

As fórmulas podem conter erros de transcrição cheque com fontes confiáveis.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

$$x = \log_b(b^x); y = b^{\log_b(y)}$$

(<http://mathworld.wolfram.com/Logarithm.html>)

$$E(X) = \sum_X x \cdot f(x)$$

Def: Dizemos que $g(n)$ domina $f(n)$ se
e somente se existem constantes
 $c > 0$ e $n_0 \geq 0$ tais que

$$0 \leq f(n) \leq c * g(n) \forall n \geq n_0$$

Def: Dizemos que O-grande de $g(n)$ é o conjunto
de funções f tais que g domina qualquer f .

$$O(g(n)) = \{f : 0 \leq f(n) \leq c * g(n) \forall n \geq n_0, c > 0, n_0 \geq 0\}$$

nota: para cada par f, g as constantes c e n_0
podem ser diferentes.

Def: Dizemos que ômega-grande de $g(n)$ é o conjunto
de funções f tais que g é dominada por qualquer f .

$$\Omega(g(n)) = \{f : 0 \leq c * g(n) \leq f(n) \forall n \geq n_0, c > 0, n_0 \geq 0\}$$

nota: para cada par f, g as constantes c e n_0
podem ser diferentes.

Def: Dizemos que teta-grande de $g(n)$ é o conjunto
de funções f tais que g domina e é dominada por qualquer f .

$$\Theta(g(n)) = \{f : 0 \leq c_1 * g(n) \leq f(n) \leq c_2 * g(n) \forall n \geq n_0, c_1, c_2 > 0, n_0 \geq 0\}$$

nota: há duas constantes multiplicativas distintas!!!
podem ser diferentes.

Teorema Mestre:

Dada a recorrência $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$

caso 2: Se $f(n) \in \Theta(n^{\log_b(a)}) \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b(a)} * \lg(n))$

caso 1: Se $f(n) \in O(n^{\log_b(a)-\epsilon}) \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b(a)})$

caso 3: Se $f(n) \in \Omega(n^{\log_b(a)+\epsilon}) \dots$

e $a * f(\frac{n}{b}) \leq c * f(n); 0 < c < 1 \Rightarrow T(n) \in \Theta(f(n))$

Aproximação de Stirling:

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + O\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

exercícios:

1. Demonstre que $n \in O(n^2)$
2. Demonstre que $n^2 \in O(n^2)$
3. Demonstre que $n^2 - 5n \in O(n^2)$
4. Demonstre que $n^2 \in O(n^2 - 5n)$
5. Demonstre que $\lg(n) \in O(\log(n))$
6. Demonstre que $\log(n) \in O(\ln(n))$
7. Demonstre que $n^4 + 30n^3 + n^2 + n \in O(n^4)$
8. Demonstre que $T(n) \in O(\lg(n))$

$$T(n) = \begin{cases} T(0) = 1; \\ T(n) = T(n/2) + 1; \end{cases}$$

9. Demonstre que $T(n) \in O(n^2)$

$$T(n) = \begin{cases} T(0) = 1; \\ T(n) = T(n-1) + 1; \end{cases}$$

Demonstre que $n^2 \notin O(n)$

$$\{c, n_0 : 0 \leq f(n) \leq c * g(n)\}$$