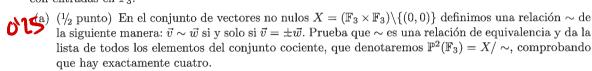
Apellidos	Roncero	Caro	
Nombre	Israel		

## Preguntas sobre grupos:

1. (4 puntos) Sea  $\mathbb{F}_3 = \mathbb{Z}/(3)$  el cuerpo con 3 elementos y  $GL(2, \mathbb{F}_3)$  el grupo de matrices invertibles  $2 \times 2$  con entradas en  $\mathbb{F}_3$ .



(b) (½ punto) Dada  $A\in \mathrm{GL}(2,\mathbb{F}_3),$  demuestra que la aplicación

$$\varphi_A : \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3) \longrightarrow \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3)$$

$$[\vec{v}] \longmapsto [A\vec{v}]$$

está bien definida.

(c)  $(\frac{1}{2}$  punto) Enumera los elementos de  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3)$  cuya lista has dado en el primer apartado, y que denotaremos  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3) = \{[\vec{v}_1], [\vec{v}_2], [\vec{v}_3], [\vec{v}_4]\}$ . Prueba que, para todo  $A \in GL(2, \mathbb{F}_3)$ , la aplicación  $\varphi_A$  es biyectiva y deduce que existe una única permutación  $\sigma_A \in S_4$  tal que  $\varphi_A([\vec{v}_i]) = [\vec{v}_{\sigma_A(i)}]$  para todo i.

(d) (½ punto) Demuestra que la aplicación

$$f: \mathrm{GL}(2,\mathbb{F}_3) \longrightarrow S_4$$
  
 $A \longmapsto \sigma_A$ 

es un homomorfismo de grupos.

(e) (1 punto) Prueba que para cada trasposición  $(ij) \in S_4$  existe  $A \in GL(2, \mathbb{F}_3)$  tal que  $\sigma_A = (ij)$  y deduce de aquí que f es sobreyectiva.

(f) (1 punto) Establece un isomorfismo entre  $S_4$  y un cociente de  $\mathrm{GL}(2,\mathbb{F}_3)$ , describiendo explícitamente el subgrupo por el que se toma cociente, y úsalo para calcular el número de elementos de  $\mathrm{GL}(2,\mathbb{F}_3)$ .

Roncero Caro, Israel 1. F3=#/(3), |F3|=3 y GL(2,1F3) motr. inv 2x2 con estadoulf3 a) x ={(F3 x F3) \{(0,0)}} . Se depire v~w(=)v=tw Para ver que se troba de una relación de equivalencia, vecenos: i) Regleriva: vnVL=>v=tv. Je time V P(1F3) X 0, {1,13, {1,2}, {2,12}} donde los clases de equivalada son: 0={(x,y)/X=0/y=0 6 x f0/y=0) [1,1]= {(x,y)/xe1+3K e ye1+3K' YKK'EZ) {1/2}={txy)/xe1+3K e yez+3K'4KKEZE} {z,z}={(x,y)1xezt3keyyEzt3k Yk,KEZY En epecto, (122(153) = 4 b) AEGL(2,1F3), PA: 11/1/1/3) -> 11/2 (F3) bien deg. TYAT H[V] Sea VEIF3, V=(x) y A=(ab), ab, cdeIF3, entonces A·V=(ab)(x)=(axtby) donde (axtby) Ncxtdy (elf3=) =) Dien depindon

c) 1P2(1F3)= {[v], [v2], [v3], [v4]} con [v4]=0, [v2]=8,18 [22]}=[W].[W]={[20] Vennes que PA es bigetiva i) Inyedividad; suporganos [AV]=[X], \vec{v}=[X], \vec{v}=[X] entonces (axtby) = (aztbr), entonces Xa(x-z)fb(y-r)=0
(xtdy-(ztdz)) Cxtdy=cztd=> => c(x-2)+d(y-r)=0 Lij Schreyedividad; Y[AviJe IP (F3), I[V]EIP (F3) to
PA[V]=[AVI]? Es trivial que s'existe, si no, no se padria for tonto, ing y sobre => biyedira for R.Abs, supargones que In pernutadores of ES4 to PA([Vi])=[VoA(i)], entonces tendrianos que la aplicación 10 es ingestiva, que es una contradicción. d) f:GL(2/1F3) -> Sy Neomos si F(AB)=F(A)F(B), Sea J(A) F(B) = [1234|1432] = Ed A=(ab), B=(ef) AB= (actbg astbh) cetog actoh) F(AB) = [12](34)(12)(34)=id 0AX(1234)