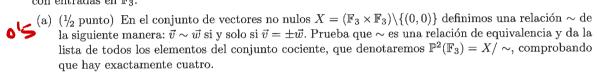
Apellidos	Dier Amoyo
Nombre	Manuel

Preguntas sobre grupos:

1. (4 puntos) Sea  $\mathbb{F}_3 = \mathbb{Z}/(3)$  el cuerpo con 3 elementos y  $GL(2,\mathbb{F}_3)$  el grupo de matrices invertibles  $2 \times 2$  con entradas en  $\mathbb{F}_3$ .



(b) (½ punto) Dada  $A \in \mathrm{GL}(2,\mathbb{F}_3)$ , demuestra que la aplicación

$$\varphi_A : \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3) \longrightarrow \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3)$$

$$[\vec{v}] \longmapsto [A\vec{v}]$$

está bien definida.

- (c) (½ punto) Enumera los elementos de  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3)$  cuya lista has dado en el primer apartado, y que denotaremos  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3) = \{[\vec{v}_1], [\vec{v}_2], [\vec{v}_3], [\vec{v}_4]\}$ . Prueba que, para todo  $A \in \mathrm{GL}(2, \mathbb{F}_3)$ , la aplicación  $\varphi_A$  es biyectiva y deduce que existe una única permutación  $\sigma_A \in S_4$  tal que  $\varphi_A([\vec{v}_i]) = [\vec{v}_{\sigma_A(i)}]$  para todo i.
- o's (d) (½ punto) Demuestra que la aplicación  $f: \mathrm{GL}(2,\mathbb{F}_3) \longrightarrow S_4$   $A \longmapsto \sigma_A$

es un homomorfismo de grupos.

- (e) (1 punto) Prueba que para cada trasposición  $(ij) \in S_4$  existe  $A \in GL(2, \mathbb{F}_3)$  tal que  $\sigma_A = (ij)$  y deduce de aquí que f es sobreyectiva.
- (f) (1 punto) Establece un isomorfismo entre  $S_4$  y un cociente de  $GL(2, \mathbb{F}_3)$ , describiendo explícitamente el subgrupo por el que se toma cociente, y úsalo para calcular el número de elementos de  $GL(2, \mathbb{F}_3)$ .



Manuel Mirs Arrayo. (a) possible par l'enmes vo que es une relection de equivaloria: Refairs: In is => is=±is (Franklike Superiguno) Simetrius Tonn => n= To Supergunos que v=±n => n=±v=> nev v. Ofgennition; だいでんていた => でんし Supergunu ()=> v=± n n=± w Pa () v=± n (P<sup>2</sup>(IF<sub>3</sub>)={(0,1), (1,0), (1,1)} = teo (1,1) Va que extenor en IF<sub>3</sub>. (6) Supergamon que  $\overline{U}_1 = \overline{U}_Z$ . 19, - 10z (I) => A (U1-U2) # Him you persences w I. Pero, subernos por como por contra tora to the =7 A(U1-U2) EI Représentation de juicien de ideal. Per los que A vi = A vi => Esté laien définida.

$$\begin{array}{ll}
(0,1) &= \{(0,0)\} \text{ wanter, Naccess} \\
(0,1) &= \{(0,1), (0,2), (0,2)\} \\
\hline
(1,0) &= \{(1,1), (-2,1), (2,0)\} \\
\hline
(1,1) &= \{(1,1), (-2,1), (8,-1), (-2,-2), (2,2), (-2,2)$$

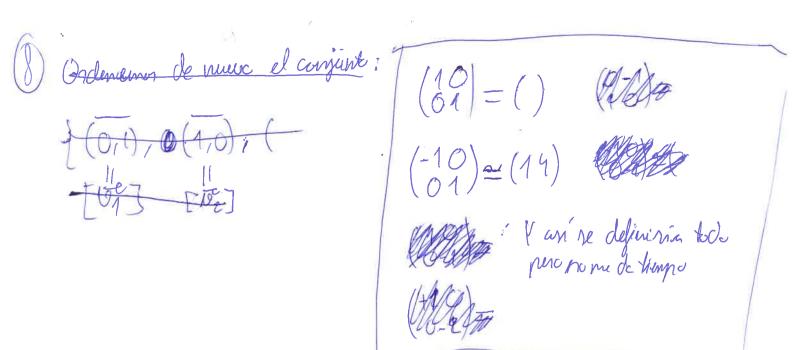
$$(20)$$
,  $(0,1)$ ,  $(1,0)$ ,  $(1,1)$ ?

- Supongemon que 7 A: la no rea biyedier, como el conjento de llegade et el mismo que el de partide of tode exte implier qu'el I A: Boso Sience vi you distintes A Oi = A. 192 => (Sience A invertible per definition) A.A. V1 = A.A. V2 => 01 = 02!! Por la que toder les modures de GL (2,1Fz) etablecen una appliación biejedite.

- Schemer and you and vector vi, i=1,2,3,43,05 ain a un vector vij , j={12,314}, fyer que el vector Un Newspre 100 a in a 101 A. (8) = (8) Per le que estate pora cada matriz A, existe una personatraión Ex: PA(Toi) = 10 BA (i) y rempre la aren de la forma (1234)

(m) mi, it = \$12,2,43

Munuel Dinz Anoge /(A1)=6,1 Veema que [A, [0]] = [0] = 7 [Az. A1. (0)] = [0] [6] [6] [6]  $f(A_{z}) \circ f(A_{1}) = 6_{A_{z}} \circ 66_{A_{1}} = f(A_{z} \cdot A_{1})$ Salesmos per la aprentido anteriores que analquies permetrais de sectores es examenço al grup Eq por la que en reus Como ( ([[[]]) = [[Voril]], podemor nymenter estate eth apliación como una permitación, ademá, comos los mádices representan movimientos en el espació y demetremos, que a ende matriz le pertere ce una permutación, en específico pademos realizar Transpolicioner den matrices 2x2. Se deduce ficilmente que f es sobre spective ya que y permitación debe existin una motion que que represente diche permitación.



Como existe el momentimo extre su y GL (2,1/2) (2)

el número de elementor de Sq = 4! => 1GL(2,1/3)=4!