5.19a}$$

$$\ddot{\theta}_2 = 0 = gl_2(m_2 + m_3 + m_4) + f_{x0}l_2 \implies f_{x0} = -g(m_2 + m_3 + m_4); \tag{5.19b}$$

Assim, a matriz A pode ser escrita por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{l_2 g(m_2+m_3+m_4)}{den_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.20}$$

Tabela 5.4: Identificação dos parâmetros dimensionais, mássicos e inerciais do bicóptero, a partir do modelo CAO.

Parâmetro	Valor	Unidade de medida (SI)
m_1	2,761	Kg
m_2	0,154	Kg
m_3	0,115	Kg
m_4	0,559	Kg
l_2	0.595	m
l_3	0.173	m
Iy_1	0.2899947	Kg m^2
Iy_2	0.001002423	Kg m^2
Iy_3	0.00008259913	Kg m^2
Iy_4	0.00061324	Kg m^2
Iz_1	0.2876170	Kg m^2
Iz_2	0.001006095	Kg m^2
Iz_3	0.00001723333	Kg m^2
Iz_4	0.01358627	Kg m^2