

Теория алгоритмов. HomeWork #1

Nikolay Fomenko 2.8

24 февраля 2020 г.

1 Задание 1

Пусть задан алфавит $\Sigma = \{a, b\}$ и схема нормального алгоритма:

$$1. \begin{cases} b \rightarrow a \\ a \rightarrow .\varepsilon \end{cases}$$

a) $\underline{aaaa} \Rightarrow aaa$

b) $\underline{bbbb} \Rightarrow a\underline{bbb} \Rightarrow aa\underline{bb} \Rightarrow aaa\underline{b} \Rightarrow \underline{aaaa} \Rightarrow aaa$

c) ε

d) $\underline{ababababa} \Rightarrow aa\underline{abababa} \Rightarrow aaaa\underline{ababa} \Rightarrow aaaaaa\underline{aba} \Rightarrow \underline{aaaaaaaaa} \Rightarrow aaaaaaaaa$

e) $\underline{bbbabaaabbb} \Rightarrow a\underline{bbabaaabbb} \Rightarrow aa\underline{babaaabbb} \Rightarrow aaa\underline{baaabbb} \Rightarrow aaaaaa\underline{aabb} \Rightarrow aaaaaaaa\underline{ab} \Rightarrow \underline{aaaaaaaaa} \Rightarrow aaaaaaaaaa$

f) $\underline{aabbaaabbbba} \Rightarrow aa\underline{abaaabbbba} \Rightarrow aaaaaa\underline{abbbba} \Rightarrow aaaaaaa\underline{abba} \Rightarrow aaaaaaaa\underline{ba} \Rightarrow \underline{aaaaaaaaa} \Rightarrow aaaaaaaaaa$

g) $\underline{bbababaaaa} \Rightarrow a\underline{bababaaaa} \Rightarrow aa\underline{ababaaaa} \Rightarrow aaaa\underline{abaaaa} \Rightarrow \underline{aaaaa} \Rightarrow aaaaaa$

h) $\underline{bababaaabb} \Rightarrow a\underline{ababaaabb} \Rightarrow aaaa\underline{baabb} \Rightarrow aaaaaa\underline{abb} \Rightarrow aaaaaaaa\underline{b} \Rightarrow \underline{aaaaaaaaa} \Rightarrow \underline{aaaaaaaaa}$

Смысл: замена всех b на a , затем удаление первой a

$$2. \begin{cases} bab \rightarrow a \\ a \rightarrow .b \end{cases}$$

a) $\underline{aaaa} \Rightarrow baaa$

b) \underline{bbbb}

c) ε

d) $\underline{ababababa} \Rightarrow aa\underline{ababa} \Rightarrow \underline{aaaaa} \Rightarrow \underline{baaaa}$

e) $\underline{bbbabaaabbb} \Rightarrow bb\underline{aaaabbb} \Rightarrow bbb\underline{aaabbb}$

f) $\underline{aabbaaabbbba} \Rightarrow bab\underline{aaabbbba}$

g) $\underline{bbababaaaa} \Rightarrow ba\underline{abaaaa} \Rightarrow bb\underline{abaaaa}$

h) $\underline{bababaaabb} \Rightarrow \underline{abaaabb} \Rightarrow b\underline{abaaabb}$

Смысл: если справа и слева a стоят b , то удалить эти b . Потом заменить первую a на b .

$$3. \begin{cases} bba \rightarrow ab \\ ab \rightarrow a \\ b \rightarrow \varepsilon \end{cases}$$

a) $aaaa$

b) $\underline{b}bbb \Rightarrow \underline{b}bb \Rightarrow \underline{b}b \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \varepsilon$

c) ε

d) $\underline{a}babababa \Rightarrow a\underline{a}bababa \Rightarrow aa\underline{a}baba \Rightarrow aaa\underline{a}ba \Rightarrow aaaaa$

e) $\underline{b}bbabaaabbb \Rightarrow ba\underline{b}baaabbb \Rightarrow ba\underline{a}baabbb \Rightarrow baaaa\underline{a}bbb \Rightarrow baaaa\underline{a}bb \Rightarrow baaaa\underline{a}b \Rightarrow baaaa \Rightarrow aaaa$

f) $aabbb\underline{a}aabbba \Rightarrow aaabaabbb\underline{a} \Rightarrow aa\underline{a}baabab \Rightarrow aaaa\underline{a}bab \Rightarrow aaaaa\underline{a}b \Rightarrow aaaaaa$

g) $\underline{b}bababaaaa \Rightarrow ab\underline{b}abaaaa \Rightarrow aab\underline{b}aaaa \Rightarrow aa\underline{b}aaaa \Rightarrow aaaaaa$

h) $\underline{b}ababaaabb \Rightarrow ba\underline{a}baaabb \Rightarrow baaaa\underline{a}bb \Rightarrow baaaa\underline{a}b \Rightarrow baaaa \Rightarrow aaaaa$

Смысл: удаление всех b .

$$4. \begin{cases} ba \rightarrow ab \\ ab \rightarrow a \\ a \rightarrow \varepsilon \end{cases}$$

a) $\underline{a}aaa \Rightarrow \underline{a}aa \Rightarrow \underline{a}a \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \varepsilon$

b) $bbbb$

c) ε

d) $\underline{a}babababa \Rightarrow aab\underline{b}ababa \Rightarrow aabab\underline{b}aba \Rightarrow aaabbb\underline{a}ba \Rightarrow aaab\underline{b}abba \Rightarrow aaab\underline{a}bbba \Rightarrow aaaabbb\underline{b}a \Rightarrow aaaabbb\underline{a}b \Rightarrow aaaabbb\underline{a}bb \Rightarrow aaaab\underline{a}bbb \Rightarrow aaaa\underline{a}bbbb \Rightarrow aaaa\underline{a}bbb \Rightarrow aaaa\underline{a}bb \Rightarrow aaaa\underline{a}b \Rightarrow \underline{a}aaaa \Rightarrow \underline{a}aaa \Rightarrow \underline{a}aa \Rightarrow \underline{a}a \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \varepsilon$

e) $\underline{b}bbabaaabbb \Rightarrow \underline{b}abbbaaabbb \Rightarrow \underline{b}abbbbaaabbb \Rightarrow abbb\underline{b}aaabbb \Rightarrow abbb\underline{a}baabbb \Rightarrow \dots \Rightarrow aabbb\underline{b}aabbb \Rightarrow \dots \Rightarrow aaabbb\underline{b}abbb \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaabbb\underline{b}bbb \Rightarrow aaaabbb\underline{b}bb \Rightarrow \dots \Rightarrow \underline{a}aaa \Rightarrow \underline{a}aa \Rightarrow \underline{a}a \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \varepsilon$

f) $aabbb\underline{a}aabbba \Rightarrow aab\underline{a}baabbba \Rightarrow aaab\underline{b}aabbba \Rightarrow aaab\underline{a}babbbba \Rightarrow aaaab\underline{b}abbba \Rightarrow aaaab\underline{a}bbbbb \Rightarrow aaaaabbb\underline{b}ba \Rightarrow aaaaabbb\underline{b}ab \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaaaa\underline{a}bbbb \Rightarrow aaaaaa\underline{a}bbb \Rightarrow \dots \Rightarrow \underline{a}aaaa \Rightarrow \underline{a}aaa \Rightarrow \dots \Rightarrow \varepsilon$

g) $\underline{b}bababaaaa \Rightarrow \underline{b}abbabaaaa \Rightarrow abbb\underline{a}baaaa \Rightarrow abb\underline{a}bbaaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow aabbb\underline{b}aaaa \Rightarrow aabbb\underline{a}baaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow aaabbb\underline{b}aaa \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaabbb\underline{b}aa \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaaabbb\underline{b}a \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaaaa\underline{a}bbb \Rightarrow aaaaaa\underline{a}bb \Rightarrow aaaaaa\underline{a}b \Rightarrow aaaaaa \Rightarrow \underline{a}aaaa \Rightarrow \underline{a}aaa \Rightarrow \dots \Rightarrow \varepsilon$

h) $\underline{b}ababaaabb \Rightarrow ab\underline{b}abaaabb \Rightarrow ab\underline{a}bbbaabb \Rightarrow aabbb\underline{a}aabb \Rightarrow aab\underline{b}abaabb \Rightarrow aab\underline{a}bbbaabb \Rightarrow aaabbb\underline{a}abb \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaabbb\underline{b}abb \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaaabbb\underline{b}bb \Rightarrow aaaaabbb\underline{b}b \Rightarrow aaaaabbb \Rightarrow aaaa\underline{a}bb \Rightarrow aaaa\underline{a}b \Rightarrow \underline{a}aaaa \Rightarrow \underline{a}aaa \Rightarrow \dots \Rightarrow \varepsilon$

Смысл: если в слове присутствует a , то удалить это слово.

$$5. \begin{cases} aa \rightarrow a \\ bb \rightarrow b \\ ab \rightarrow b \\ a \rightarrow .\varepsilon \end{cases}$$

a) $\underline{aaaa} \Rightarrow \underline{aaa} \Rightarrow \underline{aa} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \varepsilon$

b) $\underline{bbbb} \Rightarrow \underline{bbb} \Rightarrow \underline{bb} \Rightarrow b$

c) ε

d) $\underline{ababababa} \Rightarrow \underline{babababa} \Rightarrow \underline{bbababa} \Rightarrow \underline{bababa} \Rightarrow \underline{bbaba} \Rightarrow \underline{baba} \Rightarrow \underline{bba} \Rightarrow \underline{ba} \Rightarrow b$

e) $\underline{bbbabaaabbb} \Rightarrow \underline{bbbabaabbb} \Rightarrow \underline{bbbababbb} \Rightarrow \underline{bbababbb} \Rightarrow \underline{bababbb} \Rightarrow \underline{bababb} \Rightarrow \underline{babab} \Rightarrow \underline{bbab} \Rightarrow \underline{bab} \Rightarrow \underline{bb} \Rightarrow b$

f) $\underline{aabbbaaabbba} \Rightarrow \underline{abbbaaabbba} \Rightarrow \underline{abbbaabbba} \Rightarrow \underline{abbabbba} \Rightarrow \underline{ababbba} \Rightarrow \underline{ababba} \Rightarrow \underline{ababa} \Rightarrow \underline{baba} \Rightarrow \underline{bba} \Rightarrow \underline{ba} \Rightarrow b$

g) $\underline{bbababaaaa} \Rightarrow \underline{bbababaaa} \Rightarrow \underline{bbababaa} \Rightarrow \underline{bbababa} \Rightarrow \underline{bababa} \Rightarrow \underline{bbaba} \Rightarrow \underline{baba} \Rightarrow \underline{bba} \Rightarrow \underline{ba} \Rightarrow b$

h) $\underline{bababaaabb} \Rightarrow \underline{bababaabb} \Rightarrow \underline{babababb} \Rightarrow \underline{bababab} \Rightarrow \underline{bbabab} \Rightarrow \underline{babab} \Rightarrow \underline{bbab} \Rightarrow \underline{bab} \Rightarrow \underline{bb} \Rightarrow b$

Смысл: удалить все a . Если есть b , то оставить только одну.

$$6. \begin{cases} aa \rightarrow a \\ bb \rightarrow b \\ a \rightarrow .b \end{cases}$$

a) $\underline{aaaa} \Rightarrow \underline{aaa} \Rightarrow \underline{aa} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow b$

b) $\underline{bbbb} \Rightarrow \underline{bbb} \Rightarrow \underline{bb} \Rightarrow b$

c) ε

d) $\underline{ababababa} \Rightarrow \underline{bbabababa}$

e) $\underline{bbbabaaabbb} \Rightarrow \underline{bbbabaabbb} \Rightarrow \underline{bbbababbb} \Rightarrow \underline{bbababbb} \Rightarrow \underline{bababbb} \Rightarrow$

$\underline{bababb} \Rightarrow \underline{babab} \Rightarrow \underline{bbbab} \Rightarrow$ f) $\underline{aabbbaaabbba} \Rightarrow \underline{abbbaaabbba} \Rightarrow \underline{abbbaabbba} \Rightarrow$

$\underline{abbabbba} \Rightarrow \underline{ababbba} \Rightarrow \underline{ababba} \Rightarrow \underline{ababa} \Rightarrow \underline{bbaba}$

g) $\underline{bbababaaaa} \Rightarrow \underline{bbababaaa} \Rightarrow \underline{bbababaa} \Rightarrow \underline{bbababa} \Rightarrow \underline{bababa} \Rightarrow \underline{bbbaba}$

h) $\underline{bababaaabb} \Rightarrow \underline{bababaabb} \Rightarrow \underline{babababb} \Rightarrow \underline{bababab} \Rightarrow \underline{bbbabab}$

Смысл: удаление повторяющихся a и b . Затем заменить первую a на b .