

# 1EST22 Probabilidad y Estadística

PC4

Profesores del curso

## Pregunta 1 (8.0 puntos)

Un grupo de investigadores desean evaluar si el consumo de sal que contiene 75% de cloruro de sodio y 25% cloruro de potasio puede reducir la presión arterial sistólica. Es importante saber que la sal común (que casi todos consumimos) es 100% cloruro de sodio. Para evaluar esta idea, los investigadores seleccionaron al azar 100 personas en las cuales midieron la presión arterial sistólica (mm Hg) antes y después del consumo de la sal experimental. Lo que esperan los investigadores es que la diferencia entre el post y pre sea negativa (en promedio). Este resultado confirmaría una reducción (en promedio) de la presión arterial sistólica gracias al consumo de la sal experimental. Los datos del estudio se encuentran disponibles en la base de datos `consumosal.csv`. Las variables registradas son

- **pre**: Medida previa a consumo de la sal experimental (mm Hg)
- **post**: Medida posterior al consumo de la sal experimental (mm Hg)
- **diff**: Diferencia entre la medida posterior y previa (mm Hg)

Se considere que una persona tiene

- **presión normal**, si su presión arterial es menor o igual a 120 mm Hg
- **presión elevada**, si su presión arterial es mayor a 120 mm Hg pero menor o igual a 130 mm Hg
- **hipertensión grado 1**, si su presión arterial es mayor a 130 mm Hg pero menor o igual a 140 mm Hg
- **hipertensión grado 2**, si su presión arterial es mayor a 140 mm Hg.

a) (4.0 puntos) Estime por máxima verosimilitud los siguientes modelos para la presión arterial previa al consumo del sustituto de sal

- Gamma
- Normal
- Log-Normal

$$f(y) = \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(y) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), y > 0$$

Propiedad:  $Y \sim \log - \text{normal}(\mu, \sigma^2) \Leftrightarrow X = \ln(Y) \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ .

Esperanza y varianza:  $E(Y) = e^{\mu+\sigma^2/2}$  y  $Var(Y) = e^{2\mu+2\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)$

- Weibull

$$f(y) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{y}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{y}{\beta}\right)^\alpha\right], y > 0$$

Esperanza y varianza:  $E(Y) = \beta\Gamma(1 + 1/\alpha)$  y  $Var(Y) = \beta^2(\Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma(1 + 1/\alpha)^2)$

Compare los modelos mediante una medida adecuada, indique que modelo presenta un mejor ajuste. Presente un gráfico de cuantiles para cada modelo y comente sus resultados.

- b) (2.0 puntos) Considere solamente la población de personas que tenían problemas de hipertensión (no tienen presión normal en la medida previa), para esta población calcule un intervalo de confianza para la diferencia media en presión arterial luego de tomar el sustituto de sal. ¿Los resultados indicarían que el sustituto de sal tuvo efecto en reducir la presión?
- c) (2.0 puntos) Considere el mejor modelo encontrado a) como la distribución de la población y a partir de este genere muestras del IC al 95% para la media y verifique si se cumple con el nivel de confianza dado. Realice 1000 simulaciones para un  $n = 40$ . Sugerencia: para realizar una simulación puede seguir los siguientes pasos
- Genere una muestra de tamaño  $n = 40$  de la distribución de la población.
  - Con esta muestra estime un IC al 95% para la media.
  - Verifique si la media de la población se encuentra dentro del IC hallado.