Apellidos	00.00
Nombre	Angela.

Preguntas sobre grupos:

1. (4 puntos) Sea $\mathbb{F}_3 = \mathbb{Z}/(3)$ el cuerpo con 3 elementos y $GL(2, \mathbb{F}_3)$ el grupo de matrices invertibles 2×2 con entradas en \mathbb{F}_3 .

(a) ($\frac{1}{2}$ punto) En el conjunto de vectores no nulos $X = (\mathbb{F}_3 \times \mathbb{F}_3) \setminus \{(0,0)\}$ definimos una relación \sim de la siguiente manera: $\vec{v} \sim \vec{w}$ si y solo si $\vec{v} = \pm \vec{w}$. Prueba que \sim es una relación de equivalencia y da la lista de todos los elementos del conjunto cociente, que denotaremos $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3) = X/\sim$, comprobando que hay exactamente cuatro.

(b) ($\frac{1}{2}$ punto) Dada $A \in GL(2, \mathbb{F}_3)$, demuestra que la aplicación

$$\varphi_A : \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3) \longrightarrow \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3)$$

$$[\vec{v}] \longmapsto [A\vec{v}]$$

está bien definida.

(c) $(\frac{1}{2}$ punto) Enumera los elementos de $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3)$ cuya lista has dado en el primer apartado, y que denotaremos $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_3) = \{[\vec{v}_1], [\vec{v}_2], [\vec{v}_3], [\vec{v}_4]\}$. Prueba que, para todo $A \in GL(2, \mathbb{F}_3)$, la aplicación φ_A es biyectiva y deduce que existe una única permutación $\sigma_A \in S_4$ tal que $\varphi_A([\vec{v}_i]) = [\vec{v}_{\sigma_A(i)}]$ para todo i.

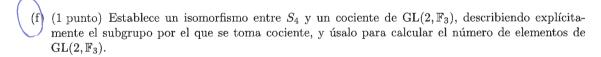
(d) (½ punto) Demuestra que la aplicación

$$f: \mathrm{GL}(2,\mathbb{F}_3) \longrightarrow S_4$$

 $A \longmapsto \sigma_A$

es un homomorfismo de grupos.

(e) (1 punto) Prueba que para cada trasposición $(ij) \in S_4$ existe $A \in GL(2, \mathbb{F}_3)$ tal que $\sigma_A = (ij)$ y deduce de aquí que f es sobreyectiva.





Angola Gorata Coro.

TEMA ?.

-) 0.1 8: 6L(2, F3) -> SY A -> GA Moment fisma?

> {(A+B) = {(A)+ g(B) = σA + σA = 10 € Sy prento que la QU 67 ge cegen s.

S(AB) = S(A) S(B) = □A □A = 10 € 54

se treta de la aplicación constante que enuen a troba la mérica zxz de coeginientes en 173 a ta, luega, es nemanalismo.

_) g.) par el terrema de primer terrama de ismansiar, tenos podemas determinar ma aplicación bigertina entre su y GL(2, F3) a portir de l'acciente de Sy/n y P(GL(2, F3)) luego, ~ nor setermina mas clares de equivolentia que servi las elementas de sylv, como estar en bigerria, sylv tiene que tener el mismo order que P(GL(2/F3)) y por la tonte que GL(2/F3). Las clases de equivalencia que se establecan en sun de ben son.

(0 =) (00) / (00) / -> 1000 Par coop cop stends sy = 4 ± 2,0,6,06).

(1 = \(\begin{array}{c} (12) \((1)\end{array}\)

Su/n = 1 (a,0), (0,0), (6,0), (0,6), (a6,0), (0,06)} 50 son Orden 6.

mego, GL(2, TF3) trene orden 6.

一) a.) Relociが ハ: ファマ的 ローtで

1-) reglexivided = x~x

prie tode d'étiene que ser d'n d', D=±0 este es cierce preste que (TI=+DI 5 101=1-DI =) DND.

2.) simetria: kny, ynx.

Sea TNW, D=±W, luego, W=±V por lo gec war.

3-) trasitivida: XNY, YN 7/XNZ MOV.

sea JNW/V=±W y sea W=±Z/entances podernar escribic, マコキ(はを)=はでのアルマ.

luego, n es una relación de equivalenção preson que apper

En x=1F3 × 1F3/50,0} se describble esto $\frac{1}{2}$ relación de equivolencia luega, sea $\frac{1}{2}$ (F3) = $\frac{1}{2}$ (1,0), (2,0), (0,1), (0,2) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ (1,0), (2,0), (0,1), (0,2) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$