

1 Modelagem

1.1 Modelo não linear

Considere o quadricóptero com mecanismo de vetorização do empuxo ilustrado na Figura 1.

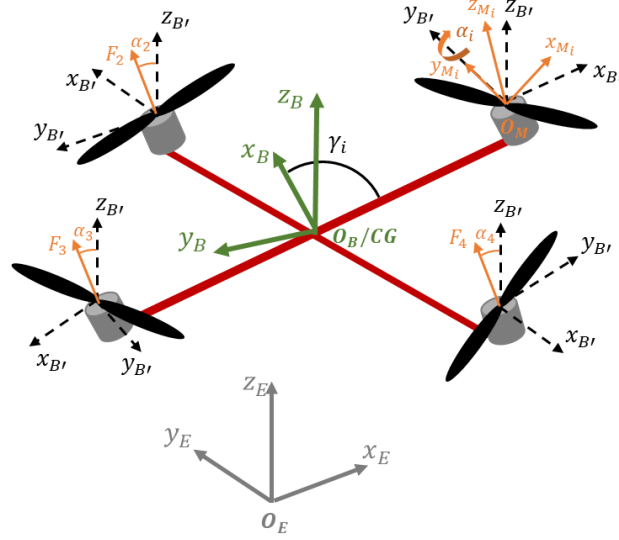


Figure 1: Quadricóptero com mecanismo de vetorização de empuxo.

• Movimento linear

Aplicando a segunda lei de Newton, é possível escrever

$$F_B(t) = \begin{bmatrix} \sum F_x(t) \\ \sum F_y(t) \\ \sum F_z(t) \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{u}(t) - r(t)v(t) + q(t)w(t) \\ \dot{v}(t) - p(t)w(t) + r(t)u(t) \\ \dot{w}(t) - q(t)u(t) + p(t)v(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

em que $(u \ v \ w)$ e $(p \ q \ r)$ representam as velocidades lineares e angulares ao longo (em torno) dos eixos x , y e z , respectivamente. O subíndice B indica que essas forças estão apresentadas no sistema de coordenada do corpo (BCS – *Body fixed Coordinate System*).

Considerar-se-á que F_B é resultante da ação das forças de empuxo F_T , arrasto F_D e gravitacional F_G . Logo,

$$m \begin{bmatrix} \dot{u}(t) - r(t)v(t) + q(t)w(t) \\ \dot{v}(t) - p(t)w(t) + r(t)u(t) \\ \dot{w}(t) - q(t)u(t) + p(t)v(t) \end{bmatrix} = F_{T_B}(t) + F_{D_B}(t) + F_{G_B}(t) \quad (2)$$

Para determinar F_{T_B} , F_{D_B} e F_{G_B} , assume-se que

- Os rotores são posicionados com ângulos de $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = \pi/2$, $\gamma_3 = \pi$ e $\gamma_4 = 3\pi/2$ em relação à x_B ;
- Os sentidos de rotação dos motores 1 e 3 é positivo (ccw). Já os motores 2 e 4 giram no sentido negativo (cw);

- Os rotores podem ser inclinados longitudinalmente com ângulos α_1 , α_2 , α_3 e α_4 ;
- As variações em tais ângulos e das velocidades de rotação das hélices são tipicamente baixas, isto é, $\dot{\alpha}_i(t) = 0$, $i = 1, 2, 3$ e 4 , e $\dot{\Omega}_i(t) = 0$, $i = 1, 2, 3$ e 4
- A distância vertical do rotor até o CG é nula ($z_{CG_i} = 0$, $i = 1, 2, 3$ e 4);
- A força de arrasto é linearmente proporcional à velocidade do veículo.

Então, com o devido procedimento matemático, pode-se obter

$$F_{T_B}(t) = \begin{bmatrix} k_p (\sin(\alpha_1(t))\Omega_1^2(t) - \sin(\alpha_3(t))\Omega_3^2(t)) \\ k_p (\sin(\alpha_2(t))\Omega_2^2(t) - \sin(\alpha_4(t))\Omega_4^2(t)) \\ k_p \sum_{i=1}^4 \cos(\alpha_i(t))\Omega_i^2(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F_{D_B}(t) = \begin{bmatrix} -k_{d_x} u(t) \\ -k_{d_y} v(t) \\ -k_{d_z} w(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

em que k_{d_x} , k_{d_y} e k_{d_z} são coeficientes de arrasto,

$$F_{G_B}(t) = mg \begin{bmatrix} \sin(\theta(t)) \\ -\sin(\phi(t))\cos(\theta(t)) \\ -\cos(\phi(t))\cos(\theta(t)) \end{bmatrix} \quad (5)$$

em que ϕ , θ e ψ representam os ângulos de rolagem, arfagem e guinada, respectivamente, m é a massa do quadricóptero e g a aceleração gravitacional.

A dinâmica de movimento linear do quadricóptero é descrita por meio de (2)–(5).

• Movimento angular

Aplicando a segunda lei de Newton para o movimento angular, tem-se que

$$\begin{bmatrix} J_{xx}\dot{p}(t) + q(t)r(t)(J_{zz} - J_{yy}) \\ J_{yy}\dot{q}(t) + p(t)r(t)(J_{xx} - J_{zz}) \\ J_{zz}\dot{r}(t) + p(t)q(t)(J_{yy} - J_{xx}) \end{bmatrix} = M_B = M_{T_B}(t) + M_{G_B}(t) + M_{F_B}(t) \quad (6)$$

sendo M_{T_B} , M_{G_B} e M_{F_B} os momentos gerados pela força de empuxo, pelo efeito giroscópico e pelo arrasto da hélice, respectivamente, e J_{xx} , J_{yy} e J_{zz} componentes da matriz de inércia do veículo no BCS.

Pode-se demonstrar que tais momentos são dados por

$$M_{T_B}(t) = \begin{bmatrix} lk_p (\cos(\alpha_2(t))\Omega_2^2(t) - \cos(\alpha_4(t))\Omega_4^2(t)) \\ lk_p (-\cos(\alpha_1(t))\Omega_1^2(t) + \cos(\alpha_3(t))\Omega_3^2(t)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

em que l é o comprimento do braço do veículo e k_p é o coeficiente de empuxo do conjunto propulsivo formado por motor, controlador de velocidade e hélice, e

$$M_{G_B}(t) = \begin{bmatrix} \tau_x(t) \\ \tau_y(t) \\ \tau_z(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

sendo

$$\tau_x(t) = \sum_{i=1}^4 \{q(t) \cos(\alpha_i(t)) - r(t) \sin(\gamma_i(t)) \sin(\alpha_i(t))\} J_{M_i} \Omega_i(t) \quad (9)$$

$$\tau_y(t) = \sum_{i=1}^4 \{-p(t) \cos(\alpha_i(t)) + r(t) \cos(\gamma_i(t)) \sin(\alpha_i(t))\} J_{M_i} \Omega_i(t) \quad (10)$$

$$\tau_z(t) = \sum_{i=1}^4 \{p(t) \sin(\gamma_i(t)) \sin(\alpha_i(t)) - q(t) \cos(\gamma_i(t)) \sin(\alpha_i(t))\} J_{M_i} \Omega_i(t) \quad (11)$$

no qual J_{M_i} , $i = 1, 2, 3$ e 4 é o momento de inércia da hélice com respeito ao eixo de rotação, e

$$M_{F_B}(t) = \begin{bmatrix} b(-\Omega_1^2(t) \sin(\alpha_1(t)) + \Omega_3^2(t) \sin(\alpha_3(t))) \\ b(\Omega_2^2(t) \sin(\alpha_2(t)) - \Omega_4^2(t) \sin(\alpha_4(t))) \\ b \sum_{i=1}^4 -\text{sign}(\Omega_i(t)) \cos(\alpha_i(t)) \Omega_i^2(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

em que b é um coeficiente de arrasto da hélice.

As relações (7), (8) e (12) descrevem a aceleração angular do veículo no BCS. É possível demonstrar que a seguinte relação cinemática é válida:

$$\begin{bmatrix} p(t) \\ q(t) \\ r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta(t)) \\ 0 & \cos(\phi(t)) & \sin(\phi(t)) \cos(\theta(t)) \\ 0 & -\sin(\phi(t)) & \cos(\theta(t)) \cos(\phi(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Multiplicando pela esquerda pela matriz inversa, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi(t)) \tan(\theta(t)) & \cos(\phi(t)) \tan(\theta(t)) \\ 0 & \cos(\phi(t)) & -\sin(\phi(t)) \\ 0 & \sin(\phi(t)) \sec(\theta(t)) & \cos(\phi(t)) \sec(\theta(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(t) \\ q(t) \\ r(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Já o movimento de translação em relação a um referencial inercial é descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_E(t) \\ \dot{y}_E(t) \\ \dot{z}_E(t) \end{bmatrix} = R_B^I \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

sendo

$$R_B^I = \begin{bmatrix} \cos(\psi(t)) & -\sin(\psi(t)) & 0 \\ \sin(\psi(t)) & \cos(\psi(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & 0 & \sin(\theta(t)) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta(t)) & 0 & \cos(\theta(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi(t)) & -\sin(\phi(t)) \\ 0 & \sin(\phi(t)) & \cos(\phi(t)) \end{bmatrix} \quad (16)$$

2 Estrutura de controle

Um LQR será empregado para rastrear referências de atitude e rolagem. Com esse propósito, adotam-se as velocidades de rotação dos rotores como variáveis de entrada do LQR. Posteriormente, o rastreamento de trajetória será realizado por meio de um MPC cujas entradas serão os ângulos de tilt e uma rotação aplicada simultaneamente a todos os motores. O diagrama de blocos 2 ilustra a estrutura de controle.

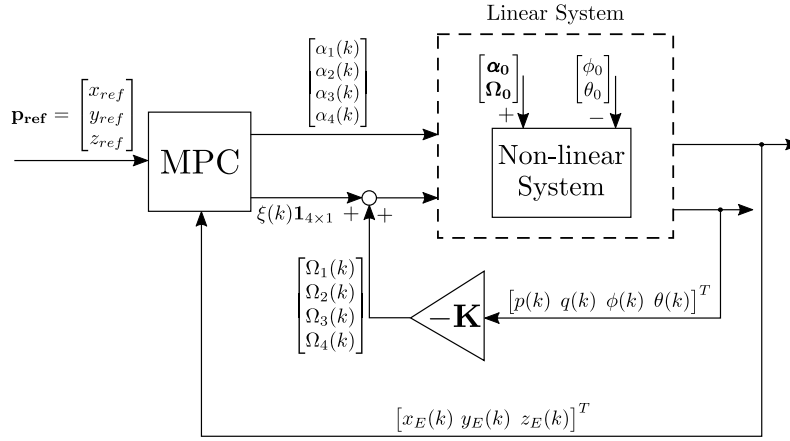


Figure 2: Diagrama de blocos mostrando a estrutura de controle.

2.1 Determinação das entradas de equilíbrio

As estratégias de controle adotadas neste trabalho são baseadas em modelos lineares na forma do espaço de estados. Então, faz-se necessário linearizar as equações determinadas na Seção 1 em torno de uma condição de equilíbrio. Em particular, essa condição será definida a partir de ângulos de rolagem e arfagem, denotados por ϕ_0 e θ_0 , respectivamente. Para obtenção de um estado de regime estacionário associado a um de voo pairado com atitude ϕ_0 e θ_0 , ajustam-se os ângulos dos rotores e as velocidades de rotação de equilíbrio, dados por α_{0_i} e Ω_{0_i} , $i = 1, 2, 3$ e 4 , de modo que a somatória das forças e momentos em torno dos eixos x , y e z sejam nulas. Isto é, impondo-se (2), (6) iguais a zero, considerando velocidades lineares e angulares nulas.

Uma vez que o problema a ser resolvido tem 8 variáveis de decisão e 6 equações, propõe-se determinar α_{0_i} e Ω_{0_i} , $i = 1, 2, 3$ e 4 resolvendo-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{\alpha_{0_i}, \Omega_{0_i}, i=1, 2, 3, 4} J = \sum_{i=1}^4 \Omega_{0_i} + \rho_2 \alpha_{0_i} \quad (17)$$

sujeito a

$$F_{T_B}(t) + F_{D_B}(t) + F_{G_B}(t) = 0 \quad (18)$$

$$M_{T_B}(t) + M_{G_B}(t) + M_{F_B}(t) = 0 \quad (19)$$

$$\Omega_{0_{min}} \leq \Omega_{0_i} \leq \Omega_{0_{max}}, \quad i = 1, 2, 3 \text{ e } 4 \quad (20)$$

$$\alpha_{0_{min}} \leq \alpha_{0_i} \leq \alpha_{0_{max}}, \quad i = 1, 2, 3 \text{ e } 4 \quad (21)$$

em que ρ_1 é um peso ajustado pelo projetista.

2.2 LQR

Para o projeto do LQR adota-se o seguinte vetor de estados:

$$x_{lqr} = \begin{bmatrix} p & q & \phi & \theta \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

e, como já mencionado, vetor de controle é

$$u_{lqr} = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_4 \end{bmatrix}^T \quad (23)$$

Linearizando as equações (2) e (6) em torno do estado de equilíbrio $x_{lqr}^0 = [0 \ 0 \ \phi_0 \ \theta_0]^T$, é possível escrever a dinâmica em torno de x_{lqr}^0 por

$$\dot{x}_{lqr}(t) = A_{lqr}^c x(t) + B_{lqr}^c u_{lqr}(t) \quad (24)$$

$$A_{lqr}^c = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sin(\phi_0) \tan(\theta_0) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi_0) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

sendo

$$a_{12} = \frac{J_{m_1} \omega_{1_0} \cos(\alpha_{1_0}) + J_{m_2} \omega_{2_0} \cos(\alpha_{2_0}) + J_{m_3} \omega_{3_0} \cos(\alpha_{3_0}) + J_{m_4} \omega_{4_0} \cos(\alpha_{4_0})}{J_{xx}} \quad (26)$$

$$a_{21} = \frac{-J_{m_1} \omega_{1_0} \cos(\alpha_{1_0}) - J_{m_2} \omega_{2_0} \cos(\alpha_{2_0}) - J_{m_3} \omega_{3_0} \cos(\alpha_{3_0}) - J_{m_4} \omega_{4_0} \cos(\alpha_{4_0})}{J_{yy}} \quad (27)$$

e

$$B_{lqr}^c = \begin{bmatrix} -\frac{2\omega_{1_0} b \sin(\alpha_{1_0})}{J_{xx}} & \frac{2\omega_{2_0} k_p l \cos(\alpha_{2_0})}{J_{xx}} & \frac{2\omega_{3_0} b \sin(\alpha_{3_0})}{J_{xx}} & -\frac{2\omega_{4_0} k_p l \cos(\alpha_{4_0})}{J_{xx}} \\ -\frac{2\omega_{1_0} k_p l \cos(\alpha_{1_0})}{J_{yy}} & \frac{2\omega_{2_0} b \sin(\alpha_{2_0})}{J_{yy}} & \frac{2\omega_{3_0} k_p l \cos(\alpha_{3_0})}{J_{yy}} & -\frac{2\omega_{4_0} b \sin(\alpha_{4_0})}{J_{yy}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Discretizando (24) utilizando o método segurador de ordem zero (ZOH), tem-se que

$$x_{lqr}(k+1) = A_{lqr} x_{lqr}(k) + B_{lqr} u_{lqr}(k) \quad (29)$$

em que $A_{lqr} = e^{A_{lqr}^c T_s}$ e $B_{lqr} = \left(\int_0^{T_s} e^{A_{lqr}^c \tau} d\tau \right) B_{lqr}^c$, sendo T_s é o período de amostragem.

Empregar-se-á o modelo (29) para projetar o LQR. Devido à não linearidade da planta, o procedimento de linearização, discretização e projeto será realizado para N_0 pontos de equilíbrio denotados

por $x_{lqr,j}^0$, $j = 1, 2, \dots, N_0$. Para escolher qual controlador adotar, calculam-se os seguintes índices:

$$S_j = \|x_{lqr}(k) - x_{lqr,j}^0\|_2 + \rho_2 \|x_{lqr}^{ref} - x_{lqr,j}^0\|_2, \quad j = 1, 2, \dots, N_0 \quad (30)$$

sendo x_{lqr}^{ref} uma atitude de referência e ρ_2 um parâmetro de ajuste.

Em cada instante de amostragem, adota-se o controlador j LQR com menor índice S_j juntamente com as respectivas entradas de equilíbrio, que são calculadas conforme descrito na Seção 2.1.

3 Resultados de simulação

O funcionamento do chaveamento de ganhos descrito na Seção 2.2 foi avaliado por meio de simulações. Tais simulações foram realizadas no Matlab considerando modelo não linear apresentado na Seção 1.

Projetaram-se nove controladores em pontos de equilíbrio apontados na Tabela 2.

Table 1: Ângulos de linearização.

LQR	θ_0 ($^\circ$)	ϕ_0 ($^\circ$)
1	-45	-45
2	-45	0
3	-45	45
4	0	-45
5	0	0
6	0	45
7	45	-45
8	45	0
9	45	45

A otimização para determinar as entradas de equilíbrio foi realizada com $\rho_1 = 10^6$, $\Omega_{0_{max}} = -\Omega_{0_{min}} = 500$ rad/s e , $\alpha_{0_{max}} = -\alpha_{0_{min}} = 80^\circ$. A Tabela 2 apresenta as entradas de equilíbrio obtidas.

Table 2: Entradas de equilíbrio ótimas.

LQR	Ω_0 (rad/s)	α_0 ($^\circ$)
1	$[274,8 \ -188,9 \ 214,3 \ -244,2]^T$	$[80 \ -35 \ -54,8 \ 80]^T$
2	$[167,7 \ -193,5 \ 335,9 \ -136,2]^T$	$[5,4 \ 0 \ -75,6 \ 0]^T$
3	$[338,4 \ -289,5 \ 114,6 \ -101,8]^T$	$[76,6 \ 69,6 \ -2,4 \ -3,3]^T$
4	$[136,2 \ -167,7 \ 193,5 \ -335,9]^T$	$[0 \ -5,4 \ 0 \ 75,6]^T$
5	$[198,9 \ -198,9 \ 198,9 \ -198,9]^T$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
6	$[193,5 \ -335,9 \ 136,2 \ -167,7]^T$	$[0 \ 75,6 \ 0 \ -5,4]^T$
7	$[114,6 \ -101,7 \ 338,4 \ -289,5]^T$	$[-2,4 \ -3,3 \ 76,6 \ 69,6]^T$
8	$[167,7 \ -136,2 \ 335,9 \ -193,5]^T$	$[-5,4 \ 0 \ 75,6 \ 0]^T$
9	$[214,3 \ -101,8 \ 274,8 \ -289,5]^T$	$[-54,8 \ 3,3 \ 80 \ -69,6]^T$

Para o projeto dos LQRs, adotaram-se $T_s = 10$ ms, e pesos de estado e controle dados respectivamente por $Q_{lqr} = 10^5 I_4$ e $R_{lqr} = I_4$, $\rho_2 = 0,5$.

As Figuras 3–5 mostram os resultados de simulação para uma condição inicial nula e a atitude de referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ -30 \ 30]^T$. A evolução temporal dos ângulos ϕ e θ , das velocidades p e q , e das entradas Ω_i , $i = 1, 2, 3$, e 4 são mostradas nas Figuras 3 e 4 respectivamente. A Figura 5 mostra o índice do controlador adotado ao longo da simulação.

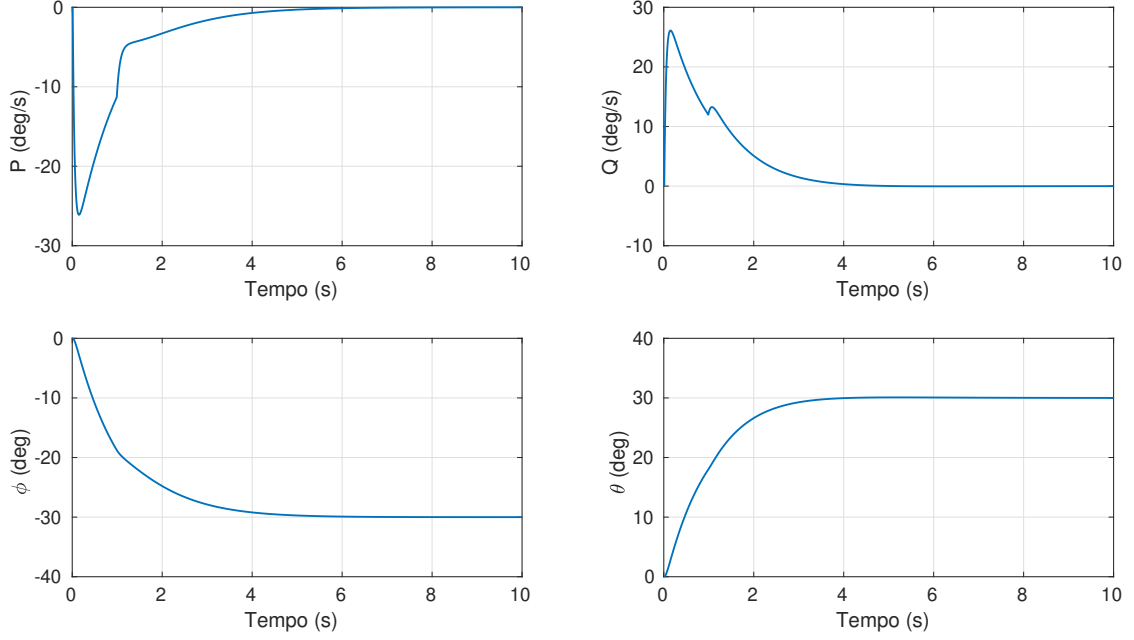


Figure 3: Evolução temporal dos ângulos ϕ e θ e das velocidades p e q para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ -30 \ 30]^T$ e condição inicial nula.

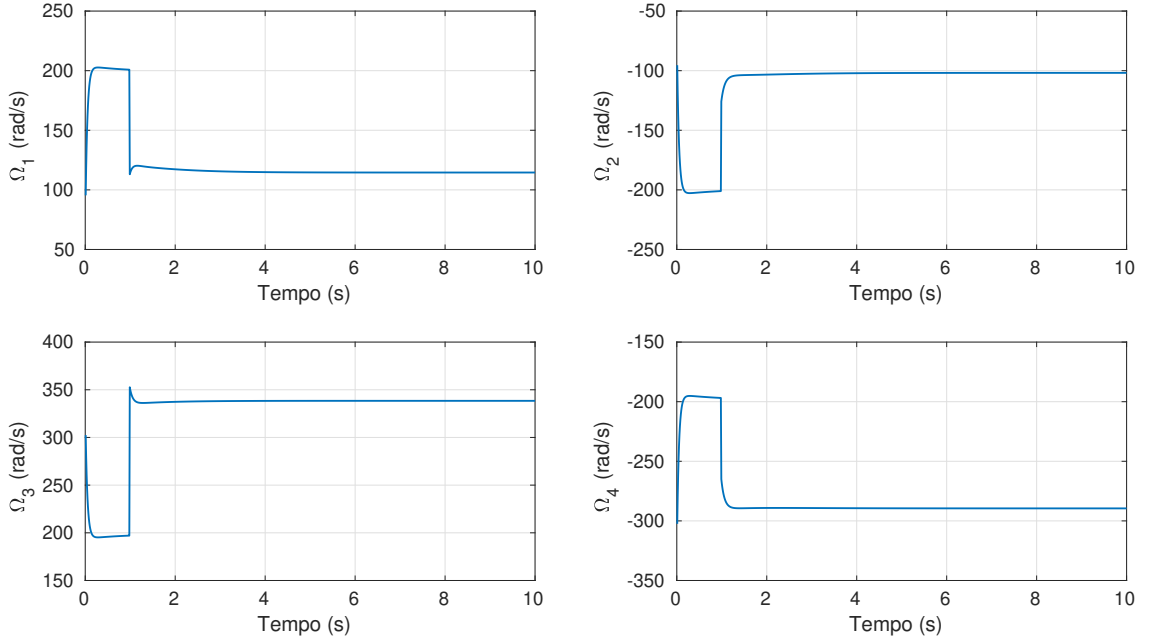


Figure 4: Evolução temporal das velocidades dos rotores Ω_i , $i = 1, 2, 3$ e 4 para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ -30 \ 30]^T$ e condição inicial nula.

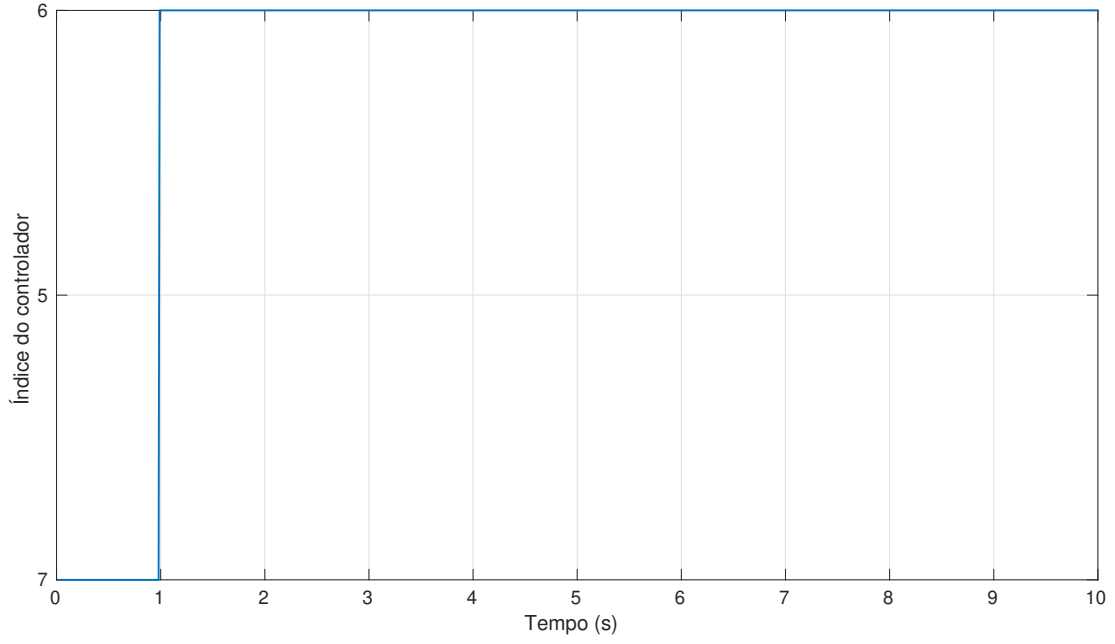


Figure 5: Evolução temporal do índice do controlador para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ -30 \ 30]^T$ e condição inicial nula.

Também foram realizadas simulações para a condição inicial $x_{lqr}(0) = [0 \ 0 \ -30 \ -60]^T$ e a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ 60 \ 30]^T$. Os resultados encontram-se nas Figuras 6–8.

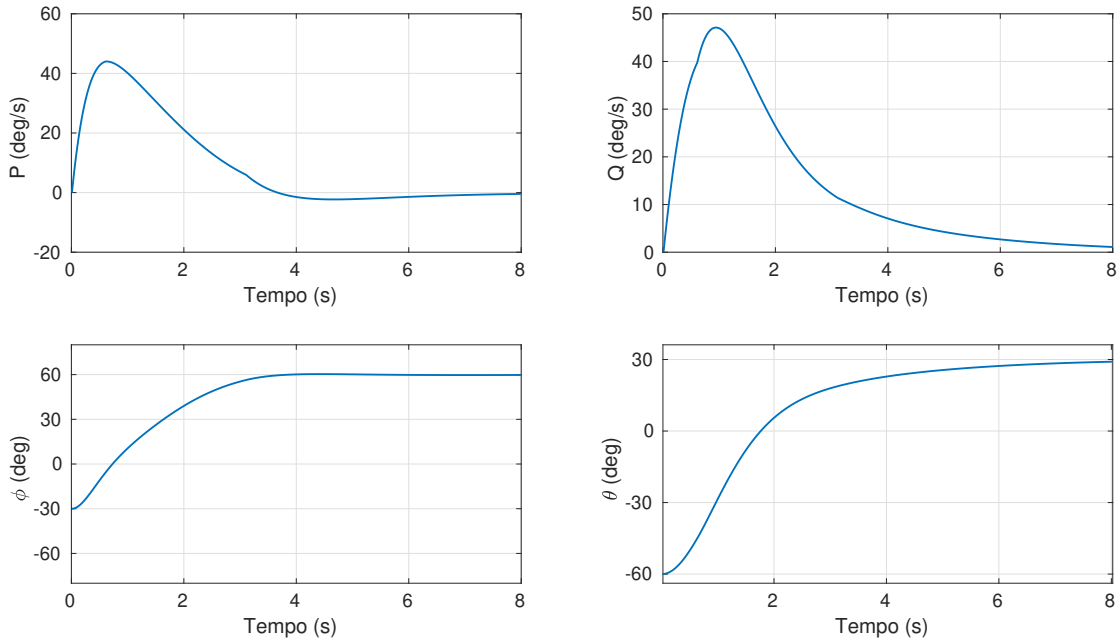


Figure 6: Evolução temporal dos ângulos ϕ e θ e das velocidades p e q para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ 60 \ 30]^T$ e condição inicial $x_{lqr}(0) = [0 \ 0 \ -30 \ -60]^T$.

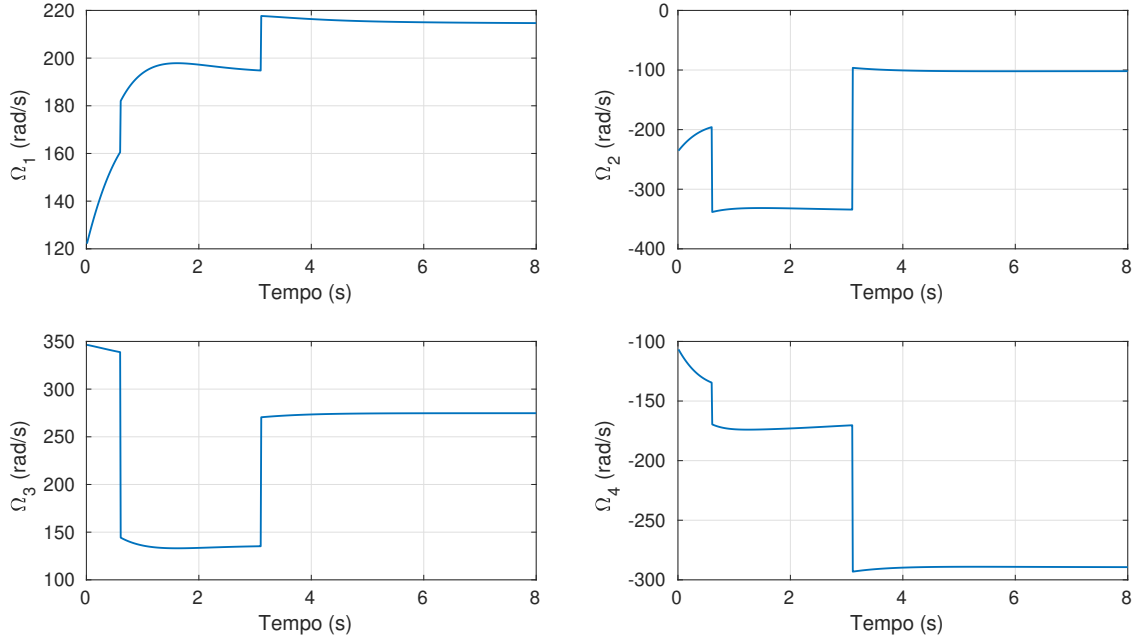


Figure 7: Evolução temporal das velocidades dos rotores Ω_i , $i = 1, 2, 3$ e 4 para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ 60 \ 30]^T$ e condição inicial $x_{lqr}(0) = [0 \ 0 \ -30 \ -60]^T$.

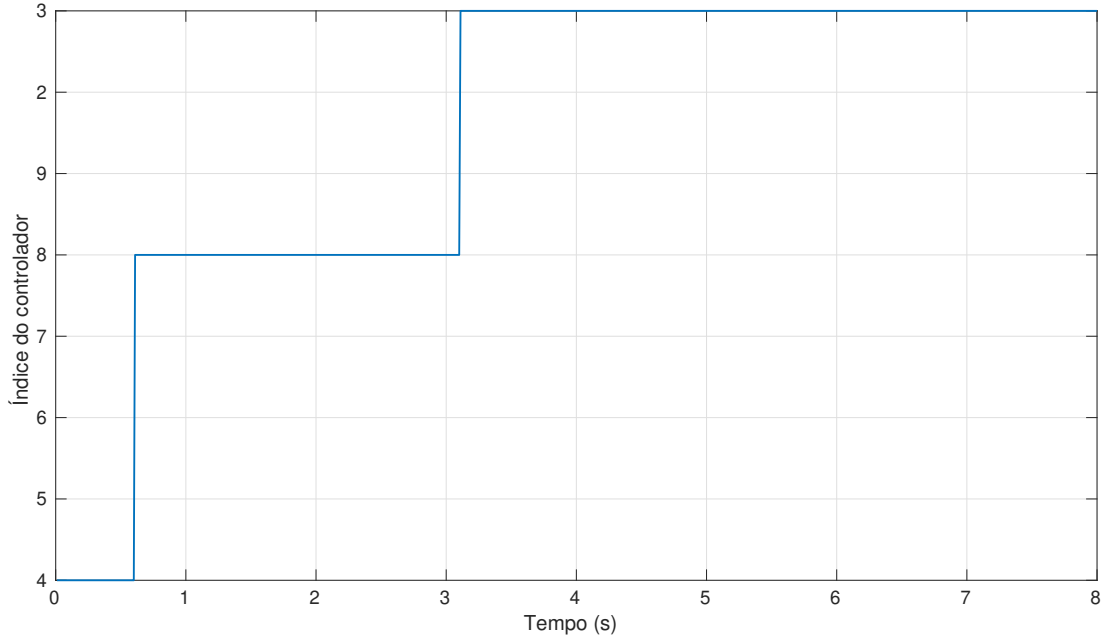


Figure 8: Evolução temporal do índice do controlador para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ 60 \ 30]^T$ e condição inicial $x_{lqr}(0) = [0 \ 0 \ -30 \ -60]^T$.

4 Escalonamento de ganhos

Como pode ser observado nas Figuras 4 e 7, o chaveamento entre matrizes de realimentação e entradas de equilíbrio resulta em descontinuidades em Ω . Isso inviabiliza a implementação do sistema de controle. Para eliminar esse problema, propõe-se adotar um controlador por escalonamento de ganhos. A ideia fundamental consiste em interpolar os coeficientes da matriz de realimentação de

estados K_{ij} e as entradas de equilíbrio (Ω_{i0} e α_{i0}) em termos de ϕ e θ . Com esse propósito, inicialmente como K_{ij} , Ω_{i0} e/ou α_{i0} se comportam mediante ϕ e θ . Essa análise é mostrada nas Figura 9–14.

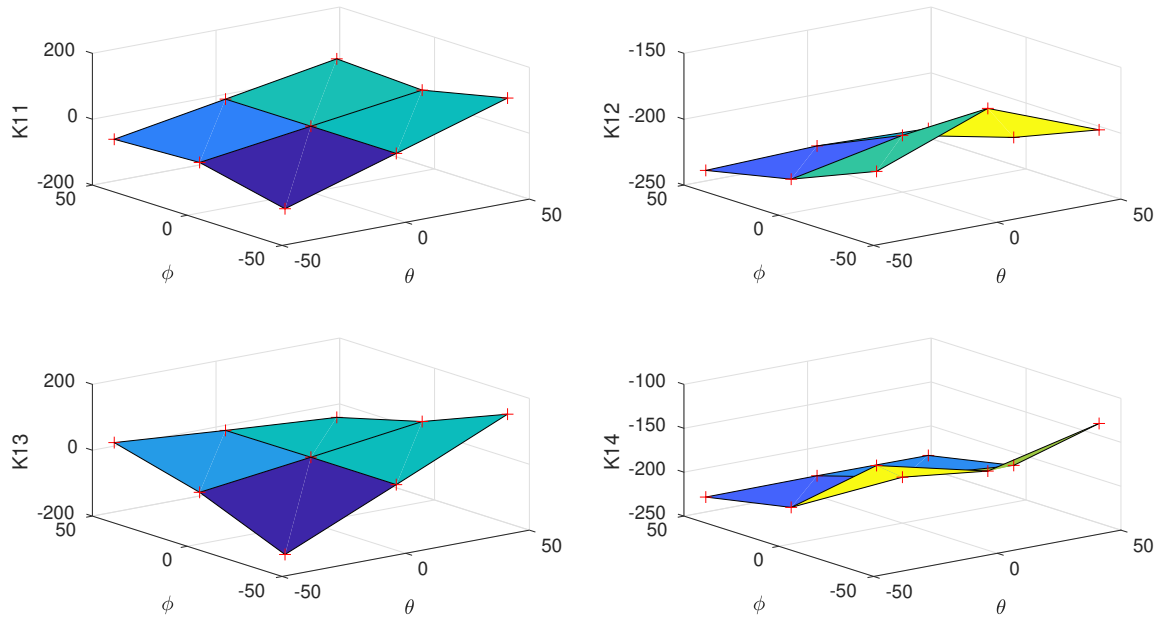


Figure 9: Variação de K_{1i} , $i = 1, 2, 3$ e 4 em termos de ϕ e θ . Os valores nos pontos de equilíbrio estão indicados por $+$.

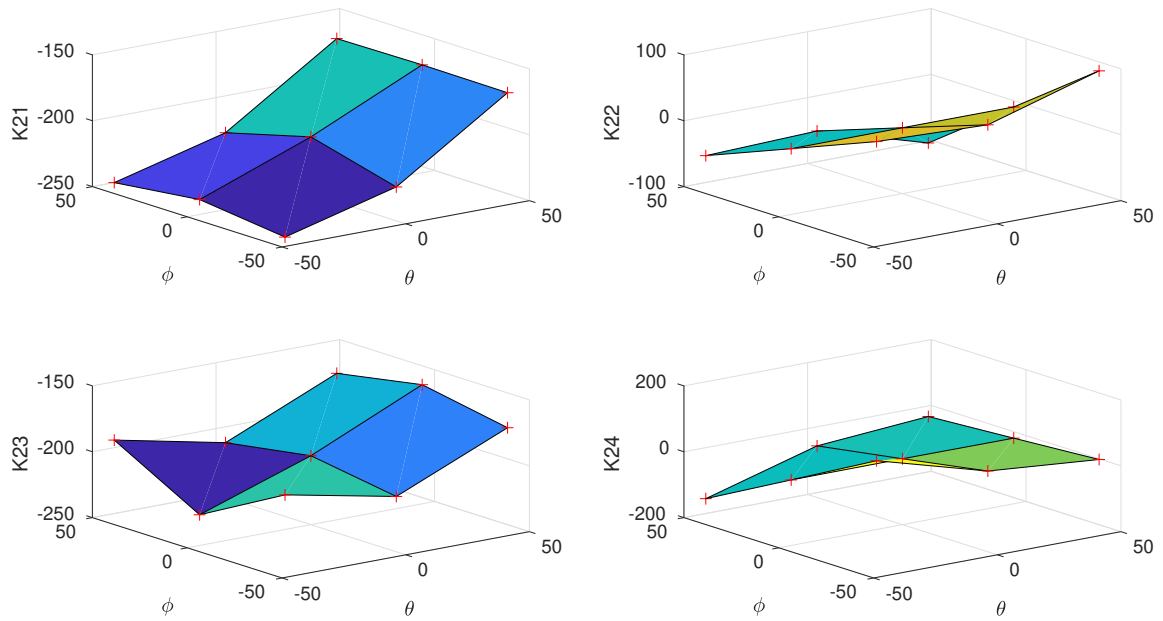


Figure 10: Variação de K_{2i} , $i = 1, 2, 3$ e 4 em termos de ϕ e θ . Os valores nos pontos de equilíbrio estão indicados por $+$.

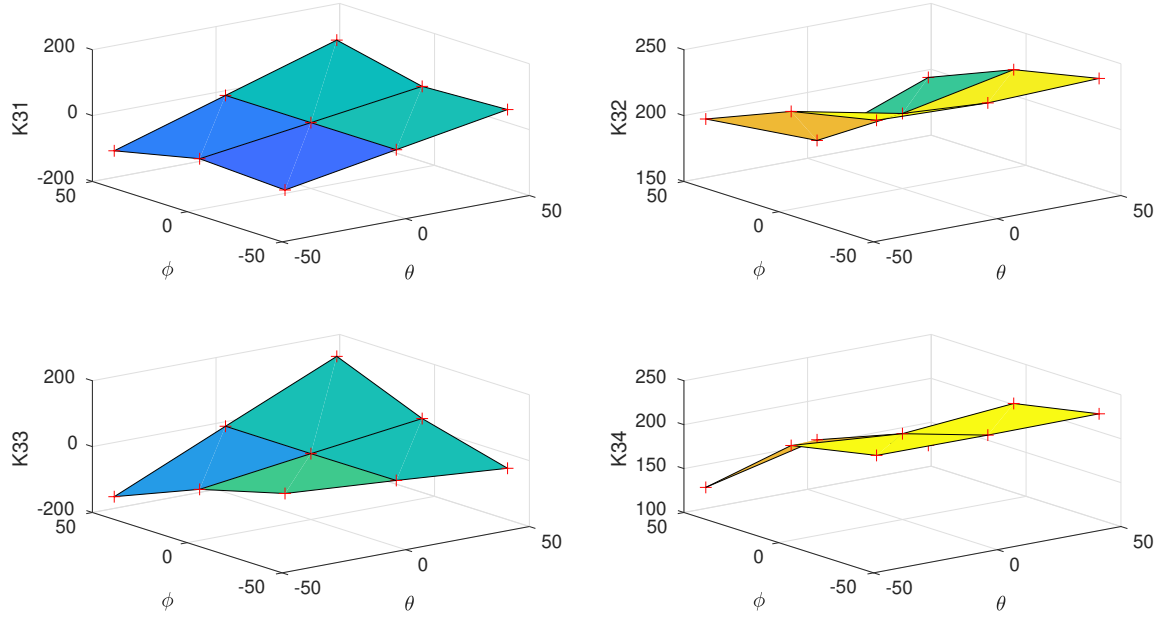


Figure 11: Variação de K_{3i} , $i = 1, 2, 3$ e 4 em termos de ϕ e θ . Os valores nos pontos de equilíbrio estão indicados por +.

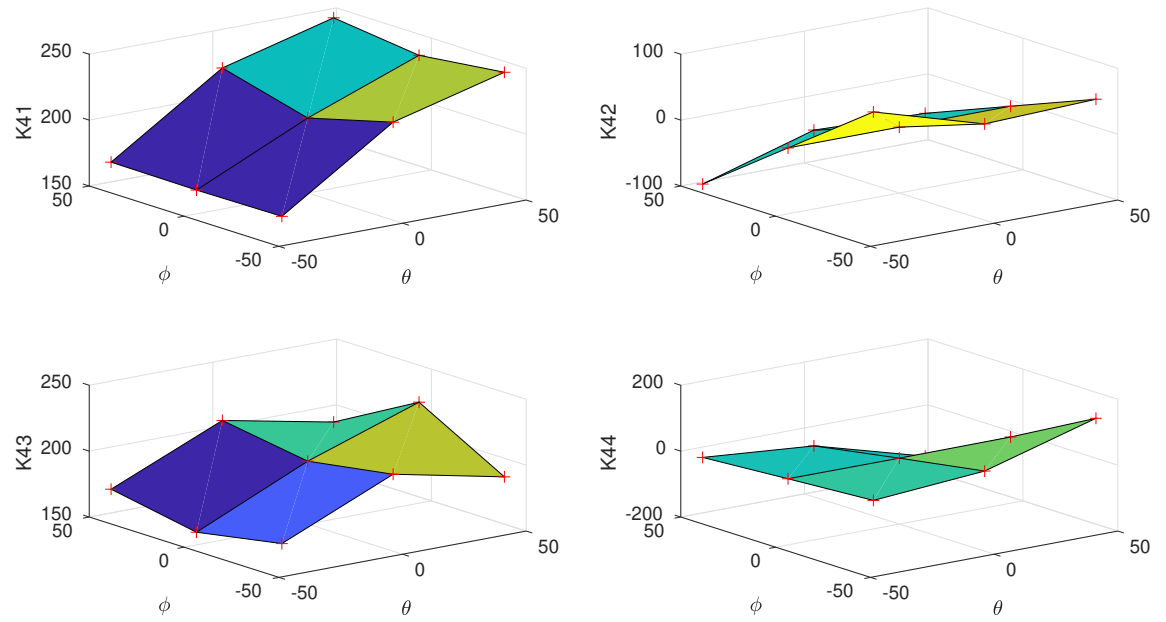


Figure 12: Variação de K_{4i} , $i = 1, 2, 3$ e 4 em termos de ϕ e θ . Os valores nos pontos de equilíbrio estão indicados por +.

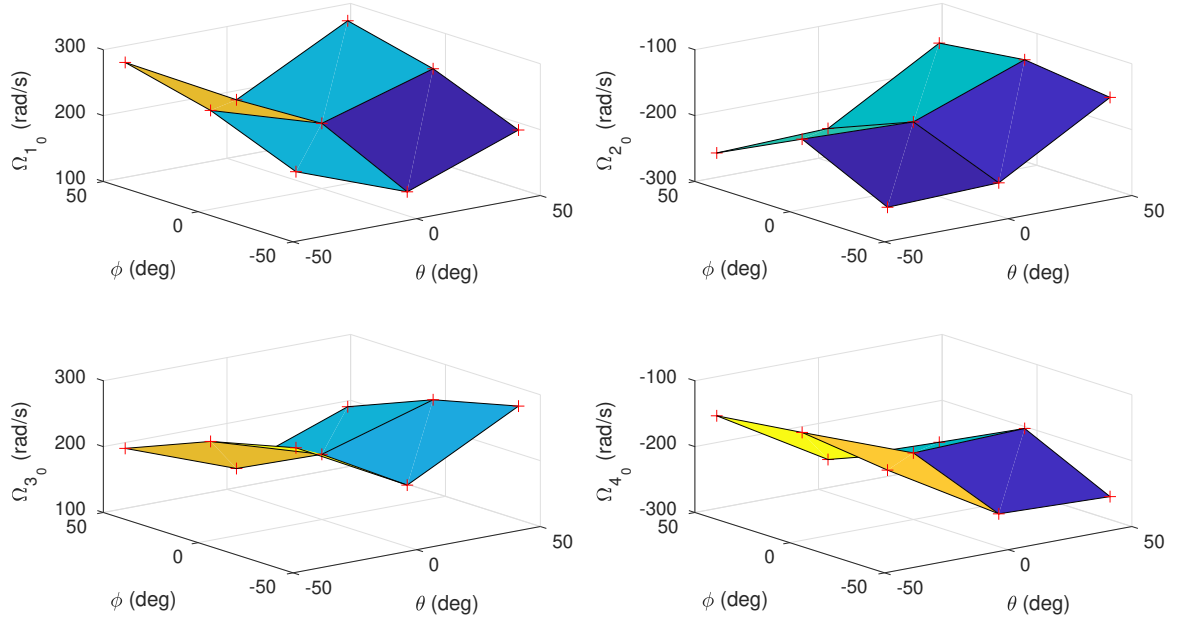


Figure 13: Variação de Ω_{i0} , $i = 1, 2, 3$ e 4 em termos de ϕ e θ . Os valores nos pontos de equilíbrio estão indicados por $+$.

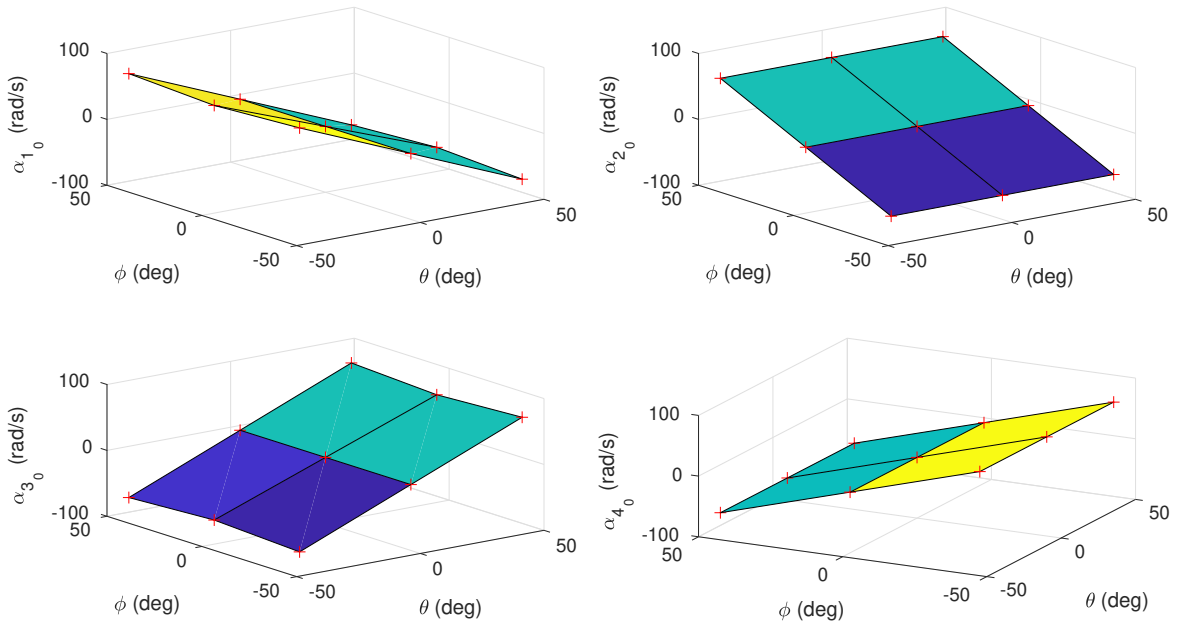


Figure 14: Variação de α_{i0} , $i = 1, 2, 3$ e 4 em termos de ϕ e θ . Os valores nos pontos de equilíbrio estão indicados por $+$.

Não são observadas variações abruptas nas Figuras 9–14, o escalonamento de ganhos pode ser implementado. Então, realizaram-se interpolações bidimensionais Splines $K_{i,j}(\phi, \theta)$, $\Omega_{i0}(\phi, \theta)$ e $\alpha_{i0}(\phi, \theta)$ para i e $j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Mais especificamente, em cada período de amostragem, as entradas da planta são determinadas fazendo-se

1. Leitura dos valores atuais $\phi(k)$ e $\theta(k)$

2. Interpolação bidimensional para determinação dos coeficientes da matriz de realimentação e das entradas de equilíbrio, isto é, $K_{i,j}(\phi(k), \theta(k))$, $\Omega_{i_0}(\phi(k), \theta(k))$ e $\alpha_{i_0}(\phi(k), \theta(k))$ para i e $j \in \{1, 2, 3, 4\}$
3. Cálculo de ação de controle do LQR:

$$u_{lqr}(k) = -K(\phi(k), \theta(k))x_{lqr}(k) \quad (31)$$

4. Determinação das rotações totais das hélices:

$$\begin{bmatrix} \Omega_1(k) \\ \Omega_2(k) \\ \Omega_3(k) \\ \Omega_4(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{lqr,1}(k) \\ u_{lqr,2}(k) \\ u_{lqr,3}(k) \\ u_{lqr,4}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega_{1_0} \\ \Omega_{2_0} \\ \Omega_{3_0} \\ \Omega_{4_0} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Os resultados para o rastreamento da referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ -30 \ 30]^T$ partindo-se de uma condição inicial nula são mostrados nas Figuras 15 e 16. Pode-se verificar que o emprego do escalonamento de ganhos eliminou os descontinuidades na ação de controle, mantendo-se a estabilidade do processo.

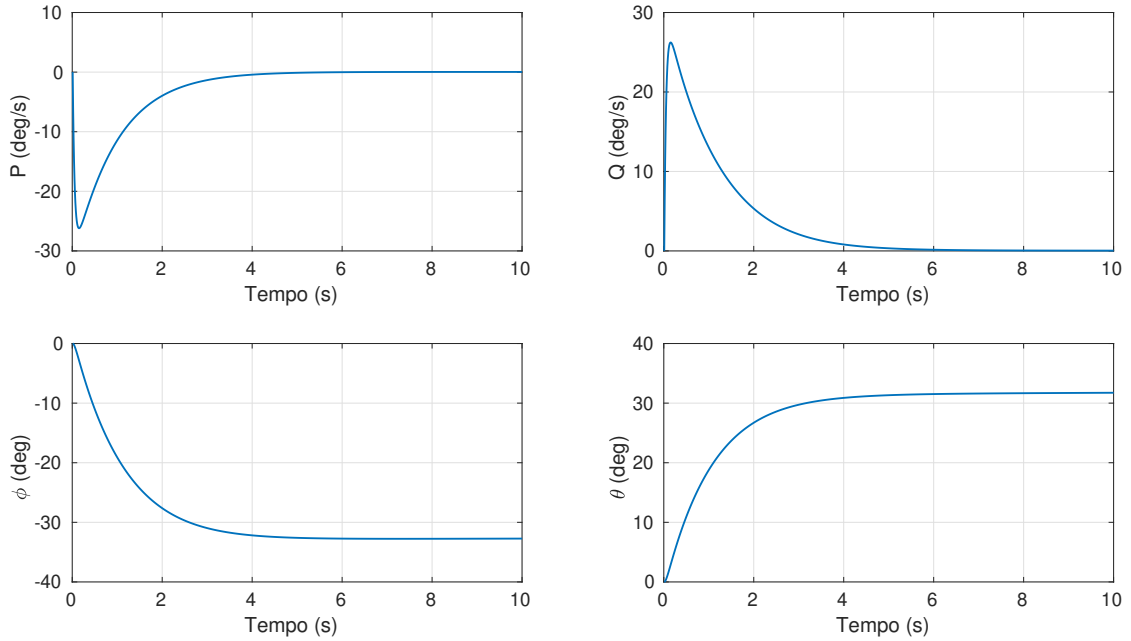


Figure 15: Evolução temporal dos ângulos ϕ e θ e das velocidades p e q para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ -30 \ 30]^T$ e condição inicial nula utilizando o escalonamento de ganhos.

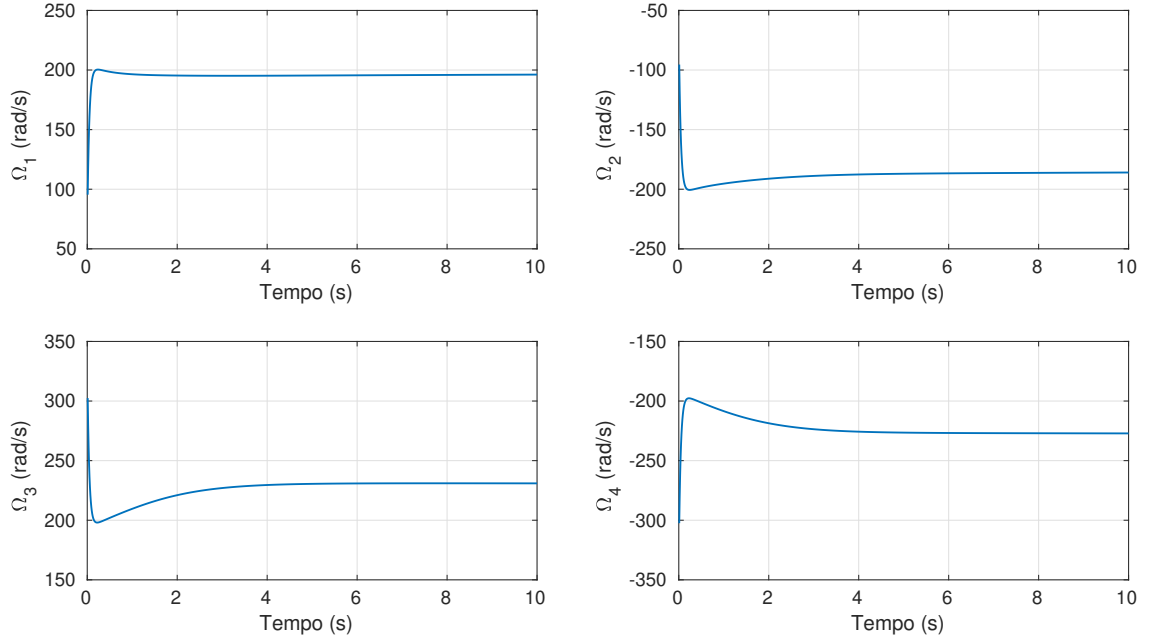


Figure 16: Evolução temporal das velocidades dos rotores Ω_i , $i = 1, 2, 3$ e 4 para a referência $x_{lqr}^{ref} = [0 \ 0 \ -30 \ 30]^T$ e condição inicial nula utilizando o escalonamento de ganhos.

4.1 Dúvidas

1. A interpolação dos valores de α_0 e Ω_0 faz sentido?

Foi feito pois não há, ainda, sistema de controle que corrija os valores de entrada para uma certa atitude de referência. Como resultado, estaria sendo adotado um ganho K que foi projetado considerando determinados valores de α_0 e Ω_0 , os quais não estariam sendo aplicados.

5 Próximos passos

1. α_{i_0} e Ω_{i_0} , $i = 1, 2, 3$ e 4 , entram nas matrizes A_{lqr}^c e B_{lqr}^c . Portanto, a interpolação deve ser realizada em mais dimensões incluindo essas 8 novas dimensões.

Para isso, primeiro deve-se interpolar α_{i_0} e Ω_{i_0} em termos de ϕ e θ e, posteriormente, considerar tais valores na interpolação dos coeficientes de K

2. Projeto de um MPC chaveado para o rastreamento de referências