

# Datenerhebung und Statistik – Übung Quantitative Datenanalyse mit R

*erstellt von Professor\*innen des ifes*

*Stand WiSe 2017/18*

## Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel 0: Erste Schritte in R</b>	<b>5</b>
Hinweise . . . . .	5
R als Taschenrechner . . . . .	6
R zur Datenanalyse . . . . .	6
Erste Analyse des tips Datensatzes . . . . .	7
mosaic . . . . .	8
Übung: Teaching Rating . . . . .	10
Daten importieren . . . . .	11
Literatur . . . . .	11
Lizenz . . . . .	12
Versionshinweise: . . . . .	12
<b>Kapitel 1: Einführung in Daten</b>	<b>12</b>
Datensatz . . . . .	12
Grafische Verfahren der Datenanalyse . . . . .	13
Balkendiagramm . . . . .	13
Histogramm . . . . .	14
Boxplots . . . . .	15
Scatterplot (Streudiagramme) . . . . .	17
Mosaicplot . . . . .	18
Korrelationsplot . . . . .	19
Kennzahlen der Datenanalyse . . . . .	19
Lagemaße . . . . .	20
Streuungsmaße . . . . .	22
Zusammenhangsmaße . . . . .	24
Übung: Teaching Rating . . . . .	24
Literatur . . . . .	25
Lizenz . . . . .	25
Versionshinweise: . . . . .	25
<b>Kapitel 2: Einführung Wahrscheinlichkeit und Inferenz</b>	<b>25</b>
Zufall und Wahrscheinlichkeit . . . . .	25
Hypothesentest, p-Wert und Konfidenzintervall . . . . .	30

Rechnen mit der Normalverteilung . . . . .	33
Random Walk . . . . .	33
Übung: Achtsamkeit . . . . .	37
Übung: Intelligenzquotient . . . . .	38
Literatur . . . . .	38
Lizenz . . . . .	38
Versionshinweise: . . . . .	38
<b>Kapitel 3: Einführung Inferenz kategoriale Werte</b>	<b>39</b>
Globaler Index der Religiosität und Atheismus . . . . .	39
Inferenz eines Anteilswerts . . . . .	40
Differenz zweier Anteilswerte . . . . .	43
Chi-Quadrat Unabhängigkeitstest . . . . .	46
Übung: Trinkgelddaten . . . . .	48
Literatur . . . . .	48
Lizenz . . . . .	49
Versionshinweise: . . . . .	49
<b>Kapitel 4: Einführung Inferenz metrische Werte</b>	<b>49</b>
t-Test für eine Stichprobe . . . . .	49
t-Test für eine abhängige/gepaarte Stichprobe . . . . .	55
t-Test für zwei unabhängige Stichproben . . . . .	56
Varianzanalyse (ANOVA) . . . . .	61
Erweiterung: Mehrfaktorielle Varianzanalyse mit Wechselwirkung . . . . .	67
Übung: Teaching Rating . . . . .	69
Literatur . . . . .	69
Lizenz . . . . .	70
Versionshinweise: . . . . .	70
<b>Kapitel 5: Einführung Lineare Regression</b>	<b>70</b>
Einfache Regression . . . . .	70
Regression mit kategorialen Werten . . . . .	75
Multivariate Regression . . . . .	78
Inferenz in der linearen Regression . . . . .	82
Erweiterungen . . . . .	83
Modellwahl . . . . .	83
Interaktionen . . . . .	85
Weitere Modellierungsmöglichkeiten . . . . .	87
Prognoseintervalle . . . . .	87
Kreuzvalidierung . . . . .	89
Übung: Teaching Rating . . . . .	90
Literatur . . . . .	90

Lizenz . . . . .	91
Versionshinweise: . . . . .	91
<b>Anhang 1: R Kurzreferenz</b>	<b>92</b>
Vorbemerkungen . . . . .	92
Daten . . . . .	92
Daten einlesen . . . . .	93
Daten verarbeiten . . . . .	93
Daten transformieren . . . . .	93
Grafische Verfahren . . . . .	94
Deskriptive Statistik . . . . .	95
Inferenzstatistik . . . . .	95
Randomisierung, Simulationen . . . . .	95
Verteilungen . . . . .	95
Testverfahren . . . . .	96
Multivariate Verfahren . . . . .	96
Versionshinweise: . . . . .	96
<b>Anhang 2: Datenjudo</b>	<b>97</b>
Typische Probleme . . . . .	98
Daten aufbereiten mit <code>dplyr</code> . . . . .	98
Zeilen filtern mit <code>filter</code> . . . . .	99
Aufgaben . . . . .	100
Vertiefung: Fortgeschrittene Beispiele für <code>filter</code> . . . . .	100
Spalten wählen mit <code>select</code> . . . . .	100
Aufgaben . . . . .	101
Zeilen sortieren mit <code>arrange</code> . . . . .	102
Aufgaben . . . . .	104
Datensatz gruppieren mit <code>group_by</code> . . . . .	105
Aufgaben . . . . .	106
Eine Spalte zusammenfassen mit <code>summarise</code> . . . . .	106
Aufgaben . . . . .	108
Zeilen zählen mit <code>n</code> und <code>count</code> . . . . .	108
Aufgaben . . . . .	110
Vertiefung . . . . .	110
Die Pfeife . . . . .	110
Werte umkodieren mit <code>car::recode</code> . . . . .	112
“Binnen” mit <code>car::recode</code> . . . . .	114
Numerische Werte in Klassen gruppieren mit <code>cut</code> . . . . .	114
Verweise . . . . .	116
Hinweis . . . . .	116

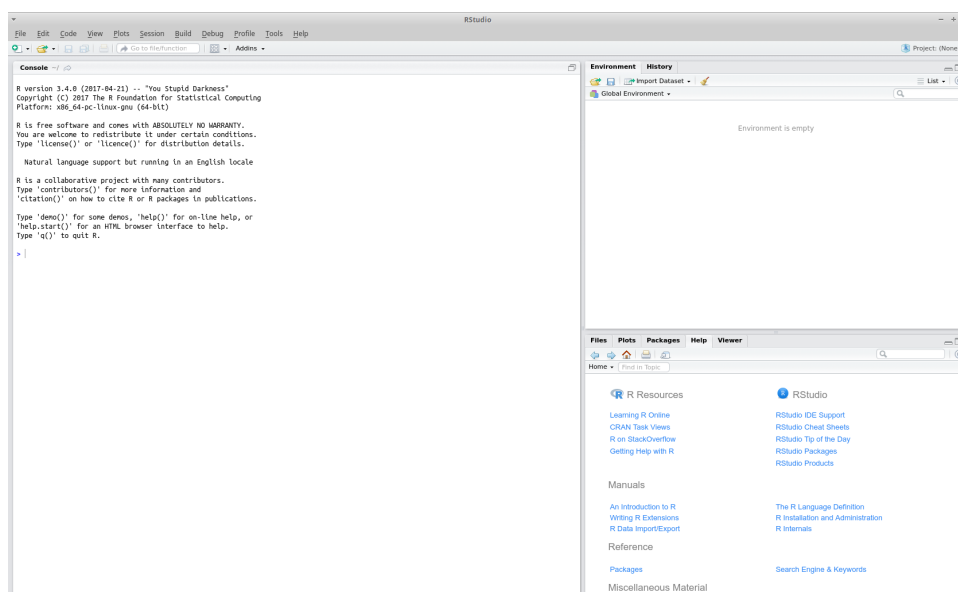
Versionshinweise: . . . . .	116
<b>Anhang 3: Daten visualisieren mit ggplot</b>	<b>116</b>
Ein Bild sagt mehr als 1000 Worte . . . . .	117
Häufige Arten von Diagrammen . . . . .	119
Eine kontinuierliche Variable . . . . .	119
Zwei kontinuierliche Variablen . . . . .	126
Eine diskrete Variable . . . . .	131
Zwei diskrete Variablen . . . . .	136
Zusammenfassungen zeigen . . . . .	137
Verweise . . . . .	139
Hinweis . . . . .	139
Versionshinweise: . . . . .	139

# Kapitel 0: Erste Schritte in R

## Hinweise

R ist der Name eines Programms für Statistik und Datenanalyse, RStudio ist eine komfortable Entwicklungsumgebung für R.

Nach dem Start von RStudio erscheint folgender Bildschirm, wobei die Version neuer sein kann.



Links, in der *Console* werden die Befehle eingegeben. Rechts oben können Sie z. B. die Daten, aber auch andere Objekte, mit denen Sie arbeiten, betrachten, auch die Historie der Befehle wird dort angezeigt. Rechts unten können Sie u. a. Dateien und Abbildungen auswählen, aber auch Hilfeseiten und Tipps betrachten.

Wir werden zunächst in der Konsole arbeiten.

Ein paar Anmerkungen vorweg:

- R unterscheidet zwischen Groß- und Kleinbuchstaben, d. h., Oma und oma sind zwei verschiedene Dinge für R!
- R verwendet den Punkt `.` als Dezimaltrennzeichen,
- Fehlende Werte werden in R durch NA kodiert,
- Kommentare werden mit dem Rautezeichen `#` eingeleitet; der Rest der Zeile von von R dann ignoriert.
- R wendet Befehle direkt an.
- R ist objektorientiert, d. h., dieselbe Funktion hat evtl. je nach Funktionsargument unterschiedliche Rückgabewerte
- Hilfe zu einem Befehl erhält man über ein vorgestelltes Fragezeichen `?`
- Zusätzliche Funktionalität kann über Zusatzpakete hinzugeladen werden. Diese müssen ggf. zunächst installiert werden,
- Mit der Pfeiltaste nach oben können Sie einen vorherigen Befehl wieder aufrufen,

- Sofern Sie das Skriptfenster verwenden: einzelne Befehle aus dem Skriptfenster in R Studio können Sie auch mit `Str` und `Enter` an die Console schicken,

## R als Taschenrechner

Auch wenn Statistik nicht Mathe ist, so kann man mit R auch rechnen. Geben Sie zum Üben die Befehle in der R Konsole hinter der Eingabeaufforderung `>` ein und beenden Sie die Eingabe mit `Return` bzw. `Enter`.

```
4+2
```

```
## [1] 6
```

Das Ergebnis wird direkt angezeigt. Bei

```
x <- 4+2
```

erscheint zunächst kein Ergebnis. Über `<-` wird der Variable `x` der Wert `4+2` zugewiesen. Wenn Sie jetzt

```
x
```

eingeben, wird das Ergebnis

```
## [1] 6
```

angezeigt. Sie können jetzt auch mit `x` weiterrechnen.

```
x/4
```

```
## [1] 1.5
```

Vielleicht fragen Sie sich was die `[1]` vor dem Ergebnis bedeutet. R arbeitet vektororientiert, und die `[1]` zeigt an, dass es sich um das erste (und hier auch letzte) Element des Vektors handelt.

## R zur Datenanalyse

Wir wollen R aber als Tool zur Datenanalyse verwenden. Daher müssen wir zunächst Daten einlesen.

Zunächst laden wir die Daten als `csv` Datei herunter

```
download.file("https://goo.gl/whKjnl", destfile = "tips.csv")
```

Der Inhalt der Datei ist jetzt als Tabelle `tips` in R verfügbar.

Hier können Sie mehr über die Daten erfahren.

Das Einlesen von `csv` Dateien aus dem Arbeitsverzeichnis in R kann erfolgen über

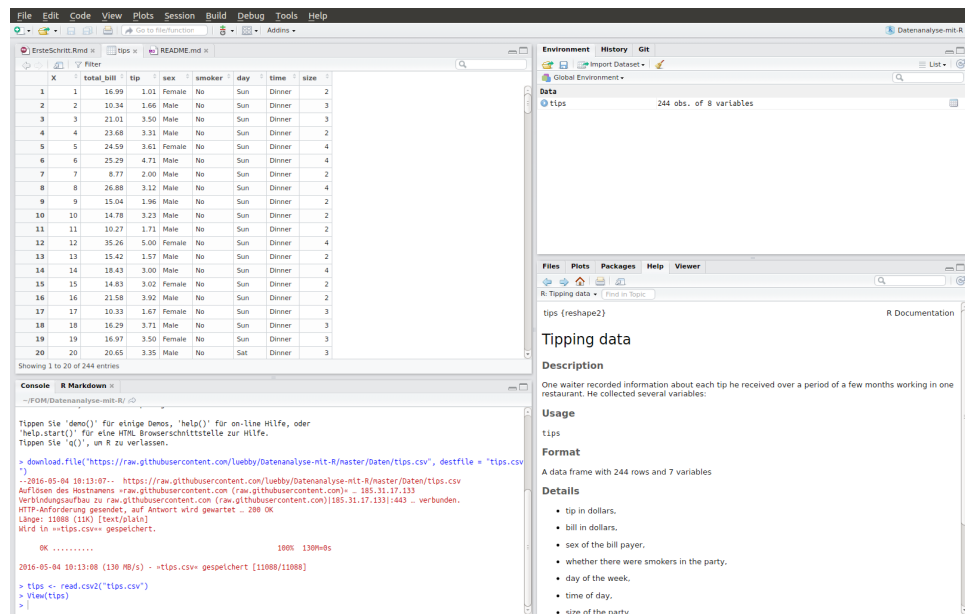
```
tips <- read.csv2("tips.csv")
```

Wo das lokale Verzeichnis (“working directory”) ist, können Sie über

```
getwd()
```

erfahren.

Der Datensatz `tips` taucht jetzt im Environment Fenster rechts oben in RStudio auf. Durch Klicken auf den Namen können Sie diese betrachten.



Alternativ können Sie Daten in RStudio komfortabel mit dem Button `Import Dataset` (im Fenster `Environment` oder über das Menü `File`) öffnen.

## Erste Analyse des tips Datensatzes

Dieser Datensatz aus

*Bryant, P. G. and Smith, M (1995) Practical Data Analysis: Case Studies in Business Statistics. Homewood, IL: Richard D. Irwin Publishing*

enthält Trinkgelddaten. Diese sind in tabellarischer Form dargestellt, d. h. üblicherweise, dass die Beobachtungen zeilenweise untereinander stehen, die einzelnen Variablen spaltenweise nebeneinander. In R heißen solche Daten *data frame*. Um einen ersten Überblick über die verschiedenen Variablen zu erhalten geben wir den Befehl `str()` ein:

```
str(tips)
```

```
## 'data.frame':    244 obs. of  7 variables:
## $ total_bill: num  17 10.3 21 23.7 24.6 ...
## $ tip       : num  1.01 1.66 3.5 3.31 3.61 4.71 2 3.12 1.96 3.23 ...
## $ sex       : Factor w/ 2 levels "Female","Male": 1 2 2 2 1 2 2 2 2 2 ...
## $ smoker    : Factor w/ 2 levels "No","Yes": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
## $ day       : Factor w/ 4 levels "Fri","Sat","Sun",...: 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ...
## $ time      : Factor w/ 2 levels "Dinner","Lunch": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
```

```
## $ size      : int  2 3 3 2 4 4 2 4 2 2 ...
```

Dieser enthält also 244 Zeilen (Beobachtungen) und 7 Spalten (Variablen). Alternativ kann man diese Information auch über

```
dim(tips)
```

```
## [1] 244    7
```

erhalten.

Numerische (metrische) Variablen sind in R in der Regel vom Typ `numeric` (stetig) oder `int` (Ganze Zahlen), kategorielle (nominale, ordinale) Variablen vom Typ `factor` (bei ordinal: Option `ordered = TRUE`) oder `character`. `str()` und `dim()` sind erste Befehle, d. h., Funktionen in R, denen in der Klammer das jeweilige Funktionsargument übergeben wird.

```
head(tips) # Obere Zeilen
tail(tips) # Untere Zeilen
```

ermöglichen ebenfalls einen Einblick über die Daten. Der Befehl

```
names(tips)
```

gibt die Variablennamen zurück. Mit Hilfe des `$` Operators kann auf einzelne Variablen eines Dataframes zugegriffen werden. Mit

```
tips$sex
```

erhalten Sie bspw. das Geschlecht des Rechnungszahlers.

---

**Übung:** Lassen Sie sich die Variable Rechnungshöhe (`total_bill`) anzeigen.

---

## mosaic

`mosaic` ist ein Zusatzpaket, welches die Analyse mit R erleichtert. Sofern noch nicht geschehen, muss es *einmalig* über

```
install.packages("mosaic")
```

installiert werden.

Um es verwenden zu können, muss es – wie jedes Paket – für *jede* neue R-Sitzung über `library(mosaic)` geladen werden. Die angegebenen Hinweise sind keine Fehlermeldung!

```
library(mosaic)
```

Sollte beim Laden eines Paketes eine Meldung wie



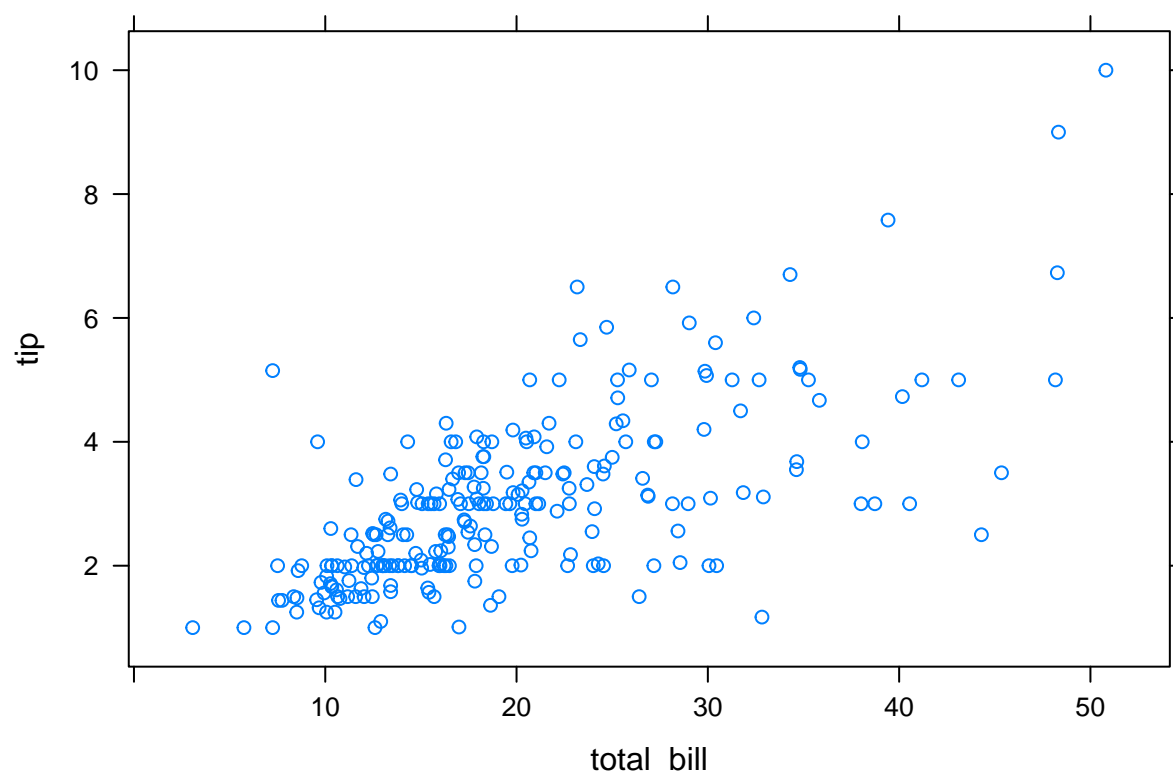
```
library(xyz)
```

```
## Error in library(xyz): there is no package called 'xyz'
```

erscheinen, muss das Paket xyz zunächst installiert werden (siehe oben).

Der Grundgedanke von *mosaic* ist *Modellierung*. In R und insbesondere in *mosaic* wird dafür die Tilde  $\sim$  verwendet.  $y \sim x$  kann dabei gelesen werden wie “y ist eine Funktion von x”. Um beispielsweise eine Abbildung (Scatterplot) des Trinkgeldes *tip* (auf der Y-Achse) und Rechnungshöhe *total\_bill* (auf der X-Achse) zu erhalten, kann man in R folgenden Befehl eingeben:

```
xyplot(tip ~ total_bill, data=tips)
```



Das Argument `data=tips` stellt klar, aus welchen Datensatz die Variablen kommen. Die Abbildung ist im RStudio jetzt rechts unten im Reiter *Plots* zu sehen.

---

**Übung:** Wie würden Sie den Trend beschreiben?

---

Wie oben erwähnt können wir R auch gut als Taschenrechner benutzen, sollten aber bedenken, dass R vektorweise arbeitet. D. h.

```
tips$tip/tips$total_bill
```

gibt für *jede Beobachtung* die relative Trinkgelddhöhe bezogen auf die Rechnungshöhe an. Über

```
(tips$tip/tips$total_bill)<0.10
```

erhalten wir einen Vektor vom Typ `logical`. Dieser nimmt nur zwei Werte an, nämlich `TRUE` und `FALSE`, je nach dem, ob der jeweilige Wert kleiner als 0.10 ist oder nicht. Neben `<` und `>` bzw. `<=` und `>=` gibt es ja auch noch die Prüfung auf Gleichheit. Hierfür werden in R gleich *zwei* Gleichheitszeichen verwendet, also `==`.

---

**Übung:** Was gibt folgender der Befehl zurück?

```
tips$sex=="Female"
```

---

Logische Vektoren können z. B. mit “und” `&` oder “oder” `|` verknüpft werden:

```
tips$sex=="Female" & tips$smoker=="Yes"
```

gibt die Tischgesellschaften als `TRUE` wieder, in denen die Rechnung von Frauen beglichen wurde *und* geraucht wurde,

```
tips$sex=="Female" | tips$smoker=="Yes"
```

gibt die Tischgesellschaften als `TRUE` wieder, in denen die Rechnung von Frauen beglichen wurde *oder* geraucht wurde.

Intern wird `TRUE` in R mit der Zahl 1 hinterlegt, `FALSE` mit 0. Mit dem Befehl `sum()` kann man daher die Elemente eines Vektor aufsummieren, also erfahren wir über

```
sum(tips$sex=="Female" & tips$smoker=="Yes")
```

dass bei 33 Tischgesellschaften bei denen geraucht wurde, eine Frau die Rechnung bezahlte. Im Verhältnis zu allen Tischgesellschaften, bei denen eine Frau zahlte, liegt der Raucheranteil also bei 0.3793103:

```
sum(tips$sex=="Female" & tips$smoker=="Yes") / sum(tips$sex=="Female")
```

---

**Übung:** Wurde bei den Tischgesellschaften, bei denen ein Mann zahlte, relativ häufiger geraucht als bei den Frauen?

---

## Übung: Teaching Rating

Dieser Datensatz analysiert u. a. den Zusammenhang zwischen Schönheit und Evaluierungsergebnis:

*Hamermesh, D.S., and Parker, A. (2005). Beauty in the Classroom: Instructors' Pulchritude and Putative Pedagogical Productivity. Economics of Education Review, 24, 369–376.*

Sie können ihn von <https://goo.gl/6Y3KoK> herunterladen. Hier gibt es eine Beschreibung. Anders als im Paper (und im Paket AER) wird hier nur ein zufälliger Kurs je Dozent verwendet.

1. Lesen Sie den Datensatz in R ein.
2. Wie viele Zeilen, wie viele Spalten liegen vor?
3. Wie heißen die Variablen?
4. Betrachten Sie visuell den Zusammenhang von dem Evaluierungsergebnis `eval` und Schönheit `beauty`. Was können Sie erkennen?
5. Sind relativ mehr Frauen oder mehr Männer (`gender`) in einem unbefristeten Arbeitsverhältnis (*Tenure Track*, `tenure`)?

## Daten importieren

Der Datenimport in R ist in vielen unterschiedlichen Dateiformaten möglich. Das `csv` Format eignet sich besonders zum Übertragen von Datendateien. Im deutschsprachigen Raum wird dabei als *Dezimaltrennzeichen* das Komma `,` und als *Datentrennzeichen* das Semikolon `;` verwendet. In der ersten Zeile sollten die Variablennamen stehen. Das Einlesen in einen R Data-Frame (hier `meineDaten`) kann dann über

```
meineDaten <- read.csv2(file.choose()) # Datei auswählen
```

erfolgen.

Der Befehl `file.choose()` öffnet dabei den Dateiordner. Bei “internationalen” `csv` Dateien ist das Datentrennzeichen i. d. R. ein Komma `,`, das Dezimaltrennzeichen ein Punkt `.`. Hier funktioniert der Import in R dann über den Befehl `read.csv`.

In R Studio gibt es im Reiter `Environment` im Fenster `Rechts` oben einen Menüpunkt `Import Dataset` der mehr Einstellmöglichkeiten bietet.

Excel Dateien können unter anderem mit Hilfe des Zusatzpaketes `readxl` können eingelesen werden:

```
library(readxl) # Paket laden
meineDaten <- read_excel(file.choose()) # Datei auswählen und in R einlesen
```

Hier finden Sie eine Linksammlung zu verschiedenen Datenquellen.

## Literatur

- Nicholas J. Horton, Randall Pruim, Daniel T. Kaplan (2015): Project MOSAIC Little Books *A Student's Guide to R* <https://github.com/ProjectMOSAIC/LittleBooks/raw/master/StudentGuide/MOSAIC-StudentGuide.pdf>, Kapitel 1, 2, 13
- Chester Ismay (2016): Getting used to R, RStudio, and R Markdown <https://ismayc.github.io/rbasics-book/>
- Maike Luhmann (2015): *R für Einsteiger*, Kapitel 1-8
- Daniel Wollschläger (2014): *Grundlagen der Datenanalyse mit R*, Kapitel 1-4

## Lizenz

Diese Übung wurde von Karsten Lübke entwickelt und orientiert sich an der Übung zum Buch OpenIntro von Andrew Bray, Mine Çetinkaya-Rundel und Mark Hansen und steht wie diese unter der Lizenz Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported.

## Versionshinweise:

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- mosaic Version: 1.1.1

# Kapitel 1: Einführung in Daten

## Datensatz

Wir werden jetzt den *tips* Datensatz aus *Bryant, P. G. and Smith, M (1995) Practical Data Analysis: Case Studies in Business Statistics. Homewood, IL: Richard D. Irwin Publishing* näher analysieren.

Sofern noch nicht geschehen, können Sie ihn z. B. hier als csv-Datei direkt nach R herunterladen:

```
download.file("https://goo.gl/whKjnl", destfile = "tips.csv")
```

Wenn sich die Daten auf Ihrem Computer gespeichert sind, können Sie sie laden:

```
tips <- read.csv2("tips.csv")
```

Achtung: `read.csv` geht vom amerikanischen Format aus. Wenn es sich um eine “deutsche CSV-Datei” handelt, verwenden Sie `read.csv2`.

*Tipp:* Wenn Sie nicht mehr wissen, wo die Daten liegen: statt `tips.csv` den Befehl `file.choose()` als Argument für die Funktion `read.csv2` verwenden.

Inwieweit das Einlesen wie gewünscht geklappt hat, kann über

```
str(tips)
```

überprüft werden: Der Datensatz hat also 244 Zeilen (= Beobachtungen) und 7 Spalten (= Merkmale/Variablen).

Zur folgenden Analyse muss zunächst das Paket `mosaic` geladen werden:

```
library(mosaic)
```

## Grafische Verfahren der Datenanalyse

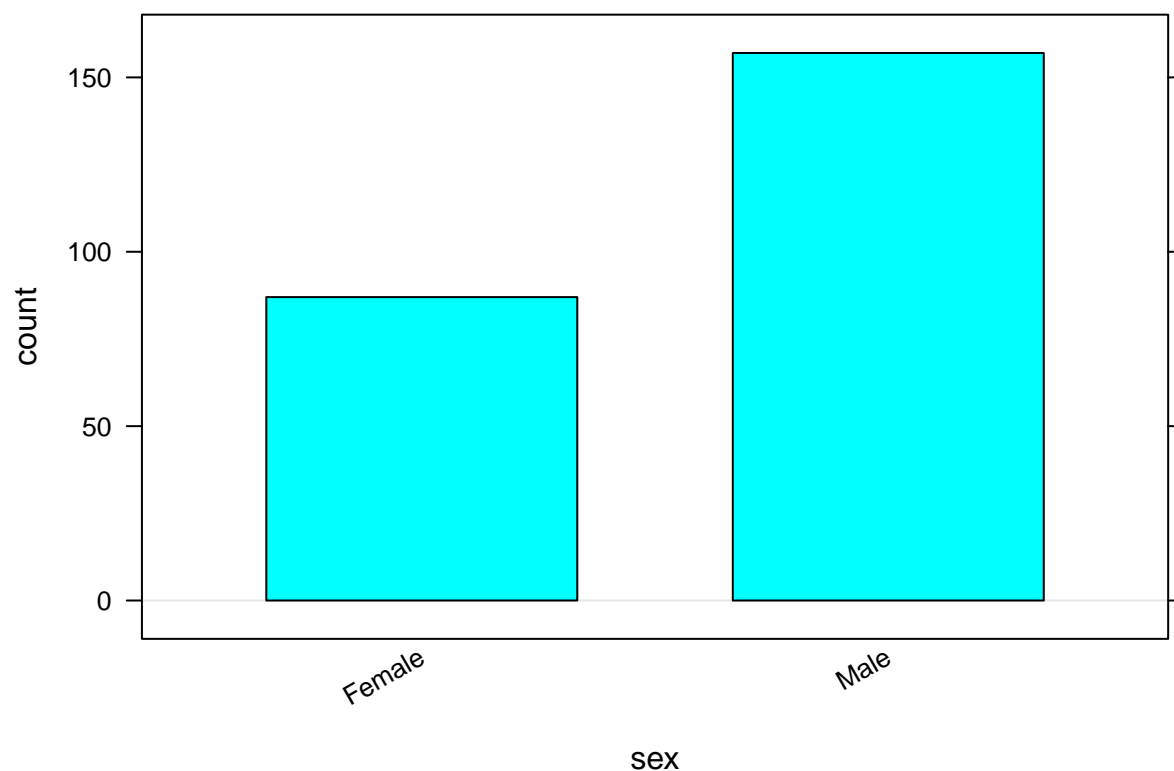
Bevor evtl. wichtige Information in zusammenfassenden Kennzahlen verloren geht, versuchen wir einen Gesamtüberblick zu erhalten.

### Balkendiagramm

Balkendiagramme eignen sich am besten um Häufigkeiten darzustellen, also für kategorielle Variablen (`factor`) oder für metrische Variablen (`numeric`) mit wenigen Merkmalsausprägungen.

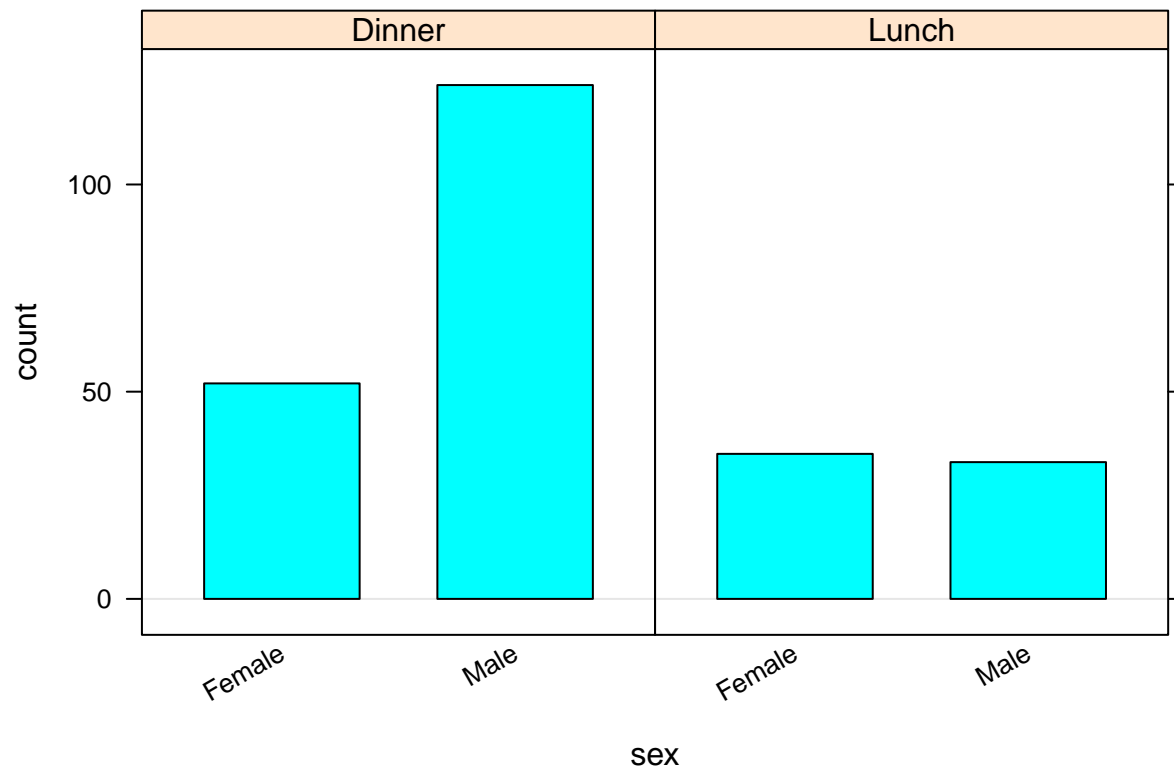
Um einen Überblick über die Geschlechterverteilung `sex` zu bekommen kann die Funktion `bargraph` aus dem Paket `mosaic` verwendet werden:

```
bargraph(~ sex, data=tips)
```



In `mosaic` wird (fast) immer die Formeldarstellung `y ~ x | z` verwendet: `y` in Abhängigkeit von `x` (`y` wird modelliert durch `x`), gruppiert nach den Werten von `z`, wobei einzelne Teile fehlen können, so wie im Beispiel `y` und `z`. Aber um z. B. die Verteilung des Geschlechts des Zahlenden je Tageszeit `time` darzustellen muss hier eingegeben werden:

```
bargraph(~ sex | time, data=tips)
```



### Übung:

1. Zeichnen Sie ein Balkendiagramm des Rauchverhaltens `smoker` je Wochentag `day` und interpretieren Sie das Ergebnis.

### Histogramm

Histogramme werden für metrische Daten verwendet, der Befehl lautet `histogram`.

### Übung:

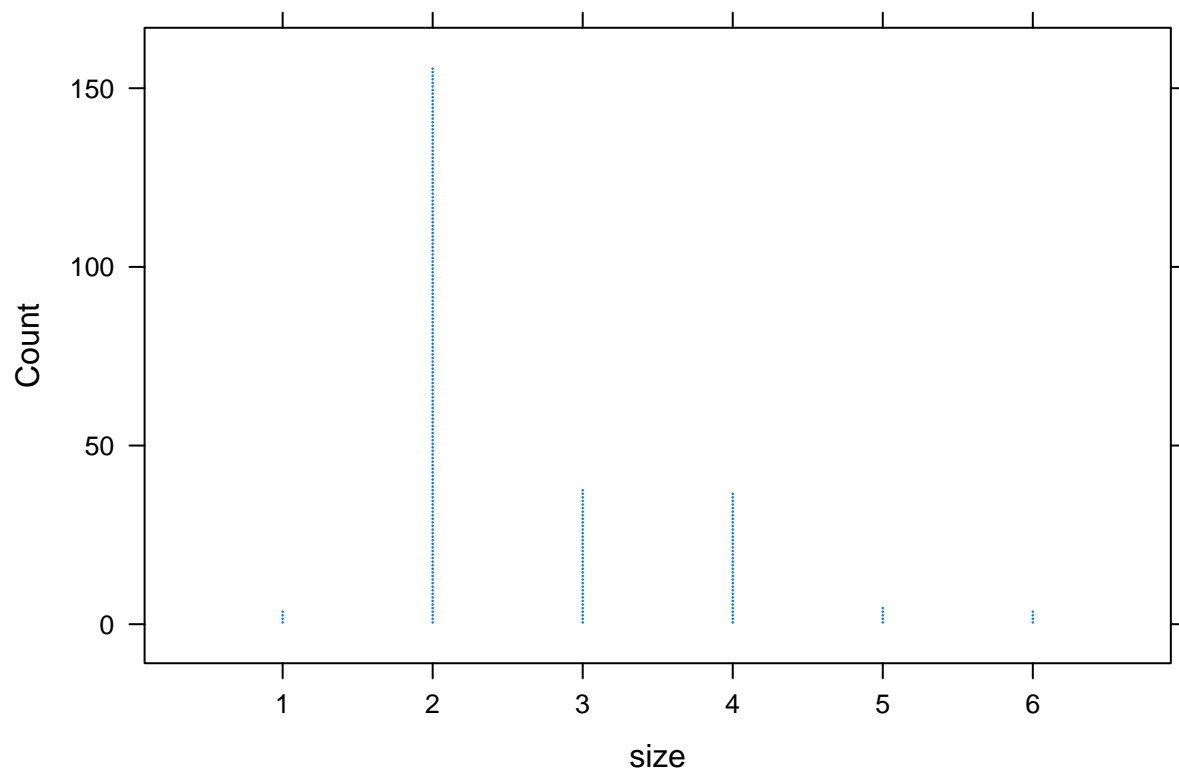
2. Welche Abbildung wird über

```
histogram(~ total_bill | sex, data=tips)
```

erzeugt?

**Punktdiagramme** sind eine Variante von Histogrammen, die besonders für metrische Variablen mit wenigen Merkmalsausprägungen geeignet sind.

```
dotPlot(~ size, nint=6, data=tips)
```

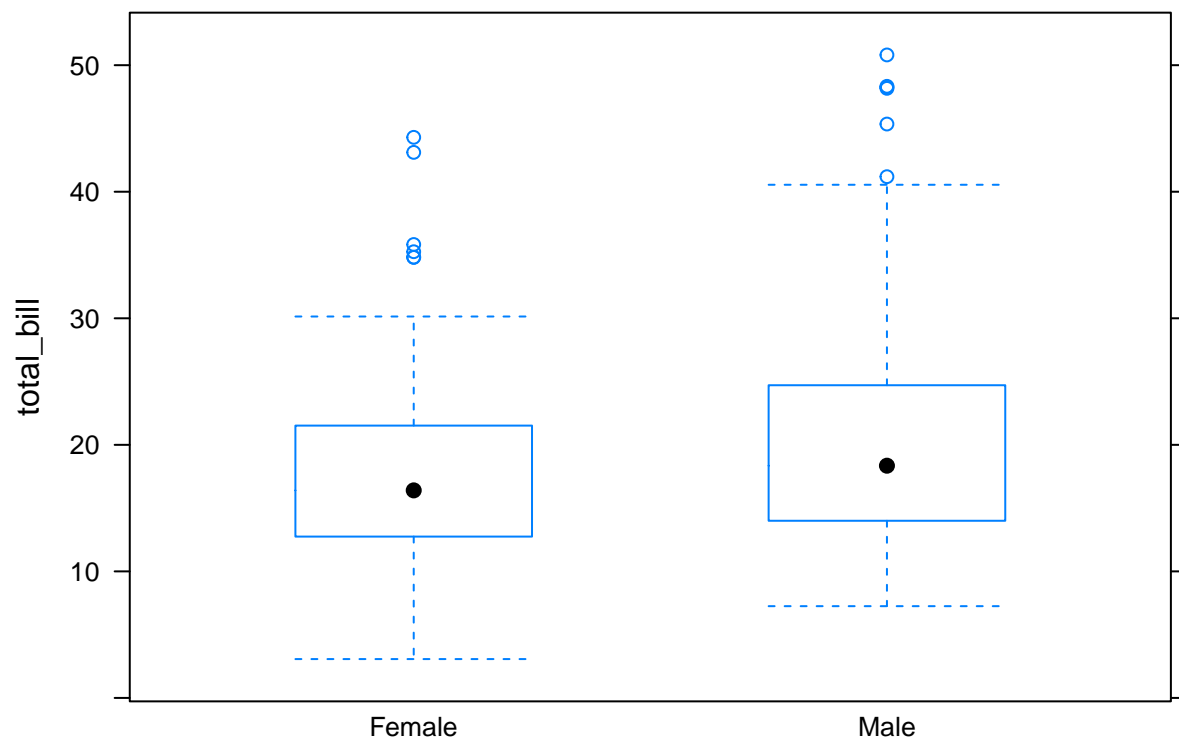


Hier wurde ein zusätzliche Parameter der Funktion `dotPlot` übergeben: `nint=6`. Dieser Parameter wurde verwendet, um die Abbildung schöner zu machen. Welche Optionen es gibt und was diese bedeuten, kann man in R häufig einfach über die Hilfe, hier also `?dotPlot`, erfahren.

### Boxplots

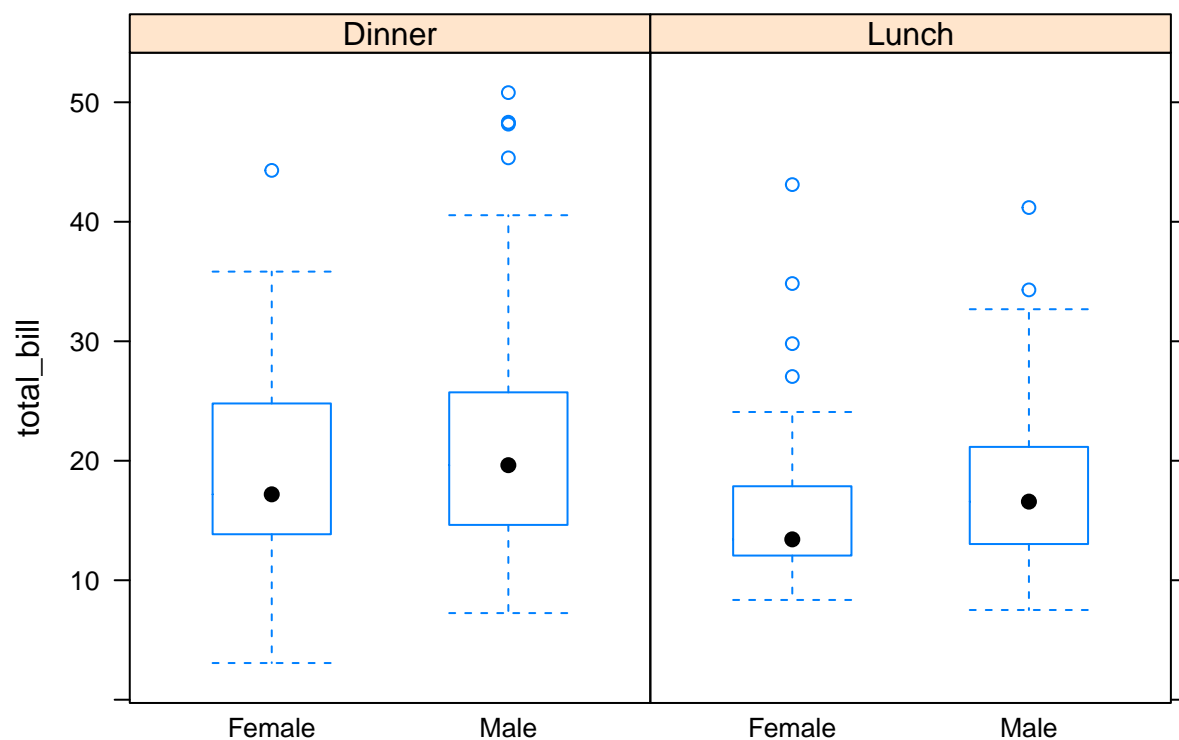
Boxplots zeigen nicht nur den Median (50%-Quantil) sowie das obere (75%) und untere (25%) Quartil - und damit den Interquartilsabstand -, sondern geben auch Hinweise auf potentielle Ausreißer:

```
bwplot(total_bill ~ sex, data=tips)
```



und gruppiert nach Tageszeit:

```
bwplot(total_bill ~ sex | time, data=tips)
```



### Übung:

- Zeichnen Sie einen Boxplot für die Trinkgeldhöhe `tip` in Abhängigkeit davon, ob geraucht wurde (`smoker`). Gibt es Unterschiede in der Trinkgeldhöhe und, wenn ja, in welchem Bereich?

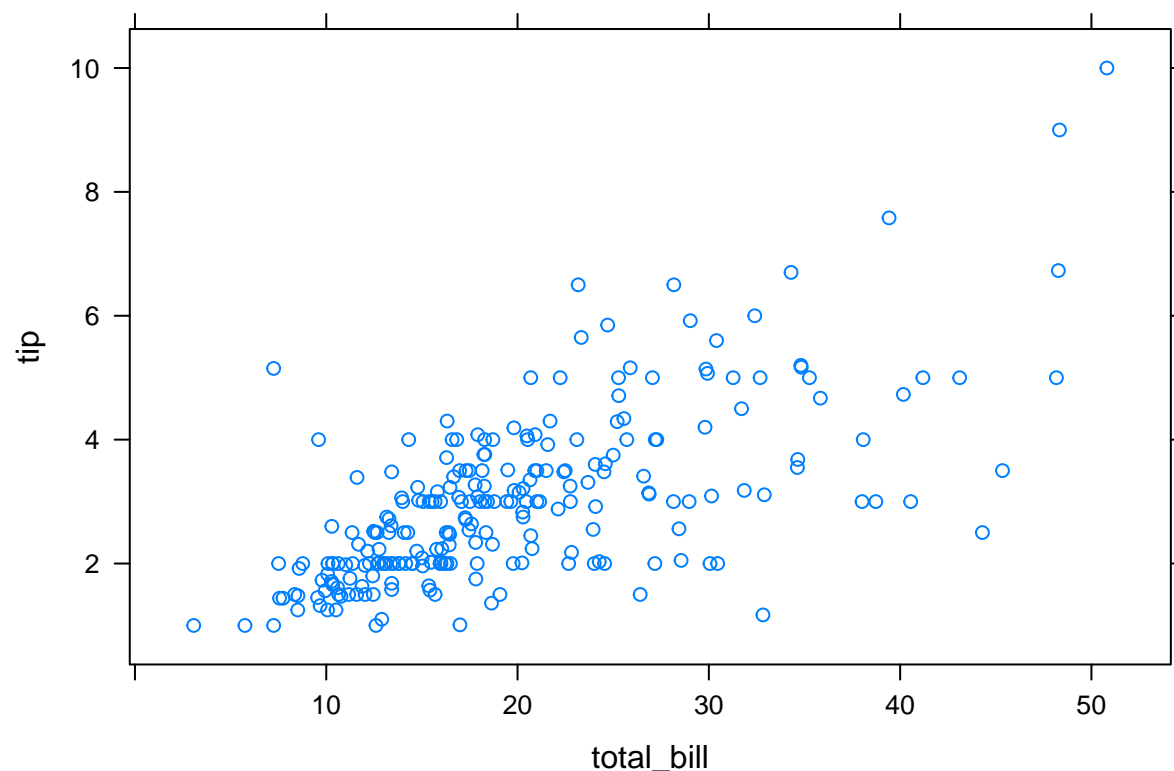


---

## Scatterplot (Streudiagramme)

Streudiagramme sind besonders gut geeignet, um einen Überblick auf den Zusammenhang zweier metrischer Merkmale zu erhalten; beispielsweise um den Zusammenhang von `tip` und `total_bill` zu analysieren.

```
xyplot(tip ~ total_bill, data=tips)
```



Wenig überraschend steigt die Trinkgeldhöhe mit der Rechnung. Wie sieht es relativ aus? Dazu müssen wir zunächst ein neues Merkmal im Datensatz erzeugen, z. B.:

```
tips$tip_relativ <- tips$tip / tips$total_bill
```

Im Datensatz `tips` wird der (neuen) Variable `tip_relativ` der Quotient aus Trinkgeld und Rechnungshöhe zugewiesen.

---

## Übung:

4. Erstellen Sie eine Abbildung, mit der Sie visuell gucken können, wie der Zusammenhang zwischen der relativen Trinkgeldhöhe (abhängige Variable) und der Rechnungshöhe (unabhängige Variable) aussieht, und ob sich dieser je nach Geschlecht des Rechnungszahlers unterscheidet.
-

## Mosaicplot

Mosaicplots eignen sich, um den Zusammenhang zwischen kategoriellen Variablen darzustellen. Zunächst müssen wir dazu eine Kreuztabelle erstellen. Das geht in `mosaic` über den Befehl `tally`. Dieser Befehl ist recht mächtig – dazu später mehr. Wir erzeugen eine solche Kreuztabelle zwischen Tageszeit und Rauchen über

```
tab_smoke_time <- tally(smoker ~ time, data=tips)
```

Dem (neuen) R Objekt `tab_smoke_time` wird also das Ergebnis des `tally` Befehls zugewiesen. Wie das Ergebnis aussieht, und welchen Typ es hat erfahren wir über

```
print(tab_smoke_time)
```

```
##           time
## smoker Dinner Lunch
##    No      106    45
##   Yes       70    23
```

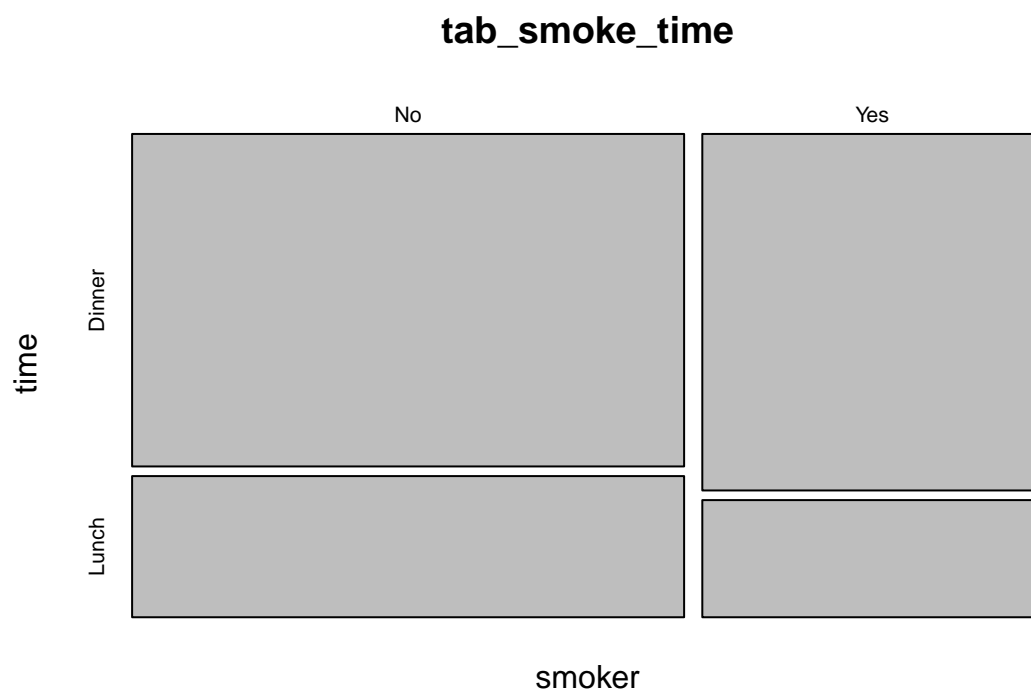
```
str(tab_smoke_time)
```

```
##  'table' int [1:2, 1:2] 106 70 45 23
##  - attr(*, "dimnames")=List of 2
##    ..$ smoker: chr [1:2] "No" "Yes"
##    ..$ time  : chr [1:2] "Dinner" "Lunch"
```

Es handelt sich also um eine Tabelle (`table`) der Dimension 2, 2, also 2 Zeilen, 2 Spalten.

Der Befehl für einen Mosaicplot lautet `mosaicplot`:

```
mosaicplot(tab_smoke_time)
```



## Korrelationsplot

Mit Hilfe des Zusatzpakets `corrplot` lassen sich Korrelationen besonders einfach visualisieren. Das Paket muss wie jedes Paket *einmalig* über

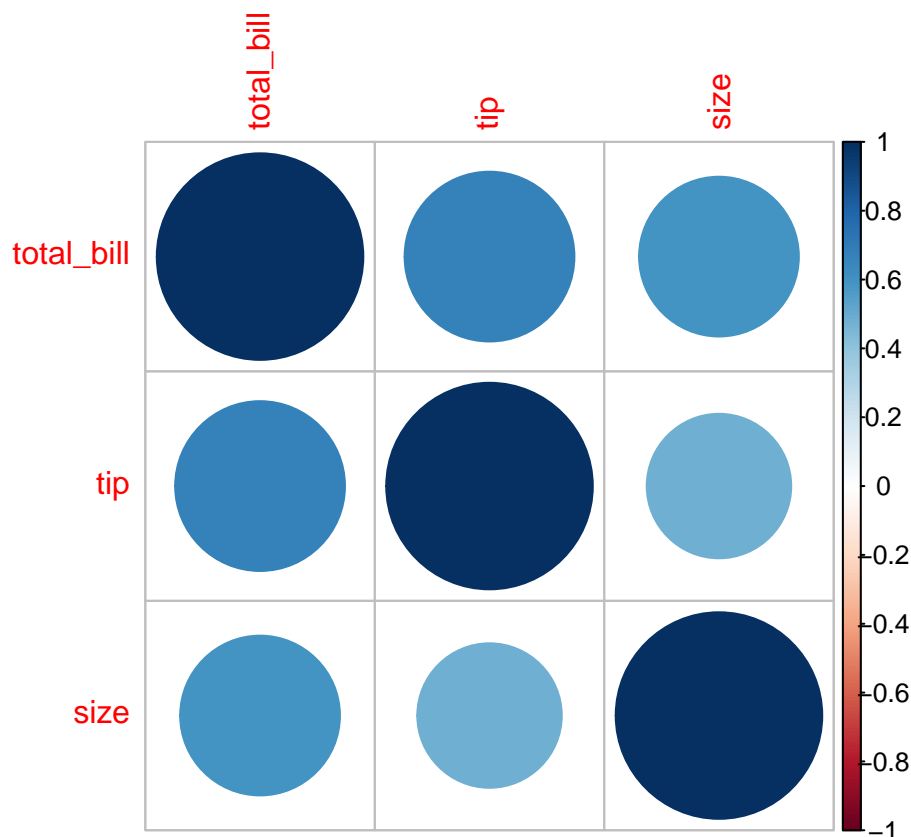
```
install.packages("corrplot")
```

installiert werden – wiederum werden evt. weitere benötigte Pakete mit-installiert. Nach dem Laden des Pakets über

```
library(corrplot)
```

kann dies über

```
corrplot(cor(tips[,c("total_bill", "tip", "size")]))
```



gezeichnet werden. Je intensiver die Farbe, desto höher die Korrelation. Hier gibt es unzählige Einstellmöglichkeiten, siehe `?corrplot` bzw. für Beispiele:

```
vignette("corrplot-intro")
```

## Kennzahlen der Datenanalyse

Nachdem wir einen ersten visuellen Eindruck gewonnen haben, wollen wir uns jetzt Kennzahlen widmen.

## Lagemaße

Das Minimum und Maximum von metrischen Daten kann einfach durch `min` bzw. `max` bestimmt werden, in `mosaic` auch “modelliert”:

```
min(~ total_bill | smoker, data=tips)
```

```
##      No   Yes
```

```
## 7.25 3.07
```

gibt also das Minimum der Rechnungshöhe, getrennt nach Raucher und Nichtraucher an, d. h. das Minimum bei den Rauchern lag bei 3.07\$.

## Übung:

- Bestimmen Sie das Maximum der Trinkgeldhöhe je Wochentag (`day`)

Lagemaße sollen die zentrale Tendenz der Daten beschreiben. Gebräuchlich sind in der Regel der arithmetische Mittelwert `mean`

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

```
mean(~ total_bill, data=tips)
```

```
## [1] 19.78594
```

sowie der Median (Zentralwert) `median`:

```
median(~ total_bill, data=tips)
```

```
## [1] 17.795
```

Den jeweiligen Rang der Beobachtungen erhalten Sie über

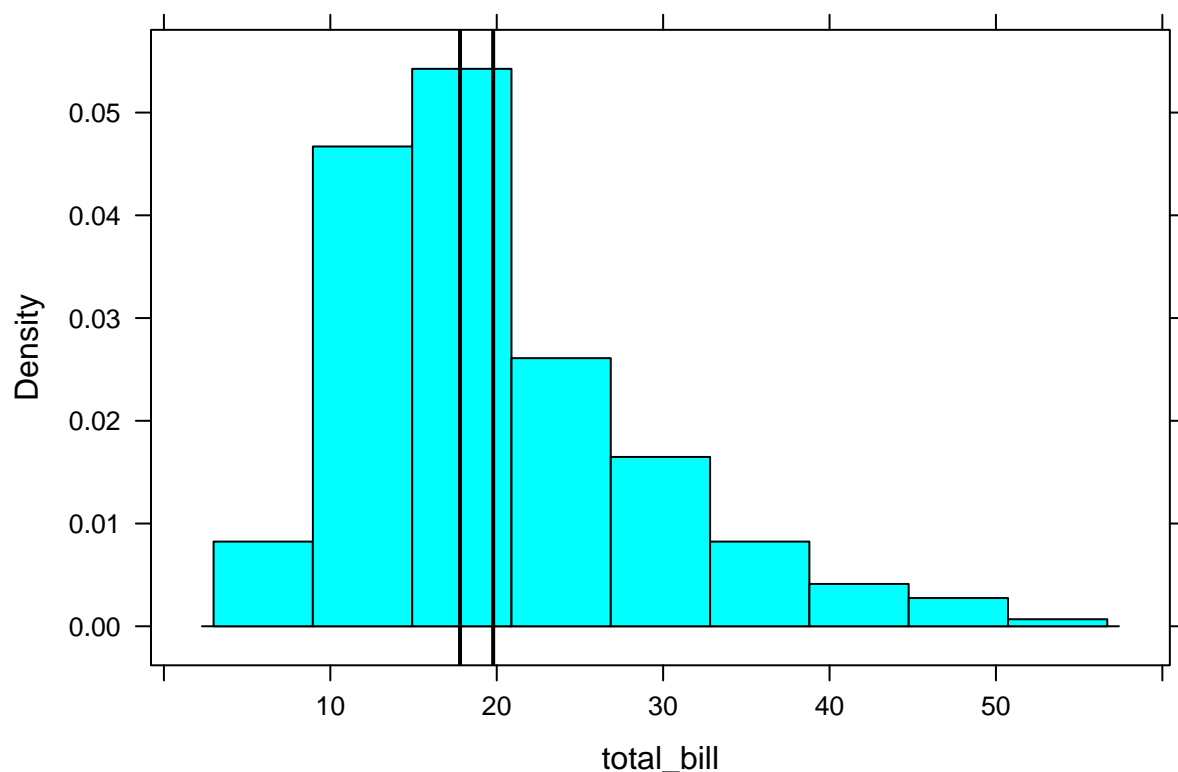
```
rank(tips$total_bill)
```

```
##      [1] 113.0  25.5 162.5 179.0 187.0 192.0  12.0 199.0  82.0  79.0  21.0
##      [12] 229.0  86.0 136.0  80.0 166.0  23.5 100.0 112.0 156.0 126.5 151.5
##      [23]  91.0 234.0 147.0 123.0  62.0  51.0 167.0 144.0  13.0 135.0  83.0
##      [34] 157.5 122.0 182.0 101.0 111.0 138.0 217.0  97.0 118.0  70.0  15.0
##      [45] 215.0 133.5 169.0 220.0 207.0 128.0  48.0  22.0 227.0  17.0 193.0
##      [56] 143.0 231.0 196.0  34.0 242.0 151.5  68.5  32.0 133.5 121.0 148.0
##      [67] 105.0   1.0 149.0  81.0  41.0 114.0 198.0 191.0  78.0  27.0 126.5
##      [78] 202.0 174.0 116.0 142.0 109.0  18.5 221.0  94.5 228.0  57.0 132.0
##      [89] 188.0 164.0 208.0 171.0   2.0 102.0 173.0 235.0 203.0  42.0 162.5
##     [100]  46.0  35.0  85.0 239.0 170.0 161.0  84.0 154.0 190.0 130.0  75.0
```

```
## [111] 71.0 3.5 232.0 180.0 194.0 117.0 212.0 30.0 45.0 183.0 39.0
## [122] 65.0 74.0 93.0 47.0 210.0 10.0 77.0 36.0 175.0 141.0 150.0
## [133] 33.0 44.0 131.0 9.0 23.5 73.0 96.0 59.0 119.0 224.0 237.0
## [144] 200.0 104.0 8.0 137.0 40.0 16.0 5.0 72.0 58.0 115.0 186.0
## [155] 145.0 211.0 241.0 189.0 63.0 107.0 165.0 50.0 98.0 68.5 120.0
## [166] 185.0 159.0 218.0 28.0 29.0 244.0 92.0 3.5 219.0 110.0 223.0
## [177] 125.0 76.0 14.0 225.0 226.0 178.0 240.0 177.0 236.0 157.5 160.0
## [188] 216.0 129.0 176.0 89.5 146.0 206.0 87.0 108.0 6.0 25.5 238.0
## [199] 55.5 67.0 139.0 52.0 55.5 103.0 155.0 106.0 197.0 233.0 184.0
## [210] 53.0 213.0 195.0 243.0 60.0 205.0 54.0 204.0 37.0 7.0 214.0
## [221] 43.0 65.0 11.0 94.5 65.0 99.0 20.0 153.0 61.0 168.0 181.0
## [232] 89.5 38.0 31.0 88.0 18.5 49.0 222.0 230.0 209.0 201.0 172.0
## [243] 124.0 140.0
```

Diese unterscheiden sich:

```
meantb <- mean(~ total_bill, data=tips) # Mittelwert
mediantb <- median(~ total_bill, data=tips) # Median
histogram(~ total_bill, v=c(meantb, mediantb), data=tips)
```



Über die Option `v=` werden vertikale Linien an den entsprechenden Stellen gezeichnet. Mit `h=` können horizontale Linien gezeichnet werden.

---

**Übung:**

6. Begründen Sie anhand des Histogramms, warum hier der Median kleiner als der arithmetische Mittelwert ist.

Auch Lagemaße zu berechnen in Abhängigkeit der Gruppenzugehörigkeit ist einfach. So können Sie den arithmetischen Mittelwert in Abhängigkeit von Geschlecht und Tageszeit berechnen:

```
mean(total_bill ~ sex + time, data=tips)
```

```
## Female.Dinner  Male.Dinner  Female.Lunch  Male.Lunch
##      19.21308      21.46145      16.33914      18.04848
```

### Übung:

7. Bestimmen Sie den Median der Trinkgeldhöhe anhand der Anzahl Personen in der Tischgesellschaft.

Für kategoriale Variablen können eigentlich zunächst nur die Häufigkeiten bestimmt werden:

```
tally(~day, data=tips)
```

```
## day
##  Fri  Sat  Sun  Thur
##   19   87   76   62
```

Relative Häufigkeiten werden bei `mosaic` mit der zusätzlichen Option `format='proportion'` angefordert:

```
tally(~day, format="proportion", data=tips)
```

```
## day
##      Fri      Sat      Sun      Thur
## 0.07786885 0.35655738 0.31147541 0.25409836
```

### Streuungsmaße

Die Variation der Daten, die wir grafisch und auch in den (bedingten) Lagemaßen gesehen haben, ist eines der zentralen Themen der Statistik: Können wir die Variation vielleicht erklären? Variiert die Rechnungshöhe vielleicht mit der Anzahl Personen?

Zur Bestimmung der Streuung werden in der Regel der Interquartilsabstand IQR sowie Varianz `var` bzw. Standardabweichung `sd`

$$s = sd = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

herangezogen:

```
IQR(~total_bill, data=tips)
```

```
## [1] 10.78
```

```
var(~total_bill, data=tips)
```

```
## [1] 79.25294
```

```
sd(~total_bill, data=tips)
```

```
## [1] 8.902412
```

Um die Standardabweichung in Abhängigkeit der Gruppengröße zu berechnen genügt der Befehl:

```
sd(~total_bill | size, data=tips)
```

```
##           1           2           3           4           5           6
## 3.010729 6.043729 9.407065 8.608603 7.340396 9.382000
```

Bei 4 Personen lag die Standardabweichung als bei 8.61\$.

Um jetzt z. B. den Variationskoeffizienten zu berechnen, wird

```
sd(~total_bill | size, data=tips) / mean(~total_bill | size, data=tips)
```

```
##           1           2           3           4           5           6
## 0.4157031 0.3674443 0.4041247 0.3008579 0.2441265 0.2693655
```

gebildet.

---

## Übung:

8. Zu welcher Tageszeit ist die Standardabweichung des Trinkgelds geringer? Zum Lunch oder zum Dinner?

---

Die *üblichen* deskriptiven Kennzahlen sind in `mosaic` übrigens in einer Funktion zusammengefasst: `favstats`.

```
favstats(tip~day, data=tips)
```

```
##   day  min    Q1 median    Q3   max   mean      sd  n missing
## 1  Fri 1.00 1.9600  3.000 3.3650  4.73 2.734737 1.019577 19         0
## 2  Sat 1.00 2.0000  2.750 3.3700 10.00 2.993103 1.631014 87         0
## 3  Sun 1.01 2.0375  3.150 4.0000  6.50 3.255132 1.234880 76         0
## 4 Thur 1.25 2.0000  2.305 3.3625  6.70 2.771452 1.240223 62         0
```

## Zusammenhangsmaße

Kennzahlen für den linearen Zusammenhang von metrischen Variablen sind Kovarianz `cov`

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

und der Korrelationskoeffizient `cor`

$$r = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

```
cov(tip ~ total_bill, data=tips)
```

```
## [1] 8.323502
```

```
cor(tip ~ total_bill, data=tips)
```

```
## [1] 0.6757341
```

Für kategoriale Variablen wird in diesem Abschnitt zunächst nur die Kreuztabelle verwendet:

```
tally(smoker~sex, format="proportion", data=tips)
```

```
##           sex
## smoker  Female      Male
##   No  0.6206897 0.6178344
##   Yes 0.3793103 0.3821656
```

## Übung:

9. Zu welcher Tageszeit wurde relativ häufiger von einer Frau die Rechnung bezahlt?

## Übung: Teaching Rating

Dieser Datensatz analysiert u. a. den Zusammenhang zwischen Schönheit und Evaluierungsergebnis von Dozenten:

*Hamermesh, D.S., and Parker, A. (2005). Beauty in the Classroom: Instructors' Pulchritude and Putative Pedagogical Productivity. Economics of Education Review, 24, 369–376.*

Sie können ihn von <https://goo.gl/6Y3KoK> herunterladen. Anders als im Paper (und im Paket AER) wird hier nur ein zufälliger Kurs je Dozent verwendet.

1. Erstellen Sie ein Balkendiagramm der Variable `native` gruppiert nach der Variable `minority`.
2. Erstellen Sie ein Histogramm der Variable `beauty` gruppiert nach der Variable `gender`.



3. Vergleichen Sie das Evaluationsergebnis `eval` in Abhängigkeit ob es sich um einen Single-Credit Kurs `credits` handelt mit Hilfe eines Boxplots.
4. Zeichnen Sie ein Scatterplot der Variable `eval` in Abhängigkeit der zu definierenden Variable “Evaluierungsquote”: `students/allstudents`.
5. Berechnen Sie deskriptive Kennzahlen der Variable `eval` in Abhängigkeit ob es sich um einen Single-Credit Kurs `credits` handelt.

## Literatur

- David M. Diez, Christopher D. Barr, Mine Çetinkaya-Rundel (2014): *Introductory Statistics with Randomization and Simulation*, [https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat\\_book=isrs](https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat_book=isrs), Kapitel 1
- Nicholas J. Horton, Randall Pruim, Daniel T. Kaplan (2015): *Project MOSAIC Little Books – A Student’s Guide to R*, <https://github.com/ProjectMOSAIC/LittleBooks/raw/master/StudentGuide/MOSAIC-StudentGuide.pdf>, Kapitel 3.1, 3.2, 4.1, 5.1, 5.2, 6.1
- Chester Ismay, Albert Y. Kim (2017): *ModernDive – An Introduction to Statistical and Data Sciences via R*, <https://ismayc.github.io/moderndiver-book/>
- Maïke Luhmann (2015): *R für Einsteiger*, Kapitel 9-11
- Andreas Quatember (2010): *Statistik ohne Angst vor Formeln*, Kapitel 1
- Daniel Wollschläger (2014): *Grundlagen der Datenanalyse mit R*, Kapitel 14

## Lizenz

Diese Übung wurde von Karsten Lübke entwickelt und orientiert sich an der Übung zum Buch OpenIntro von Andrew Bray, Mine Çetinkaya-Rundel und Mark Hansen und steht wie diese unter der Lizenz Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported.

## Versionshinweise:

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- `mosaic` Version: 1.1.1

# Kapitel 2: Einführung Wahrscheinlichkeit und Inferenz

## Zufall und Wahrscheinlichkeit

In dieser Übung werden wir ein wenig programmieren, daher bietet es sich an, die Befehle in einem Skript zu speichern. Gehen Sie dazu in RStudio in das Menü `File` und dort auf `New File` und wählen `R Script` aus. Dies können Sie dann am Ende über `File` und `Save` bzw. `Save as` speichern – und über

Open File später auch wieder öffnen. Um die Befehle an die Konsole zu übergeben klicken Sie entweder auf Run (nur ausgewählte Zeile, Tastenkürzel Strg+Enter) oder Source (ganzes Programm).

Zunächst laden wir wieder das Zusatzpaket mosaic, falls noch nicht geschehen:

```
library(mosaic)
```

Um den Zufall zu bändigen, setzen wir den Zufallszahlengenerator, z. B. auf 1896

```
set.seed(1896)
```

Dieser Befehl sorgt dafür, dass wir immer denselben “Zufall” haben.

Beim Roulette gibt es 37 Zahlen und 3 Farben: 0-36, wobei 18 Zahlen Schwarz, 18 Zahlen Rot und die 0 Grün ist – auf die Farbe Grün können Sie auch nicht setzen.

Angenommen Sie setzen auf Farbe. Dann beträgt Ihre Gewinnwahrscheinlichkeit  $\frac{18}{37}$ , da 18 von 37 Fächern “ihre” Farbe hat, die Wahrscheinlichkeit eines Verlustes liegt bei  $\frac{19}{37} = 1 - \frac{18}{37}$ .

Definieren wir in R einen factor-Vektor mit zwei Elementen für Gewinn und Verlust:

```
roulette <- factor(c("Gewinn", "Verlust"))
```

Mit diesem Vektor können wir jetzt virtuell und ganz ohne Risiko über den Befehl resample Roulette spielen

```
resample(roulette, size=1, prob=c(18/37, 19/37))
```

```
## [1] Gewinn
## Levels: Gewinn Verlust
```

```
resample(roulette, size=10, prob=c(18/37, 19/37))
```

```
## [1] Gewinn Gewinn Gewinn Gewinn Gewinn Gewinn Verlust Gewinn
## [9] Verlust Gewinn
## Levels: Gewinn Verlust
```

Mit dem Argument size wird also eingestellt, wie oft Roulette gespielt wird, prob ist der Vektor der Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Elemente im Ereignisvektor, hier roulette. resample heißt Ziehen mit Zurücklegen.

Über

```
spiele <- resample(roulette, size=100, prob=c(18/37, 19/37))
```

wird dem Vektor spiele das Ergebnis von 100 Roulettespielen zugewiesen. Die Häufigkeitsverteilung erhalten wir wie gewohnt über den Befehl tally:

```
tally(~spiele, format="proportion")
```

```
## spiele
## Gewinn Verlust
## 0.51 0.49
```

Das **Gesetz der großen Zahl** sagt aus, dass sich auf *lange* Sicht die beobachtete relative Häufigkeit der theoretischen Wahrscheinlichkeit annähert:

```
tally(~resample(roulette, size=10, prob=c(18/37, 19/37)), format="proportion")

## resample(roulette, size = 10, prob = c(18/37, 19/37))
## Gewinn Verlust
##      0.7      0.3

tally(~resample(roulette, size=100, prob=c(18/37, 19/37)), format="proportion")

## resample(roulette, size = 100, prob = c(18/37, 19/37))
## Gewinn Verlust
##      0.44     0.56

tally(~resample(roulette, size=1000, prob=c(18/37, 19/37)), format="proportion")

## resample(roulette, size = 1000, prob = c(18/37, 19/37))
## Gewinn Verlust
##      0.488    0.512

tally(~resample(roulette, size=1000000, prob=c(18/37, 19/37)), format="proportion")

## resample(roulette, size = 1e+06, prob = c(18/37, 19/37))
## Gewinn Verlust
## 0.486433 0.513567
```

Die theoretische Wahrscheinlichkeit eines Gewinns liegt bei  $\frac{18}{37} \approx 0.4865$ : Achtung, das Gesetz der großen Zahl gilt für den Durchschnitt und auf lange Sicht, evtl. Ungleichgewichte, z. B. 5 Gewinne in Folge, werden im Laufe der Zeit abgeschwächt und nicht durch anschließende 5 Verluste ausgeglichen.

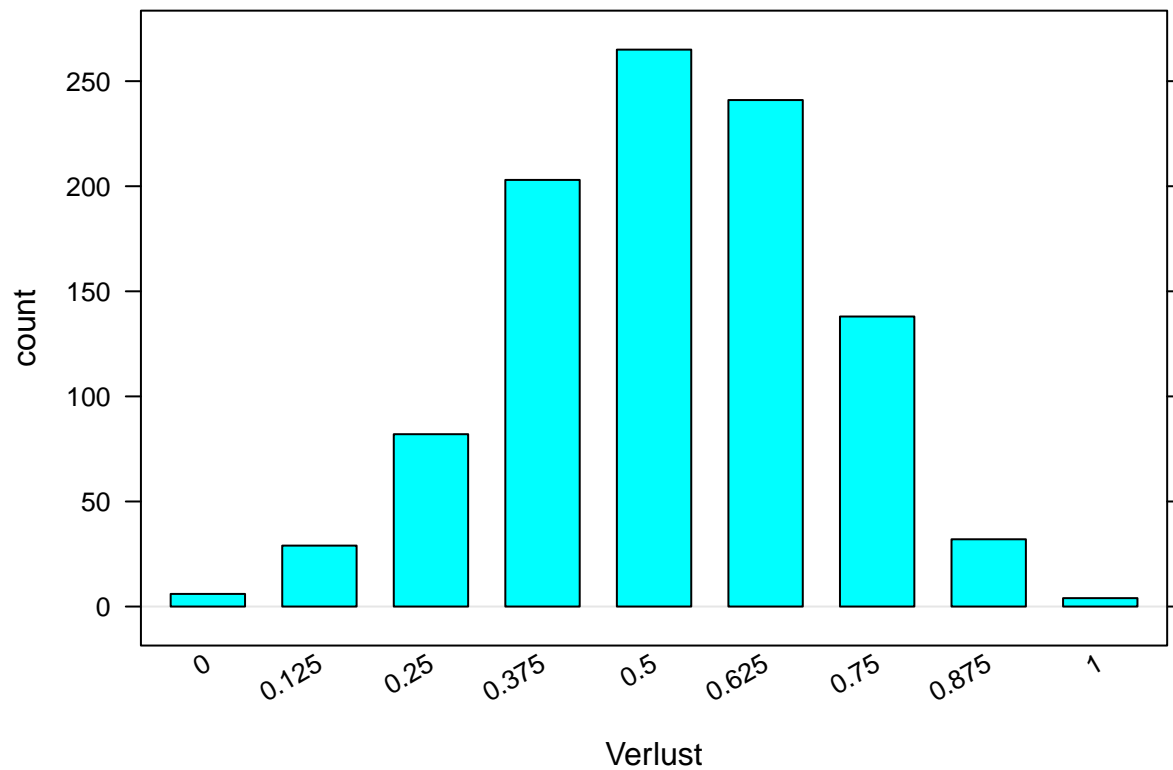
Bei bestimmten Spielstrategien, z. B. bei der sogenannten Martingale oder Verdoppelungsstrategie, ist man daran interessiert, wie wahrscheinlich es ist, z. B. 8-mal in Folge zu verlieren. Natürlich kann das mit Hilfe der *Binomialverteilung* ausgerechnet werden, wir können es aber auch simulieren: `do()` ist eine einfache Schleifenfunktion in *mosaic*. Um z. B. 1000-mal jeweils 8 Runden Roulette zu spielen – und das Ergebnis zu speichern – genügt:

```
farbspiele <- do(1000)*tally(~resample(roulette, size=8, prob=c(18/37, 19/37)),
                           format="proportion")
```

`farbspiele` ist jetzt ein Datensatz (`data.frame`) mit 1000 Zeilen (=Simulationen) und den relativen Häufigkeiten für Gewinn und Verlust in den 8 Spielen in den Spalten.

Das Balkendiagramm der relativen Verlusthäufigkeit zeigt, dass es zwar selten aber doch vorkommt, alle 8 Spiele zu verlieren.

```
bargraph(~Verlust, data=farbspiele)
```



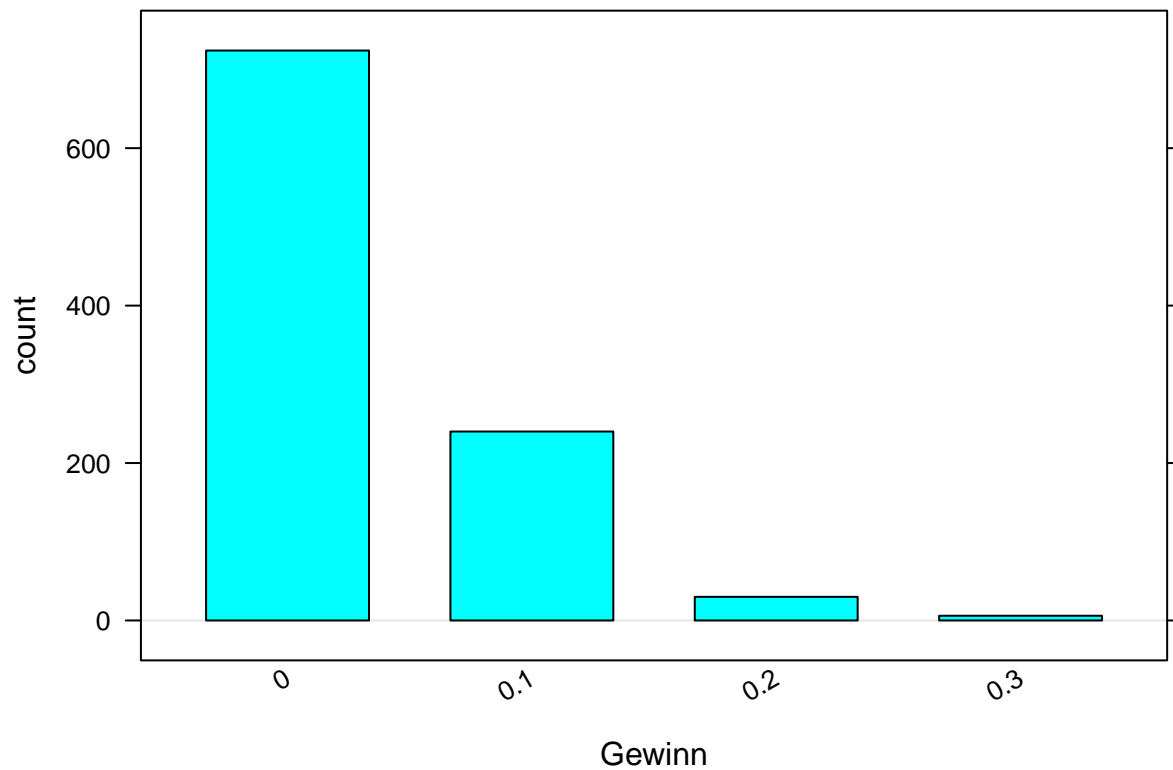
Wir haben in 4 von 1000 Wiederholungen nur verloren, d. h. 8 von 8 Spielen.

### Übung:

1. Wenn Sie statt auf Farbe auf eine Zahl setzen, beträgt Ihre Gewinnwahrscheinlichkeit  $\frac{1}{37}$ . Simulieren Sie 1000-mal 10 Spiele. Wie oft haben Sie mindestens 1-mal gewonnen?

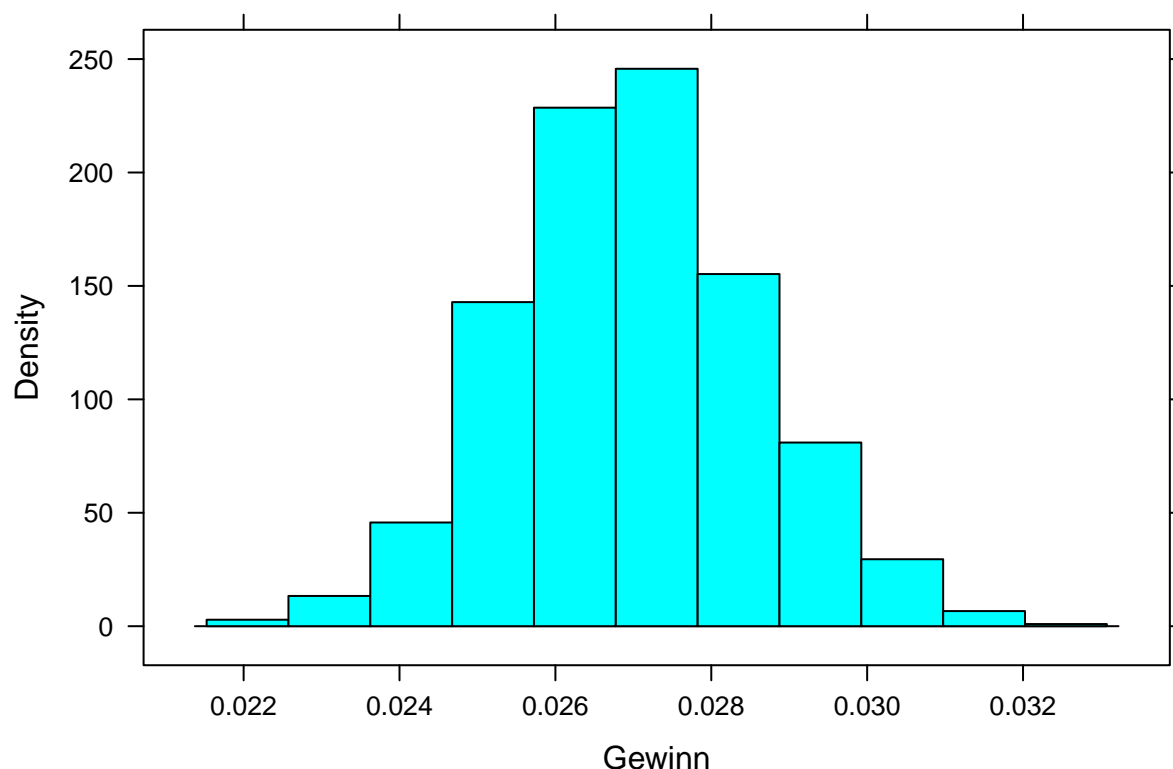
Wenn wir uns die Verteilung der Daten der Übung anschauen

```
zahlspiele <- do(1000)*tally(~resample(roulette, size=10,
                                     prob=c(1/37, 36/37)), format="proportion")
bargraph(~Gewinn, data=zahlspiele)
```



stellen wir fest, dass diese Daten (leider) extrem rechtsschief sind, d. h., i. d. R. gewinnen wir in keiner der 10 Runden, Gewinn=0. Wenn wir `size=10` durch `size=10000` ersetzen (d. h., bei jeden der 1000 Simulationen 10000 Runden spielen), passiert folgendes (Darstellung jetzt als Histogramm, da es zu sehr viele mögliche Ausprägungen für die Anzahl Gewinne gibt):

```
zahlspiele2 <- do(1000)*tally(~resample(roulette, size=10000,  
                                       prob=c(1/37, 36/37)), format="proportion")  
histogram(~Gewinn, data=zahlspiele2)
```



Die Daten werden *normaler*, symmetrischer, d. h., die Verteilung des Gewinnanteilswertes nähert sich einer Normalverteilung an. Diese Phänomen ist der Hintergrund des **Zentralen Grenzwertsatzes**.

---

### Übung:

- Zurück zum Farbspiel (`farbspiele`): Wie hoch schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit anhand der Simulation, dass Sie mindestens die Hälfte Ihrer 8 Spiele gewinnen?

---

Richtig: 0.585, das ist also anscheinend recht wahrscheinlich, während der relative Anteil der Spiele, in denen Sie maximal 1 der 8 Spiele gewinnen, recht klein ist:

```
anteil <- prop(farbspiele$Gewinn <= 1/8)
anteil
```

Das kommt also eher selten vor. Pech. Vielleicht würden Ihnen aber auch Zweifel kommen, ob der Tisch fair ist. In der Simulation liegt also die Wahrscheinlichkeit, bei einem fairen Tisch bei 8 Spielen höchstens einmal zu gewinnen bei 3.6.

## Hypothesentest, p-Wert und Konfidenzintervall

Im Paper *Hose, C., Lübke, K., Nolte, T., und Obermeier, T. (2012): Ratingprozess und Ratingergebnis: Ein Experiment bei qualitativen Ratingkriterien, Kredit & Rating Praxis (6), 12-14* wird folgendes Experiment untersucht: Unterscheidet sich die Einschätzung (Rating) eines Unternehmens, je nach dem, ob die Person alleiniger Entscheider (Typ A) oder derjenige ist, der die Entscheidungsvorlage vorbereitet (Typ B). Im

Rahmen des Experiments wurden die Studierenden zufällig den verschiedenen Typen A und B zugeordnet. Von 151 alleinigen Entscheidern (Typ A) beurteilten 79 das Beispielunternehmen überwiegend positiv (++), von 143 Entscheidungsvorlagenerstellern (Typ B) entschieden ebenfalls 79 überwiegend positiv.

Zeigt das unterschiedliche Verhältnis: Typ A:  $\frac{79}{151} = 52.32$  zu Typ B:  $\frac{79}{143} = 55.24$ , dass alleinige Entscheider die Bonität kritischer einstufen, oder könnte das Ergebnis Zufall sein?

Das Chancenverhältnis, das **Odds Ratio** liegt bei  $\frac{\frac{79}{151}}{\frac{79}{143}} = 0.89$ , dass ein alleiniger Entscheider positiv einstuft – im Vergleich zum vorläufigen Entscheider.

Zunächst erzeugen wir einen Vektor der Länge 2 mit den Entscheidungstypen, aus dem wir simulieren können:

```
typ <- factor(c("A", "B"))
entscheider <- rep(typ, c(151, 143))
tally(~entscheider)
```

```
## entscheider
##      A      B
## 151 143
```

sowie einen Vektor der Entscheidungen:

```
rating <- factor(c("Positiv", "Nicht Positiv"))
entscheidungen <- rep(rating, c(79+79, (151+143)-(79+79)))
tally(~entscheidungen)
```

```
## entscheidungen
## Nicht Positiv      Positiv
##           136           158
```

Aus diesem Vektor ziehen wir eine zufällige Stichprobe von 151 Entscheidungen von Typ A.

```
simentscheidung <- sample(entscheidungen, size=151)
tally(~simentscheidung)
```

```
## simentscheidung
## Nicht Positiv      Positiv
##           71           80
```

Hier wären also zufällig 80 der 151 Entscheidungen des Typ A Positiv gewesen – wenn es keinen Zusammenhang zwischen Entscheidungstyp und Ratingentscheidung gibt. `sample` bedeutet Ziehen ohne Zurücklegen, d. h., jeder der Entscheidungen kann nur einmal gezogen werden.

Wie oft kommt also zufällig heraus, dass höchstens 79 der 151 Entscheidungen des Typs A (alleinige Entscheider) positiv zugeordnet werden? Simulieren wir das z. B. 1000-mal:

```
entsim <- do(1000) * tally(~sample(entscheidungen, size=151))
prop(entsim$Positiv <= 79)
```

```
## TRUE
## 0.371
```

Unter der **Nullhypothese**, dass das Ergebnis zufällig war (d. h., es gibt keinen Zusammenhang zwischen Typ und Rating), wurden in der Simulation in 37.1 der Fälle höchstens 79 positive dem Typ A zufällig zugeordnet. Dieser **p-Wert** spricht also nicht wirklich gegen das Zufallsmodell. *Hinweis:* Wir werden in späteren Kapiteln bessere Methoden kennenlernen, insbesondere auch solche, die alle Informationen aus den Daten enthalten und sich nicht nur auf einen Anteilswert beziehen.

Über

```
typA <- rep(rating, c(79, 151-79))
```

erzeugen wir uns einen Vektor, der die 79 positiven und  $151 - 79$  nicht positiven Urteile von Typ A (alleinige Entscheidung) enthält.

```
tally(~ typA)
```

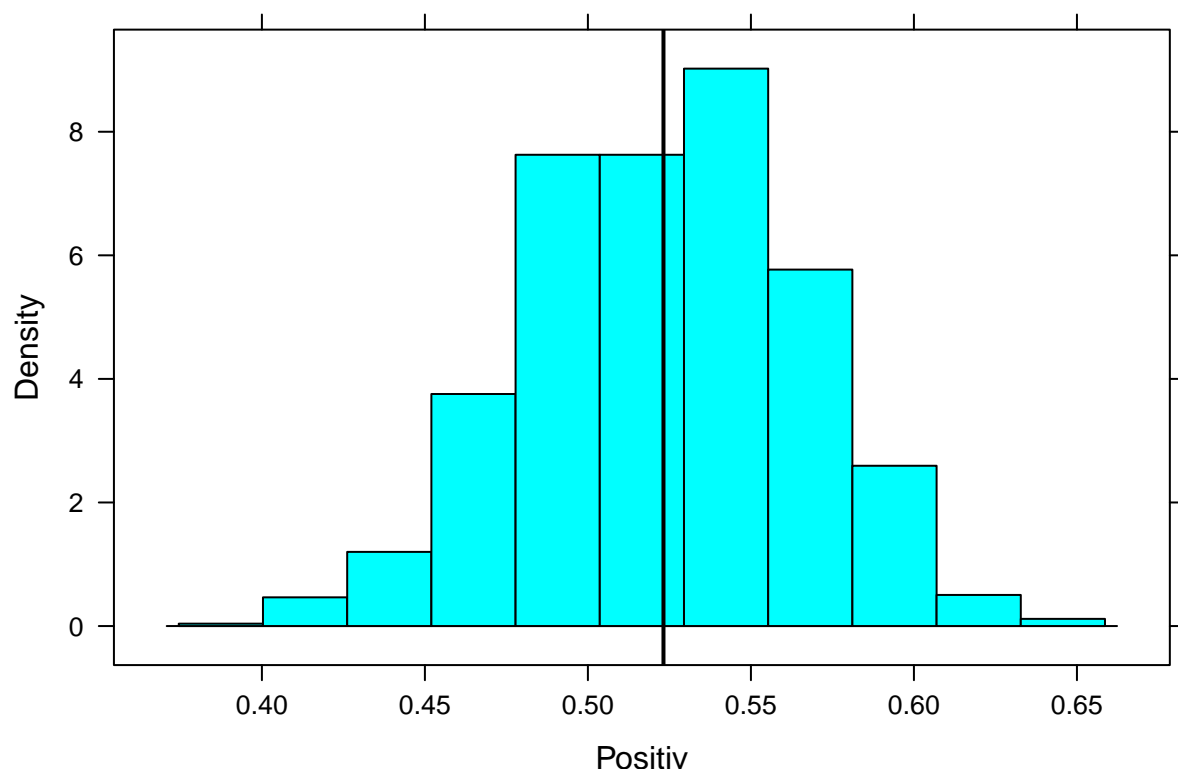
```
## typA
## Nicht Positiv      Positiv
##           72           79
```

Wenn wir jetzt diesen Vektor z. B. 1000-mal resampeln:

```
typAboot <- do(1000)*tally(~resample(typA), format="proportion")
```

erhalten wir 1000 (resampelte) Stichproben, die jeweils einen zufälligen Stichprobenanteil haben:

```
# 79/151: Anteil der Originalstichprobe
histogram(~Positiv, data=typAboot, v=79/151)
```



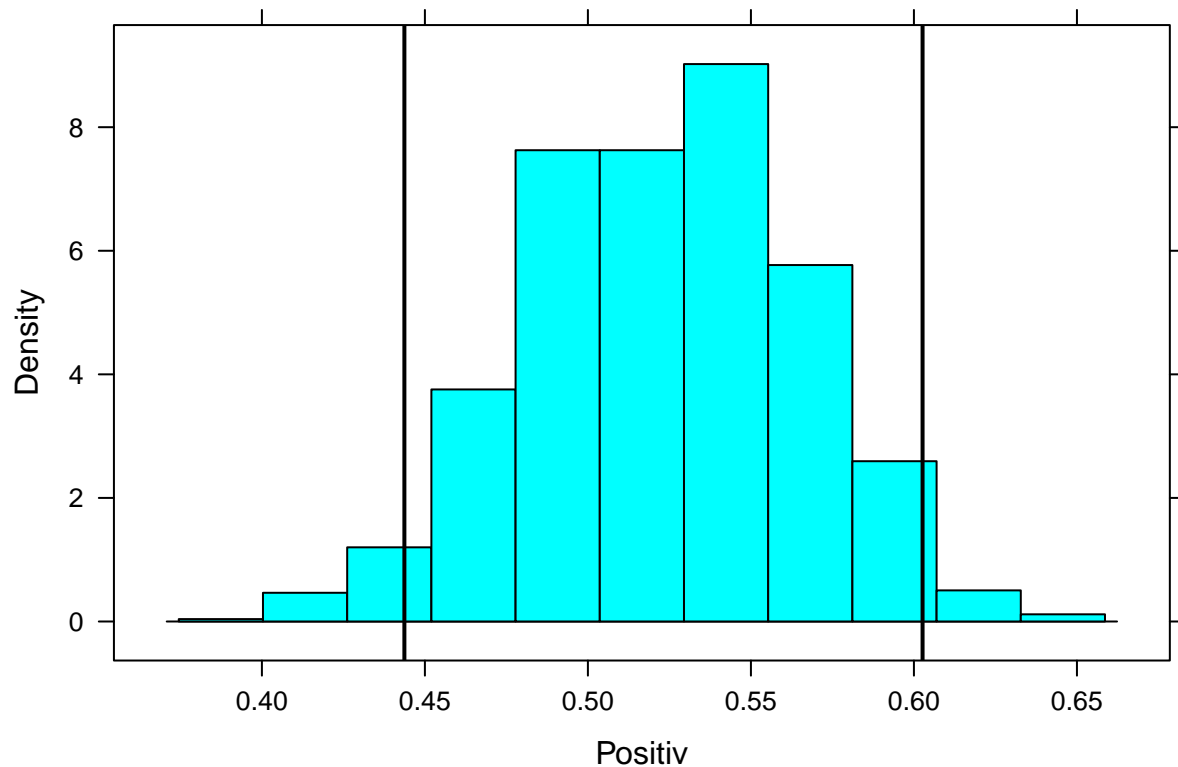


In 95 % der Fälle liegt dieser zufällige Stichprobenanteil hier zwischen

```
ki <- quantile(~Positiv, data=typAboot, probs = c(0.025, 0.975))
ki
```

```
##      2.5%      97.5%
## 0.4437086 0.6026490
```

```
histogram(~Positiv, data=typAboot, v=ki)
```



Dies ist das **Nicht-parametrische Bootstrap-Konfidenzintervall**.

### Übung:

- Bestimmen Sie das 90 % nicht-parametrische Bootstrap-Konfidenzintervall für eine nicht-Positive Einschätzung im Fall Entscheidungsvorlage (Typ B). Würde damit eine Nullhypothese  $p = 0.5$  zum Signifikanzniveau 10 % verworfen?

## Rechnen mit der Normalverteilung

### Random Walk

Beim Glücksspiel ist es offensichtlich, aber auch an vielen, vielen anderen Stellen im Leben begegnen wir dem *Zufall*. Daten, Beobachtungen sind häufig Realisationen von sogenannten Zufallsvariablen. Das sind Variablen, deren Werte vom Zufall (und damit auch seinen Modellen und Gesetzen) abhängen. So

werden Aktienkurse und -renditen häufig als Random Walk aufgefasst und modelliert - häufig unter der *Annahme* einer Normalverteilung.<sup>1</sup>

Hier drei Kennzahlen der logarithmierten Tagesrenditen von Aktienunternehmen in 2015 in %.

Anlage	AAPL	FB	GOOGL
Mittelwert	-0.08	0.11	0.15
Standardabweichung	1.69	1.62	1.77

Unter der Annahme der unabhängigen, identischen Normalverteilung der logarithmierten Renditen können wir jetzt die Wahrscheinlichkeit eines Tagesverlustes der Apple Aktie (AAPL) berechnen über

```
xpnorm(0, mean=-0.08, sd=1.69 )
```

```
##
```

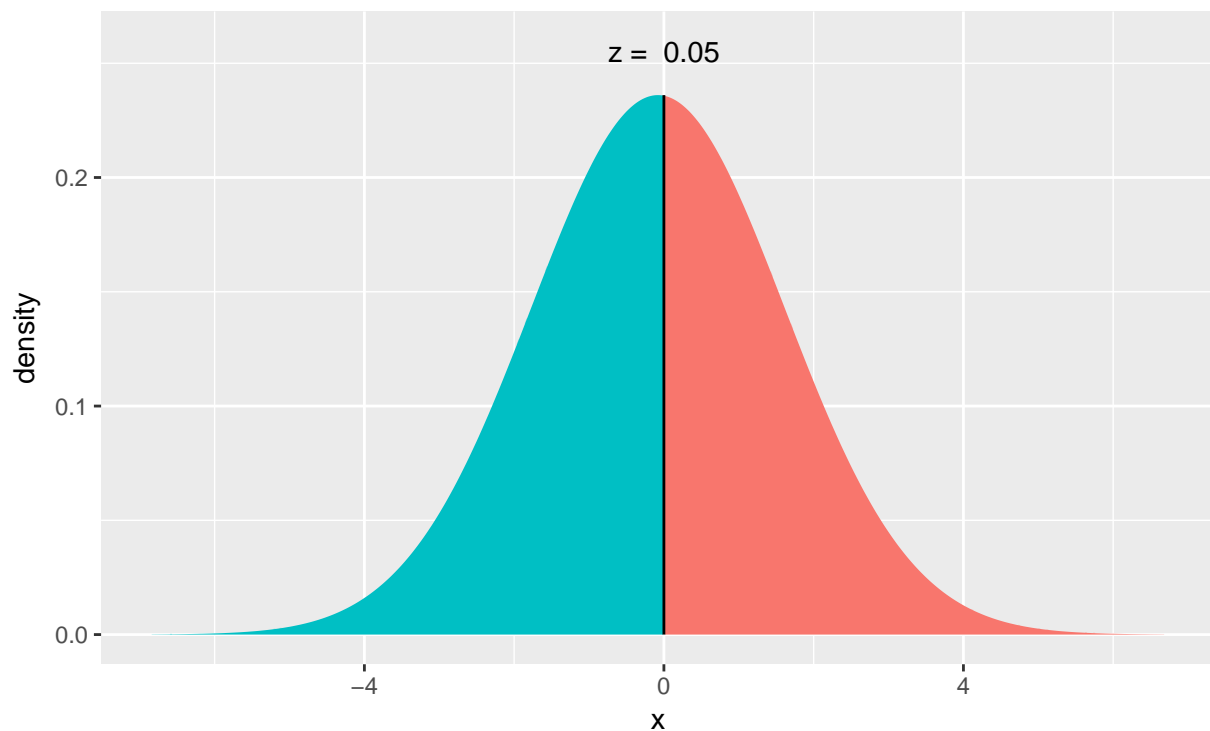
```
## If X ~ N(-0.08, 1.69), then
```

```
## P(X <= 0) = P(Z <= 0.04734) = 0.5189
```

```
## P(X > 0) = P(Z > 0.04734) = 0.4811
```

```
##
```

■  $P(X > 0) = 0.481$  ■  $P(X \leq 0) = 0.519$



```
## [1] 0.5188778
```

<sup>1</sup>Sowohl die Annahme einer Normalverteilung, als auch die Annahme, dass die Renditen unabhängig voneinander sind (d. h., dass keine *Autokorrelation* vorliegt) und einer identischen Verteilung folgen (hier gleiche Varianz) sind in der Praxis kritisch zu hinterfragen.

Die mosaic Funktion `xpnorm` ist eine Erweiterung der normalen R Funktion `pnorm`, die den Wert der Verteilungsfunktion an einer gegebenen Stelle zurückgibt – für jede Verteilung wird hierfür der vorgestellte Buchstabe `p` verwendet.

Für Facebook (FB) lag die Wahrscheinlichkeit eines Gewinns demnach bei

```
xpnorm(0, mean=0.11, sd=1.62, lower.tail = FALSE)
```

```
##
```

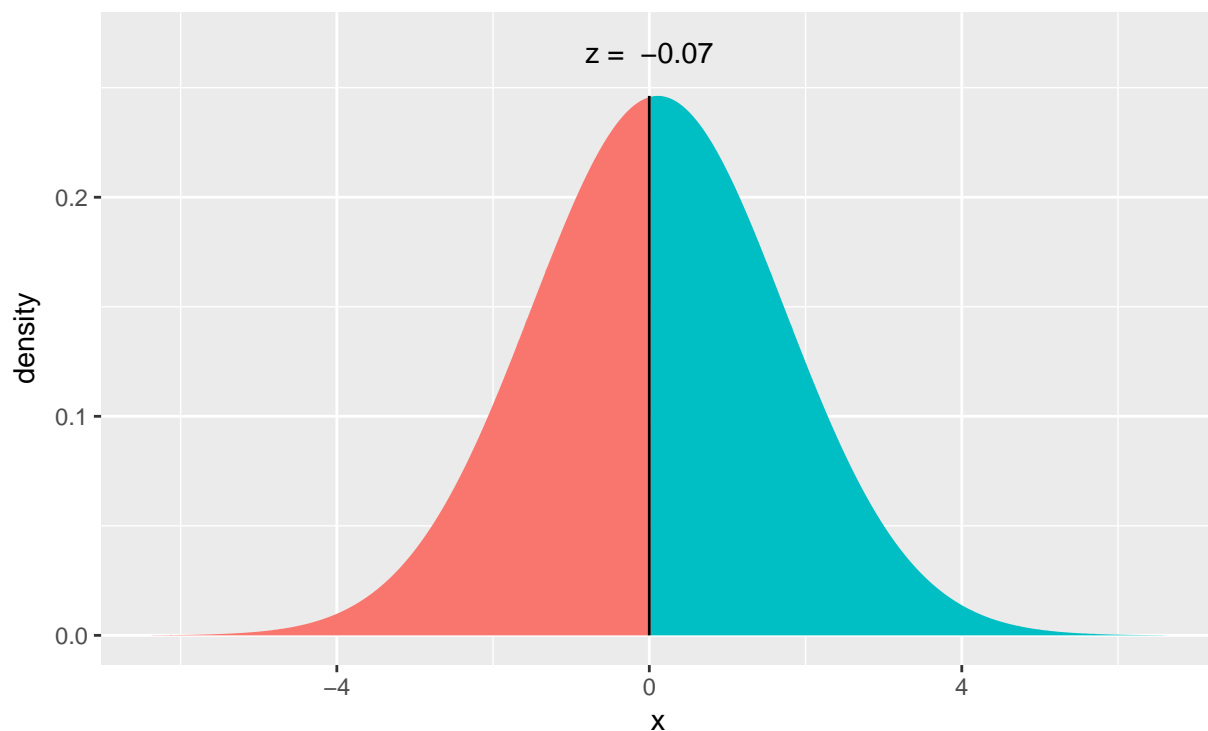
```
## If X ~ N(0.11, 1.62), then
```

```
## P(X <= 0) = P(Z <= -0.0679) = 0.4729
```

```
## P(X > 0) = P(Z > -0.0679) = 0.5271
```

```
##
```

■  $P(X \leq 0) = 0.473$  ■  $P(X > 0) = 0.527$



```
## [1] 0.5270679
```

Die Voreinstellung ist `lower.tail = TRUE`, d. h., es wird die Unterschreitungswahrscheinlichkeit angezeigt. Da wir hier aber an der Überschreitungswahrscheinlichkeit (Gewinn) interessiert sind, muss die Option auf `FALSE` gesetzt werden.

---

### Übung:

4. Welche der drei Aktien hat die höchste Wahrscheinlichkeit eine Tagesrendite über 2.5 % zu erzielen?

Dabei wird hier immer auch die Z-Transformation, die Standardisierung, mit angegeben. Am 26.05.2015 ( $r = -2.23$ ) betrug der  $z$ -Wert der Apple Aktie demnach bei

```
(-2.23 - (-0.08)) / 1.69
```

```
## [1] -1.272189
```

Die Tagesrendite von Apple war also 1.2721893 Standardabweichungen *unter* dem Mittelwert. Für Facebook lag die Tagesrendite bei -1.51, der  $z$ -Wert demnach bei:

```
(-1.51 - (0.11)) / 1.62
```

```
## [1] -1
```

Der 26. Mai 2015 war also auch für Facebook-Anlegerinnen kein guter Tag, aber immer noch besser als bei Apple.

### Übung:

- Die Rendite von Google am 26.05.2015 betrug -1.33. Wie hoch ist der  $z$ -Wert? Interpretieren Sie die Aussage des Ergebnisses.

Wenn wir zu einem gegebenen Wert der Rendite den Wert der Verteilungsfunktion, d. h. den prozentualen Anteil kleiner oder gleich großer Werte suchen ( $P(X \leq x)$ ) verwenden wir `pnorm` bzw. `xpnorm`. Wenn die Überschreitungswahrscheinlichkeit ( $P(X > x)$ ) gesucht ist, kann zusätzlich die Option `lower.tail = TRUE` gesetzt werden, oder `1-pnorm()` gerechnet werden.

Um zu einem gegebenen Anteil (Prozentwert) den zugehörigen Wert der Rendite zu finden, wir also das Quantil suchen, dann wird `p` durch `q` ersetzt, also `qnorm` bzw. `xqnorm`.

Z. B. für die 5 % schlechtesten Tage der Appleaktie

```
xqnorm(0.05, mean=-0.08, sd=1.69 )
```

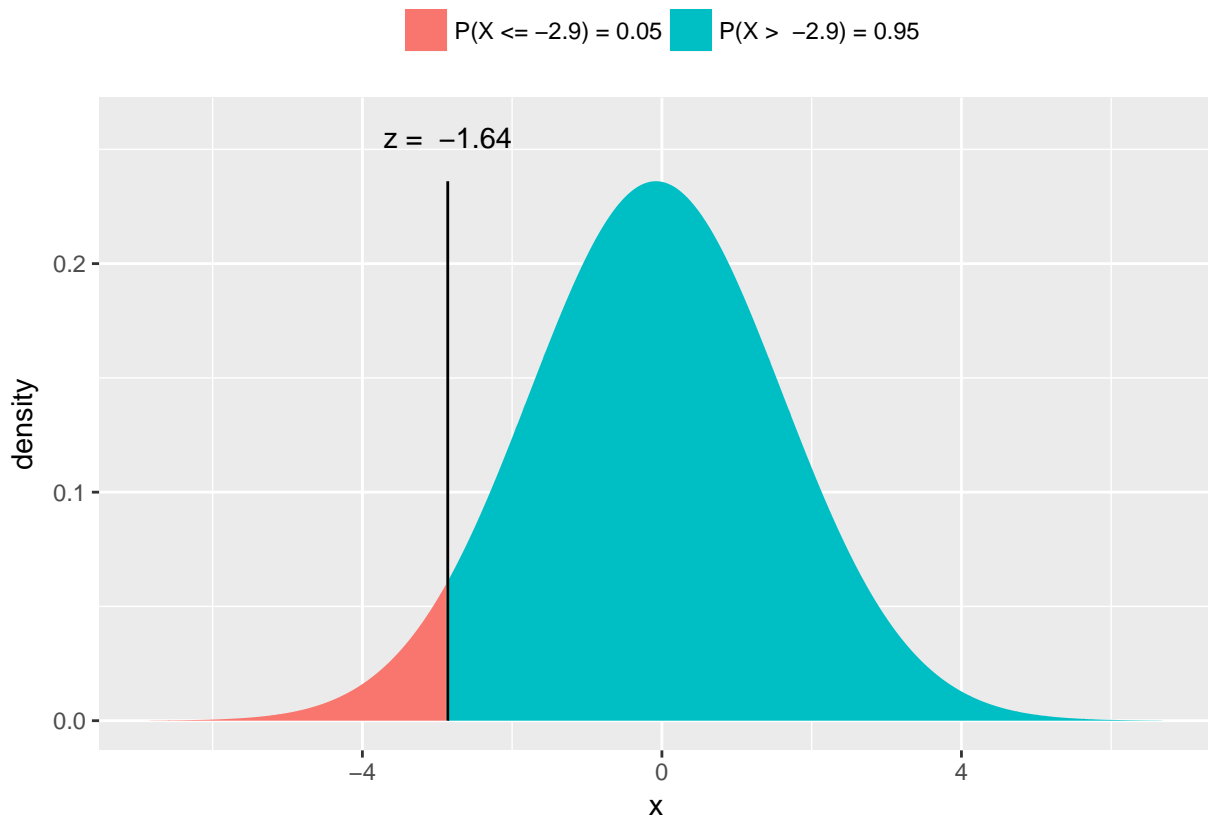
```
##
```

```
## If X ~ N(-0.08, 1.69), then
```

```
## P(X <= -2.859803) = 0.05
```

```
## P(X > -2.859803) = 0.95
```

```
##
```



```
## [1] -2.859803
```

Die Wahrscheinlichkeit beträgt also  $0,05 = 5\%$ , dass die Tagesrendite unter  $-2.86$  liegt.

Für die Facebook Aktie gilt, dass Sie nur mit einer Wahrscheinlichkeit von  $0,01 = 1\%$  über  $3.8786836$  lag:

```
xqnorm(0.01, mean=0.11, sd=1.62, lower.tail = FALSE)
```

### Übung:

6. Sie wollen Ihre Google-Aktien absichern. Wie groß ist bei einer maximalen Eintretenswahrscheinlichkeit von  $1\%$  der Tagesverlust mindestens?

### Übung: Achtsamkeit

In einem Test zur Achtsamkeit *Sauer S, Lemke J, Wittmann M, Kohls N, Mochty U, and Walach H. (2012) How long is now for mindfulness meditators? Personality and Individual Differences 52(6), 750–754* konnten 34 von 38 Studienteilnehmern der Kontrollgruppe nach einer Instruktion die Dauer der Fixierung des Necker Würfels (Link/Bild) steigern.

1. Kann diese Verbesserung bei fast 90 der Personen zufällig sein? Bestimmen Sie mit Hilfe einer Simulation die Wahrscheinlichkeit, dass zufällig mindestens 34 von 38 Personen eine Verbesserung erzielen.

2. Bestimmen Sie ein nicht-parametrisches Bootstrap-Konfidenzintervall, dass den Anteilswert der Verbesserung in 95 der Fälle überdeckt.

## Übung: Intelligenzquotient

Der IQ hat nach Konstruktion einen arithmetischen Mittelwert von 100 bei einer Standardabweichung von 15.

1. Wie hoch ist der Anteil der Personen mit einem IQ von 130 oder größer?
2. Welchen IQ sollte eine Person mindestens haben, wenn Sie zu den 1 Personen mit dem höchsten IQ gehören will?

## Literatur

- David M. Diez, Christopher D. Barr, Mine Çetinkaya-Rundel (2014): *Introductory Statistics with Randomization and Simulation*, [https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat\\_book=isrs](https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat_book=isrs), Kapitel 2
- Nicholas J. Horton, Randall Pruim, Daniel T. Kaplan (2015): Project MOSAIC Little Books *A Student's Guide to R*, <https://github.com/ProjectMOSAIC/LittleBooks/raw/master/StudentGuide/MOSAIC-StudentGuide.pdf>, Kapitel 3.5, 3.6
- Chester Ismay, Albert Y. Kim (2017): ModernDive – An Introduction to Statistical and Data Sciences via R, <https://ismayc.github.io/moderndiver-book/>
- Maike Luhmann (2015): *R für Einsteiger*, Kapitel 12
- Andreas Quatember (2010): *Statistik ohne Angst vor Formeln*, Kapitel 2, 3.1-3.3, 3.13
- Daniel Wollschläger (2014): *Grundlagen der Datenanalyse mit R*, Kapitel 5, 11

## Lizenz

Diese Übung wurde von Karsten Lübke entwickelt und orientiert sich an der Übung zum Buch OpenIntro von Andrew Bray, Mine Çetinkaya-Rundel und Mark Hansen und steht wie diese unter der Lizenz Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported.

## Versionshinweise:

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- mosaic Version: 1.1.1

## Kapitel 3: Einführung Inferenz kategoriale Werte

### Globaler Index der Religiosität und Atheismus

Im Jahre 2012 führte das WIN/Gallup International Institut in 57 Ländern eine Untersuchung zur Religiosität durch. Die Pressemitteilung zur Studie finden Sie hier.

Dabei wurde die Frage gestellt: *Unabhängig davon, ob Sie an Gottesdiensten teilnehmen oder nicht ("attend place of worship"), würden Sie sagen, dass Sie ein religiöser Mensch sind, eine nicht religiöse Person oder ein überzeugter Atheist?*

Die Befragten hatten dabei drei Antwortmöglichkeiten: Religiöser Mensch ("A religious person"), Nicht religiöser Mensch ("Not a religious person"), und Atheist ("A convinced atheist"). Die Befragten klassifizierten sich, es wurden kategoriale (nominale) Daten (factor) erzeugt.

#### Übung:

1. Handelt es sich bei den im Bericht angegebenen Kennzahlen um *Stichprobenstatistiken* oder um *Populationsparameter*?
2. Um die Ergebnisse der Studie zu verallgemeinern, also auf die Gesamtbevölkerung zu schließen, welche Annahmen müssen dafür erfüllt sein und klingen diese hier plausibel erfüllt?

Ein Teil der Daten kann direkt von OpenIntro als R Datensatz heruntergeladen werden, und anschließend in R eingelesen:

```
meine_url <- "http://www.openintro.org/stat/data/atheism.RData"
load(url(meine_url)) # Einlesen
```

Einen Überblick erhält man wie immer über:

```
str(atheism) # Datenstruktur
```

```
## 'data.frame':    88032 obs. of  3 variables:
## $ nationality: Factor w/ 57 levels "Afghanistan",...: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
## $ response   : Factor w/ 2 levels "atheist","non-atheist": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
## $ year       : int   2012 2012 2012 2012 2012 2012 2012 2012 2012 2012 ...
```

```
head(atheism) # Erste Beobachtungen
```

```
##  nationality    response year
## 1 Afghanistan non-atheist 2012
## 2 Afghanistan non-atheist 2012
## 3 Afghanistan non-atheist 2012
## 4 Afghanistan non-atheist 2012
## 5 Afghanistan non-atheist 2012
```

```
## 6 Afghanistan non-atheist 2012
```

```
tail(atheism) # letzte Beobachtungen
```

```
##      nationality      response year
## 88027      Vietnam non-atheist 2005
## 88028      Vietnam non-atheist 2005
## 88029      Vietnam non-atheist 2005
## 88030      Vietnam non-atheist 2005
## 88031      Vietnam non-atheist 2005
## 88032      Vietnam non-atheist 2005
```

Hinweis: Die drei Antwortmöglichkeiten wurden im verwendeten Datensatz zu zwei Levels (atheist, non-atheist) zusammengefasst.

Zur Analyse wird wieder das Paket mosaic verwendet:

```
library(mosaic)
```

## Inferenz eines Anteilswerts

In Tabelle 6 der Pressemitteilung wird der Anteil der Atheisten für Deutschland mit 15 % angegeben. Dies ist eine *Statistik* der Stichprobe, nicht der Parameter der *Population*. Es wird also die Frage beantwortet “Wie hoch ist der Anteil der Atheisten in der Stichprobe?”. Um die Frage “Wie hoch ist der Anteil der Atheisten in der Population?” zu beantworten, muss von der Stichprobe auf die Population geschlossen werden, d. h., es wird z. B. der Anteilswert *geschätzt*.

Der folgende Befehl filtert den Datensatz auf das Ergebnis für Deutschland im Jahr 2012, d. h., es werden nur die gewünschten Zeilen im Datensatz belassen:

```
de12 <- filter(atheism, nationality == "Germany", year == "2012")
```

Die *Punktschätzung* des Anteilswertes der Atheisten für Deutschland im Jahr 2012 liegt dann bei

```
pdach <- tally(~response, data=de12, format='proportion')["atheist"]
```

```
pdach
```

```
##      atheist
## 0.1494024
```

also bei 15%.

Um jetzt ein 95 % Konfidenzintervall für den Populationsparameter zu konstruieren (*Bereichsschätzung*) muss der Standardfehler *se* bestimmt werden, hier:

```
n <- nrow(de12) # Anzahl Beobachtungen
se <- sqrt( pdach * (1-pdach) / n)
se
```



```
##      atheist
## 0.01591069
```

Der Standardfehler, d. h., die Standardabweichung des Anteilswertes liegt hier also bei 1.59 %. Zusammen mit dem 2,5 % und 97,5 % Quantil der Standardnormalverteilung ergibt sich folgendes Konfidenzintervall:

```
pdach + qnorm(c(0.025, 0.975)) * se
```

```
## [1] 0.1182180 0.1805868
```

Da der Populationsparameter unbekannt aber nicht zufällig ist, werden die 95 % auch als *Überdeckungswahrscheinlichkeit* bezeichnet.

In mosaic besteht die Möglichkeit, Punkt- und Bereichsschätzungen mit dem Befehl `prop.test` durchzuführen. Sofern kein Wert für `p` angegeben wird lautet die Nullhypothese  $H_0 : p = 0.5$ .

```
prop.test(~response, data=de12)
```

```
##
## 1-sample proportions test with continuity correction
##
## data:  de12$response [with success = atheist]
## X-squared = 245.42, df = 1, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true p is not equal to 0.5
## 95 percent confidence interval:
##  0.1199815 0.1843172
## sample estimates:
##           p
## 0.1494024
```

Beachte, dass das Konfidenzintervall, anders als bei der *Approximation* über die Normalverteilung hier nicht symmetrisch um den Punktschätzer ist.

---

### Übung:

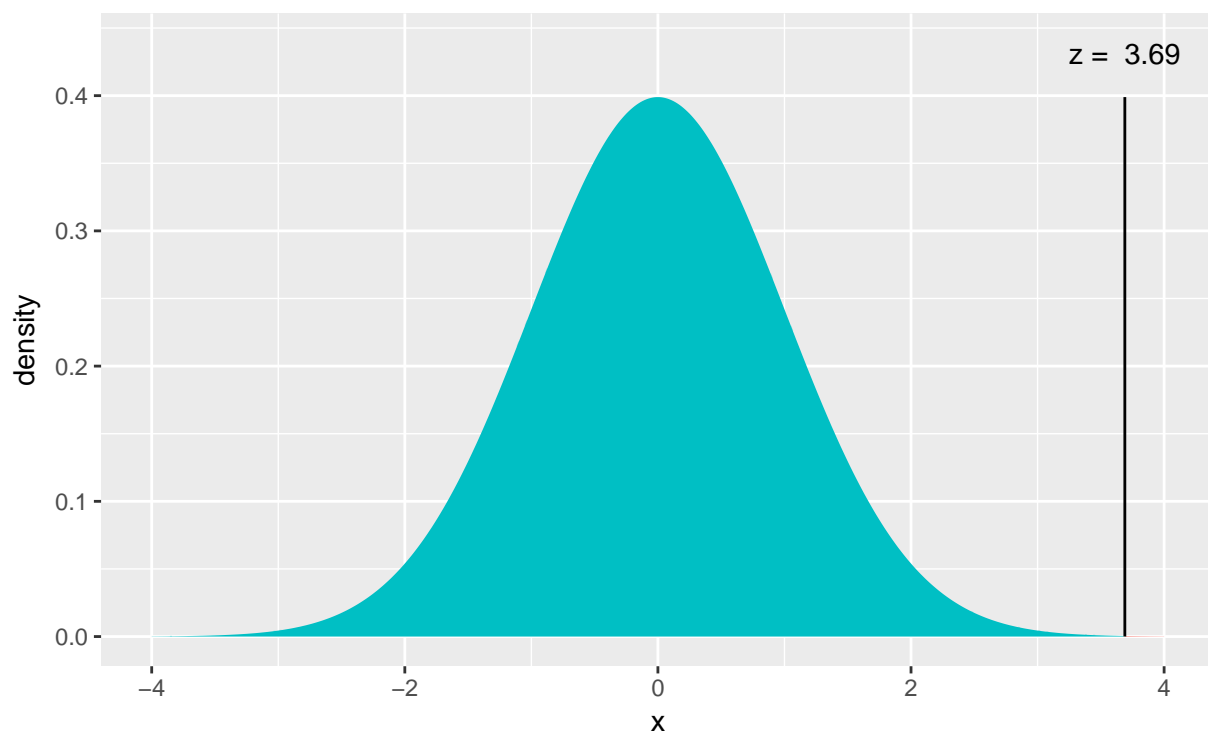
- Bei annähernd gleicher Stichprobengröße liegt der Anteil der Atheisten in Saudi Arabien bei 5 %. Wie verändert sich der Standardfehler und damit die Breite des Konfidenzintervalls?
  - Der Anteil der Atheisten in Südkorea liegt in etwa ebenfalls bei 15 %, allerdings liegen die Daten von 1523 Befragten vor. Wie verändert sich der Standardfehler und damit die Breite des Konfidenzintervalls?
- 

Um für Deutschland die Nullhypothese “Der Anteil der Atheisten liegt nicht über 10 %” gegen die Alternativhypothese (Forschungshypothese) “Der Anteil der Atheisten liegt über 10 %” können entweder wieder Simulations- und Resamplingtechniken verwendet werden oder die Approximation durch die Normalverteilung:

```
se0 <- sqrt( (0.1 * (1-0.1)) / n)
z <- (pdach - 0.10) / se0
xpnorm(z, lower.tail = FALSE)
```

```
##
## If  $X \sim N(0, 1)$ , then
##  $P(X \leq 3.69) = P(Z \leq 3.69) = 0.9999$ 
##  $P(X > 3.69) = P(Z > 3.69) = 0.0001123$ 
##
```

■  $P(X > 3.7) = 0$  ■  $P(X \leq 3.7) = 1$



```
##      atheist
## 0.0001123062
```

Der *p-Wert* liegt also bei 0.0112 %, die Nullhypothese wird also zum Signifikanzniveau von 5 % verworfen.

Auch hier direkt über `prop.test`:

```
prop.test(~response, p=0.1, alternative="greater", data=de12)
```

```
##
## 1-sample proportions test with continuity correction
##
## data:  de12$response [with success = atheist]
## X-squared = 13.07, df = 1, p-value = 0.0001501
```

```
## alternative hypothesis: true p is greater than 0.1
## 95 percent confidence interval:
##  0.1241944 1.0000000
## sample estimates:
##           p
## 0.1494024
```

Je nach Alternativhypothese ergeben sich unterschiedliche Tests:

- `alternative='two.sided'`: ungerichtet, d. h. zweiseitig:  $H_0 : p = 0.1$  gegen  $H_A : p \neq 0.1$
- `alternative='less'`: gerichtet, d. h. einseitig:  $H_0 : p \geq 0.1$  gegen  $H_A : p < 0.1$
- `alternative='greater'`: gerichtet, d. h. einseitig:  $H_0 : p \leq 0.1$  gegen  $H_A : p > 0.1$

## Differenz zweier Anteilswerte

In den Daten liegen außerdem die Ergebnisse aus 2005 vor:

```
de05 <- filter(atheism, nationality == "Germany" & year == "2005")
```

Im Jahre 2005 lag der Anteil der Atheisten in Deutschland bei

```
tally(~response, data=de05, format="proportion")
```

```
## response
##      atheist non-atheist
## 0.09960159 0.90039841
```

Der Anteil lag also bei unter 10% – in der *Stichprobe*! Können wir daraus auf eine Erhöhung des Anteils von 2005 zu 2012 in der *Population* schließen?

```
# 2012
a12 <- tally(~response, data=de12) ["atheist"] # Anzahl Atheisten 2012
n12 <- nrow(de12) # Anzahl Studienteilnehmer 2012
p12 <- a12/n12 # Anteil Atheisten 2012

# 2005
a05 <- tally(~response, data=de05) ["atheist"] # Anzahl Atheisten 2005
n05 <- nrow(de05) # Anzahl Studienteilnehmer 2005
p05 <- a05/n05 # Anteil Atheisten 2005

# Punktschätzer Differenz Population
pdiff <- p12 - p05
pdiff
```

```
##      atheist
## 0.0498008
```

```

# Pooling zur Berechnung Standardfehler unter H_0
ppool <- (a12 + a05)/(n12+n05)
ppool

## atheist
## 0.124502

# Standardfehler se
se0 <- sqrt( (ppool * (1-ppool) / n12) + (ppool * (1-ppool) / n05) )
se0

## atheist
## 0.0208391

# z-Wert z
z <- (pdiff - 0)/se0

# p-Wert
xpnorm(z, lower.tail = FALSE)

##

## If  $X \sim N(0, 1)$ , then

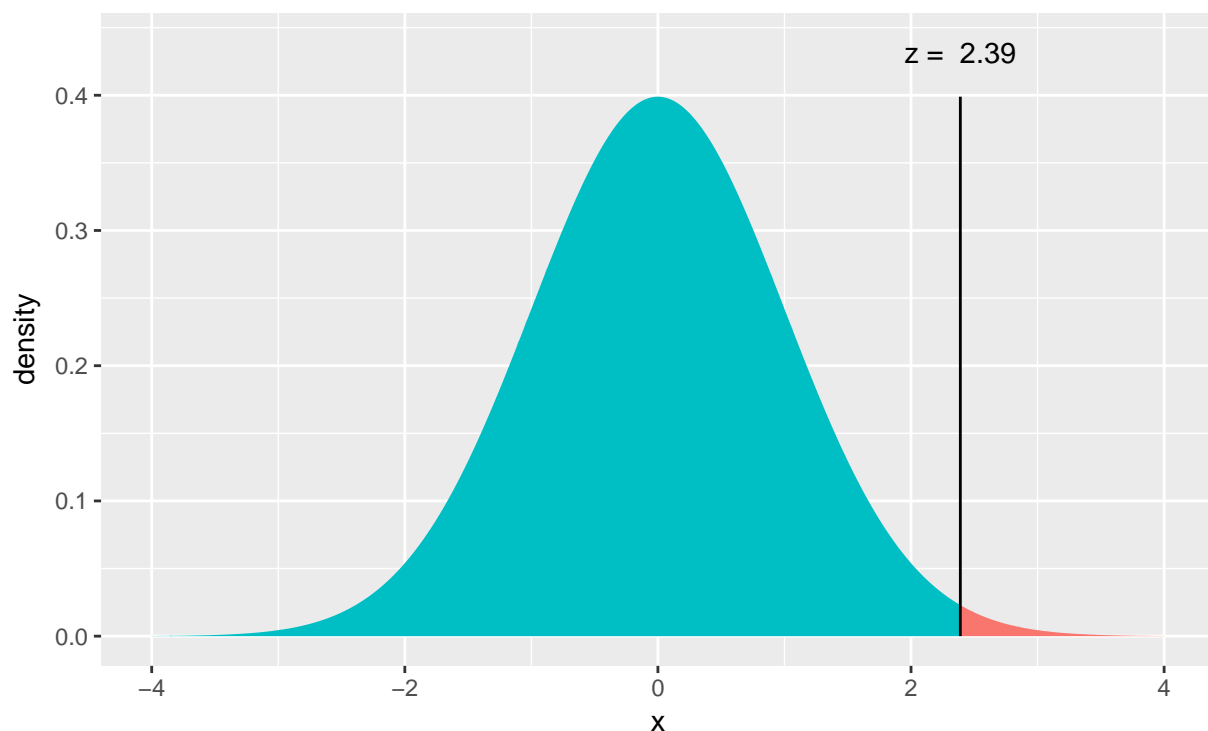
##  $P(X \leq 2.39) = P(Z \leq 2.39) = 0.9916$ 

##  $P(X > 2.39) = P(Z > 2.39) = 0.008429$ 

##

```

■  $P(X > 2.4) = 0.008$ 
■  $P(X \leq 2.4) = 0.992$



```
##      atheist
## 0.008429297
```

Der p-Wert ist klein und das Ergebnis damit *statistisch signifikant*. Die Wahrscheinlichkeit, *zufällig* eine solche Erhöhung der Anteilswerte zu beobachten, ist also gering – wenn die  $H_0$  gilt! D. h., es wird auf eine Veränderung des Anteilswertes in der *Population* geschlossen.

Auch dies kann direkt durch den Befehl `prop.test` getestet werden. Dazu wird zunächst ein gemeinsamer Datensatz erzeugt:

```
de <- filter(atheism, nationality == "Germany")
```

und anschließend getestet:

```
prop.test(response~year, alternative="less", data=de)
```

```
##
## 2-sample test for equality of proportions with continuity
## correction
##
## data:  tally(response ~ year)
## X-squared = 5.2633, df = 1, p-value = 0.01089
## alternative hypothesis: less
## 95 percent confidence interval:
## -1.00000000 -0.01362913
## sample estimates:
##      prop 1      prop 2
## 0.09960159 0.14940239
```

Hier wird die Alternativhypothese `less` verwendet:  $H_0 : p_1 \geq p_2$ , gegen  $H_A : p_1 < p_2$ .

*Exkurs:* Mit dem Paket `mosaic` können Sie das auch einfach über Permutationen testen, indem das Erhebungsjahr zufällig gesampelt wird, wobei hier ungerichtet, d. h., zweiseitig getestet wird. Mit anderen Worten ist sowohl eine Erhöhung als auch ein Verringerung des Anteils in der Alternativhypothese möglich, daher werden die Absolutwerte der Differenz (`abs()`) verwendet:

```
# Beobachtete Differenz
pdiff <- diff(tally( ~ response | year, format="proportion", data=de) ["atheist",])
pdiff

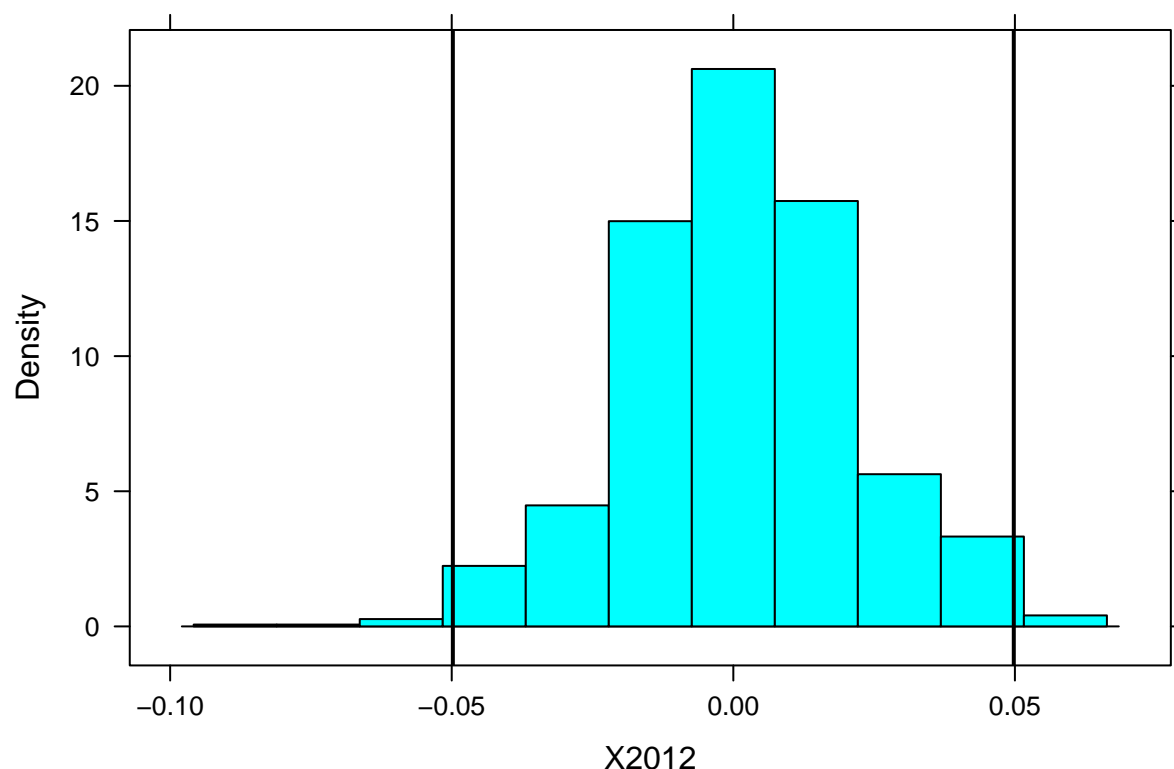
##      2012
## 0.0498008

# Zufallszahlengenerator setzen (Reproduzierbarkeit!)
set.seed(1896)

# 1000-mal das Jahr permutieren: Nullhypothese kein Unterschied
pdiff.null <- do(1000) * diff(tally( ~ response | shuffle(year), data=de, format="proportion"))
```

```
# Histogramm
```

```
histogram(~ X2012, data=pdiff.null, v=c(pdifff, -pdifff))
```



```
# p-Wert
```

```
prop(abs(pdifff.null$X2012) >= abs(pdifff))
```

```
## TRUE
```

```
## 0.02
```

### Übung:

5. Überprüfen Sie für das Jahr 2012, ob es eine zum Niveau 5 % signifikante Differenz zwischen den Anteil der Atheisten in Deutschland und den Niederlanden (Netherlands) in der Population gibt.
6. Überprüfen Sie für das Jahr 2012, ob es eine zum Niveau 5 % signifikante Differenz zwischen den Anteil der Atheisten in Deutschland und Polen (Poland) in der Population gibt.

## Chi-Quadrat Unabhängigkeitstest

Soll allgemein der Zusammenhang zwischen zwei kategoriellen (nominalen) Variablen untersucht werden, wird der  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest verwendet. Diese testet die Nullhypothese der Unabhängigkeit gegen die Alternativhypothese des Zusammenhangs. Im vorliegenden Datensatz können wir z. B. testen, ob die Verteilung (Anteil) der Atheisten in den teilnehmenden G7 Ländern gleich ist:

```
G7 <- c("United States", "Canada", "Germany", "France", "Italy", "Japan")
G7.12 <- filter(atheism, nationality %in% G7 & year == 2012)
G7.12 <- droplevels(G7.12)
G7atheist <- tally(response ~ nationality, data = G7.12)
G7atheist
```

```
##              nationality
## response      Canada France Germany Italy Japan United States
##  atheist           90    485      75    79   372             50
## non-atheist       912   1203     427   908   840             952
```

(Der Befehl `droplevels` sorgt dafür, dass die nicht mehr benötigten Ausprägungen der kategoriellen Variablen (factor) gelöscht werden.)

Der Test selber erfolgt in `mosaic` über `xchisq.test`, d. h.:

```
xchisq.test(G7atheist)
```

```
##
##  Pearson's Chi-squared test
##
## data:  x
## X-squared = 504.04, df = 5, p-value < 2.2e-16
##
##      90      485      75      79      372      50
## ( 180.40) ( 303.91) (  90.38) ( 177.70) ( 218.21) ( 180.40)
## [ 45.30] [107.91] [  2.62] [ 54.82] [108.39] [ 94.26]
## <-6.73> <10.39> <-1.62> <-7.40> <10.41> <-9.71>
##
##      912      1203      427      908      840      952
## ( 821.60) (1384.09) ( 411.62) ( 809.30) ( 993.79) ( 821.60)
## [  9.95] [ 23.69] [  0.57] [ 12.04] [ 23.80] [ 20.70]
## < 3.15> <-4.87> < 0.76> < 3.47> <-4.88> < 4.55>
##
## key:
##  observed
##  (expected)
##  [contribution to X-squared]
##  <Pearson residual>
```

Der Wert der Teststatistik  $\chi^2$  liegt bei 504.04, die Anzahl der Freiheitsgrade (“degrees of freedom”, df) bei 5, der p-Wert ist sehr klein, die Nullhypothese der Unabhängigkeit von Nationalität und Verteilung Atheismus wird für die *Population* verworfen.

Die Formel zur Berechnung der  $\chi^2$  Teststatistik lautet:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \frac{(h_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

mit den erwarteten Häufigkeiten  $e_{ij} = \frac{h_{i.} \cdot h_{.j}}{n}$  wobei für die Zeilensumme  $h_{i.} = \sum_{j=1}^m h_{ij}$  und für die Spaltensumme  $h_{.j} = \sum_{i=1}^k h_{ij}$  gilt.

Mit diesen Daten kann auch über den Befehl `pchisq` der p-Wert berechnet werden:

```
pchisq(504, 5, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.093548e-106
```

### Übung:

7. Gibt es einen Zusammenhang zwischen der Verteilung des Atheismus und der Nationalität im Jahr 2012 innerhalb der afrikanischen Länder `c('Nigeria', 'Kenya', 'Tunisia', 'Ghana', 'Cameroon', 'South Sudan')`?

### Übung: Trinkgelddaten

Wir werden jetzt den *tips* Datensatz aus *Bryant, P. G. and Smith, M (1995) Practical Data Analysis: Case Studies in Business Statistics. Homewood, IL: Richard D. Irwin Publishing* weiter analysieren.

Sofern noch nicht geschehen, können Sie diesen als csv Datei herunterladen:

```
download.file("https://goo.gl/whKjnl", destfile = "tips.csv")
```

Das Einlesen erfolgt, sofern die Daten im aktuellen Verzeichnis liegen, über:

```
tips <- read.csv2("tips.csv")
```

*Tipp:* Wenn Sie nicht mehr wissen wo die Daten liegen: statt `tips.csv` den Befehl `file.choose()` als Argument für die Funktion `read.csv2` verwenden.

1. Bestimmen Sie ein 90 % Konfidenzintervall für den Anteil der Raucher (`smoker`) in der Population.
2. Testen Sie zum Niveau 5 %, ob sich der Anteil der Raucher in der Population beim Lunch von dem beim Dinner (`time`) unterscheidet.
3. Gibt es einen Zusammenhang zwischen Rauchen und Wochentag (`day`)?

### Literatur

- David M. Diez, Christopher D. Barr, Mine Çetinkaya-Rundel (2014): *Introductory Statistics with Randomization and Simulation*, [https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat\\_book=isrs](https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat_book=isrs),



## Kapitel 3

- Nicholas J. Horton, Randall Pruim, Daniel T. Kaplan (2015): Project MOSAIC Little Books *A Student's Guide to R*, <https://github.com/ProjectMOSAIC/LittleBooks/raw/master/StudentGuide/MOSAIC-StudentGuide.pdf>, Kapitel 4.2, 4.3, 6.3
- Maïke Luhmann (2015): *R für Einsteiger*, Kapitel 18.1
- Andreas Quatember (2010): *Statistik ohne Angst vor Formeln*, Kapitel 3.4, 3.6, 3.8
- Daniel Wollschläger (2014): *Grundlagen der Datenanalyse mit R*, Kapitel 10.2

**Lizenz**

Diese Übung wurde von Karsten Lübke entwickelt und orientiert sich an der Übung zum Buch OpenIntro von Andrew Bray, Mine Çetinkaya-Rundel und steht wie diese unter der Lizenz Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported.

**Versionshinweise:**

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- mosaic Version: 1.1.1

**Kapitel 4: Einführung Inferenz metrische Werte****t-Test für eine Stichprobe**

Der B3 Datensatz Heilemann, U. and Münch, H.J. (1996): *West German Business Cycles 1963-1994: A Multivariate Discriminant Analysis. CIRET-Conference in Singapore, CIRET-Studien 50*. enthält Quartalsweise Konjunkturdaten aus (West-)Deutschland von 1955-1994.

Er kann von <https://goo.gl/0YCEHf> heruntergeladen werden:

```
download.file("https://goo.gl/0YCEHf", destfile = "B3.csv")
```

Anschließend können die Daten in R eingelesen werden:

```
B3 <- read.csv2("B3.csv")
str(B3) # Datenstruktur

## 'data.frame':    157 obs. of  14 variables:
##  $ PHASEN      : int   2  2  3  3  3  3  3  3  3  3 ...
##  $ BSP91JW     : num   10.53 10.6  9.21  5.17  4.93 ...
##  $ CP91JW      : num    9.31 12.66  6.55  7.87  8.6 ...
##  $ DEFRATE     : num    0.05 0.06  0.05  0.05  0.04  0.04  0.04  0.03  0.03  0 ...
##  $ EWAJW       : num    5.7  5.2  4.8  3.3  2.1  3.2  2.5  2.7  3  0.3 ...
```

```
## $ EXIMRATE: num 3.08 1.96 2.82 3.74 4.16 2.9 3.65 4.57 4.37 2.89 ...
## $ GM1JW : num 11.15 11.03 10.04 8.33 7.69 ...
## $ IAU91JW : num 23.56 12.72 11.52 0.85 -2.08 ...
## $ IB91JW : num 14.69 24.95 14.9 7.55 3.23 ...
## $ LSTKJW : num 3 2.36 3.39 5.3 6.91 1.03 3.73 6.2 4.12 7.94 ...
## $ PBSPJW : num 2.89 2.59 3.01 3.03 3.46 1.95 3.18 3.98 3.29 5.63 ...
## $ PCPJW : num 1.91 2.2 3.09 2.08 1.48 1.65 1.47 3.29 3.59 4.19 ...
## $ ZINSK : num 6.27 4.6 6.19 6.71 7.1 4.96 5.21 4.83 4.5 3.83 ...
## $ ZINSLR : num 3.21 3.54 3.22 3.37 3.14 4.95 3.82 3.09 3.91 1.47 ...
```

```
head(B3); tail(B3)
```

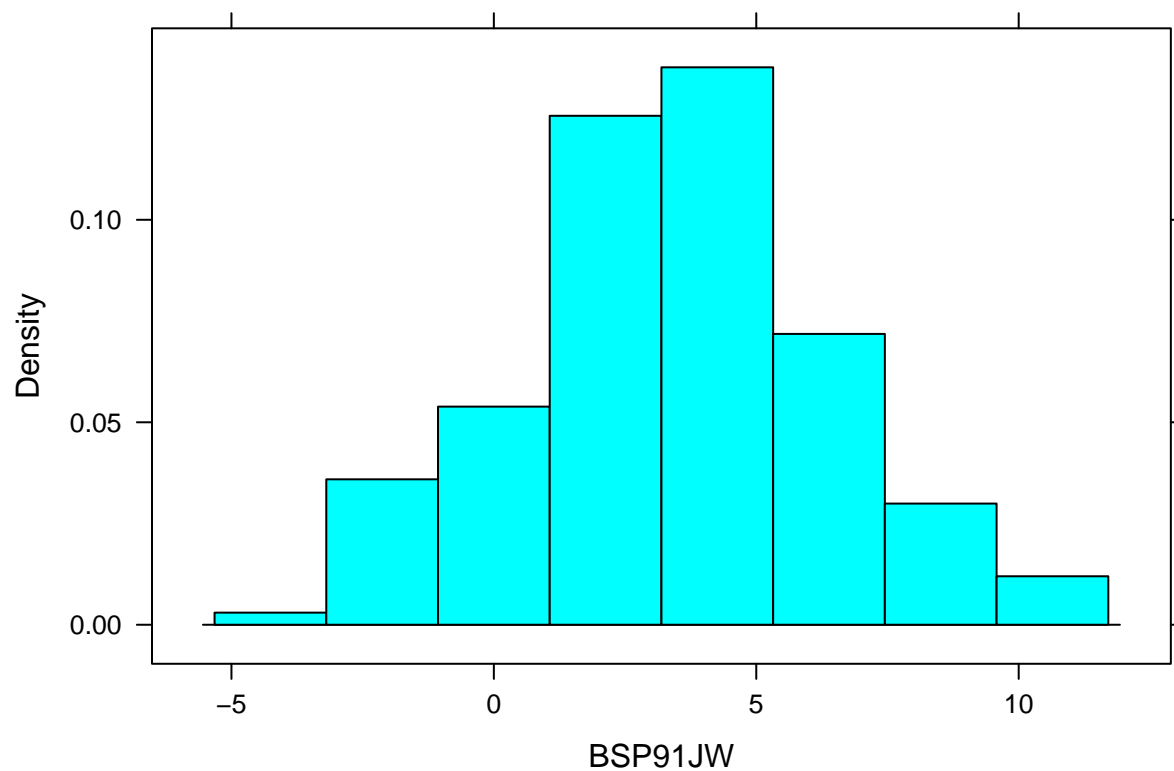
```
## PHASEN BSP91JW CP91JW DEFRATE EWAJW EXIMRATE GM1JW IAU91JW IB91JW LSTKJW
## 1 2 10.53 9.31 0.05 5.7 3.08 11.15 23.56 14.69 3.00
## 2 2 10.60 12.66 0.06 5.2 1.96 11.03 12.72 24.95 2.36
## 3 3 9.21 6.55 0.05 4.8 2.82 10.04 11.52 14.90 3.39
## 4 3 5.17 7.87 0.05 3.3 3.74 8.33 0.85 7.55 5.30
## 5 3 4.93 8.60 0.04 2.1 4.16 7.69 -2.08 3.23 6.91
## 6 3 8.39 5.62 0.04 3.2 2.90 6.62 -3.76 14.58 1.03
## PBSPJW PCPJW ZINSK ZINSLR
## 1 2.89 1.91 6.27 3.21
## 2 2.59 2.20 4.60 3.54
## 3 3.01 3.09 6.19 3.22
## 4 3.03 2.08 6.71 3.37
## 5 3.46 1.48 7.10 3.14
## 6 1.95 1.65 4.96 4.95
## PHASEN BSP91JW CP91JW DEFRATE EWAJW EXIMRATE GM1JW IAU91JW IB91JW
## 152 3 -1.27 1.29 -4.87 -1.97 6.03 9.79 -18.29 1.73
## 153 3 -2.13 -0.57 -2.98 -2.05 7.59 0.72 -15.82 -3.23
## 154 3 1.39 2.33 -2.86 -1.84 7.49 11.33 -10.59 4.62
## 155 4 1.63 0.64 1.20 -1.58 7.75 11.38 -4.90 3.62
## 156 1 1.40 0.57 -3.56 -1.34 5.58 9.53 -0.76 2.19
## 157 1 1.83 -0.08 -2.22 -0.93 7.50 15.20 2.75 6.12
## LSTKJW PBSPJW PCPJW ZINSK ZINSLR
## 152 1.08 2.73 2.98 6.83 3.55
## 153 1.67 2.67 3.31 6.35 3.05
## 154 -0.12 2.66 2.94 5.88 3.17
## 155 -1.81 1.77 2.58 5.29 4.82
## 156 -1.54 1.85 2.60 5.01 5.27
## 157 -0.92 1.79 2.49 5.28 5.62
```

Zur Analyse wird wieder das Paket mosaic verwendet:

```
library(mosaic)
```

Wie sah die (jährliche, quartalsweise) Entwicklung des Bruttonsozialproduktes (BSP91JW) in dem Zeitraum (1955-1994) aus?

```
histogram( ~ BSP91JW, data = B3)
```



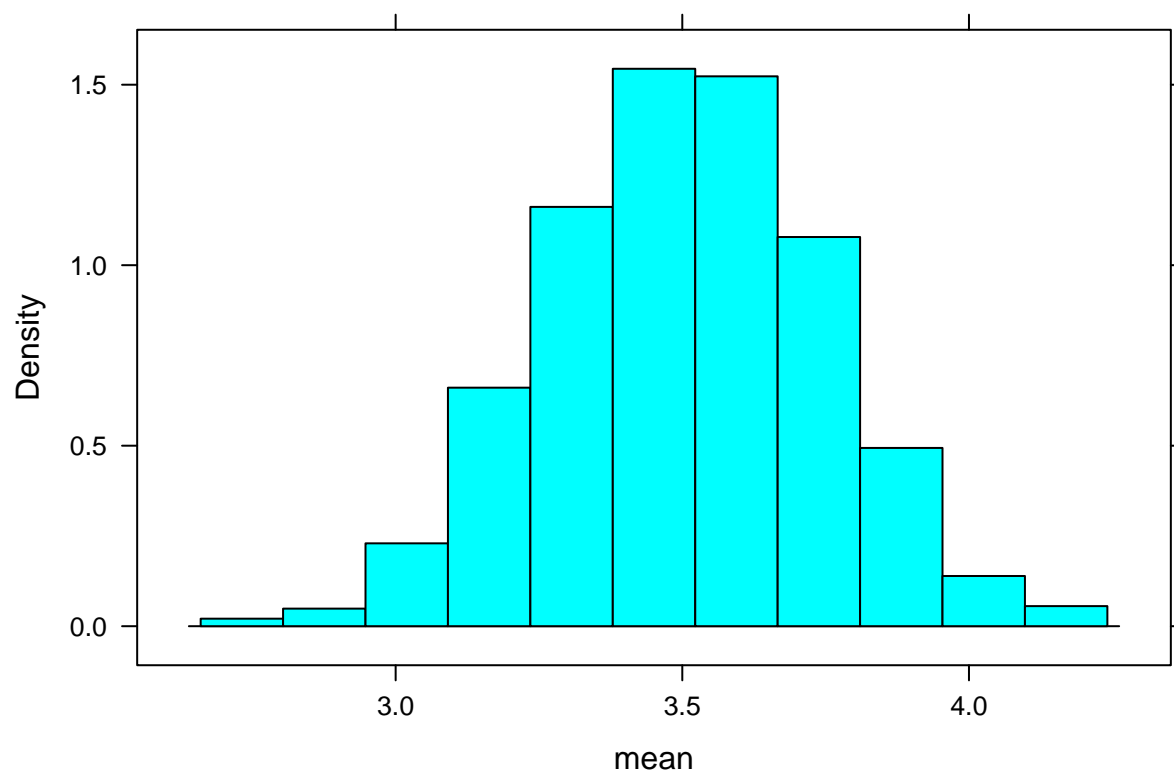
```
favstats( ~ BSP91JW, data = B3)
```

```
##      min    Q1 median    Q3    max    mean      sd  n missing
##   -3.78  1.58   3.59  5.17 11.12  3.498662  2.974273 157      0
```

Liefern die Daten Belege für die Forschungsthese, dass der Mittelwert nicht zufällig  $> 0\%$  ist?

Zunächst ein Konfidenzintervall für den unbekannten Wert  $\mu$ :

```
BootBSP91JW <- do(1000) * mean( ~ BSP91JW, data = resample(B3))
histogram( ~ mean, data = BootBSP91JW)
```



```
quantile( ~ mean, data = BootBSP91JW, probs=c(0.025, 0.975))
```

```
##      2.5%      97.5%
## 3.035919 3.963293
```

Hier ist die 0 schon einmal nicht enthalten.

Unter der Annahme einer Normalverteilung kann (mit) der geschätzten Standardabweichung eine Stichprobe der gegebenen Länge unter  $H_0 : \mu = 0$  erzeugt werden:

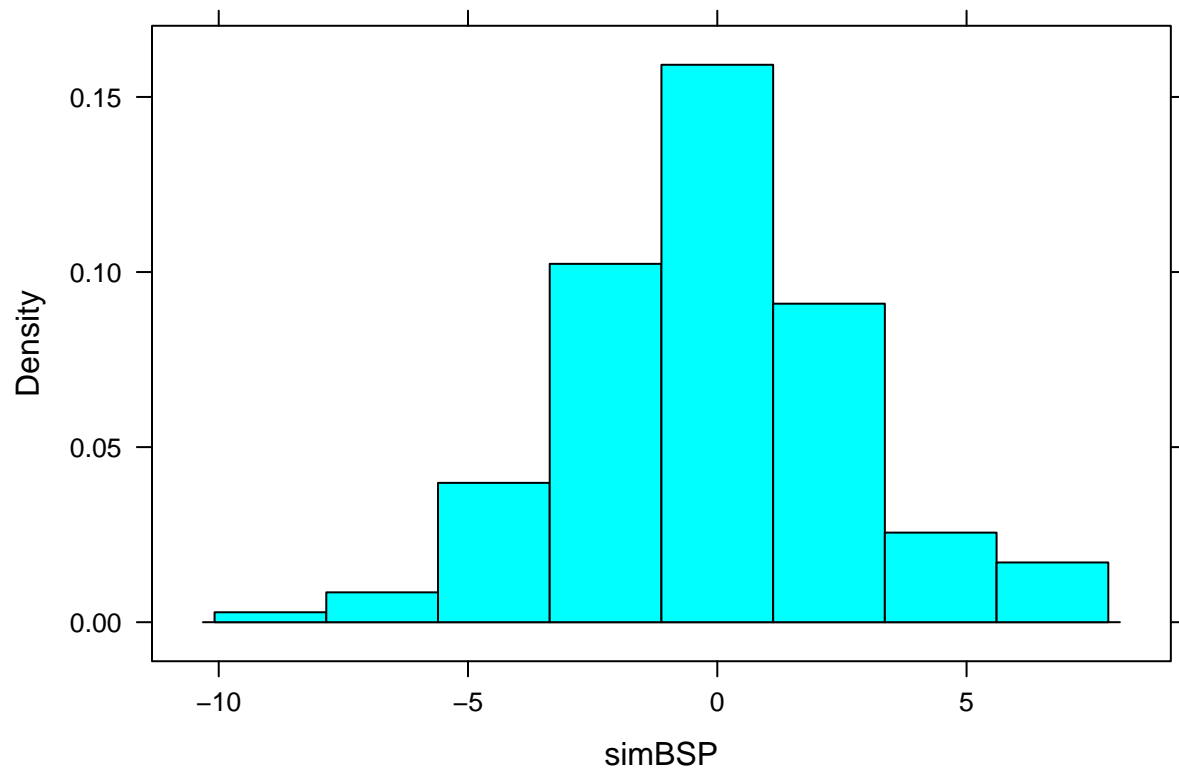
```
# Mittelwert
meandBSP <- mean( ~ BSP91JW, data = B3)

# Standardabweichung
sdBSP <- sd( ~ BSP91JW, data = B3)

# Anzahl Beobachtungen
n <- length( B3$BSP91JW)

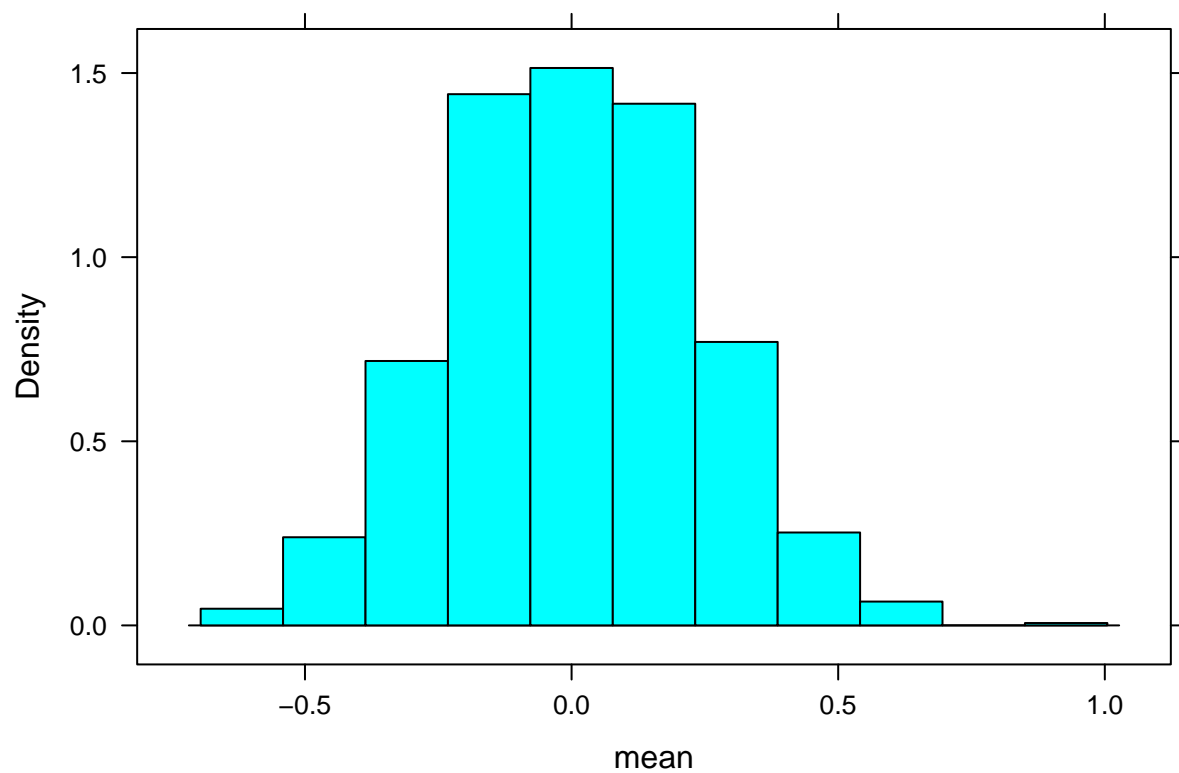
# Zufallszahlengenerator setzen
set.seed(1896)

simBSP <- rnorm(n=n, mean=0, sd=sdBSP)
histogram( ~ simBSP)
```



Für die Simulation der Verteilung unter  $H_0$  wird dies jetzt z. B. 1000-mal wiederholt – und der Mittelwert berechnet:

```
SimBSP91JW <- do(1000) * mean( ~ rnorm(n=n, mean=0, sd=sdBSP))
histogram( ~ mean, SimBSP91JW)
```



Der Anteil der unter  $H_0$  simulierten Daten, die einen größeren Mittelwert als den beobachteten aufweisen

ist sehr klein:

```
prop( mean( ~mean, data=SimBSP91JW) >= meandBSP)
```

```
## TRUE
```

```
## 0
```

Der beobachtete Wert der Teststatistik ist also unter  $H_0 : \mu \leq 0$  sehr unwahrscheinlich,  $H_0$  würde also verworfen.

Dieses Ergebnis liefert auch der t-Test:

```
t.test( ~ BSP91JW, data = B3, alternative="greater")
```

```
##
```

```
## One Sample t-test
```

```
##
```

```
## data: BSP91JW
```

```
## t = 14.739, df = 156, p-value < 2.2e-16
```

```
## alternative hypothesis: true mean is greater than 0
```

```
## 95 percent confidence interval:
```

```
## 3.105886 Inf
```

```
## sample estimates:
```

```
## mean of x
```

```
## 3.498662
```

Oder eine Berechnung “per Hand”:

```
# Standardfehler
```

```
se <- sdBSP/sqrt(n)
```

```
# p-Wert
```

```
xpnorm( meandBSP, mean=0, sd=se, lower.tail = FALSE)
```

```
##
```

```
## If X ~ N(0, 0.2374), then
```

```
## P(X <= 3.499) = P(Z <= 14.74) = 1
```

```
## P(X > 3.499) = P(Z > 14.74) = 0
```

```
##
```



```
## [1] 1.807738e-49
```

### t-Test für eine abhängige/gepaarte Stichprobe

Hier interessieren besonders die (Veränderung der) Investitionen in Ausrüstungsgüter (IAU91JW) und in Bauten (IB91JW). Die deskriptiven Kennzahlen zeigen,

```
favstats( ~ IAU91JW, data=B3)
```

```
##      min      Q1 median  Q3      max      mean      sd      n missing
## -19.95 -1.25    5.3  9.1  27.25  3.992675  8.864805  157         0
```

```
favstats( ~ IB91JW, data=B3)
```

```
##      min      Q1 median  Q3      max      mean      sd      n missing
## -21.59 -1.16    2.6  5.55  40.25  2.565096  7.481063  157         0
```

dass im betrachteten Zeitraum die Investitionen in Ausrüstungsgüter mit dem arithmetischen Mittelwert von 3.99 im Mittel stärker gestiegen sind als die in Bauten mit 2.57. Da die Investitionen sicherlich in Zusammenhang mit der gesamten konjunkturellen Entwicklung stehen, ist davon auszugehen, dass es sich hier um vom jeweiligen Zeitpunkt abhängige Beobachtungen handelt. Daher wird hier die Differenz der Werte betrachtet: IB91JW - IAU91JW. Der R Befehl für einen t-Test lautet `t.test`:

```
t.test( ~ (IB91JW - IAU91JW), data=B3)
```

```
##
```

```
## One Sample t-test
##
## data: IB91JW
## t = -1.9612, df = 156, p-value = 0.05164
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -2.86544149 0.01028226
## sample estimates:
## mean of x
## -1.42758
```

Der (umfangreichen) Ausgabe können Sie neben dem z- bzw. t-Wert (-1.96) mit unter der Nullhypothese der Gleichheit des Lageparameters

$$H_0 : \mu_{\text{IB91JW} - \text{IAU91JW}} = 0$$

insbesondere den p-Wert (0.0516) und das Konfidenzintervall (-2.87, 0.01) entnehmen. Zum Signifikanzniveau von 5% wird die Nullhypothese also gerade so *nicht* abgelehnt, da der p-Wert über 5% liegt sowie der Wert der Nullhypothese,  $\mu = 0$ , im Konfidenzintervall ist.

---

### Übung:

1. Testen Sie, ob es einen nicht zufälligen mittleren Lageunterschied zwischen der Veränderung des Preisindex des Bruttosozialproduktes PBSPJW und dem des privaten Verbrauchs PCPJW gibt.
- 

## t-Test für zwei unabhängige Stichproben

Untersuchen wir, ob sich makroökonomische Kennzahlen im Auf- und Abschwung unterscheiden. Zunächst stellen wir fest, dass die eigentlich kategorielle Variable PHASEN hier numerisch kodiert wurde, was aber schnell verwirren würde.

```
typeof(B3$PHASEN)
```

```
## [1] "integer"
```

Typänderung zu factor geht einfach:

```
B3$PHASEN <- as.factor(B3$PHASEN)
```

Wenn wir die einzelnen levels des Faktors als numerische Werte verwenden wollen, würden wir den Befehl `as.numeric()` verwenden. Aber sicherheitshalber vorher über `levels()` schauen, ob die Reihenfolge auch stimmt.

Um die Interpretation zu erleichtern können wir hier einfach die Faktorstufe umbenennen.



```
levels(B3$PHASEN) <- c("Aufschwung", "Oberer Wendepunkt",
                      "Abschwung", "Unterer Wendepunkt")
```

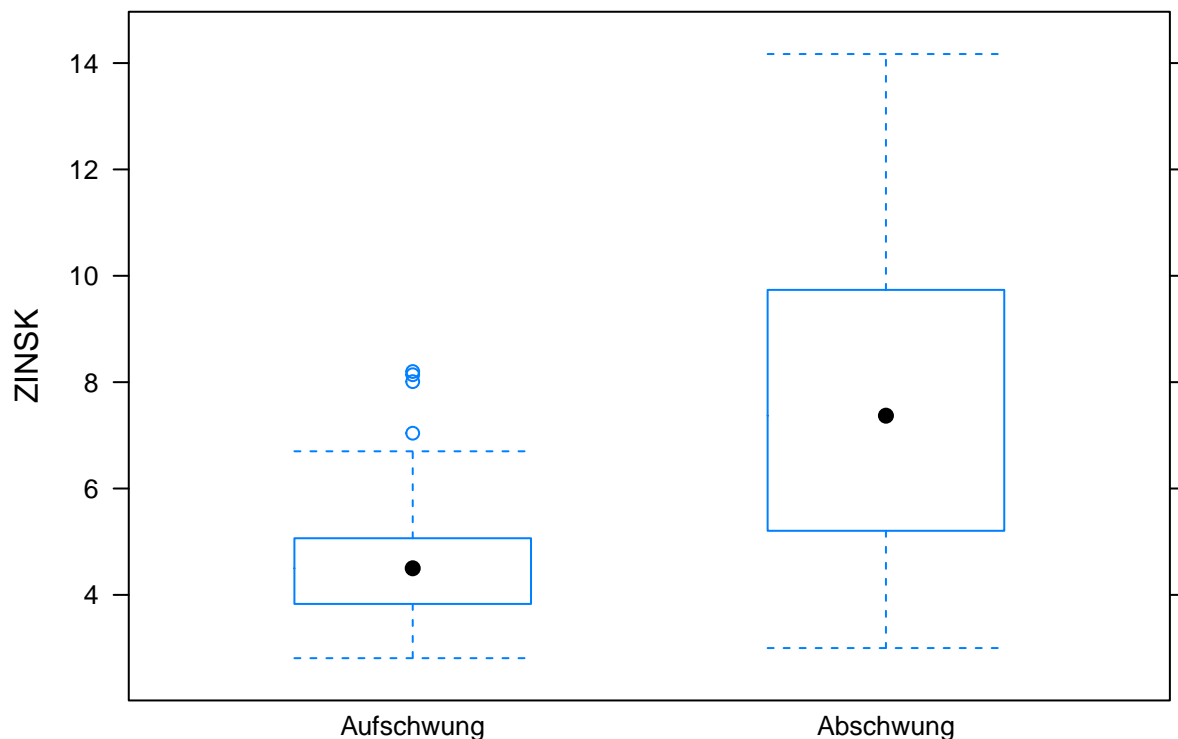
Jetzt ist keine Verwechslung von kategoriellen und metrischen Variablen mehr möglich.

Zunächst wird der Datensatz, der auch die konjunkturellen Wendepunkte enthält, nur auf Auf- und Abschwung eingeschränkt.

```
B3AufAb <- filter(B3, PHASEN %in% c("Aufschwung", "Abschwung"))
B3AufAb <- droplevels(B3AufAb)
```

In der politischen Diskussion werden immer niedrige Zinsen gefordert. Schauen wir mal, wie die Zinsen in den Konjunkturphasen in der Vergangenheit (1955-1994) verteilt waren:

```
bwplot(ZINSK ~ PHASEN, data=B3AufAb)
```



Anscheinend waren die Zinsen in Zeiten des Aufschwungs niedriger.

Was sagen die deskriptiven Kennzahlen?

```
favstats(ZINSK ~ PHASEN, data=B3AufAb)
```

##	PHASEN	min	Q1	median	Q3	max	mean	sd	n	missing
## 1	Aufschwung	2.81	3.830	4.50	5.065	8.20	4.715085	1.209989	59	0
## 2	Abschwung	3.00	5.205	7.37	9.735	14.17	7.682553	3.020254	47	0

Alle Lagemaße für die Zinskosten sind in der Aufschwungsphase niedriger.

Der t-Test der Zinskosten für

$$H_0 : \mu_{\text{Aufschwung}} = \mu_{\text{Abschwung}} \Leftrightarrow \mu_{\text{Aufschwung}} - \mu_{\text{Abschwung}} = 0$$

mit der Teststatistik

$$T = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{sd_A^2}{n_A} + \frac{sd_B^2}{n_B}}}$$

hat dann den gleichen Aufbau der Syntax wie `bwplot` oder `favstats`: Teste die Zinskosten in Abhängigkeit der Konjunkturphase.

Die Berechnung der Teststatistik

```
t.test(ZINSK ~ PHASEN, data=B3AufAb)

##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  ZINSK by PHASEN
## t = -6.3426, df = 57.766, p-value = 3.743e-08
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -3.904085 -2.030852
## sample estimates:
## mean in group Aufschwung  mean in group Abschwung
##                4.715085                7.682553
```

Der kleine p-Wert von  $3.7430775 \times 10^{-8}$  zeigt, dass die Nullhypothese der Gleichheit der Lageparameter verworfen werden kann. Wir können der Funktion auch eine spezielle Alternativhypothese übergeben:

```
t.test(ZINSK ~ PHASEN, data=B3AufAb, alternative = "less")

##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  ZINSK by PHASEN
## t = -6.3426, df = 57.766, p-value = 1.872e-08
## alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
## 95 percent confidence interval:
##      -Inf -2.185354
## sample estimates:
## mean in group Aufschwung  mean in group Abschwung
##                4.715085                7.682553
```

Jetzt haben wir die Nullhypothese “Das Lagemaß für die Zinskosten ist im Aufschwung *nicht* kleiner als im Abschwung” gegen die Alternativhypothese (Forschungshypothese) “Das Lagemaß für die Zinskosten ist im Aufschwung kleiner als im Abschwung” getestet:

$$H_0 : \mu_{\text{Aufschwung}} \geq \mu_{\text{Abschwung}} \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_{\text{Aufschwung}} < \mu_{\text{Abschwung}}$$

bzw.

$$H_0 : \mu_{\text{Aufschwung}} - \mu_{\text{Abschwung}} \geq 0 \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_{\text{Aufschwung}} - \mu_{\text{Abschwung}} < 0$$

### Übung:

2. Untersuchen Sie, ob sich die mittlere Entwicklung des privaten Verbrauchs CP91JW zwischen den Konjunkturphasen unterscheidet.

Auch hier können wir, ohne eine Verteilungsannahme zu verwenden, permutieren.

```
mdiff <- diff(mean(ZINSK ~ PHASEN, data=B3AufAb))
mdiff
```

```
## Abschwung
## 2.967468
```

```
mdiff.null <- do(1000) * diff(mean(ZINSK ~ shuffle(PHASEN), data=B3AufAb))
```

Unter der Nullhypothese der Gleichheit der Lagemaße kommt eine gleich große oder größere Differenz also

```
prop(mdiff.null$Abschwung >= mdiff)
```

```
## TRUE
## 0
```

mal vor!

Da die statistische *Signifikanz* vom Standardfehler abhängt, welcher wiederum vom Stichprobenumfang abhängt, wurde von Cohen ein Maß für die *Effektstärke*, **Cohen's d** vorgeschlagen:

$$d = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{sd_{\text{pool}}}$$

mit

$$sd_{\text{pool}} = \sqrt{\frac{1}{n_A + n_B - 2} \left( (n_1 - 1)sd_A^2 + (n_2 - 1)sd_B^2 \right)}$$

```
# Kennzahlen 1. Stichprobe
m1 <- mean(B3$ZINSK[B3$PHASEN=="Aufschwung"])
sd1 <- sd(B3$ZINSK[B3$PHASEN=="Aufschwung"])
n1 <- length(B3$ZINSK[B3$PHASEN=="Aufschwung"])

# Kennzahlen 2. Stichprobe
m2 <- mean(B3$ZINSK[B3$PHASEN=="Abschwung"])
sd2 <- sd(B3$ZINSK[B3$PHASEN=="Abschwung"])
n2 <- length(B3$ZINSK[B3$PHASEN=="Abschwung"])

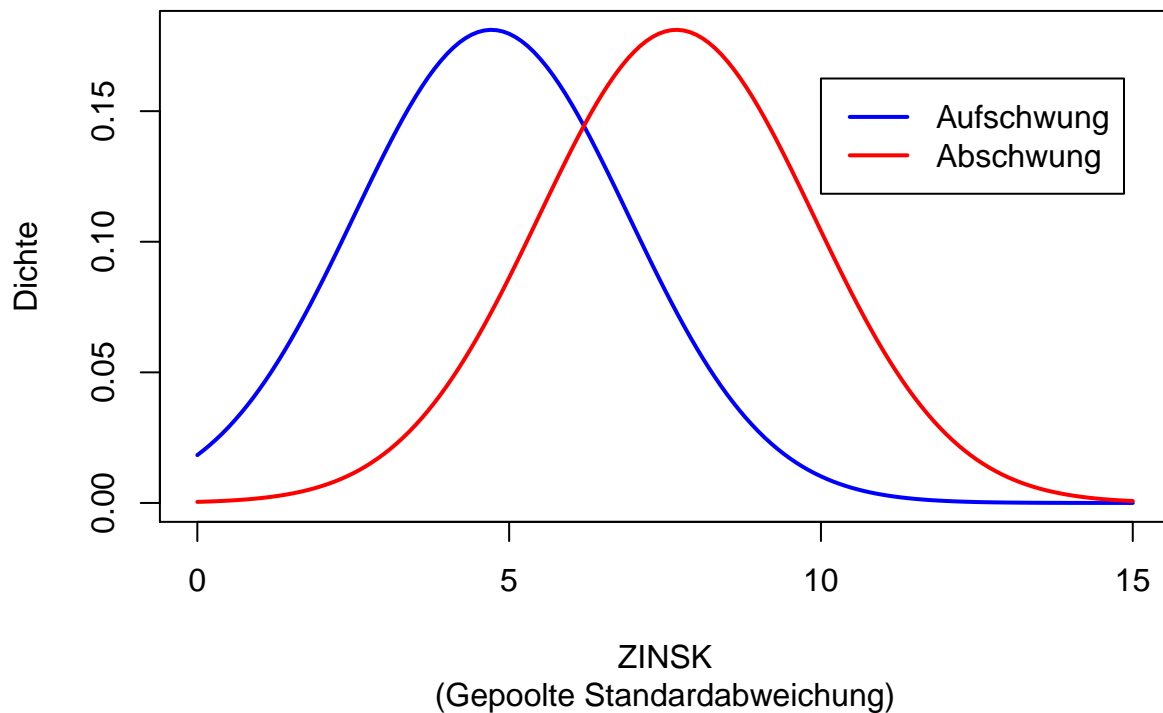
# Gepoolte Standardabweichung
sdpool <- sqrt( ((n1-1)*sd1^2 + (n2-1)*sd2^2) / (n1+n2-2) )
```

```
# Cohen's d
d <- (m1-m2)/sdpool
d
```

```
## [1] -1.347291
```

Cohen's d ist ein Maß der Überlappung der Verteilungen:

### Dichte bei Normalverteilung



Häufig werden Werte

- $|d| \leq 0.2$  als kleine
- $|d| \leq 0.5$  als mittlere
- $|d| \geq 0.8$  als große Effekte

bezeichnet.

Eine direkte Berechnung geht über das Paket `lsr`:

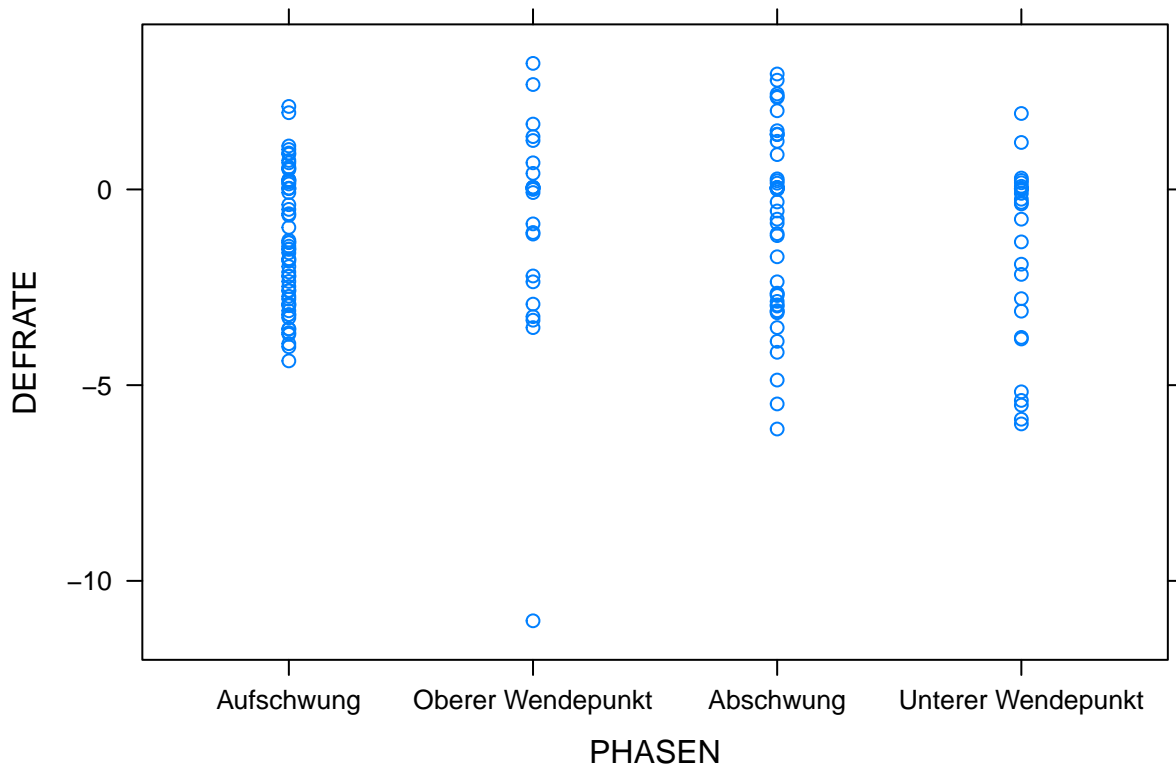
```
# Einmalig installieren:
# install.packages("lsr")
library(lsr)
cohensD(ZINSK ~ PHASEN, data=B3AufAb)
```

```
## [1] 1.347291
```

## Varianzanalyse (ANOVA)

Bei mehr als zwei Gruppen funktionieren die Techniken des t-Tests nicht mehr. Um Lagemaßunterschiede zu testen, wird anstelle der Mittelwerte die Streuung verglichen: Ist die Streuung zwischen den Gruppen groß im Vergleich zur Streuung innerhalb der Gruppen?

```
xypplot (DEFRATE ~ PHASEN, data=B3)
```

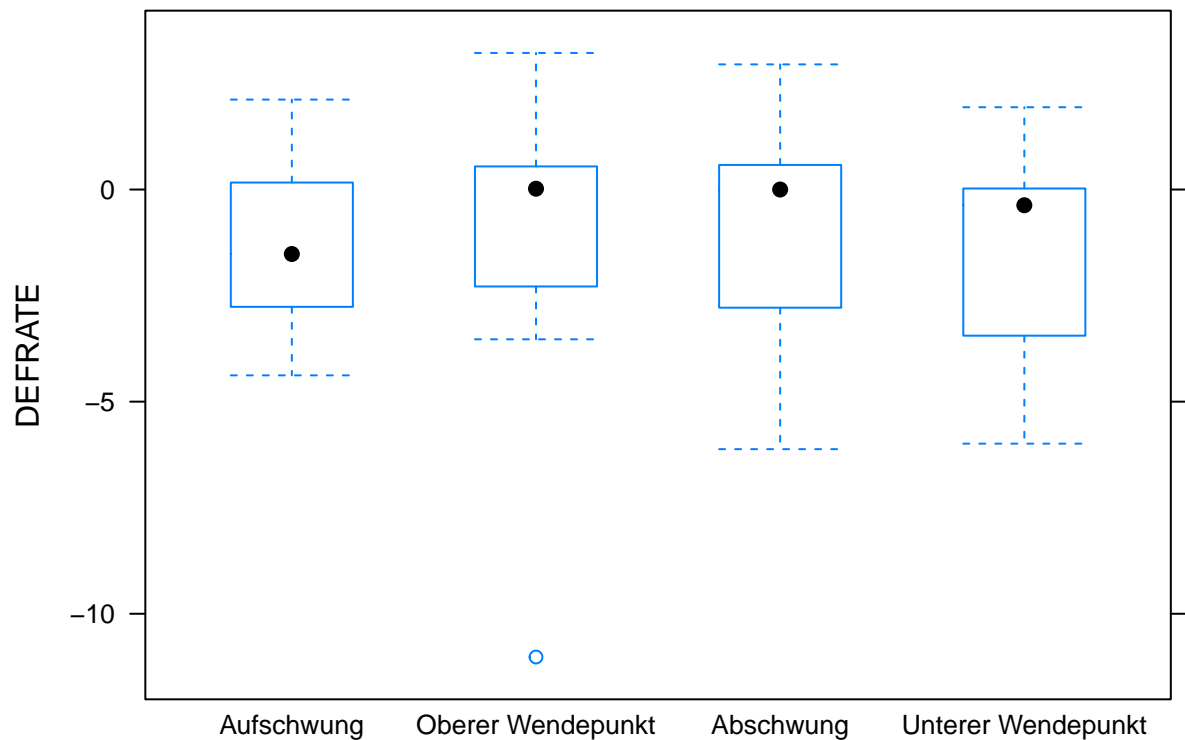


Es gilt, dass sich die Gesamtstreuung ( $SST$ ) zusammensetzt aus der Streuung zwischen den Gruppen ( $SSG$ ) und innerhalb der Gruppen ( $SSE$ ), d. h.,

$$SST = SSG + SSE.$$

Unterscheidet sich der mittlere Anteil des Staatsdefizits DEFRATE nicht zufällig zwischen den Konjunkturphasen?

```
bwplot (DEFRATE ~ PHASEN, data=B3)
```



```
favstats (DEFRATE ~ PHASEN, data=B3)
```

```
##           PHASEN      min      Q1 median      Q3      max      mean      sd
## 1      Aufschwung -4.38 -2.7650 -1.52 0.1650 2.12 -1.3394915 1.680638
## 2 Oberer Wendepunkt -11.02 -2.2475 0.02 0.4775 3.22 -0.8479167 2.836558
## 3      Abschwung -6.12 -2.7850 0.00 0.5800 2.95 -0.8380851 2.287536
## 4 Unterer Wendepunkt -5.99 -3.4450 -0.37 0.0250 1.94 -1.6548148 2.364026
##      n missing
## 1 59         0
## 2 24         0
## 3 47         0
## 4 27         0
```

Vielleicht, vielleicht nicht.

Um eine Varianzanalyse (*Analysis of Variance, ANOVA*) mit

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

gegen

$$H_A : \text{Mindestens ein } \mu_i \text{ ist verschieden.}$$

durchzuführen kann in R u. a. der Befehl `aov` verwendet werden:

```
DEFaov <- aov (DEFRATE ~ PHASEN, data=B3)
summary (DEFaov)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
```

```
## PHASEN          3    15.7    5.236    1.09    0.355
## Residuals      153   734.9    4.803
```

Der p-Wert des F-Tests der Nullhypothese

$$H_0 : \mu_{\text{Aufschwung}} = \mu_{\text{Oberer Wendepunkt}} = \mu_{\text{Abschwung}} = \mu_{\text{Unterer Wendepunkt}}$$

der Gleichheit der Lage ist mit 0.3552 größer als 0.05, die Nullhypothese kann also für das Staatsdefizit nicht verworfen werden.

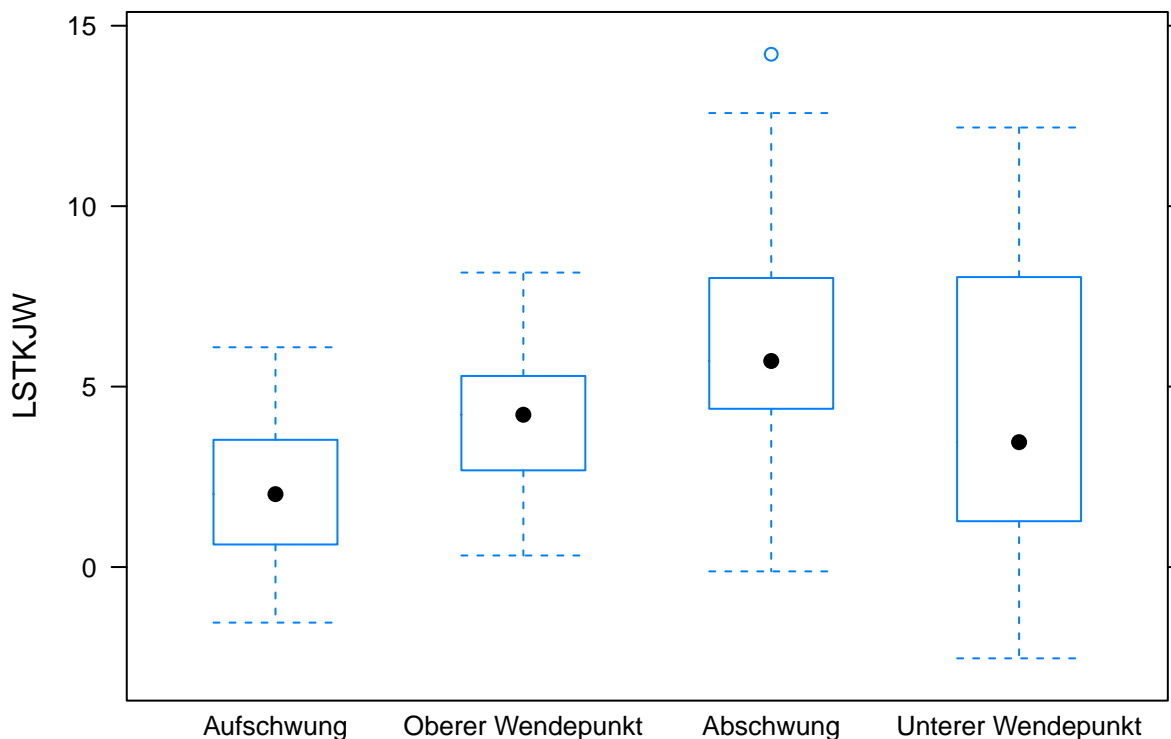
Bei  $k$  Gruppen ist die mittlere quadratische Varianz  $MSG = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = \underbrace{\frac{SSG}{k-1}}_{df_G}$  ( $n_i$  ist die Anzahl Beobachtungen in Gruppe  $i$ ,  $\bar{x}_i$  der Gruppenmittelwert und  $\bar{x}$  der Gesamtmittelwert.) Hier also  $MSG = 5.2361$ . Der mittlere quadratische Fehler,  $MSE$ , ist dann  $MSE = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^k (n_i - 1) sd_i^2 = \underbrace{\frac{SSE}{n-k}}_{df_E}$ , mit  $sd_i$  der Standardabweichung in Gruppe  $i$ . Hier:  $MSE = 4.8032$ .

Der Wert der Teststatistik  $F$  ist dann

$$F = \frac{MSG}{MSE} = \frac{5.2361}{4.8032} = 1.0901.$$

Unterscheidet sich das Lagemaß der Veränderung der Lohnstückkosten LSTKJW nicht zufällig?

```
bwplot (LSTKJW ~ PHASEN, data=B3)
```



```
favstats (LSTKJW ~ PHASEN, data=B3)
```

```
##          PHASEN  min    Q1 median    Q3   max   mean      sd    n
## 1  Aufschwung -1.54 0.625   2.02 3.5250  6.09 2.111017 1.837423 59
```

```
## 2 Oberer Wendepunkt 0.32 2.840 4.22 5.2225 8.16 4.195833 2.074516 24
## 3 Abschwung -0.12 4.385 5.71 8.0100 14.21 6.291064 3.122604 47
## 4 Unterer Wendepunkt -2.53 1.270 3.46 8.0350 12.18 4.249630 4.449861 27
## missing
## 1 0
## 2 0
## 3 0
## 4 0
```

```
LSTKaov <- aov(LSTKJW ~ PHASEN, data=B3)
summary(LSTKaov)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## PHASEN      3  459.5   153.15    18.62 2.37e-10 ***
## Residuals 153 1258.2     8.22
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Die Nullhypothese der Gleichheit wird hier also verworfen. Interessanterweise unterscheiden sich insbesondere die Lagemaße von Auf- und Abschwung, die beiden Wendepunkte liegen dazwischen.

Im Paket `effects` gibt es übrigens eine schöne Plotfunktion für die Effekte:

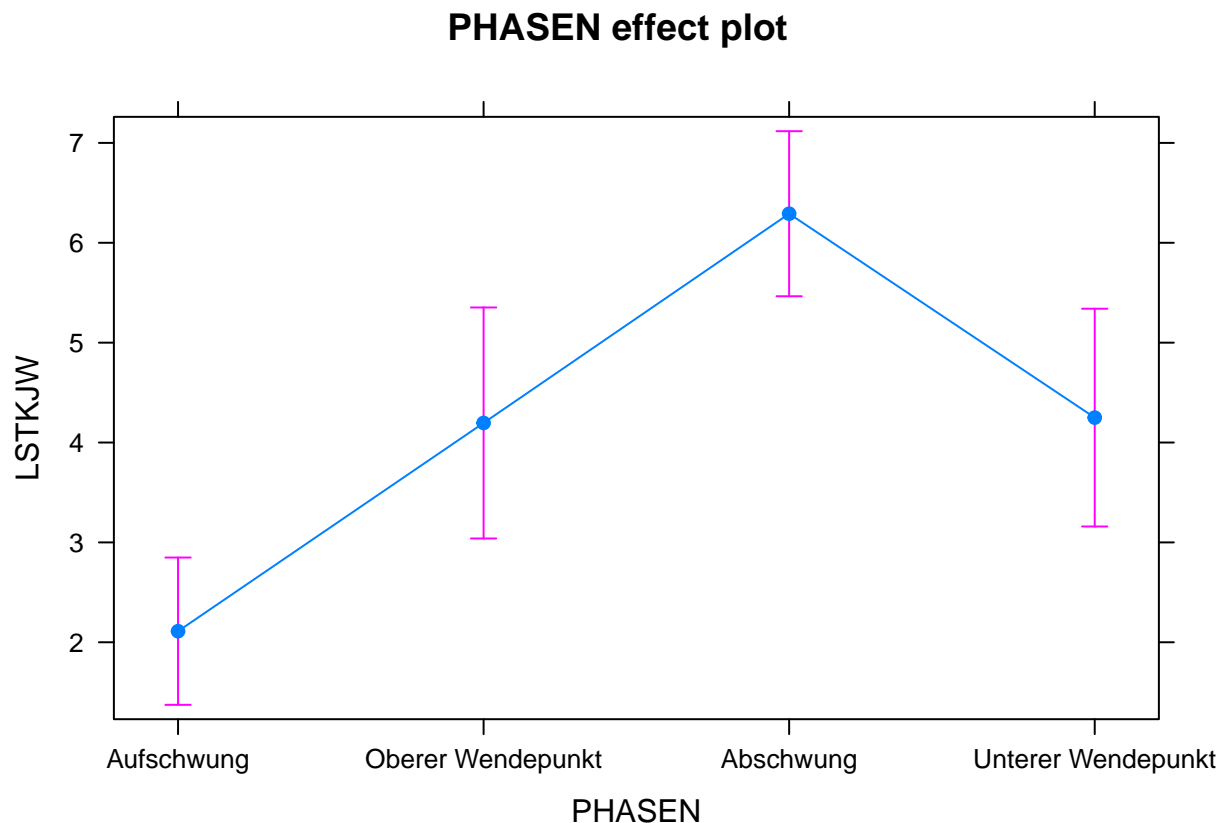
```
# Einmalig installieren:
# install.packages("effects")
library(effects)

## Loading required package: carData

## Use the command
##   lattice::trellis.par.set(effectsTheme())
## to customize lattice options for effects plots.
## See ?effectTheme for details.

plot(allEffects(LSTKaov))
```





Neben dem arithmetischen Mittelwert (Punktschätzer) wird in der Standardeinstellung das 95 % Konfidenzintervall eingezeichnet.

Um nach einer signifikanten Varianzanalyse sogenannte Post-Hoc Analysen durchzuführen (z. B. welche der paarweisen Vergleiche sind signifikant?) kann die Funktion `TukeyHSD()` (Tukey's "Honest Significant Difference") verwendet werden. Aufgrund des multiplen Testproblems (Kumulierung Fehler 1. Art) müssen die p-Werte angepasst werden.

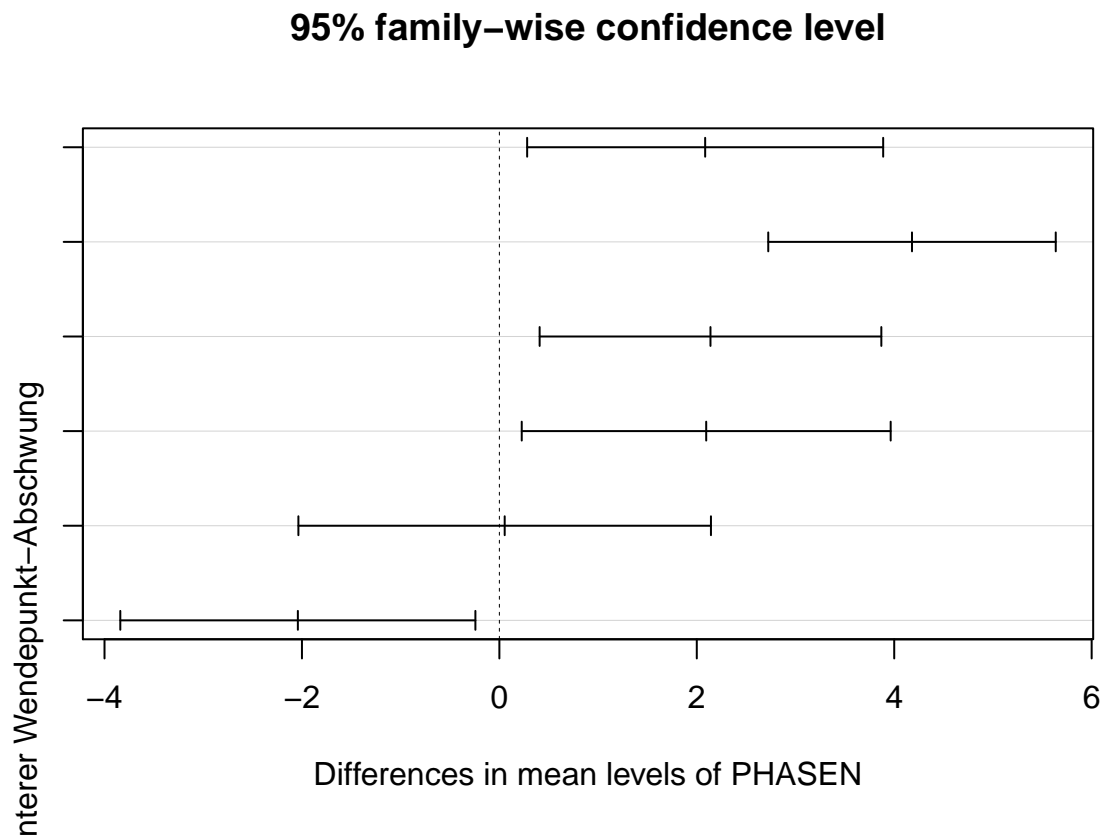
```
LSTKposthoc <- TukeyHSD(LSTKaov)
LSTKposthoc

## Tukey multiple comparisons of means
## 95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = LSTKJW ~ PHASEN, data = B3)
##
## $PHASEN
##
```

	diff	lwr	upr
Oberer Wendepunkt-Aufschwung	2.0848164	0.2814507	3.888182
Abschwung-Aufschwung	4.1800469	2.7237350	5.636359
Unterer Wendepunkt-Aufschwung	2.1386127	0.4079289	3.869296
Abschwung-Oberer Wendepunkt	2.0952305	0.2264813	3.963980
Unterer Wendepunkt-Oberer Wendepunkt	0.0537963	-2.0358558	2.143448
Unterer Wendepunkt-Abschwung	-2.0414342	-3.8401454	-0.242723

```
##
## Oberer Wendepunkt-Aufschwung 0.0163388
## Abschwung-Aufschwung 0.0000000
## Unterer Wendepunkt-Aufschwung 0.0087085
## Abschwung-Oberer Wendepunkt 0.0212622
## Unterer Wendepunkt-Oberer Wendepunkt 0.9998923
## Unterer Wendepunkt-Abschwung 0.0191825
```

```
plot(LSTKposthoc)
```



Hinweis: Da die einzelnen Faktorstufen hier unbalanciert sind (d .h., unterschiedliche Stichprobenumfänge haben) ist das Ergebnis hier nicht exakt.

### Übung:

3. Gibt es nicht zufällige Lageunterschiede bei der Änderung der Erwerbstätigen EWAJW zwischen den Konjunkturphasen?

### Erweiterung: Mehrfaktorielle Varianzanalyse mit Wechselwirkung

Betrachten wir noch einmal den *tips* Datensatz aus *Bryant, P. G. and Smith, M (1995) Practical Data Analysis: Case Studies in Business Statistics. Homewood, IL: Richard D. Irwin Publishing.*<sup>2</sup>

Sofern noch nicht geschehen, können Sie in hier als csv-Datei herunterladen:

```
download.file("https://goo.gl/whKjnl", destfile = "tips.csv")
```

Das Einlesen der Daten in R erfolgt, sofern die Daten im Arbeitsverzeichnis liegen, über:

```
tips <- read.csv2("tips.csv")
```

Um zu schauen, inwieweit das Trinkgeld vom Geschlecht *und* dem Rauchverhalten abhängt, kann folgende Analyse durchgeführt werden:

```
favstats(tip ~ sex + smoker, data=tips)
```

```
##   sex.smoker  min Q1 median      Q3  max      mean      sd  n missing
## 1  Female.No 1.00  2   2.68 3.4375  5.2 2.773519 1.128425 54         0
## 2   Male.No 1.25  2   2.74 3.7100  9.0 3.113402 1.489559 97         0
## 3 Female.Yes 1.00  2   2.88 3.5000  6.5 2.931515 1.219916 33         0
## 4   Male.Yes 1.00  2   3.00 3.8200 10.0 3.051167 1.500120 60         0
```

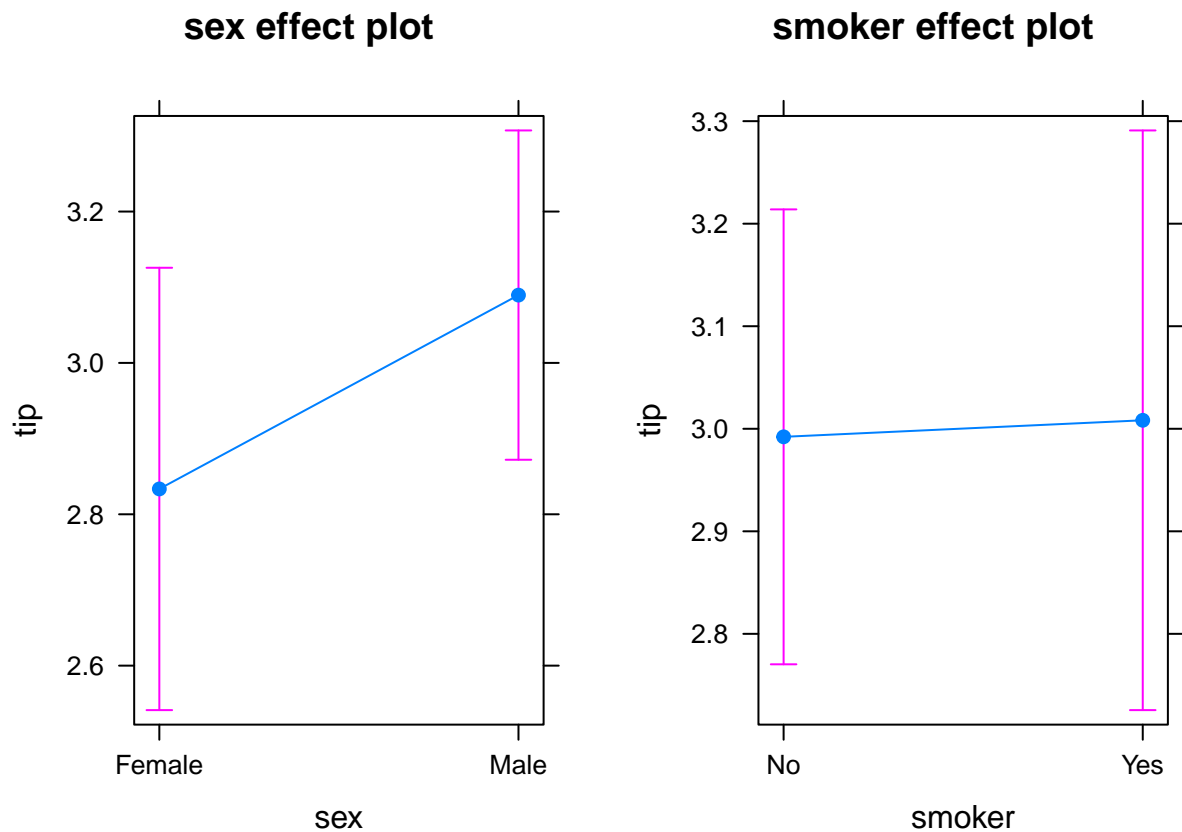
```
tipaov <- aov(tip ~ sex + smoker, data=tips)
```

```
summary(tipaov)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## sex              1      3.7   3.674    1.918  0.167
## smoker           1      0.0   0.015    0.008  0.930
## Residuals      241    461.5   1.915
```

```
plot(allEffects(tipaov))
```

<sup>2</sup>Anders als im Paper (und im Paket AER) wird hier nur ein zufälliger Kurs je Dozent verwendet.



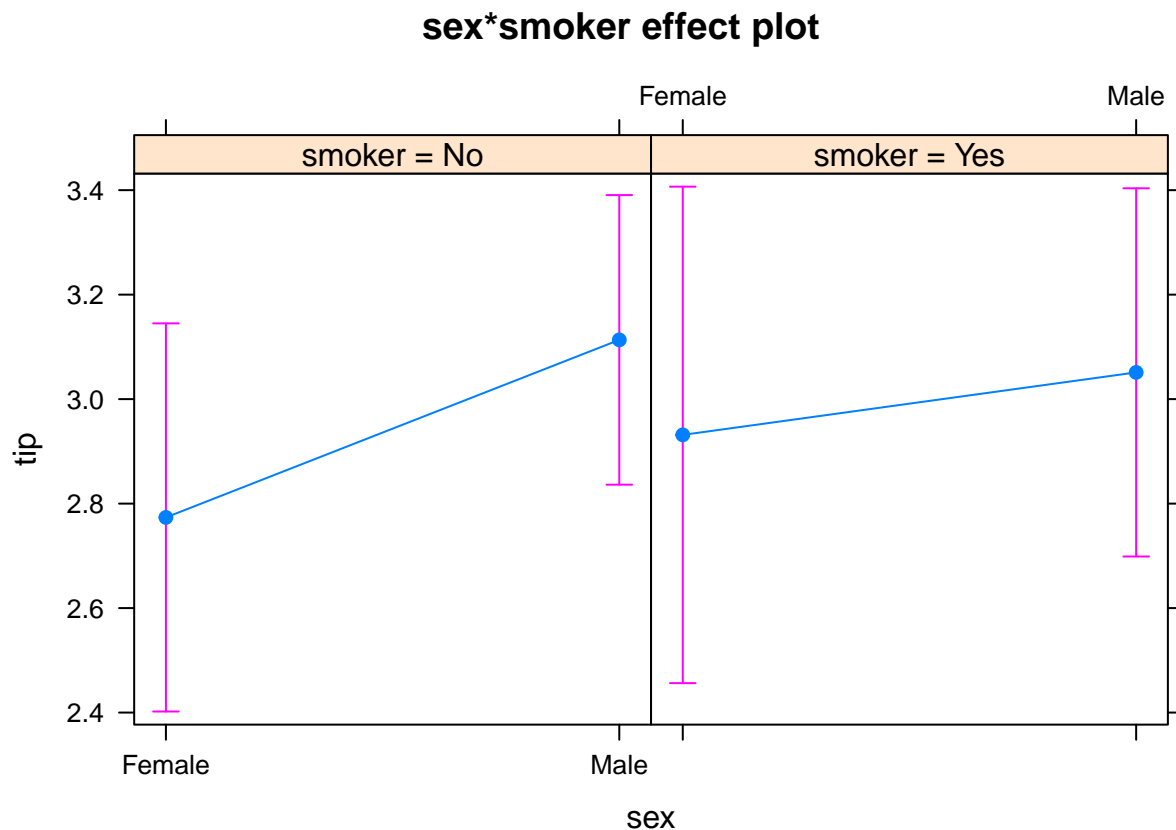
Beide Faktoren sind zum Signifikanzniveau 5% *nicht* signifikant, d. h.,  $H_0$ , dass sich die Mittelwerte in der Population nicht unterscheiden, wird nicht verworfen.

Allerdings beobachten wir etwas anderes: Während der Mittelwert des Trinkgeldes bei den Frauen bei den Rauchern größer ist, ist es bei den Männern umgekehrt. Hier könnte also eine Wechselwirkung, eine Interaktion, vorliegen. Diese wird in R über ein `:` in der Formel eingefügt:

```
tipaovvw <- aov(tip ~ sex + smoker + sex:smoker, data=tips)
summary(tipaovvw)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## sex         1    3.7   3.674    1.913  0.168
## smoker      1    0.0   0.015    0.008  0.930
## sex:smoker   1    0.6   0.640    0.333  0.564
## Residuals 240 460.9   1.920
```

```
plot(allEffects(tipaovvw))
```



Auch hier gilt: Mit einem p-Wert von 0.564 wird die Nullhypothese, dass in der Population keine Wechselwirkung von Geschlecht und Rauchverhalten für den Mittelwert vorliegt, nicht verworfen.

## Übung: Teaching Rating

Dieser Datensatz analysiert u. a. den Zusammenhang zwischen Schönheit und Evaluierungsergebnis von Dozenten:

Hamermesh, D.S., and Parker, A. (2005). *Beauty in the Classroom: Instructors' Pulchritude and Putative Pedagogical Productivity*. *Economics of Education Review*, 24, 369–376.

Sie können ihn, sofern noch nicht geschehen, von <https://goo.gl/6Y3KoK> als csv herunterladen.

1. Ist das arithmetische Mittel der Evaluierung `eval` nicht zufällig größer als befriedigend (3)?
2. Gibt es einen nicht zufälligen Unterschied im Lagemaß der Evaluation `eval` zwischen männlichen und weiblichen Dozent/innen (`gender`)?

## Literatur

- David M. Diez, Christopher D. Barr, Mine Çetinkaya-Rundel (2014): *Introductory Statistics with Randomization and Simulation*, [https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat\\_book=isrs](https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat_book=isrs), Kapitel 4
- Nicholas J. Horton, Randall Pruim, Daniel T. Kaplan (2015): Project MOSAIC Little Books *A Student's Guide to R*, <https://github.com/ProjectMOSAIC/LittleBooks/raw/master/StudentGuide/>

MOSAIC-StudentGuide.pdf, Kapitel 7, 10.1

- Maïke Luhmann (2015): *R für Einsteiger*, Kapitel 13, 14
- Andreas Quatember (2010): *Statistik ohne Angst vor Formeln*, Kapitel 3.5, 3.7, 3.12
- Daniel Wollschläger (2014): *Grundlagen der Datenanalyse mit R*, Kapitel 7.2, 7.3, 7.5

## Lizenz

Diese Übung wurde von Karsten Lübke entwickelt und orientiert sich an der Übung zum Buch OpenIntro von Andrew Bray, Mine Çetinkaya-Rundel und steht wie diese unter der Lizenz Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported.

## Versionshinweise:

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- `mosaic` Version: 1.1.1

# Kapitel 5: Einführung Lineare Regression

## Einfache Regression

Wir werden weiter den *tips* Datensatz aus *Bryant, P. G. and Smith, M (1995) Practical Data Analysis: Case Studies in Business Statistics. Homewood, IL: Richard D. Irwin Publishing* analysieren.

Sofern noch nicht geschehen, können Sie in hier als `csv`-Datei herunterladen:<sup>3</sup>

```
download.file("https://goo.gl/whKjnl", destfile = "tips.csv")
```

Das Einlesen erfolgt, sofern die Daten im Arbeitsverzeichnis liegen, über:

```
tips <- read.csv2("tips.csv")
```

Zur Unterstützung der Analyse wird (wieder) `mosaic` verwendet; außerdem laden wir `ggplot2` für `qplot`:

```
library(mosaic)
```

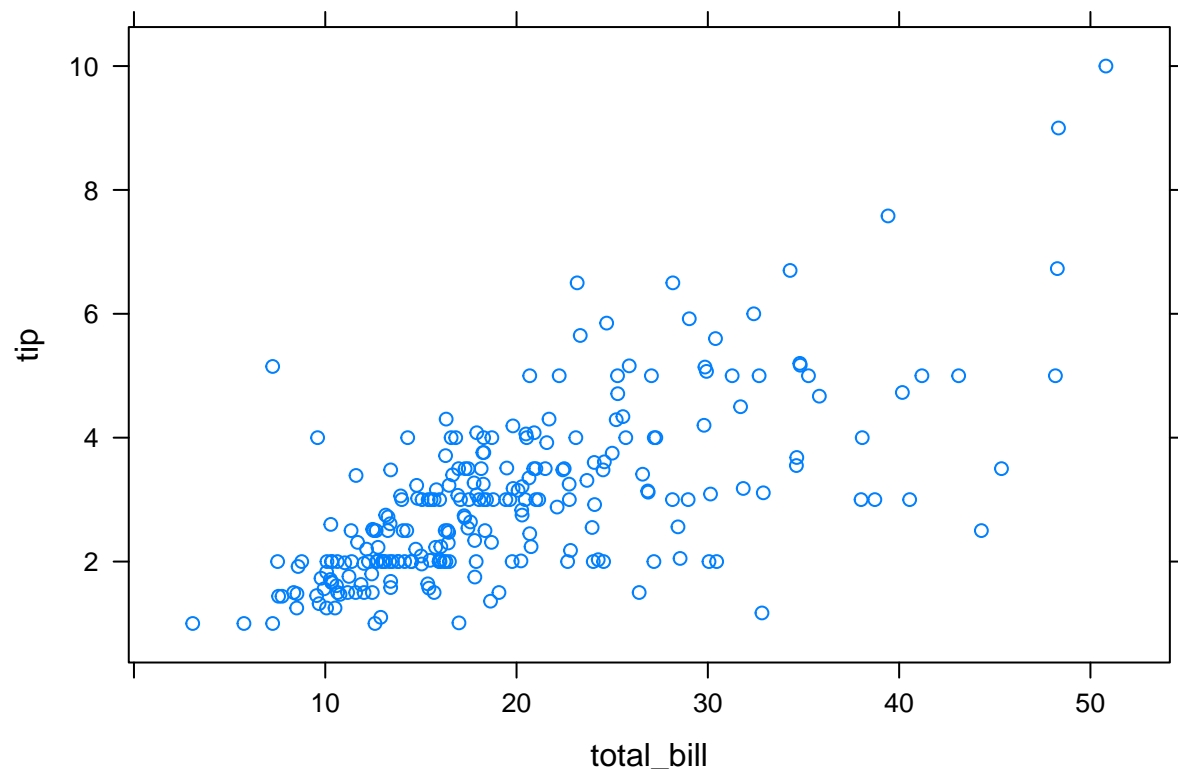
Wie hängen Trinkgeldhöhe `tip` und Rechnungshöhe `total_bill` zusammen? Kann die Höhe des Trinkgeldes als *lineare* Funktion der Rechnungshöhe linear modelliert werden?

$$tip_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot total\_bill_i + \epsilon_i$$

Zunächst eine visuelle Analyse mi Hilfe eines Scatterplots (Streudiagramms).

<sup>3</sup>Anders als im Paper (und im Paket `AER`) wird hier nur ein zufälliger Kurs je Dozent verwendet. Daher weicht das Ergebnis vom Paper ab.

```
xyplot(tip ~ total_bill, data=tips)
```



Es scheint einen positiven Zusammenhang zu geben. Modellieren wir die **abhängige** Variable `tip` (inhaltliche Entscheidung!) als lineare Funktion der **unabhängigen** Variable `total_bill`:

```
LinMod.1 <- lm(tip ~ total_bill, data=tips)
```

```
summary(LinMod.1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ total_bill, data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.1982 -0.5652 -0.0974  0.4863  3.7434
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.920270   0.159735   5.761 2.53e-08 ***
## total_bill   0.105025   0.007365  14.260 < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.022 on 242 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4566, Adjusted R-squared:  0.4544
```

```
## F-statistic: 203.4 on 1 and 242 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Der Achsenabschnitt (intercept) wird mit 0.92 geschätzt, die Steigung in Richtung `total_bill` mit 0.11: steigt `total_bill` um einen Dollar, steigt im *Durchschnitt* `tip` um 0.11\$. Die (Punkt-)Prognose für `tip` lautet also

```
tip = 0.92 + 0.11 * total_bill
```

Die Koeffizienten werden dabei so geschätzt, dass  $\sum \epsilon_i^2$  minimiert wird. Dies wird auch als *Kleinste Quadrate* (*Ordinary Least Squares*, *OLS*) Kriterium bezeichnet. Eine robuste Regression ist z. B. mit der Funktion `rlm()` aus dem Paket `MASS` möglich.

In `mosaic` kann ein solches Modell einfach als neue Funktion definiert werden:

```
LinMod.1Fun <- makeFun(LinMod.1)
```

Die (Punkt-)Prognose für die Trinkgeldhöhe, bspw. für eine Rechnung von 30\$ kann dann berechnet werden

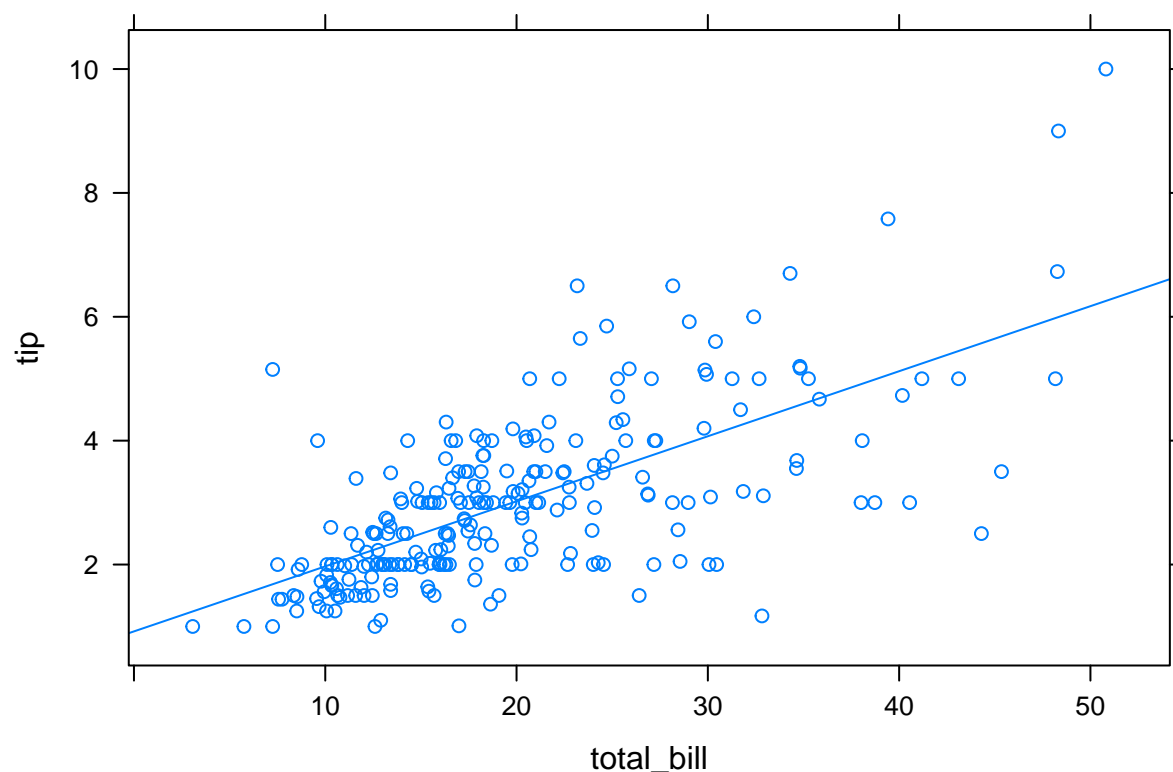
```
LinMod.1Fun(total_bill=30)
```

```
##          1
## 4.071005
```

also 4.07\$.

In `mosaic` kann die Modellgerade über

```
plotModel(LinMod.1)
```





betrachtet werden. Das **Bestimmtheitsmaß**, d. h. der Anteil der im Modell erklärten Varianz,

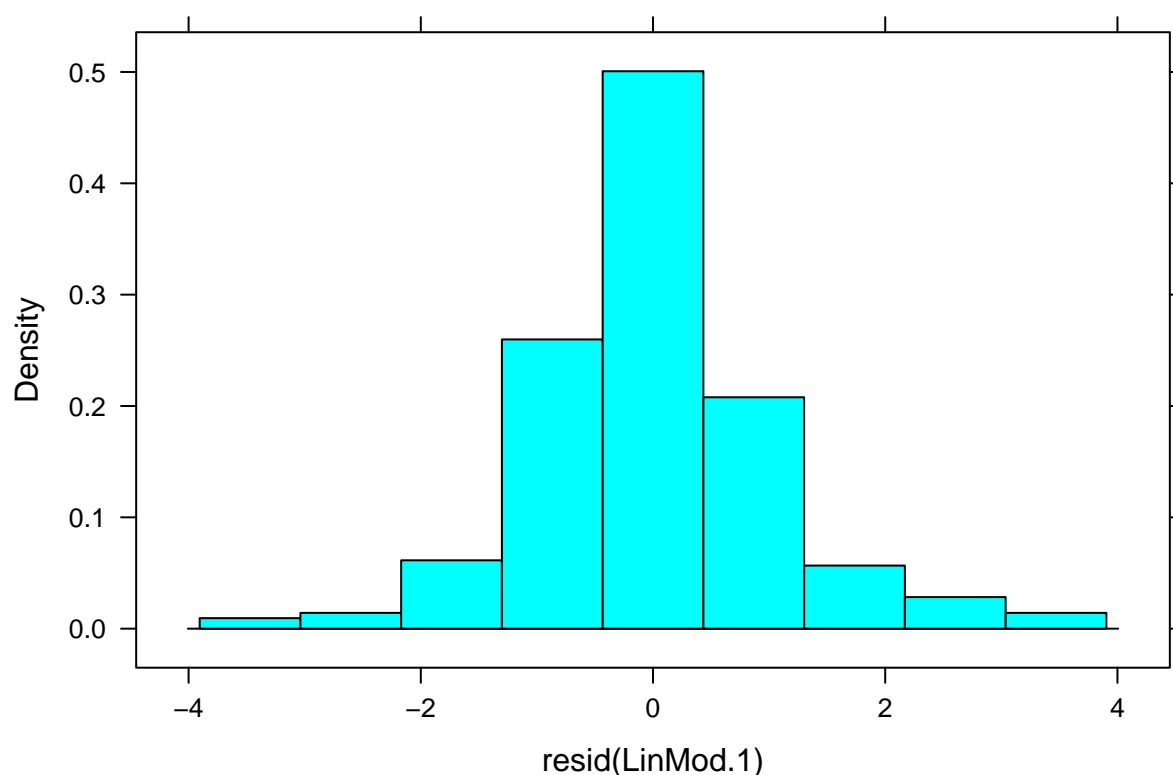
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

ist mit 0.46 “ok”: 46 % der Variation des Trinkgeldes wird im Modell erklärt.

Aber wie sieht es mit den Annahmen aus?

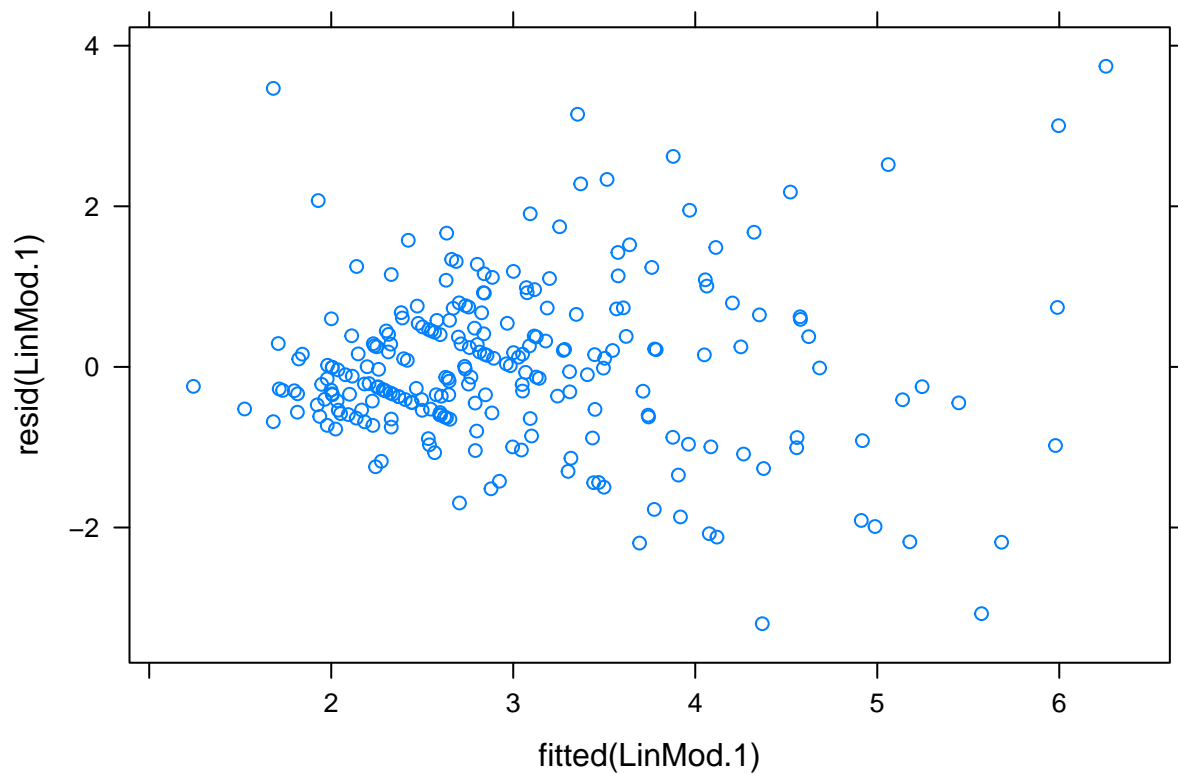
- Die Linearität des Zusammenhangs haben wir zu Beginn mit Hilfe des Scatterplots “überprüft”.
- Zur Überprüfung der Normalverteilung der Residuen zeichnen wir ein Histogramm. Die Residuen können über den Befehl `resid()` aus einem Linearen Modell extrahiert werden. Hier scheint es zu passen:

```
histogram( ~ resid(LinMod.1) )
```



- Konstante Varianz: Dies kann z. B. mit einem Scatterplot der Residuen auf der y-Achse und den angepassten Werten auf der x-Achse überprüft werden. Die angepassten Werte werden über den Befehl `fitted()` extrahiert. Diese Annahme scheint verletzt zu sein (siehe unten): je größer die Prognose des Trinkgeldes, desto größer wirkt die Streuung der Residuen. Dieses Phänomen ließ sich schon aus dem ursprünglichen Scatterplot `xyplot(tip ~ total_bill, data=tips)` erahnen. Das ist auch inhaltlich plausibel: je höher die Rechnung, desto höher die Varianz beim Trinkgeld. Die Verletzung dieser Annahme beeinflusst *nicht* die Schätzung der Steigung, sondern die Schätzung des Standardfehlers, also des p-Wertes des Hypothesentests, d. h.,  $H_0 : \beta_1 = 0$ .

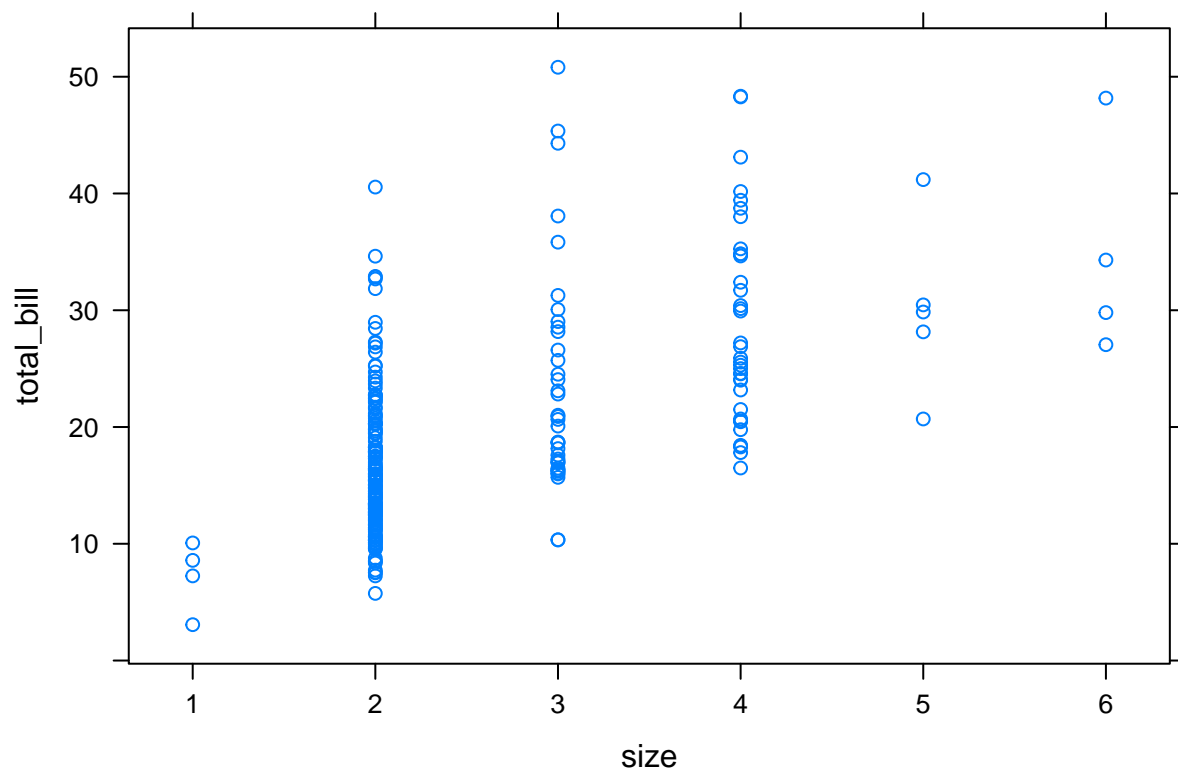
```
xyplot(resid(LinMod.1) ~ fitted(LinMod.1))
```



- Extreme Ausreißer: Wie am Plot der Linearen Regression `plotModel(LinMod.1)` erkennbar, gibt es vereinzelt Ausreißer nach oben, allerdings ohne einen extremen Hebel.

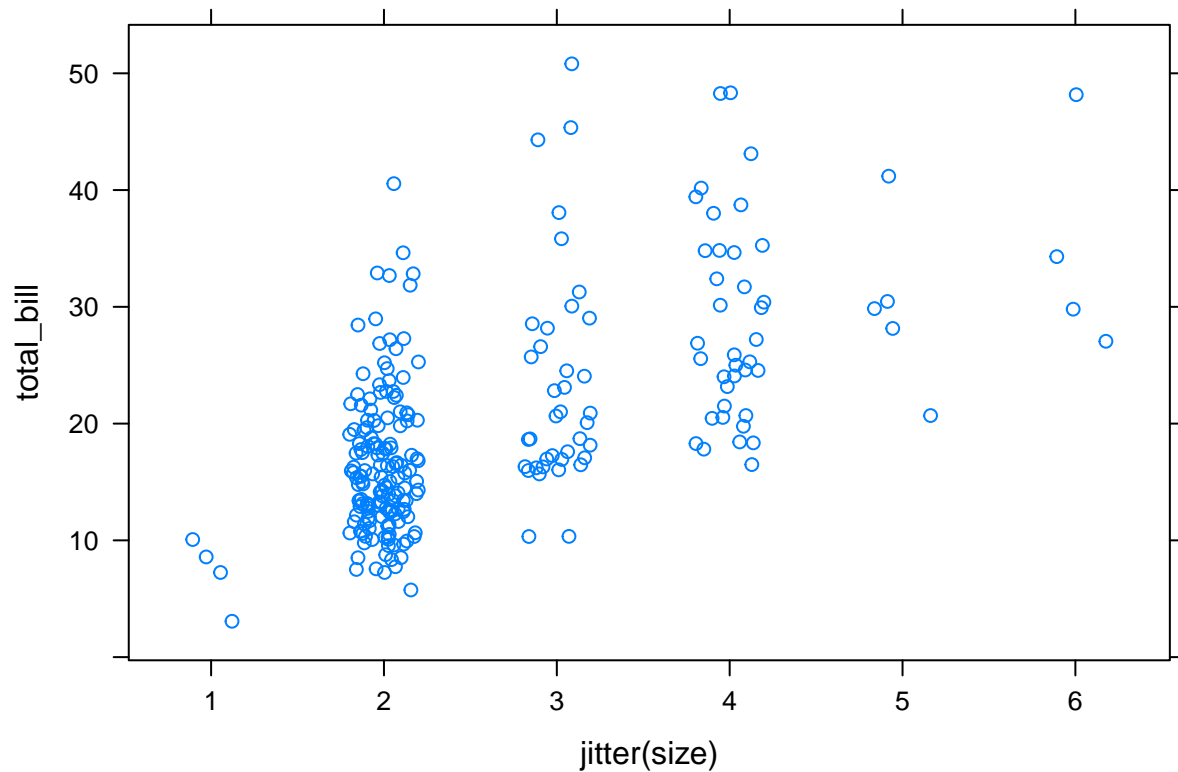
Hängt die Rechnungshöhe von der Anzahl der Personen ab? Bestimmt, aber wie?

```
xyplot(total_bill ~ size, data=tips)
```



Da bei diskreten metrischen Variablen (hier `size`) Punkte übereinander liegen können, sollte man “jittern”, d. h., eine (kleine) Zufallszahl addieren:

```
set.seed(1896) # Zufallszahlengenerator setzen
xyplot(total_bill ~ jitter(size), data=tips)
```



---

### Übung:

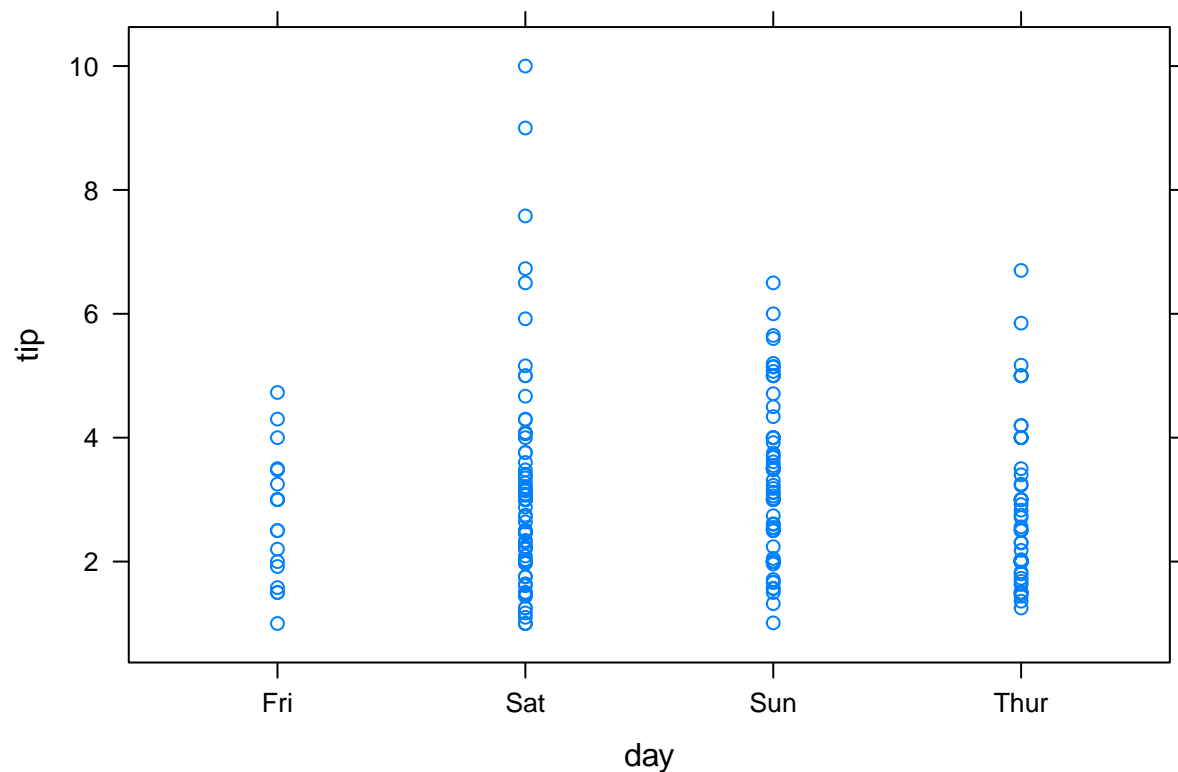
1. Um wie viel Dollar steigt im Durchschnitt das Trinkgeld, wenn eine Person mehr am Tisch sitzt?
  2. Für wie aussagekräftig halten Sie Ihr Ergebnis aus 1.?
- 

## Regression mit kategorialen Werten

Der Wochentag `day` ist eine kategoriale Variable. Wie sieht eine Regression des Trinkgeldes darauf aus?

Zunächst grafisch:

```
xyplot(tip ~ day, data=tips)
```



Und als Lineares Modell:

```
LinMod.2 <- lm(tip ~ day, data=tips)
summary(LinMod.2)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ day, data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.2451 -0.9931 -0.2347  0.5382  7.0069
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   2.73474    0.31612   8.651 7.46e-16 ***
## daySat         0.25837    0.34893   0.740  0.460
## daySun         0.52039    0.35343   1.472  0.142
## dayThur        0.03671    0.36132   0.102  0.919
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.378 on 240 degrees of freedom
```

```
## Multiple R-squared:  0.02048,    Adjusted R-squared:  0.008232
## F-statistic: 1.672 on 3 and 240 DF,  p-value: 0.1736
```

Die im Modell angegebenen Schätzwerte sind die Änderung der Trinkgeldprognose, wenn z. B. der Tag ein Samstag (daySat) im Vergleich zu einer Referenzkategorie. Dies ist in R das erste Element des Vektors der Faktorlevel. Welcher dies ist ist über den Befehl `levels()` zu erfahren

```
levels(tips$day)
```

```
## [1] "Fri" "Sat" "Sun" "Thur"
```

hier also Fri (aufgrund der standardmäßig aufsteigenden alphanumerischen Sortierung). Dies kann über `relevel()` geändert werden. Soll z. B. die Referenz der Donnerstag, Thur sein:

```
tips$day <- relevel(tips$day, ref = "Thur")
levels(tips$day)
```

```
## [1] "Thur" "Fri" "Sat" "Sun"
```

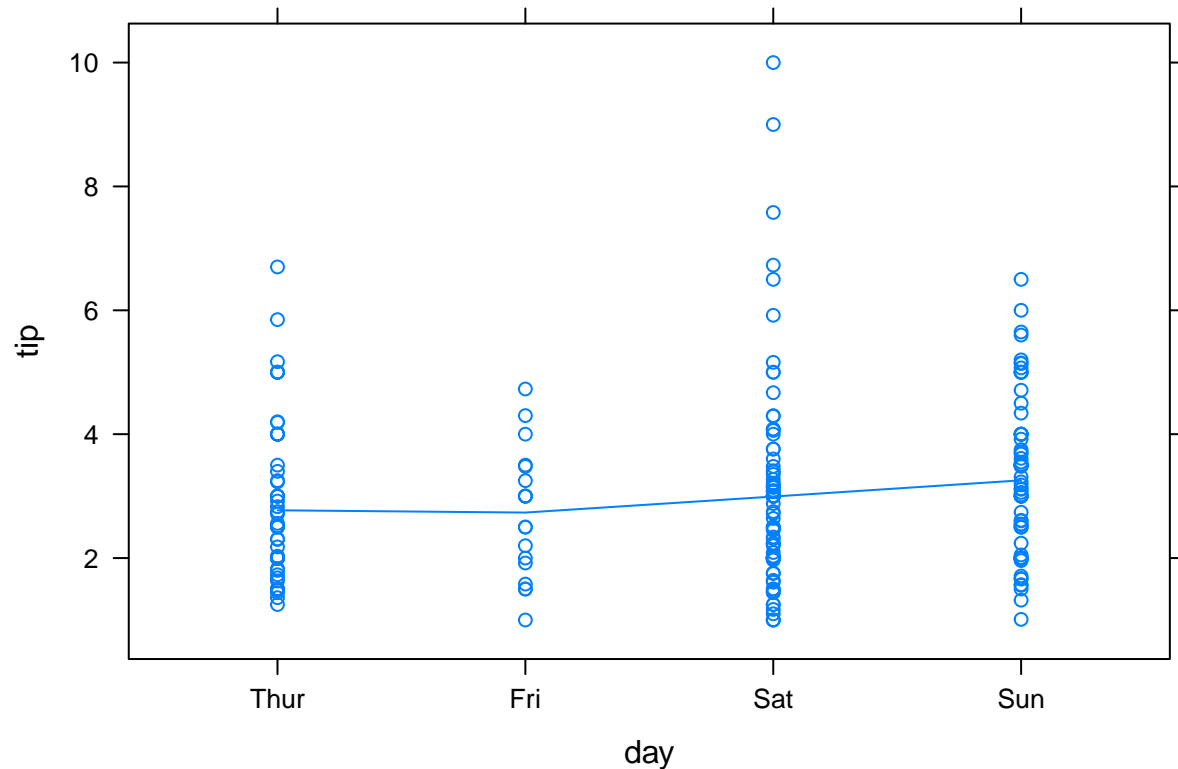
Das Modell ändert sich entsprechend:

```
LinMod.3 <- lm(tip ~ day, data=tips)
summary(LinMod.3)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ day, data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.2451 -0.9931 -0.2347  0.5382  7.0069
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   2.77145     0.17500  15.837  <2e-16 ***
## dayFri        -0.03671     0.36132  -0.102   0.9191
## daySat         0.22165     0.22902   0.968   0.3341
## daySun         0.48368     0.23581   2.051   0.0413 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.378 on 240 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02048,    Adjusted R-squared:  0.008232
## F-statistic: 1.672 on 3 and 240 DF,  p-value: 0.1736
```

sowie als Plot:

```
plotModel(LinMod.3)
```



Eine Alternative zu `relevel()` zur Bestimmung der Referenzkategorie ist es, innerhalb von `factor()` die Option `levels=` direkt in der gewünschten Sortierung zu setzen.

```
day <- factor(tips$day, levels=c("Thur", "Fri", "Sat", "Sun"))
```

Die (Punkt-)Prognose für die Trinkgeldhöhe, bspw. an einen Freitag kann dann berechnet werden

```
LinMod.3Fun <- makeFun(LinMod.3)
```

```
LinMod.3Fun(day="Fri")
```

```
##          1
## 2.734737
```

### Übung:

3. Wie verändert sich die Rechnungshöhe im Durchschnitt, wenn die Essenszeit Dinner statt Lunch ist?
4. Wie viel % der Variation der Rechnungshöhe können Sie durch die Essenszeit modellieren?

## Multivariate Regression

Aber wie wirken sich die Einflussgrößen *zusammen* auf das Trinkgeld aus?

```
LinMod.4 <- lm(tip ~ total_bill + size + sex + smoker + day + time, data=tips)
summary(LinMod.4)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ total_bill + size + sex + smoker + day + time,
##     data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.8475 -0.5729 -0.1026  0.4756  4.1076
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   0.641558   0.497586   1.289   0.1985
## total_bill    0.094487   0.009601   9.841 <2e-16 ***
## size          0.175992   0.089528   1.966  0.0505 .
## sexMale       -0.032441   0.141612  -0.229  0.8190
## smokerYes     -0.086408   0.146587  -0.589  0.5561
## dayFri        0.162259   0.393405   0.412  0.6804
## daySat        0.040801   0.470604   0.087  0.9310
## daySun        0.136779   0.471696   0.290  0.7721
## timeLunch     0.068129   0.444617   0.153  0.8783
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.024 on 235 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4701, Adjusted R-squared:  0.452
## F-statistic: 26.06 on 8 and 235 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Interessant sind die negativen Vorzeichen vor den Schätzwerten für `sexMale` und `smokerYes` – anscheinend geben Männer und Raucher weniger Trinkgeld, wenn alle anderen Faktoren konstant bleiben. Bei einer rein univariaten Betrachtung wäre etwas anderes herausgekommen.

```
summary(lm(tip ~ sex, data=tips))
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ sex, data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.0896 -1.0896 -0.0896  0.6666  6.9104
```

```
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   2.8334      0.1481  19.137  <2e-16 ***
## sexMale       0.2562      0.1846   1.388   0.166
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.381 on 242 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.007896, Adjusted R-squared:  0.003797
## F-statistic: 1.926 on 1 and 242 DF, p-value: 0.1665
summary(lm(tip ~ smoker, data=tips))
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ smoker, data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.0087 -0.9936 -0.1003  0.5580  6.9913
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   2.99185      0.11283  26.517  <2e-16 ***
## smokerYes     0.01686      0.18276   0.092   0.927
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.386 on 242 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  3.515e-05, Adjusted R-squared:  -0.004097
## F-statistic: 0.008506 on 1 and 242 DF, p-value: 0.9266
```

Diese *Umkehrung* des modellierten Effektes liegt daran, dass es auch einen positiven Zusammenhang zur Rechnungshöhe gibt:

```
summary(lm(total_bill ~ sex, data=tips))

##
## Call:
## lm(formula = total_bill ~ sex, data = tips)
##
## Residuals:
```



```
##      Min      1Q  Median      3Q      Max
## -14.99  -6.02  -1.94   3.99  30.07
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  18.0569     0.9463  19.081  <2e-16 ***
## sexMale      2.6872     1.1797   2.278   0.0236 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 8.827 on 242 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.02099,    Adjusted R-squared:  0.01694
## F-statistic: 5.188 on 1 and 242 DF,  p-value: 0.02361
```

```
summary(lm(total_bill ~ smoker, data=tips))
```

```
##
## Call:
## lm(formula = total_bill ~ smoker, data = tips)
##
## Residuals:
##      Min      1Q  Median      3Q      Max
## -17.686  -6.459  -1.888   4.583  30.054
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  19.1883     0.7233  26.529  <2e-16 ***
## smokerYes    1.5681     1.1716   1.338   0.182
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 8.888 on 242 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.007348,    Adjusted R-squared:  0.003246
## F-statistic: 1.791 on 1 and 242 DF,  p-value: 0.182
```

Im vollem Modell `LinMod.4` sind alle unabhängigen Variablen berücksichtigt, die Koeffizienten beziehen sich dann immer auf: gegeben, die anderen Variablen bleiben konstant, d. h. *ceteris paribus*.

Vergleichen wir mal zwei Modelle:

```
LinMod.5a <- lm(tip ~ sex, data=tips)
coef(LinMod.5a) # Koeffizienten extrahieren
```

```
## (Intercept)      sexMale
```

```
##      2.8334483    0.2561696
```

```
LinMod.5b <- lm(tip ~ sex + total_bill, data=tips)
coef(LinMod.5b) # Koeffizienten extrahieren
```

```
## (Intercept)      sexMale  total_bill
##  0.93327849 -0.02660871  0.10523236
```

Ohne die Berücksichtigung der **Kovariablen**/Störvariablen Rechnungshöhe geben Male ein um im Durchschnitt 0.26\$ *höheres* Trinkgeld, bei Kontrolle, d. h. gleicher Rechnungshöhe, ein um 0.03\$ *niedrigeres* Trinkgeld als die Referenzklasse Female (`levels(tips$sex)[1]`).

## Inferenz in der linearen Regression

Kehren wir noch einmal zur multivariaten Regression (LinMod.4) zurück.

```
summary(LinMod.4)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ total_bill + size + sex + smoker + day + time,
##     data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.8475 -0.5729 -0.1026  0.4756  4.1076
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.641558   0.497586   1.289   0.1985
## total_bill   0.094487   0.009601   9.841 <2e-16 ***
## size         0.175992   0.089528   1.966  0.0505 .
## sexMale      -0.032441   0.141612  -0.229  0.8190
## smokerYes    -0.086408   0.146587  -0.589  0.5561
## dayFri        0.162259   0.393405   0.412  0.6804
## daySat        0.040801   0.470604   0.087  0.9310
## daySun        0.136779   0.471696   0.290  0.7721
## timeLunch     0.068129   0.444617   0.153  0.8783
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.024 on 235 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4701, Adjusted R-squared:  0.452
## F-statistic: 26.06 on 8 and 235 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

In der 4. Spalte der mit Zeilenamen versehenen Tabelle `Coefficients` stehen die p-Werte der Nullhypothese, die unabhängige Variable hat, gegeben alle anderen Variablen im Modell, keinen linearen Einfluss auf die abhängige Variable:  $H_0 : \beta_i = 0$ . Zur Bestimmung des p-Wertes wird der Schätzer (`Estimate`) durch den Standardfehler (`Std. Error`) dividiert. Der resultierende t-Wert (`t value`) wird dann, zusammen mit der Anzahl an Freiheitsgraden zur Berechnung des p-Wertes (`Pr(>|t|)`) verwendet. Ein einfacher t-Test!

Zur schnelleren Übersicht finden sich dahinter “Sternchen” und “Punkte”, die die entsprechenden Signifikanzniveaus symbolisieren: \*\*\* bedeutet eine Irrtumswahrscheinlichkeit, Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art, von unter 0.001, d. h. unter 0,1 %. \*\* entsprechend 1 %, \* 5 % und . 10 %.

Zum Signifikanzniveau von 10 % sind hier also zwei Faktoren und der Achsenabschnitt (`(Intercept)`) signifikant – nicht notwendigerweise relevant: Rechnungshöhe `total_bill` sowie Anzahl Personen `size`. Beides wirkt sich linear positiv auf die Trinkgeldhöhe aus: Mit jedem Dollar Rechnungshöhe steigt im Mittelwert die Trinkgeldhöhe um 0.09 Dollar, mit jeder Person um 0.18 Dollar – gegeben alle anderen Faktoren bleiben konstant. Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  (`Multiple R-squared:`) liegt bei 0.47, also 47 % der Variation des Trinkgeldes wird im Modell erklärt.

Außerdem wird getestet, ob alle Koeffizienten der unabhängigen Variablen gleich Null sind:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

Das Ergebnis des zugrundeliegenden F-Tests (vgl. Varianzanalyse) wird in der letzten Zeile angegeben (`F-Statistic`). Hier wird  $H_0$  also verworfen.

## Erweiterungen

### Modellwahl

Das Modell mit allen Variablen des Datensatzes, d. h. mit 6 unabhängigen (`LinMod.4`), erklärt 47.01 % der Variation, das Modell *nur* mit der Rechnungshöhe als erklärende Variable (`LinMod.1`) schon 45.66 %, der Erklärungszuwachs liegt also gerade einmal bei 1.35 Prozentpunkten. In der Statistik ist die Wahl des *richtigen* Modells eine der größten Herausforderungen, auch deshalb, weil das wahre Modell in der Regel nicht bekannt ist und es schwer ist, die richtige Balance zwischen Einfachheit und Komplexität zu finden. Aufgrund des Zufalls kann es immer passieren, dass das Modell sich zu sehr an die *zufälligen* Daten anpasst (Stichwort: Overfitting). Es gibt unzählige Modellwahlmethoden, und leider garantiert keine, dass immer das beste Modell gefunden wird. Eine Möglichkeit ist die sogenannte Schrittweise-Rückwärtsselektion auf Basis des Akaike-Informationskriteriums (AIC)<sup>4</sup>. Diese ist nicht nur recht weit verbreitet – und liefert unter bestimmten Annahmen das “richtige” Modell – sondern in R durch den Befehl `step()` einfach umsetzbar:

<sup>4</sup>siehe z. B. Rob J Hyndman & George Athanasopoulos, *Forecasting: principles and practice*, Kapitel 5.3: Selecting predictors, <https://www.otexts.org/fpp/5/3>

```
step(LinMod.4)
```

```
## Start:  AIC=20.51
## tip ~ total_bill + size + sex + smoker + day + time
##
##           Df Sum of Sq   RSS   AIC
## - day      3     0.609 247.14  15.116
## - time     1     0.025 246.55  18.538
## - sex      1     0.055 246.58  18.568
## - smoker   1     0.365 246.89  18.874
## <none>                    246.53  20.513
## - size     1     4.054 250.58  22.493
## - total_bill 1    101.595 348.12 102.713
##
## Step:  AIC=15.12
## tip ~ total_bill + size + sex + smoker + time
##
##           Df Sum of Sq   RSS   AIC
## - time     1     0.001 247.14  13.117
## - sex      1     0.042 247.18  13.157
## - smoker   1     0.380 247.52  13.490
## <none>                    247.14  15.116
## - size     1     4.341 251.48  17.365
## - total_bill 1    101.726 348.86  97.232
##
## Step:  AIC=13.12
## tip ~ total_bill + size + sex + smoker
##
##           Df Sum of Sq   RSS   AIC
## - sex      1     0.041 247.18  11.157
## - smoker   1     0.379 247.52  11.491
## <none>                    247.14  13.117
## - size     1     4.342 251.48  15.366
## - total_bill 1    103.327 350.46  96.350
##
## Step:  AIC=11.16
## tip ~ total_bill + size + smoker
##
##           Df Sum of Sq   RSS   AIC
## - smoker   1     0.376 247.55   9.528
## <none>                    247.18  11.157
```

```
## - size          1      4.344 251.52 13.408
## - total_bill    1    104.263 351.44 95.029
##
## Step:  AIC=9.53
## tip ~ total_bill + size
##
##              Df Sum of Sq    RSS    AIC
## <none>                247.55   9.528
## - size          1      5.235 252.79 12.634
## - total_bill    1    106.281 353.83 94.685
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ total_bill + size, data = tips)
##
## Coefficients:
## (Intercept)    total_bill         size
##    0.66894      0.09271      0.19260
```

In den letzten Zeilen der Ausgabe steht das beste Modell, das diese Methode (schrittweise, rückwärts) mit diesem Kriterium (AIC) bei diesen Daten findet (Punktprognose, d. h. ohne Residuum):

```
tip = 0.66894 + 0.09271 * total_bill + 0.1926 * size
```

Der Ausgabe können Sie auch entnehmen, welche Variablen in welcher Reihenfolge *entfernt* wurden: Zunächst day, dann time, danach sex und schließlich smoker. Hier sind also dieselben Variablen noch im Modell, die auch in `LinMod.4` signifikant zum Niveau 10% waren, eine Auswahl der dort signifikanten Variablen hätte also dasselbe Modell ergeben. Das ist häufig so, aber nicht immer!

## Interaktionen

Wir haben gesehen, dass es einen Zusammenhang zwischen der Trinkgeldhöhe und der Rechnungshöhe gibt. Vielleicht unterscheidet sich der Zusammenhang je nachdem, ob geraucht wurde, d. h., vielleicht gibt es eine Interaktion (Wechselwirkung). Die kann in `lm` einfach durch ein `*` zwischen den unabhängigen Variablen modelliert werden (`a*b` entspricht in R Formeln `a+b+a:b`):

```
LinMod.6 <- lm(tip ~ smoker*total_bill, data = tips)
summary(LinMod.6)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ smoker * total_bill, data = tips)
##
## Residuals:
```

```
##      Min      1Q  Median      3Q      Max
## -2.6789 -0.5238 -0.1205  0.4749  4.8999
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    0.360069   0.202058   1.782 0.076012 .
## smokerYes      1.204203   0.312263   3.856 0.000148 ***
## total_bill     0.137156   0.009678  14.172 < 2e-16 ***
## smokerYes:total_bill -0.067566   0.014189  -4.762 3.32e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.9785 on 240 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.506, Adjusted R-squared:  0.4998
## F-statistic: 81.95 on 3 and 240 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Der Schätzwert für die Interaktion steht bei `..`. Hier also: Wenn geraucht wurde, ist die Steigung im Durchschnitt um 6,8 Cent geringer. Aber wenn geraucht wurde, ist die Rechnung im Achsenabschnitt erstmal um 1,20\$ höher (Effekt, *ceteris paribus*). Wer will, kann ausrechnen, ab welcher Rechnungshöhe Rauchertische im Mittelwert lukrativer sind ...

Das gleiche Bild (höherer Achsenabschnitt, geringere Steigung) ergibt sich übrigens bei getrennten Regressionen:

```
lm(tip~total_bill, data=tips, subset = smoker=="Yes")
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ total_bill, data = tips, subset = smoker ==
##      "Yes")
##
## Coefficients:
## (Intercept)  total_bill
##      1.56427      0.06959
```

```
lm(tip~total_bill, data=tips, subset = smoker=="No")
```

```
##
## Call:
## lm(formula = tip ~ total_bill, data = tips, subset = smoker ==
##      "No")
##
## Coefficients:
## (Intercept)  total_bill
```

```
##          0.3601          0.1372
```

### Weitere Modellierungsmöglichkeiten

Über das Formelinterface  $y \sim x$  können auch direkt z. B. Polynome modelliert werden. Hier eine quadratische Funktion:

```
summary(lm(tip~I(total_bill^2)+total_bill, data=tips))

##
## Call:
## lm(formula = tip ~ I(total_bill^2) + total_bill, data = tips)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.2005 -0.5586 -0.0979  0.4838  3.7762
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    0.8911170   0.3467554   2.570  0.010776 *
## I(total_bill^2) -0.0000571   0.0006025  -0.095  0.924573
## total_bill      0.1078555   0.0307696   3.505  0.000544 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.024 on 241 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4566, Adjusted R-squared:  0.4521
## F-statistic: 101.3 on 2 and 241 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

D. h., die geschätzte Funktion ist eine “umgedrehte Parabel” (negatives Vorzeichen bei  $I(\text{total\_bill}^2)$ ), bzw. die Funktion ist konkav, die Steigung nimmt ab. Allerdings ist der Effekt nicht signifikant. **Hinweis:** Um zu “rechnen” und nicht beispielsweise Interaktion zu modellieren, geben Sie die Variablen in der Formel in der Funktion  $I()$  (*As Is*) ein.

### Prognoseintervalle

Insgesamt haben wir viel “Unsicherheit” u. a. aufgrund von Variabilität in den Beobachtungen und in den Schätzungen. Wie wirken sich diese auf die Prognose aus?

Dazu können wir über die Funktion `predict` Prognoseintervalle berechnen – hier für das einfache Modell `LinMod.1`:

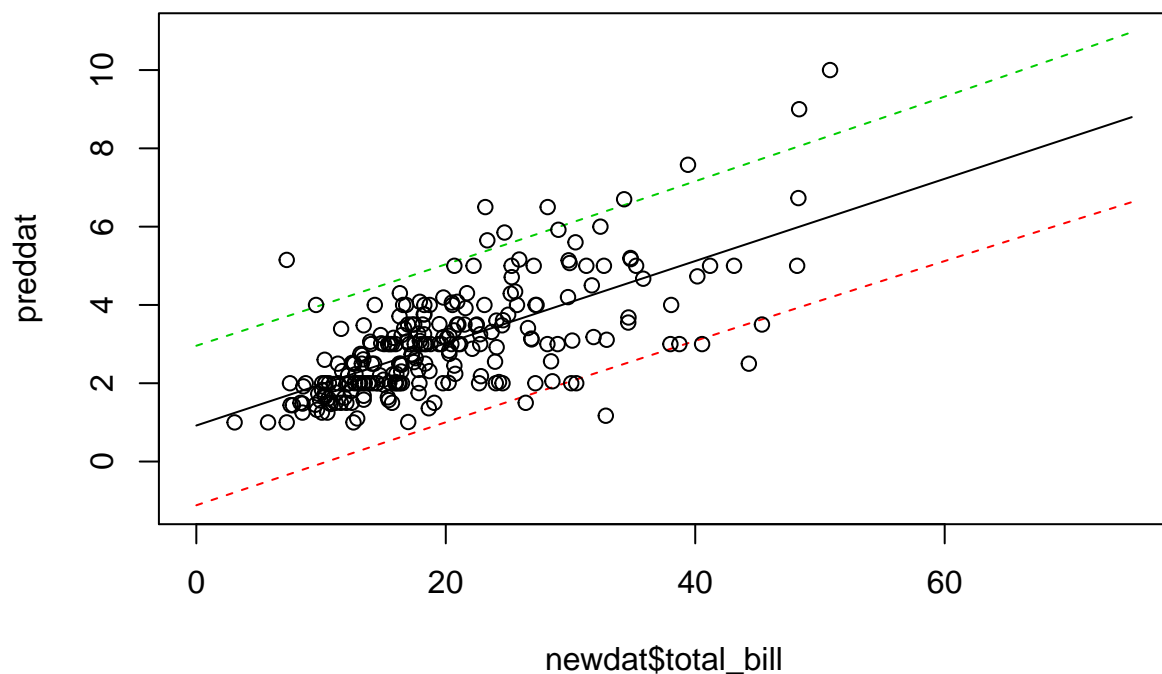
```
newdat <- data.frame(total_bill = seq(0, 75))
preddat <- predict(LinMod.1, newdata = newdat, interval = "prediction")
head(preddat)
```

```
##          fit          lwr          upr
## 1 0.9202696 -1.1174151 2.957954
## 2 1.0252941 -1.0103977 3.060986
## 3 1.1303186 -0.9034818 3.164119
## 4 1.2353432 -0.7966677 3.267354
## 5 1.3403677 -0.6899557 3.370691
## 6 1.4453922 -0.5833461 3.474130
```

```
tail(preddat)
```

```
##          fit          lwr          upr
## 71 8.271986 6.127124 10.41685
## 72 8.377010 6.227178 10.52684
## 73 8.482035 6.327145 10.63692
## 74 8.587059 6.427028 10.74709
## 75 8.692084 6.526825 10.85734
## 76 8.797108 6.626538 10.96768
```

```
matplot(newdat$total_bill, preddat, lty = c(1,2,2), type="l" )
points(x=tips$total_bill, y=tips$tip)
```



Sie sehen, dass 95 % Prognoseintervall ist recht breit: über den gewählten Rechnungsbereich von 0 – 75 \$ im Mittelwert bei 4.11 \$.



```
favstats ( (preddat[,3]-preddat[,2]))
```

```
##      min      Q1   median      Q3      max      mean      sd  n
## 4.034738 4.044428 4.072224 4.171158 4.341141 4.115859 0.09042352 76
## missing
##      0
```

Zu den Rändern hin wird es breiter. Am schmalsten ist es übrigens beim Mittelwert der unabhängigen Beobachtungen, hier also bei 19.79\$.

### Kreuzvalidierung

Je komplexer und flexibler ein Modell ist, desto besser kann es sich an die *vorhandenen*, sogenannte Trainingsdaten anpassen, **aber** für *neue*, sogenannte Testdaten wird es nicht immer besser – siehe z. B. Kapitel 2.2 aus James et. al (2013).

Allgemein können Modelle mit Hilfe des Mean Squared Error verglichen werden:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{f}(x_i))^2$$

Vorhandene Daten können aber genutzt werden um die Prognose für neue Daten  $(x_0, y_0)$  zu simulieren: z. B. über Kreuzvalidierung. Im einfachen Fall einer Leave-One-Out Kreuzvalidierung werden alle Beobachtungen bis auf die *i-te*,  $i = 1, 2, \dots, n$  zum Schätzen oder Lernen des Modells verwendet, das Testen des Modells erfolgt dann anhand der Prognosegüte für die *i-te*,  $i = 1, 2, \dots, n$  Beobachtung. In R kann dies einfach über *Schleifen* durchgeführt werden:

```
n <- nrow(tips) # Anzahl Beobachtungen
y <- tips$tip # "Wahre" Werte
yprog <- numeric(n) # Vektor in dem die Prognosen geschrieben werden

### Modellanpassung
mod <- lm(tip ~ ., data=tips) # Modell mit allen Beobachtungen schätzen
yfit <- mod$fitted.values # "Vorhersagen" für Trainingsdaten

### Leave-One-Out Kreuzvalidierung
for (i in 1:n) # i nehme nacheinander die Werte von 1 bis n an
{
  # Modell schätzen ohne i-te Beobachtung
  modloo <- lm(tip ~ ., data=tips[-i,])
  # Vorhersage von y_i anhand des Modells
  yprog[i] <- predict(modloo, newdata = tips[i,])
}
```

```
### Vergleich:
MSEfit <- mean((y-yfit)^2)
MSEprog <- mean((y-yprog)^2)

cat("MSE Modellanpassung: ", MSEfit, "\n")

## MSE Modellanpassung: 1.010354

cat("MSE Kreuzvalidierung: ", MSEprog, "\n")

## MSE Kreuzvalidierung: 1.100501
```

Der Mean Squared Error ist also bei der Leave-One-Out Kreuzvalidierung um 9 % schlechter als bei der Modellanpassung.

## Übung: Teaching Rating

Dieser Datensatz analysiert u. a. den Zusammenhang zwischen Schönheit und Evaluierungsergebnis von Dozenten:

*Hamermesh, D.S., and Parker, A. (2005). Beauty in the Classroom: Instructors' Pulchritude and Putative Pedagogical Productivity. Economics of Education Review, 24, 369–376.*

Sie können ihn, sofern noch nicht geschehen, von <https://goo.gl/6Y3KoK> als csv herunterladen.

Versuchen Sie, das Evaluierungsergebnis als abhängige Variable anhand geeigneter Variablen des Datensatzes zu erklären. Wie groß ist der Einfluss der Schönheit? Sind die Modellannahmen erfüllt und wie beurteilen Sie die Modellgüte?

## Literatur

- David M. Diez, Christopher D. Barr, Mine Çetinkaya-Rundel (2014): *Introductory Statistics with Randomization and Simulation*, [https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat\\_book=isrs](https://www.openintro.org/stat/textbook.php?stat_book=isrs), Kapitel 5, 6.1-6.3
- Nicholas J. Horton, Randall Pruim, Daniel T. Kaplan (2015): Project MOSAIC Little Books *A Student's Guide to R*, <https://github.com/ProjectMOSAIC/LittleBooks/raw/master/StudentGuide/MOSAIC-StudentGuide.pdf>, Kapitel 5.4, 10.2
- Gareth James, Daniela Witten, Trevor Hastie, Robert Tibshirani (2013): *An Introduction to Statistical Learning – with Applications in R*, <http://www-bcf.usc.edu/~gareth/ISL/>, Kapitel 3
- Maike Luhmann (2015): *R für Einsteiger*, Kapitel 16, 17.1-17.3
- Andreas Quatember (2010): *Statistik ohne Angst vor Formeln*, Kapitel 3.11
- Daniel Wollschläger (2014): *Grundlagen der Datenanalyse mit R*, Kapitel 6

**Lizenz**

Diese Übung wurde von Karsten Lübke entwickelt und orientiert sich an der Übung zum Buch OpenIntro von Andrew Bray, Mine Çetinkaya-Rundel und steht wie diese unter der Lizenz Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported.

**Versionshinweise:**

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- `mosaic` Version: 1.1.1

## Anhang 1: R Kurzreferenz

### Vorbemerkungen

Eine Übersicht von nützlichen R Funktionen innerhalb der Datenanalyse.

Diese Kurzreferenz beschreibt ein kleinen Teil der R Funktionen, wobei größtenteils auf das Zusatzpaket `mosaic` zurückgegriffen wird. Sie basiert weitgehend auf der Vignette `Minimal R` von Randall Pruim.

Weitere Hilfe und Beispiele finden Sie, wenn Sie

```
> ?plot
```

eingeben.

- R unterscheidet zwischen Groß- und Kleinbuchstaben.
- R verwendet den Punkt `.` als Dezimaltrennzeichen.
- Fehlende Werte werden in R durch `NA` kodiert.
- Kommentare werden mit dem Rautezeichen `#` eingeleitet; der Rest der Zeile von R dann ignoriert.
- R wendet Befehle direkt an.
- R ist objektorientiert, d. h., dieselbe Funktion hat evtl. je nach Funktionsargument unterschiedliche Rückgabewerte.
- Zusätzliche Funktionalität kann über Zusatzpakete hinzugeladen werden. Diese müssen ggf. zunächst installiert werden.
- Mit der Pfeiltaste nach oben können Sie einen vorherigen Befehl in der Konsole wieder aufrufen.
- Eine Ergebniszuzuweisung erfolgt über `<-`

Innerhalb von `mosaic`:

```
analysiere(y ~ x | z , data=Daten)
```

d. h., modelliere `y` in Abhängigkeit von `x` getrennt bzw. bedingt für `z` aus dem Datensatz `Daten`. Dabei können Teile (z. B. `y` und/ oder `z`) fehlen.<sup>5</sup>

Zusatzpakete müssen vor der ersten Benutzung einmalig installiert und nach jedem Neustart von R geladen werden:

```
install.packages("Paket") # Einmalig installieren
library(Paket) # Laden, einmalig in jeder Sitzung
```

### Daten

Daten einlesen und Datenvorverarbeitung sind häufig der (zeitlich) aufwendigste Teil einer Datenanalyse. Da die Daten die Grundlage sind, sollte auch hier sorgfältig gearbeitet und überprüft werden.

<sup>5</sup>Beim Mac ist `~` die Tastenkombination `alt+n`, `|` die Tastenkombination `alt+7`

## Daten einlesen

```
read.table() # Allgemeinen Datensatz einlesen. Achtung: Optionen anpassen
read.csv2() # csv Datensatz einlesen (aus deutschsprachigem Excel)
file.choose() # Datei auswählen
meineDaten <- read.csv2(file.choose())
```

U. a. mit Hilfe des Zusatzpaketes `readxl` können Excel Dateien eingelesen werden:

```
meineDaten <- read_excel(file.choose())
```

## Daten verarbeiten

```
str() # Datenstruktur
head() # Obere Zeilen
tail() # Untere Zeilen
nrow(); ncol() # Anzahl Zeilen; Spalten
rownames(); colnames() # Zeilennamen, Spaltennamen
```

## Daten transformieren

Einzelne Variablen eines Datensatzes können über `$` ausgewählt werden: `Daten$Variable`. Allgemein kann über `Daten[i, j]` die *i*-te Zeile und *j*-te Spalte ausgewählt werden, wobei auch mehrere oder keine Zeile(n) bzw. Spalte(n) ausgewählt werden können. Über `c()` wird ein Vektor erzeugt. Mit `-` vor der Auswahl werden der Rest ohne die Auswahl ausgewählt.

```
as.factor() # Daten als Faktoren definieren
relevel() # Faktorstufen umordnen
droplevels() # Ungenutzte Faktorstufen entfernen
recode() # Umkodierung von Werten, Paket car
as.numeric() # Faktorstufen als numerische Daten verwenden
cut() # Aufteilung numerischer Werte in Intervalle

subset() # Teilmenge der Daten auswählen
na.omit() # Zeilen mit fehlenden Werten entfernen

log() # Logarithmusfunktion
exp() # Exponentialfunktion
sqrt() # Quadratwurzelfunktion
abs() # Betragsfunktion

rowSums() # Zeilensumme
```

```
rowMeans() # Zeilenmittelwert
```

Innerhalb des Paketes dplyr (wird mit mosaic geladen) gibt es u. a. folgende Funktionen:

```
filter() # Filtert Beobachtungen eines Datensatzes  
select() # Wählt Variablen eines Datensatzes aus  
mutate() # Erzeugt neue Variable bzw. verändert bestehende  
rename() # Benennt Variablen um  
arrange() # Sortiert Beobachtungen eines Datensatzes  
%>% # Übergebe das Ergebnis der vorhergehenden Funktion an die folgende
```

## Grafische Verfahren

Vor jeder mathematisch-statistischen Analyse sollte eine explorative, grafische Analyse erfolgen. Die folgenden Befehle sind aus dem Paket mosaic.

```
bargraph() # Balkendiagramm  
histogram() # Histogramm  
bwplot() # Boxplot  
xyplot() # Streudiagramm
```

Nicht aus dem Paket mosaic sind:

```
mosaicplot() # Mosaicplot  
corrplot() # Korrelationsplot, Paket corrplot  
ggpairs() # Matrixplot, Paket GGally  
heatmap() # Heatmap
```

## Deskriptive Statistik

Eine gute Zusammenfassung liefert der `mosaic` Befehl:

```
favstats()
```

Ansonsten (`mosaic` angepasst):

```
tally() # Tabellierung, Häufigkeiten  
prop() # Anteile  
mean() # Arithmetischer Mittelwert  
median() # Median  
quantile() # Quantile  
sd() # Standardabweichung  
var() # Varianz  
IQR() # Interquartilsabstand  
cov() # Kovarianz  
cor() # Korrelationskoeffizient
```

## Inferenzstatistik

### Randomisierung, Simulationen

Größtenteils `mosaic`:

```
set.seed() # Zufallszahlengenerator setzen  
rflip() # Münzwurf  
do() # Wiederholung (Schleife)  
sample() # Stichprobe ohne Zurücklegen  
resample() # Stichprobe mit Zurücklegen  
shuffle() # Permutation  
rnorm() # Normalverteilte Zufallszahlen
```

### Verteilungen

Innerhalb der Funktionen müssen ggf. die Parameter, d. h. `mean=`, `sd=` bzw. `df=` angepasst werden.  
(Das vorgestellte `x` steht für in `mosaic` angepasste Versionen.)

```
xpchisq() # Verteilungsfunktion  $\chi^2$  Verteilung  
xqchisq() # Quantilsfunktion  $\chi^2$  Verteilung  
xpnorm() # Verteilungsfunktion Normalverteilung  
xqnorm() # Quantilsfunktion Normalverteilung  
xpt() # Verteilungsfunktion t-Verteilung  
xqt() # Quantilsfunktion t-Verteilung
```

Analoger Aufbau für weitere Verteilungen, z. B. `_binom()` (Binomialverteilung), `_f()` (F-Verteilung).

## Testverfahren

Einige der Testverfahren wurden von `mosaic` angepasst.

```
t.test() # t-Test
prop.test() # Binomialtest (approximativ)
xchisq.test() # Chi2-Test
aov() # Varianzanalyse
```

Der nicht-parametrische Wilcoxon-Test `wilcox.test()` ist nicht im Paket `mosaic` enthalten, hat daher einen leicht anderen Funktionsaufruf. Einen Test auf Normalverteilung führt der Shapiro-Wilk Test durch: `shapiro.test()`.

## Multivariate Verfahren

```
lm() # Lineare Regression
glm(), family="binomial" # Logistische Regression
plotModel() # Modell zeichnen
coef() # Koeffizienten extrahieren
residuals() # Residuen einer Regression
fitted() # Angepasste Werte einer Regression
predict() # Vorhersagen
```

In `mosaic` kann das Ergebnis einer solchen Regression über `makeFun()` in eine einfache mathematische Funktion überführt werden. `plotFun()` zeichnet das Ergebnis. `step()` führt eine Variablenselektion durch.

Weitere Verfahren – nicht `mosaic`:

```
prcomp() # Hauptkomponentenanalyse (PCA)
alpha() # Reliabilitätsanalyse, Paket psych
dist() # Distanzen
hclust() # Hierarchische Clusteranalyse
kmeans() # k-Means Clusterverfahren
rpart() # Klassifikations- und Regressionsbäume, Paket rpart
```

## Versionshinweise:

Erstellt von Karsten Lübke unter der Lizenz Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported.

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3



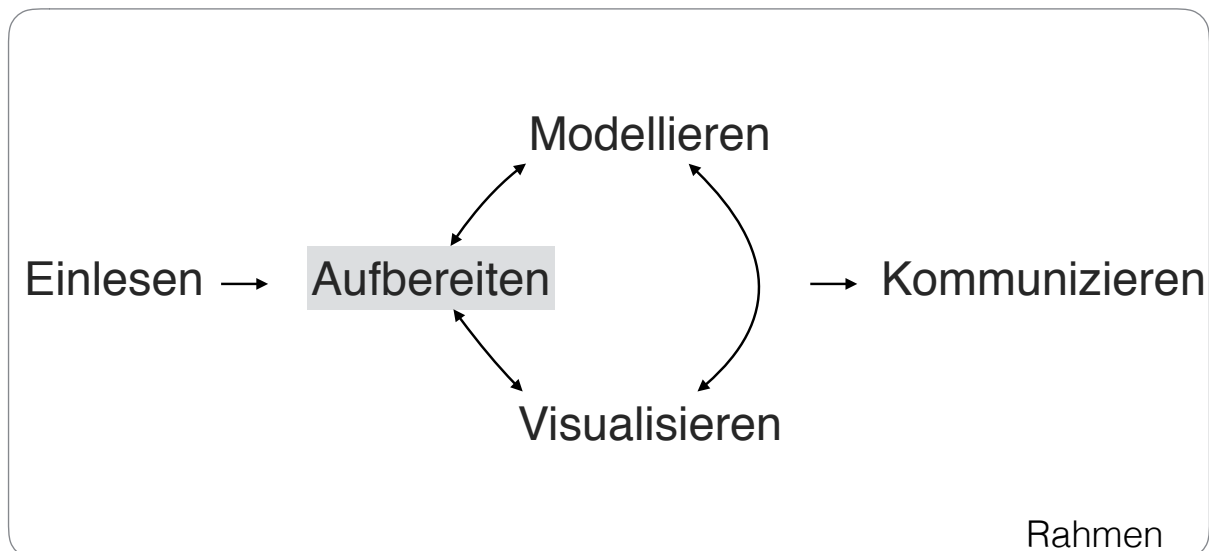


Abbildung 1: Daten aufbereiten

- `mosaic` Version: 1.1.1

## Anhang 2: Datenjudo

In diesem Kapitel benötigte Pakete:

```
library(tidyverse) # Datenjudo
library(stringr)   # Texte bearbeiten
library(car)       # für 'recode'
```

Mit *Datenjudo* ist gemeint, die Daten für die eigentliche Analyse “aufzubereiten”. Unter *Aufbereiten* ist hier das Umformen, Prüfen, Bereinigen, Gruppieren und Zusammenfassen von Daten gemeint. Die deskriptive Statistik fällt unter die Rubrik Aufbereiten. Kurz gesagt: Alles, was man tut, nachdem die Daten “da” sind und bevor man mit anspruchsvoller(er) Modellierung beginnt.

Ist das Aufbereiten von Daten auch nicht statistisch anspruchsvoll, so ist es trotzdem von großer Bedeutung und häufig recht zeitintensiv. Eine Anekdote zur Relevanz der Datenaufbereitung, die (so will es die Geschichte) mir an einer Bar nach einer einschlägigen Konferenz erzählt wurde (daher keine Quellenangabe, Sie verstehen...). Eine Computerwissenschaftlerin aus den USA (deutschen Ursprungs) hatte einen beeindruckenden “Track Record” an Siegen in Wettkämpfen der Datenanalyse. Tatsächlich hatte sie keine besonderen, raffinierten Modellierungstechniken eingesetzt; klassische Regression war ihre Methode der Wahl. Bei einem Wettkampf, bei dem es darum ging, Krebsfälle aus Krankendaten vorherzusagen (z. B. von Röntgenbildern) fand sie nach langem Datenjudo heraus, dass in die “ID-Variablen” Information gesickert war, die dort nicht hingehörte und die sie nutzen konnte für überraschend (aus Sicht der Mitstreiter) gute Vorhersagen zu Krebsfällen. Wie war das möglich? Die Daten stammten aus mehreren Kliniken, jede Klinik verwendete ein anderes System, um IDs für Patienten zu erstellen. Überall waren die IDs stark genug, um die Anonymität der Patienten sicherzustellen, aber gleich wohl

konnte man (nach einigem Judo) unterscheiden, welche ID von welcher Klinik stammte. Was das bringt? Einige Kliniken waren reine Screening-Zentren, die die Normalbevölkerung versorgte. Dort sind wenig Krebsfälle zu erwarten. Andere Kliniken jedoch waren Onkologie-Zentren für bereits bekannte Patienten oder für Patienten mit besonderer Risikolage. Wenig überraschend, dass man dann höhere Krebsraten vorhersagen kann. Eigentlich ganz einfach; besondere Mathe steht hier (zumindest in dieser Geschichte) nicht dahinter. Und, wenn man den Trick kennt, ganz einfach. Aber wie so oft ist es nicht leicht, den Trick zu finden. Sorgfältiges Datenjudo hat hier den Schlüssel zum Erfolg gebracht.

## Typische Probleme

Bevor man seine Statistik-Trickkiste so richtig schön aufmachen kann, muss man die Daten häufig erst noch in Form bringen. Das ist nicht schwierig in dem Sinne, dass es um komplizierte Mathe ginge. Allerdings braucht es mitunter recht viel Zeit und ein paar (oder viele) handwerkliche Tricks sind hilfreich. Hier soll das folgende Kapitel helfen.

Typische Probleme, die immer wieder auftreten, sind:

- *Fehlende Werte*: Irgend jemand hat auf eine meiner schönen Fragen in der Umfrage nicht geantwortet!
- *Unerwartete Daten*: Auf die Frage, wie viele Facebook-Freunde er oder sie habe, schrieb die Person “I like you a lot”. Was tun???
- *Daten müssen umgeformt werden*: Für jede der beiden Gruppen seiner Studie hat Joachim einen Google-Forms-Fragebogen aufgesetzt. Jetzt hat er zwei Tabellen, die er “verheiraten” möchte. Geht das?
- *Neue Variablen (Spalten) berechnen*: Ein Student fragt nach der Anzahl der richtigen Aufgaben in der Statistik-Probeklausur. Wir wollen helfen und im entsprechenden Datensatz eine Spalte erzeugen, in der pro Person die Anzahl der richtig beantworteten Fragen steht.

## Daten aufbereiten mit **dplyr**

Es gibt viele Möglichkeiten, Daten mit R aufzubereiten; `dplyr` ist ein populäres Paket dafür. Eine zentrale Idee von `dplyr` ist, dass es nur ein paar wenige Grundbausteine geben sollte, die sich gut kombinieren lassen. Sprich: Wenige grundlegende Funktionen mit eng umgrenzter Funktionalität. Der Autor, Hadley Wickham, sprach einmal in einem Forum (citation needed), dass diese Befehle wenig können, das Wenige aber gut. Ein Nachteil dieser Konzeption kann sein, dass man recht viele dieser Bausteine kombinieren muss, um zum gewünschten Ergebnis zu kommen. Außerdem muss man die Logik des Baukastens gut verstanden haben – die Lernkurve ist also erstmal steiler. Dafür ist man dann nicht darauf angewiesen, dass es irgendwo “Mrs Right” gibt, die genau das kann, was ich will. Außerdem braucht man sich auch nicht viele Funktionen merken. Es reicht, einen kleinen Satz an Funktionen zu kennen (die praktischerweise konsistent in Syntax und Methodik sind).

Willkommen in der Welt von `dplyr`! `dplyr` hat seinen Namen, weil es sich ausschließlich um *Dataframes* bemüht; es erwartet einen Dataframe als Eingabe und gibt einen Dataframe zurück (zumindest bei den

ID	Name	Note1
1	Anna	1
2	Anna	1
3	Berta	2
4	Carla	2
5	Carla	2

ID	Name	Note1
1	Anna	1
2	Anna	1

Abbildung 2: Zeilen filtern

meisten Befehlen).

Diese Bausteine sind typische Tätigkeiten im Umgang mit Daten; nichts Überraschendes. Schauen wir uns diese Bausteine näher an.

## Zeilen filtern mit **filter**

Häufig will man bestimmte Zeilen aus einer Tabelle filtern. Zum Beispiel man arbeitet für die Zigaretenindustrie und ist nur an den Rauchern interessiert (die im Übrigen unser Gesundheitssystem retten), nicht an Nicht-Rauchern; es sollen die nur Umsatzzahlen des letzten Quartals untersucht werden, nicht die vorherigen Quartale; es sollen nur die Daten aus Labor X (nicht Labor Y) ausgewertet werden etc.

Ein Sinnbild:

Merke:

Die Funktion `filter` filtert Zeilen aus einem Dataframe.

Schauen wir uns einige Beispiel an; zuerst die Daten laden nicht vergessen. Achtung: "Wohnen" die Daten in einem Paket, muss dieses Paket installiert sein, damit man auf die Daten zugreifen kann.

```
data(profiles, package = "okcupiddata") # Das Paket muss installiert sein

df_frauen <- filter(profiles, sex == "f") # nur die Frauen
df_alt <- filter(profiles, age > 70) # nur die alten
# nur die alten Frauen, d. h. UND-Verknüpfung
df_alte_frauen <- filter(profiles, age > 70, sex == "f")
df_nosmoke_nodrinks <- filter(profiles, smokes == "no" | drinks == "not at all")
# liefert alle Personen, die Nicht-Raucher *oder* Nicht-Trinker sind
```

Gar nicht so schwer, oder? Allgemeiner gesprochen werden diejenigen Zeilen gefiltert (also behalten bzw. zurückgeliefert), für die das Filterkriterium `TRUE` ist.

Manche Befehle wie `filter` haben einen Allerweltsnamen; gut möglich, dass ein Befehl mit gleichem Namen in einem anderen (geladenen) Paket existiert. Das kann dann zu Verwirrungen führen - und

kryptischen Fehlern. Im Zweifel den Namen des richtigen Pakets ergänzen, und zwar zum Beispiel so: `dplyr::filter(...)`.

## Aufgaben

Richtig oder Falsch!?<sup>6</sup>

1. `filter` filtert Spalten.
2. `filter` ist eine Funktion aus dem Paket `dplyr`.
3. `filter` erwartet als ersten Parameter das Filterkriterium.
4. `filter` lässt nur ein Filterkriterium zu.
5. Möchte man aus dem Datensatz `profiles` (`okcupiddata`) die Frauen filtern, so ist folgende Syntax korrekt: `filter(profiles, sex == "f")`.

## Vertiefung: Fortgeschrittene Beispiele für **filter**

Einige fortgeschrittene Beispiele für `filter`:

Man kann alle Elemente (Zeilen) filtern, die zu einer Menge gehören und zwar mit diesem Operator: `%in%`:

```
filter(profiles, body_type %in% c("a little extra", "average"))
```

Besonders Textdaten laden zu einigen Extra-Überlegungen ein; sagen wir, wir wollen alle Personen filtern, die Katzen bei den Haustieren erwähnen. Es soll reichen, wenn `cat` ein Teil des Textes ist; also `likes dogs and likes cats` wäre OK (soll gefiltert werden). Dazu nutzen wir ein Paket zur Bearbeitung von Strings (Textdaten):

```
filter(profiles, str_detect(pets, "cats"))
```

Ein häufiger Fall ist, Zeilen *ohne* fehlende Werte (NAs) zu filtern. Das geht einfach:

```
profiles_keine_nas <- na.omit(profiles)
```

Aber was ist, wenn wir nur bei bestimmten Spalten wegen fehlender Werte besorgt sind? Sagen wir bei `income` und bei `sex`:

```
filter(profiles, !is.na(income) | !is.na(sex))
```

## Spalten wählen mit **select**

Das Gegenstück zu `filter` ist `select`; dieser Befehl liefert die gewählten Spalten zurück. Das ist häufig praktisch, wenn der Datensatz sehr "breit" ist, also viele Spalten enthält. Dann kann es übersichtlicher sein, sich nur die relevanten auszuwählen. Das Sinnbild für diesen Befehl:

Merke:

---

<sup>6</sup>F, R, F, F, R

vorher					nachher		
ID	Name	N1	N2	N3			
1	Anna	1	2	3	1	Anna	1
2	Berta	1	1	1	2	Berta	1
3	Carla	2	3	4	3	Carla	2
...	...	...	...	...	...	...	...

Abbildung 3: Spalten auswählen

Die Funktion `select` wählt Spalten aus einem Dataframe aus.

Laden wir als ersten einen Datensatz.

```
stats_test <- read.csv("../data/test_inf_short.csv")
```

Dieser Datensatz beinhaltet Daten zu einer Statistiklausur.

Beachten Sie, dass diese Syntax davon ausgeht, dass sich die Daten in einem Unterordner mit dem Namen `data` befinden, welcher sich im Arbeitsverzeichnis befindet<sup>7</sup>.

```
select(stats_test, score) # Spalte `score` auswählen
# Spalten `score` und `study_time` auswählen
select(stats_test, score, study_time)
select(stats_test, score:study_time) # dito
select(stats_test, 5:6) Spalten 5 bis 6 auswählen
```

Tatsächlich ist der Befehl `select` sehr flexibel; es gibt viele Möglichkeiten, Spalten auszuwählen. Im `dplyr`-Cheatsheet findet sich ein guter Überblick dazu.

## Aufgaben

Richtig oder Falsch!?<sup>8</sup>

1. `select` wählt *Zeilen* aus.
2. `select` ist eine Funktion aus dem Paket `knitr`.
3. Möchte man zwei Spalten auswählen, so ist folgende Syntax prinzipiell korrekt: `select(df, spalte1, spalte2)`.
4. Möchte man Spalten 1 bis 10 auswählen, so ist folgende Syntax prinzipiell korrekt: `select(df, spalte1:spalte10)`
5. Mit `select` können Spalten nur bei ihrem Namen, aber nicht bei ihrer Nummer aufgerufen werden.

<sup>7</sup>Der angegebene Pfad ist also *relativ* zum aktuellen Verzeichnis.

<sup>8</sup>F, F, R, R, F

## Zeilen sortieren mit **arrange**

Man kann zwei Arten des Umgangs mit R unterscheiden: Zum einen der “interaktive Gebrauch” und zum anderen “richtiges Programmieren”. Im interaktiven Gebrauch geht es uns darum, die Fragen zum aktuell vorliegenden Datensatz (schnell) zu beantworten. Es geht nicht darum, eine allgemeine Lösung zu entwickeln, die wir in die Welt verschicken können und die dort ein bestimmtes Problem löst, ohne dass der Entwickler (wir) dabei Hilfestellung geben muss. “Richtige” Software, wie ein R-Paket oder Microsoft Powerpoint, muss diese Erwartung erfüllen; “richtiges Programmieren” ist dazu vonnöten. Natürlich sind in diesem Fall die Ansprüche an die Syntax (der “Code”, hört sich cooler an) viel höher. In dem Fall muss man alle Eventualitäten voraussehen und sicherstellen, dass das Programm auch beim merkwürdigsten Nutzer brav seinen Dienst tut. Wir haben hier, beim interaktiven Gebrauch, niedrigere Ansprüche bzw. andere Ziele.

Beim interaktiven Gebrauch von R (oder beliebigen Analyseprogrammen) ist das Sortieren von Zeilen eine recht häufige Tätigkeit. Typisches Beispiel wäre der Lehrer, der eine Tabelle mit Noten hat und wissen will, welche Schüler die schlechtesten oder die besten sind in einem bestimmten Fach. Oder bei der Prüfung der Umsätze nach Filialen möchten wir die umsatzstärksten sowie -schwächsten Niederlassungen kennen.

Ein R-Befehl hierzu ist `arrange`; einige Beispiele zeigen die Funktionsweise am besten:

```
arrange(stats_test, score) # liefert die *schlechtesten* Noten zuerst zurück
arrange(stats_test, -score) # liefert die *besten* Noten zuerst zurück
arrange(stats_test, interest, score)
```

```
##      X                V_1 study_time self_eval interest score
## 1 234 23.01.2017 18:13:15          3          1          1     17
## 2   4 06.01.2017 09:58:05          2          3          2     18
## 3 131 19.01.2017 18:03:45          2          3          4     18
## 4 142 19.01.2017 19:02:12          3          4          1     18
## 5  35 12.01.2017 19:04:43          1          2          3     19
## 6  71 15.01.2017 15:03:29          3          3          3     20
```

```
##      X                V_1 study_time self_eval interest score
## 1   3 05.01.2017 23:33:47          5         10          6     40
## 2   7 06.01.2017 14:25:49         NA         NA         NA     40
## 3  29 12.01.2017 09:48:16          4         10          3     40
## 4  41 13.01.2017 12:07:29          4         10          3     40
## 5  58 14.01.2017 15:43:01          3          8          2     40
## 6  83 16.01.2017 10:16:52         NA         NA         NA     40
```

```
##      X                V_1 study_time self_eval interest score
## 1 234 23.01.2017 18:13:15          3          1          1     17
## 2 142 19.01.2017 19:02:12          3          4          1     18
## 3 221 23.01.2017 11:40:30          1          1          1     23
```

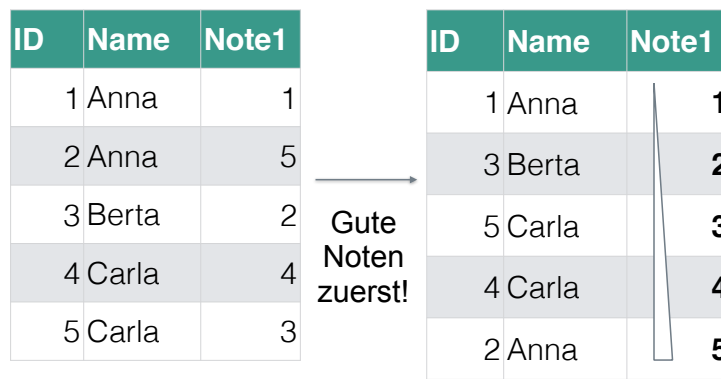


Abbildung 4: Spalten sortieren

```
## 4 230 23.01.2017 16:27:49      1      1      1      23
## 5  92 17.01.2017 17:18:55      1      1      1      24
## 6 107 18.01.2017 16:01:36      3      2      1      24
```

Einige Anmerkungen: Die generelle Syntax lautet `arrange(df, Spalte1, ...)`, wobei `df` den Dataframe bezeichnet und `Spalte1` die erste zu sortierende Spalte; die Punkte `...` geben an, dass man weitere Parameter übergeben kann. Man kann sowohl numerische Spalten als auch Textspalten sortieren. Am wichtigsten ist hier, dass man weitere Spalten übergeben kann. Dazu gleich mehr.

Standardmäßig sortiert `arrange` *aufsteigend* (weil kleine Zahlen im Zahlenstrahl vor den großen Zahlen kommen). Möchte man diese Reihenfolge umdrehen (große Werte zuerst, d. h. *absteigend*), so kann man ein Minuszeichen vor den Namen der Spalte setzen.

Gibt man *zwei oder mehr* Spalten an, so werden pro Wert von `Spalte1` die Werte von `Spalte2` sortiert etc; man betrachte den Output des Beispiels oben dazu.

Merke:

Die Funktion `arrange` sortiert die Zeilen eines Dataframes.

Ein Sinnbild zur Verdeutlichung:

Ein ähnliches Ergebnis erhält man mit `top_n()`, welches die *n größten Ränge* wiedergibt:

```
top_n(stats_test, 3)
```

```
## Selecting by score
```

```
##      X          V_1 study_time self_eval interest score
## 1    3 05.01.2017 23:33:47      5      10      6     40
## 2    7 06.01.2017 14:25:49     NA     NA     NA     40
## 3   29 12.01.2017 09:48:16      4      10      3     40
## 4   41 13.01.2017 12:07:29      4      10      3     40
## 5   58 14.01.2017 15:43:01      3       8      2     40
## 6   83 16.01.2017 10:16:52     NA     NA     NA     40
## 7  116 18.01.2017 23:07:32      4       8      5     40
```

```
## 8 119 19.01.2017 09:05:01      NA      NA      NA      40
## 9 132 19.01.2017 18:22:32      NA      NA      NA      40
## 10 175 20.01.2017 23:03:36       5      10       5      40
## 11 179 21.01.2017 07:40:05       5       9       1      40
## 12 185 21.01.2017 15:01:26       4      10       5      40
## 13 196 22.01.2017 13:38:56       4      10       5      40
## 14 197 22.01.2017 14:55:17       4      10       5      40
## 15 248 24.01.2017 16:29:45       2      10       2      40
## 16 249 24.01.2017 17:19:54      NA      NA      NA      40
## 17 257 25.01.2017 10:44:34       2       9       3      40
## 18 306 27.01.2017 11:29:48       4       9       3      40
```

```
top_n(stats_test, 3, interest)
```

```
##      X              V_1 study_time self_eval interest score
## 1    3 05.01.2017 23:33:47       5      10       6      40
## 2    5 06.01.2017 14:13:08       4       8       6      34
## 3   43 13.01.2017 14:14:16       4       8       6      36
## 4   65 15.01.2017 12:41:27       3       6       6      22
## 5  110 18.01.2017 18:53:02       5       8       6      37
## 6  136 19.01.2017 18:22:57       3       1       6      39
## 7  172 20.01.2017 20:42:46       5      10       6      34
## 8  214 22.01.2017 21:57:36       2       6       6      31
## 9  301 27.01.2017 08:17:59       4       8       6      33
```

Gibt man *keine* Spalte an, so bezieht sich `top_n` auf die letzte Spalte im Datensatz.

Da sich hier mehrere Personen den größten Rang (Wert 40) teilen, bekommen wir *nicht* 3 Zeilen zurückgeliefert, sondern entsprechend mehr.

## Aufgaben

Richtig oder Falsch!?<sup>9</sup>

1. `arrange` arrangiert Spalten.
2. `arrange` sortiert im Standard absteigend.
3. `arrange` lässt nur ein Sortierkriterium zu.
4. `arrange` kann numerische Werte, aber nicht Zeichenketten sortieren.
5. `top_n(5)` liefert die fünf kleinsten Ränge.

---

<sup>9</sup>F, F, F, F, R



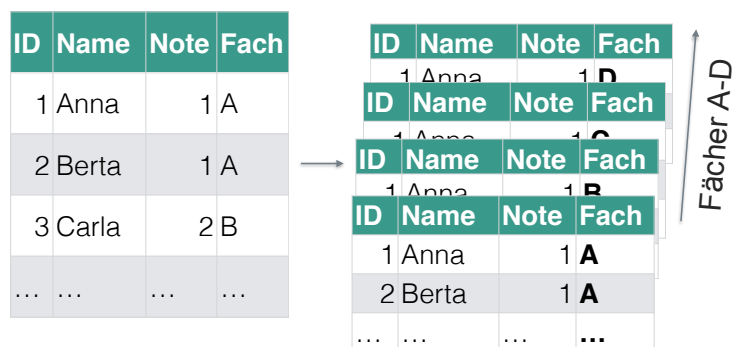


Abbildung 5: Datensätze nach Subgruppen aufteilen

## Datensatz gruppieren mit `group_by`

Einen Datensatz zu gruppieren ist ebenfalls eine häufige Angelegenheit: Was ist der mittlere Umsatz in Region X im Vergleich zu Region Y? Ist die Reaktionszeit in der Experimentalgruppe kleiner als in der Kontrollgruppe? Können Männer schneller ausparken als Frauen? Man sieht, dass das Gruppieren u. a. in Verbindung mit Mittelwerten oder anderen Zusammenfassungen sinnvoll ist; dazu im nächsten Abschnitt mehr.

In der Abbildung wurde der Datensatz anhand der Spalte `Fach` in mehrere Gruppen geteilt. Wir könnten uns als nächstes z. B. Mittelwerte pro `Fach` – d. h. pro Gruppe (pro Ausprägung von `Fach`) – ausgeben lassen; in diesem Fall vier Gruppen (`Fach A` bis `D`).

```
test_gruppiert <- group_by(stats_test, interest)
test_gruppiert
```

```
## # A tibble: 306 x 6
## # Groups:   interest [7]
##       X                V_1 study_time self_eval interest score
##   <int>          <fctr>    <int>      <int>    <int> <int>
## 1     1  05.01.2017 13:57:01         5         8         5    29
## 2     2  05.01.2017 21:07:56         3         7         3    29
## 3     3  05.01.2017 23:33:47         5        10         6    40
## 4     4  06.01.2017 09:58:05         2         3         2    18
## 5     5  06.01.2017 14:13:08         4         8         6    34
## 6     6  06.01.2017 14:21:18        NA        NA        NA    39
## 7     7  06.01.2017 14:25:49        NA        NA        NA    40
## 8     8  06.01.2017 17:24:53         2         5         3    24
## 9     9  07.01.2017 10:11:17         2         3         5    25
## 10    10  07.01.2017 18:10:05         4         5         5    33
## # ... with 296 more rows
```

Schaut man sich nun den Datensatz an, sieht man erstmal wenig Effekt der Gruppierung. R teilt uns lediglich mit `Groups: interest [7]` mit, dass es die Gruppen gibt, aber es gibt keine extra Spalte

oder sonstige Anzeichen der Gruppierung. Aber keine Sorge, wenn wir gleich einen Mittelwert ausrechnen, bekommen wir den Mittelwert pro Gruppe!

Ein paar Hinweise: `Source: local data frame [306 x 6]` will sagen, dass die Ausgabe sich auf einen `tibble` bezieht<sup>10</sup>, also eine bestimmte Art von Dataframe. `Groups: interest [7]` zeigt, dass der `Tibble` in 7 Gruppen - entsprechend der Werte von `interest` aufgeteilt ist.

`group_by` an sich ist nicht wirklich nützlich. Nützlich wird es erst, wenn man weitere Funktionen auf den gruppierten Datensatz anwendet - z.B. Mittelwerte ausrechnet (z.B. mit `summarise`, s. unten). Die nachfolgenden Funktionen (wenn sie aus `dplyr` kommen), berücksichtigen nämlich die Gruppierung. So kann man einfach Mittelwerte pro Gruppe ausrechnen.

Merke:

Mit `group_by` teilt man einen Datensatz in Gruppen ein, entsprechend der Werte einer oder mehrerer Spalten.

## Aufgaben

Richtig oder Falsch!?<sup>11</sup>

1. Mit `group_by` gruppiert man einen Datensatz.
2. `group_by` lässt nur ein Gruppierungskriterium zu.
3. Die Gruppierung durch `group_by` wird nur von Funktionen aus `dplyr` erkannt.
4. `group_by` ist sinnvoll mit `summarise` zu kombinieren.

## Eine Spalte zusammenfassen mit **summarise**

Vielleicht die wichtigste oder häufigste Tätigkeit in der Analyse von Daten ist es, eine Spalte zu *einem* Wert zusammenzufassen. Anders gesagt: Einen Mittelwert berechnen, den größten (kleinsten) Wert herausuchen, die Korrelation berechnen oder eine beliebige andere Statistik ausgeben lassen. Die Gemeinsamkeit dieser Operationen ist, dass sie eine Spalte zu einem Wert zusammenfassen, “aus Spalte mach Zahl”, sozusagen. Daher ist der Name des Befehls `summarise` ganz passend. Genauer gesagt fasst dieser Befehl eine Spalte zu einer Zahl zusammen *anhand* einer Funktion wie `mean` oder `max`. Hierbei ist jede Funktion erlaubt, die eine Spalte als Input verlangt und eine Zahl zurückgibt; andere Funktionen sind bei `summarise` nicht erlaubt.

```
summarise(stats_test, mean(score))
```

```
## mean(score)
## 1      31.12092
```

Man könnte diesen Befehl so ins Deutsche übersetzen: *Fasse aus Tabelle stats\_test die Spalte score anhand des Mittelwerts zusammen.* Nicht vergessen, wenn die Spalte `score` fehlende Werte hat, wird der

<sup>10</sup><http://stackoverflow.com/questions/29084380/what-is-the-meaning-of-the-local-data-frame-message-from-dplyrprint-tbl-df>

<sup>11</sup>R, F, R, R

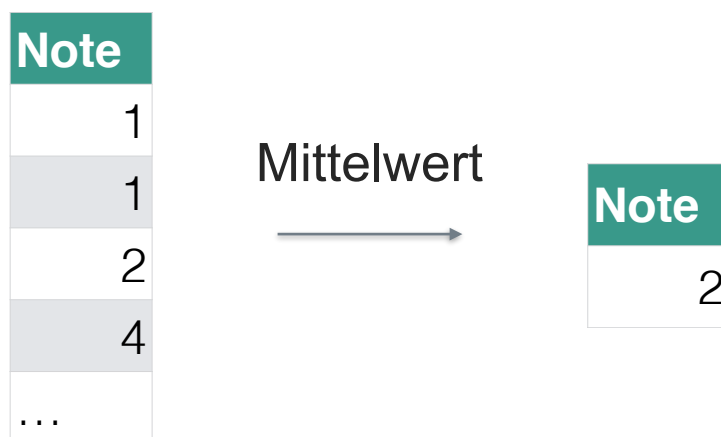


Abbildung 6: Spalten zu einer Zahl zusammenfassen

Befehl `mean` standardmäßig dies mit `NA` quittieren.

Jetzt können wir auch die Gruppierung nutzen:

```
test_gruppiert <- group_by(stats_test, interest)
summarise(test_gruppiert, mean(score))
```

```
## # A tibble: 7 x 2
##   interest `mean(score)`
##   <int>      <dbl>
## 1       1      28.26667
## 2       2      29.70213
## 3       3      30.80303
## 4       4      29.92683
## 5       5      32.51111
## 6       6      34.00000
## 7      NA      33.08824
```

Der Befehl `summarise` erkennt also, wenn eine (mit `group_by`) gruppierte Tabelle vorliegt. Jegliche Zusammenfassung, die wir anfordern, wird anhand der Gruppierungsinformation aufgeteilt werden. In dem Beispiel bekommen wir einen Mittelwert für jeden Wert von `interest`. Interessanterweise sehen wir, dass der Mittelwert tendenziell größer wird, je größer `interest` wird.

Alle diese `dplyr`-Befehle geben einen Dataframe zurück, was praktisch ist für weitere Verarbeitung. In diesem Fall heißen die Spalten `interest` und `mean(score)`. Der zweite Name ist nicht so schön, daher ändern wir den wie folgt:

Jetzt können wir auch die Gruppierung nutzen:

```
test_gruppiert <- group_by(stats_test, interest)
summarise(test_gruppiert, mw_pro_gruppe = mean(score, na.rm = TRUE))
```

```
## # A tibble: 7 x 2
```

```
##   interest mw_pro_gruppe
##   <int>      <dbl>
## 1      1      28.26667
## 2      2      29.70213
## 3      3      30.80303
## 4      4      29.92683
## 5      5      32.51111
## 6      6      34.00000
## 7     NA      33.08824
```

Nun heißt die zweite Spalte `mw_pro_Gruppe`. `na.rm = TRUE` veranlasst, bei fehlenden Werten trotzdem einen Mittelwert zurückzuliefern (die Zeilen mit fehlenden Werten werden in dem Fall ignoriert).

Grundsätzlich ist die Philosophie der `dplyr`-Befehle: “Mach nur eine Sache, aber die dafür gut”. Entsprechend kann `summarise` nur *Spalten* zusammenfassen, aber keine *Zeilen*.

Merke:

Mit `summarise` kann man eine Spalte eines Dataframes zu einem Wert zusammenfassen.

## Aufgaben

Richtig oder Falsch!?<sup>12</sup>

1. Möchte man aus der Tabelle `stats_test` den Mittelwert für die Spalte `score` berechnen, so ist folgende Syntax korrekt: `summarise(stats_test, mean(score))`.
2. `summarise` liefert eine Tabelle, genauer: einen Tibble, zurück.
3. Die Tabelle, die diese Funktion zurückliefert: `summarise(stats_test, mean(score))`, hat eine Spalte mit dem Namen `mean(score)`.
4. `summarise` lässt zu, dass die zu berechnende Spalte einen Namen vom Nutzer zugewiesen bekommt.
5. `summarise` darf nur verwendet werden, wenn eine Spalte zu einem Wert zusammengefasst werden soll.

## Zeilen zählen mit *n* und *count*

Ebenfalls nützlich ist es, Zeilen zu zählen. Im Gegensatz zum Standardbefehl<sup>13</sup> `nrow` versteht der `dplyr`-Befehl `n` auch Gruppierungen. `n` darf nur innerhalb von `summarise` oder ähnlichen `dplyr`-Befehlen verwendet werden.

```
summarise(stats_test, n())
```

```
##   n()
## 1 306
```

<sup>12</sup>R, R, R, R, R

<sup>13</sup>Standardbefehl meint, dass die Funktion zum Standardrepertoire von R gehört, also nicht über ein Paket extra geladen werden muss.

```
summarise(test_gruppiert, n())
```

```
## # A tibble: 7 x 2
##   interest `n()``
##   <int> <int>
## 1      1     30
## 2      2     47
## 3      3     66
## 4      4     41
## 5      5     45
## 6      6      9
## 7     NA     68
```

```
nrow(stats_test)
```

```
## [1] 306
```

Außerhalb von gruppierten Datensätzen ist `nrow` meist praktischer.

Praktischer ist der Befehl `count`, der nichts anderes ist als die Hintereinanderschaltung von `group_by` und `n`. Mit `count` zählen wir die Häufigkeiten nach Gruppen; Gruppen sind hier zumeist die Werte einer auszuzählenden Variablen (oder mehrerer auszuzählender Variablen). Das macht `count` zu einem wichtigen Helfer bei der Analyse von Häufigkeitsdaten.

```
dplyr::count(stats_test, interest)
```

```
## # A tibble: 7 x 2
##   interest      n
##   <int> <int>
## 1      1     30
## 2      2     47
## 3      3     66
## 4      4     41
## 5      5     45
## 6      6      9
## 7     NA     68
```

```
dplyr::count(stats_test, study_time)
```

```
## # A tibble: 6 x 2
##   study_time      n
##   <int> <int>
## 1      1     31
## 2      2     49
## 3      3     85
## 4      4     56
```

```
## 5          5      17
## 6          NA      68
```

```
dplyr::count(stats_test, interest, study_time)
```

```
## # A tibble: 29 x 3
##   interest study_time     n
##   <int>      <int> <int>
## 1         1         1     12
## 2         1         2      7
## 3         1         3      8
## 4         1         4      2
## 5         1         5      1
## 6         2         1      9
## 7         2         2     15
## 8         2         3     16
## 9         2         4      6
## 10        2         5      1
## # ... with 19 more rows
```

Allgemeiner formuliert lautet die Syntax: `count(df, Spalte1, ...)`, wobei `df` der Dataframe ist und `Spalte1` die erste (es können mehrere sein) auszuzählende Spalte. Gibt man z. B. zwei Spalten an, so wird pro Wert der 1. Spalte die Häufigkeiten der 2. Spalte ausgegeben.

Merke:

`n` und `count` zählen die Anzahl der Zeilen, d. h. die Anzahl der Fälle.

## Aufgaben

Richtig oder Falsch!?<sup>14</sup>

1. Mit `count` kann man Zeilen zählen.
2. `count` ist ähnlich (oder identisch) zu einer Kombination von `group_by` und `n()`.
3. Mit `count` kann man nur eine Gruppe beim Zählen berücksichtigen.
4. `count` darf nicht bei nominalskalierten Variablen verwendet werden.

## Vertiefung

### Die Pfeife

Die zweite Idee kann man salopp als “Durchpfeifen” bezeichnen; ikonographisch mit diesem Symbol dargestellt `%>%`. Der Begriff “Durchpfeifen” ist frei vom Englischen “to pipe” übernommen. Das berühmte Bild von René Magritte stand dabei Pate.

---

<sup>14</sup>R, R, F, F



Abbildung 7: La trahison des images [Ceci n'est pas une pipe], René Magritte, 1929, © C. Herscovici, Brussels / Artists Rights Society (ARS), New York, <http://collections.lacma.org/node/239578>

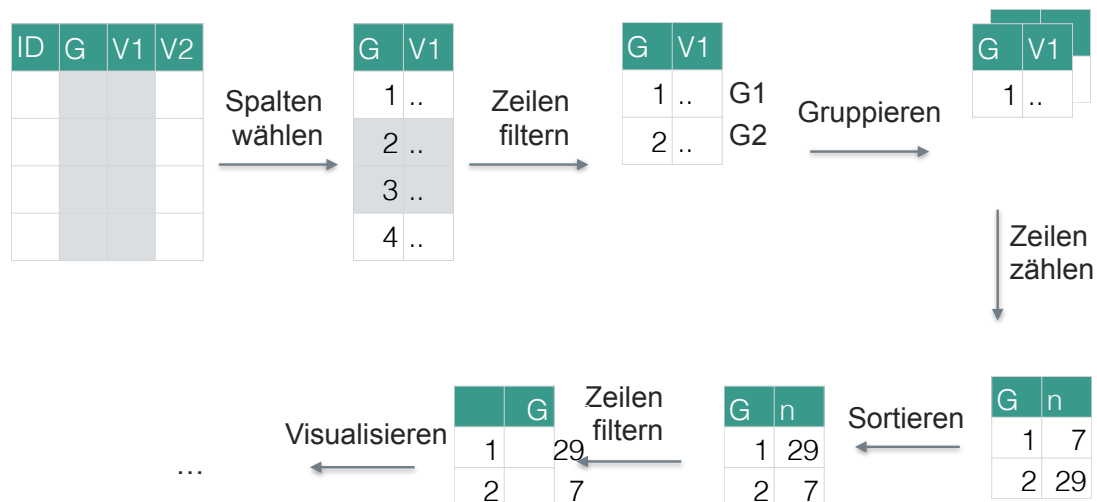


Abbildung 8: Das 'Durchpeifen'

Hierbei ist gemeint, einen Datensatz sozusagen auf ein Fließband zu legen und an jedem Arbeitsplatz einen Arbeitsschritt auszuführen. Der springende Punkt ist, dass ein Dataframe als "Rohstoff" eingegeben wird und jeder Arbeitsschritt seinerseits wieder einen Dataframe ausgibt. Damit kann man sehr schön einen "Flow" an Verarbeitung erreichen, außerdem spart man sich Tipparbeit und die Syntax wird lesbarer. Damit das Durchpeifen funktioniert, benötigt man Befehle, die als Eingabe einen Dataframe erwarten und wieder einen Dataframe zurückliefern. Das Schaubild verdeutlicht beispielhaft eine Abfolge des Durchpeifens.

Die sog. "Pfeife" (pipe: `%>%`) in Anspielung an das berühmte Bild von René Magritte verkettet Befehle hintereinander. Das ist praktisch, da es die Syntax vereinfacht. Vergleichen Sie mal diese Syntax

```
filter(summarise(group_by(filter(stats_test, !is.na(score)), interest), mw = mean(score))
```

mit dieser

```
stats_test %>%
  filter(!is.na(score)) %>%
  group_by(interest) %>%
  summarise(mw = mean(score)) %>%
  filter(mw > 30)
```

```
## # A tibble: 4 x 2
```

```
##      interest      mw
##      <int>      <dbl>
## 1          3 30.80303
## 2          5 32.51111
## 3          6 34.00000
## 4         NA 33.08824
```

Es ist hilfreich, diese “Pfeifen-Syntax” in deutschen Pseudo-Code zu übersetzen.

```
Nimm die Tabelle "stats_test" UND DANN
filtere alle nicht-fehlenden Werte UND DANN
gruppiere die verbleibenden Werte nach "interest" UND DANN
bilde den Mittelwert (pro Gruppe) für "score" UND DANN
liefere nur die Werte größer als 30 zurück.
```

Die Pfeife zerlegt die “russische Puppe”, also ineinander verschachtelten Code, in sequenzielle Schritte und zwar in der richtigen Reihenfolge (entsprechend der Abarbeitung). Wir müssen den Code nicht mehr von innen nach außen lesen (wie das bei einer mathematischen Formel der Fall ist), sondern können wie bei einem Kochrezept “erstens ..., zweitens ..., drittens ...” lesen. Die Pfeife macht die Syntax einfacher. Natürlich hätten wir die verschachtelte Syntax in viele einzelne Befehle zerlegen und jeweils ein Zwischenergebnis mit dem Zuweisungspfeil `<-` speichern und das Zwischenergebnis dann explizit an den nächsten Befehl weitergeben können. Eigentlich macht die Pfeife genau das – nur mit weniger Tipparbeit. Und auch einfacher zu lesen. Flow!

### Werte umkodieren mit `car::recode`

Manchmal möchte man z. B. negativ gepolte Items umdrehen oder bei kategoriellen Variablen kryptische Bezeichnungen in sprechendere umwandeln (ein Klassiker ist 1 in männlich bzw. 2 in weiblich oder umgekehrt, kann sich niemand merken). Hier gibt es eine Reihe praktischer Befehle, z.B. `recode` aus dem Paket `car`. Übrigens: Wenn man explizit angeben möchte, aus welchem Paket ein Befehl stammt (z. B. um Verwechslungen zu vermeiden), gibt man `Paketnamen::Befehlennamen` an. Schauen wir uns ein paar Beispiele zum Umkodieren an.

```
stats_test$score_fac <- car::recode(stats_test$study_time,
  "5 = 'sehr viel'; 2:4 = 'mittel'; 1 = 'wenig'",
  as.factor.result = TRUE)
stats_test$score_fac <- car::recode(stats_test$study_time,
  "5 = 'sehr viel'; 2:4 = 'mittel'; 1 = 'wenig'",
  as.factor.result = FALSE)

stats_test$study_time <- car::recode(stats_test$study_time,
  "5 = 'sehr viel'; 4 = 'wenig'; else = 'Hilfe'",
  as.factor.result = TRUE)
```



```
head(stats_test$study_time)
```

```
## [1] sehr viel Hilfe      sehr viel Hilfe      wenig      Hilfe
## Levels: Hilfe sehr viel wenig
```

Der Befehl `recode` ist wirklich sehr praktisch; mit `:` kann man “von bis” ansprechen (das ginge mit `c()` übrigens auch); `else` für “ansonsten” ist möglich und mit `as.factor.result` kann man entweder einen Faktor oder eine Text-Variable zurückgeliefert bekommen. Der ganze “Wechselterm” steht in Anführungsstrichen (`'`). Einzelne Teile des Wechselterms sind mit einem Strichpunkt (`;`) voneinander getrennt.

Das klassische Umkodieren von Items aus Fragebögen kann man so anstellen; sagen wir `interest` soll umkodiert werden:

```
stats_test$no_interest <- car::recode(stats_test$interest,
  "1 = 6; 2 = 5; 3 = 4; 4 = 3; 5 = 2; 6 = 1; else = NA")
glimpse(stats_test$no_interest)
```

```
## num [1:306] 2 4 1 5 1 NA NA 4 2 2 ...
```

Bei dem Wechselterm muss man aufpassen, nichts zu verwechseln; die Zahlen sehen alle ähnlich aus ...

Testen kann man den Erfolg des Umpolens mit

```
dplyr::count(stats_test, interest)
```

```
## # A tibble: 7 x 2
##   interest      n
##   <int> <int>
## 1         1    30
## 2         2    47
## 3         3    66
## 4         4    41
## 5         5    45
## 6         6     9
## 7        NA    68
```

```
dplyr::count(stats_test, no_interest)
```

```
## # A tibble: 7 x 2
##   no_interest      n
##   <dbl> <int>
## 1         1     9
## 2         2    45
## 3         3    41
## 4         4    66
```

```
## 5          5      47
## 6          6      30
## 7         NA      68
```

Scheint zu passen.

### “Binnen” mit `car::recode`

Noch praktischer ist, dass man so auch numerische Variablen in Bereiche aufteilen kann (“to bin”, denglisch: “binnen”):

```
stats_test$Ergebnis <- car::recode(stats_test$score,
  "1:38 = 'durchgefallen'; else = 'bestanden'")
```

Natürlich gibt es auch eine Pfeifen kompatible Version, um Variablen umzukodieren bzw. zu binnen: `dplyr::recode`<sup>15</sup>. Die Syntax ist allerdings etwas weniger komfortabel (da strenger), so dass wir an dieser Stelle bei `car::recode` bleiben.

### Numerische Werte in Klassen gruppieren mit `cut`

Numerische Werte in Klassen zu gruppieren (“to bin”, denglisch: “binnen”) kann mit dem Befehl `cut` (and friends) besorgt werden.

Es lassen sich drei typische Anwendungsformen unterscheiden:

Eine numerische Variable ...

1. in  $k$  gleich große Klassen gruppieren (gleichgroße Intervalle);
2. so in Klassen gruppieren, dass in jeder Klasse  $n$  Beobachtungen sind (gleiche Gruppengrößen);
3. in beliebige Klassen gruppieren.

### Gleichgroße Intervalle

Nehmen wir an, wir möchten die numerische Variable “Körpergröße” in drei Gruppen einteilen: “klein”, “mittel” und “groß”. Der Range von Körpergröße soll gleichmäßig auf die drei Gruppen aufgeteilt werden, d. h., der Range (Interval) der drei Gruppen soll gleich groß sein. Dazu kann man `cut_interval` aus `ggplot2` nehmen<sup>16</sup>.

```
wo_men <- read_csv("../data/wo_men.csv")
```

```
## Warning: Missing column names filled in: 'X1' [1]
## Parsed with column specification:
## cols(
##   X1 = col_integer(),
```

<sup>15</sup><https://blog.rstudio.org/2016/06/27/dplyr-0-5-0/>

<sup>16</sup>D. h., `ggplot2` muss geladen sein; wenn man `tidyverse` lädt, wird `ggplot2` automatisch auch geladen

```
##   time = col_character(),
##   sex = col_character(),
##   height = col_double(),
##   shoe_size = col_double()
## )

wo_men2 <- wo_men %>% filter(height > 150, height < 220)

temp <- cut_interval(x = wo_men2$height, n = 3)

levels(temp)
```

```
## [1] "[155,172]" "(172,189]" "(189,206]"
```

cut\_interval liefert eine Variable vom Typ factor zurück.

### Gleiche Gruppengrößen

```
temp <- cut_number(wo_men2$height, n = 2)
str(temp)
```

```
## Factor w/ 2 levels "[155,169]", "(169,206]": 1 2 2 2 2 1 1 2 1 2 ...
```

Mit cut\_number (aus ggplot2) kann man einen Vektor in n Gruppen mit (etwa) gleich viel Observationen einteilen.

Teilt man einen Vektor in zwei gleich große Gruppen, so entspricht das einer Aufteilung am Median (Median-Split).

### In beliebige Klassen gruppieren

```
wo_men$groesse_gruppe <- cut(wo_men$height, breaks = c(-Inf,
  100, 150, 170, 200, 230, Inf))

count(wo_men, groesse_gruppe)
```

```
## # A tibble: 6 x 2
##   groesse_gruppe      n
##           <fctr> <int>
## 1   (-Inf,100]      4
## 2   (150,170]     55
## 3   (170,200]     38
## 4   (200,230]      2
## 5   (230, Inf]      1
## 6           <NA>      1
```

`cut` ist im Standard-R (Paket “base”) enthalten. Mit `breaks` gibt man die Intervallgrenzen an. Zu beachten ist, dass man eine Unter- bzw. Obergrenze angeben muss. D. h., der kleinste Wert wird nicht automatisch als unterste Intervallgrenze herangezogen.

## Verweise

- Eine schöne Demonstration der Mächtigkeit von `dplyr` findet sich hier: <http://bit.ly/2kX9lvC>.

## Hinweis

Der Anhang *Datenjudo* wurde von Sebastian Sauer erstellt.

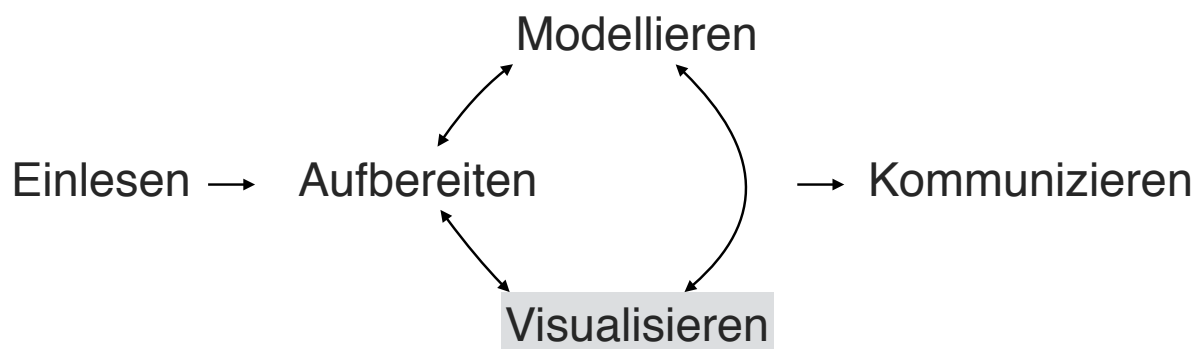
## Versionshinweise:

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- tidyverse Version: 1.2.1
- dplyr Version: 0.7.4

## Anhang 3: Daten visualisieren mit ggplot

In diesem Kapitel werden folgende Pakete benötigt::

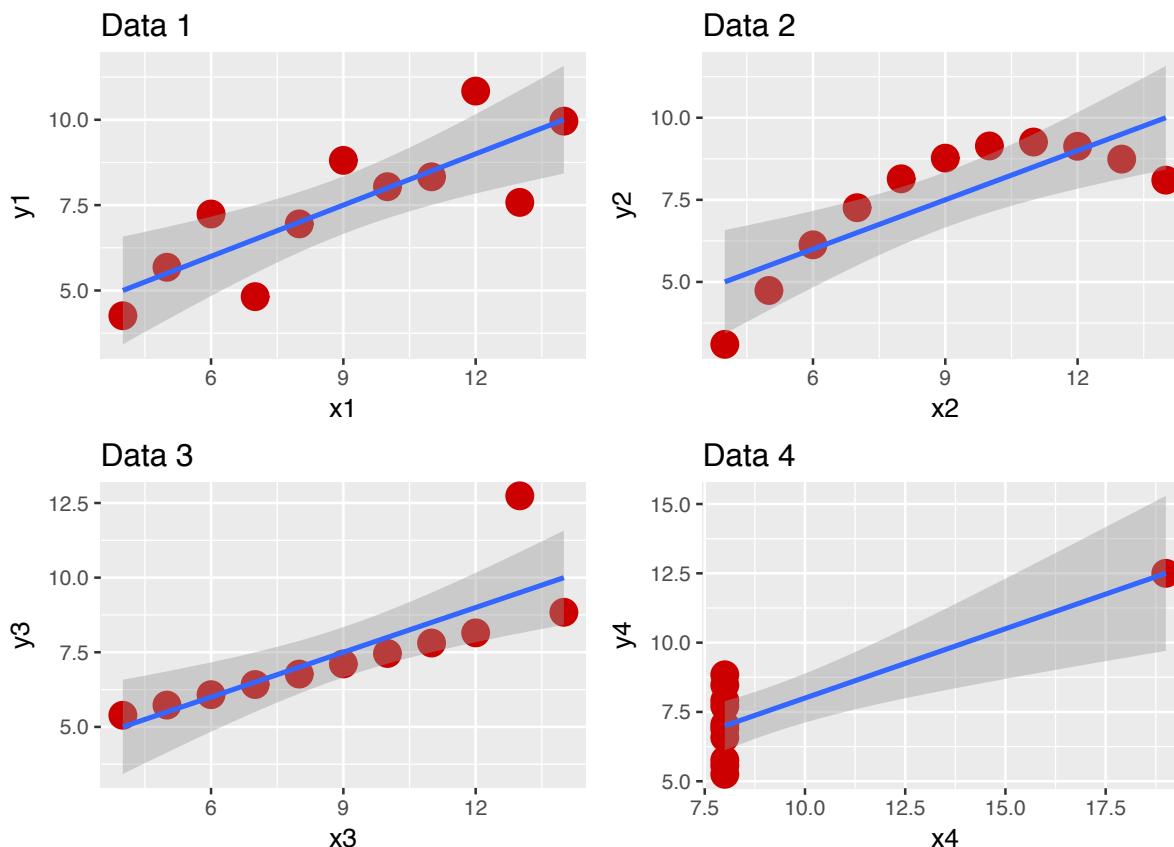
```
library(tidyverse) # Zum Plotten
library(car)       # Umkodieren
library(knitr)     # HTML-Tabellen
```



Rahmen

## Ein Bild sagt mehr als 1000 Worte

Ein Bild sagt bekanntlich mehr als 1000 Worte. Schauen wir uns zur Verdeutlichung das berühmte Beispiel von Anscombe<sup>17</sup> an. Es geht hier um vier Datensätze mit zwei Variablen (Spalten; X und Y). Offenbar sind die Datensätze praktisch identisch: Alle X haben den gleichen Mittelwert und die gleiche Varianz; dasselbe gilt für die Y. Die Korrelation zwischen X und Y ist in allen vier Datensätzen gleich. Allerdings erzählt eine Visualisierung der vier Datensätze eine ganz andere Geschichte.



Offenbar “passieren” in den vier Datensätzen gänzlich unterschiedliche Dinge. Dies haben die Statistiken nicht aufgedeckt; erst die Visualisierung erhellte uns ... Kurz: Die Visualisierung ist ein unverzichtbares Werkzeug, um zu verstehen, was in einem Datensatz (und damit in der zugrunde liegenden “Natur”) passiert.

Es gibt viele Möglichkeiten, Daten zu visualisieren (in R). Wir werden uns hier auf einen Weg (bzw. ein Paket) konzentrieren, der komfortabel, aber mächtig ist und gut zum Prinzip des Durchpfeifens passt: `ggplot2`<sup>18</sup>.

Laden wir dazu den Datensatz `nycflights::flights`.

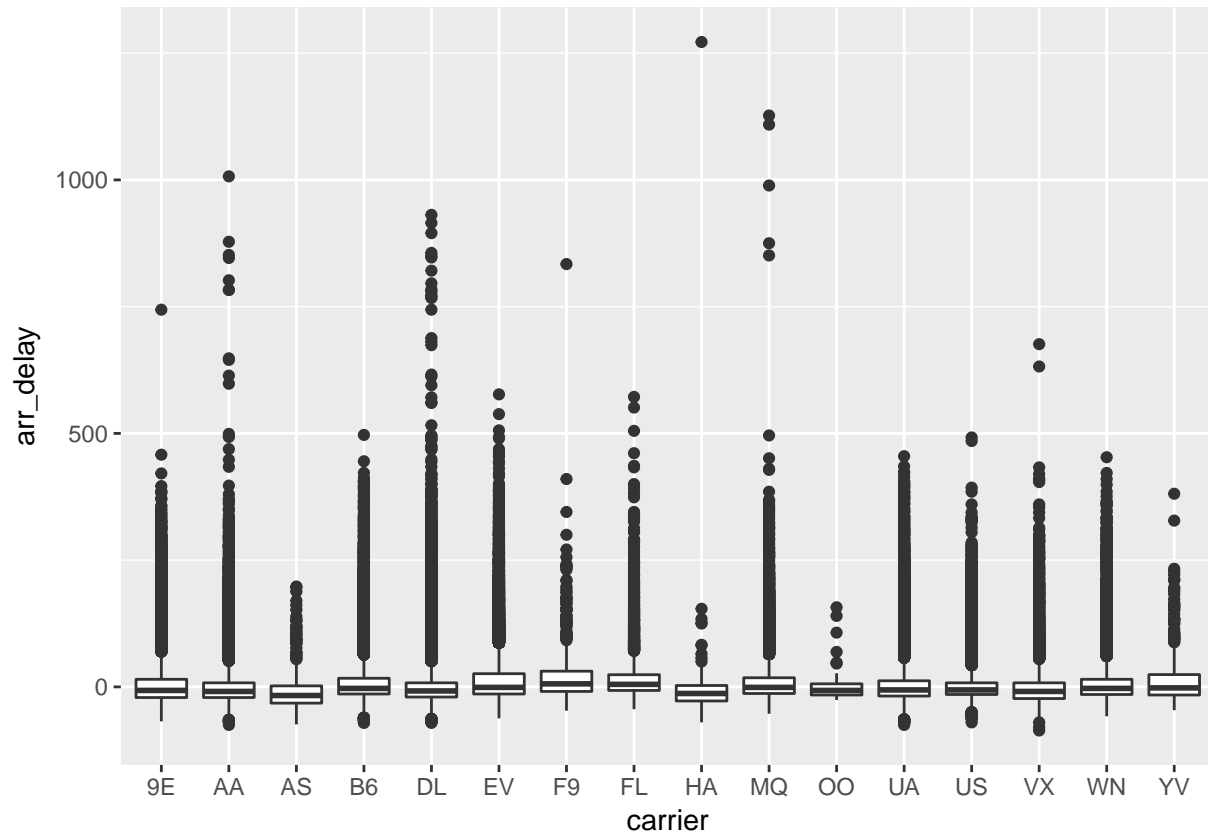
```
data(flights, package = "nycflights13")
```

<sup>17</sup><https://de.wikipedia.org/wiki/Anscombe-Quartett>

<sup>18</sup>“gg” steht für “grammar of graphics” nach einem Buch von Wilkinson (The Grammar of Graphics, Springer 2005); “plot” steht für “to plot”, also ein Diagramm erstellen (“plotten”); vgl. <https://en.wikipedia.org/wiki/ggplot2>

```
qplot(x = carrier, y = arr_delay, geom = "boxplot", data = flights)
```

```
## Warning: Removed 9430 rows containing non-finite values (stat_boxplot).
```



Schauen wir uns den Befehl `qplot` etwas näher an. Wie ist er aufgebaut?

`qplot`: Erstelle schnell (q wie quick in `qplot`) mal einen Plot (engl. "plot": Diagramm).

`x`: Der X-Achse soll die Variable "carrier" zugeordnet werden.

`y`: Der Y-Achse soll die Variable "arr\_dely" zugeordnet werden.

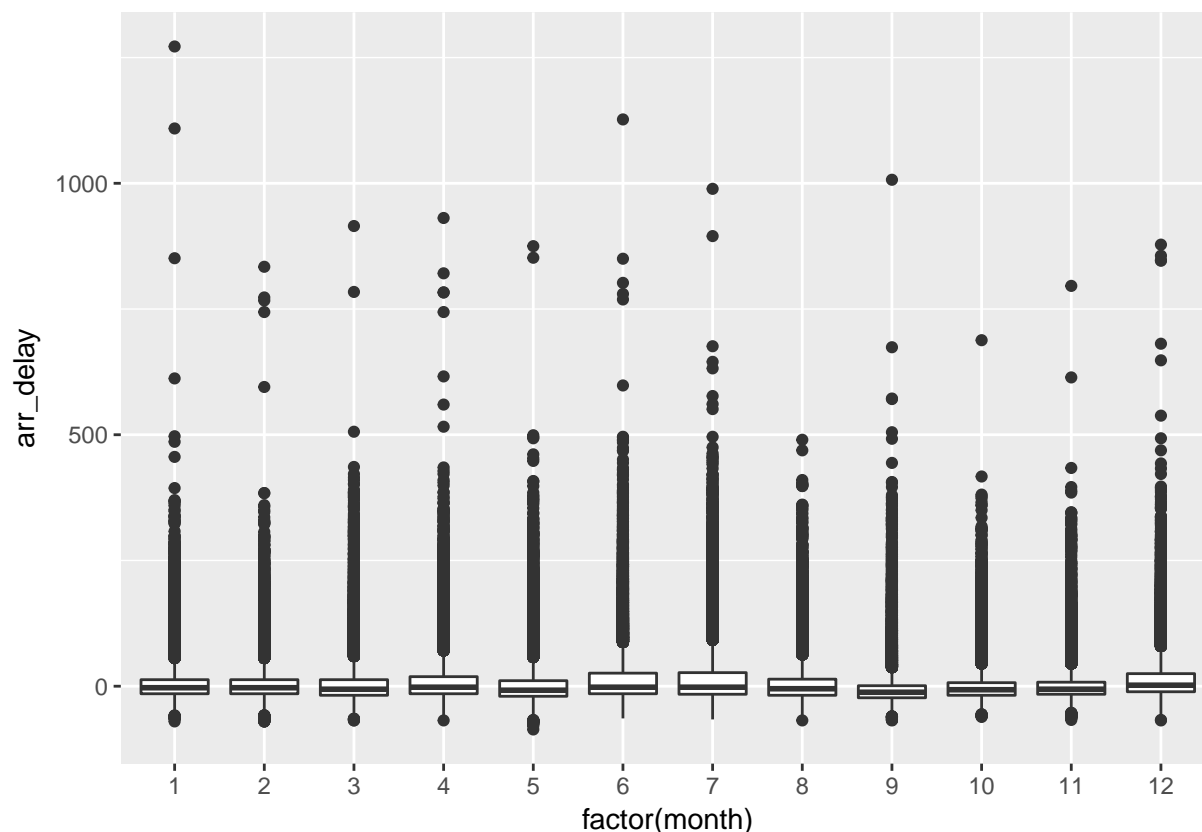
`geom`: ("geometrisches Objekt") Gemalt werden soll ein Boxplot, nicht etwa Punkte, Linien oder sonstiges.

`data`: Als Datensatz bitte `flights` verwenden.

Offenbar gibt es viele Extremwerte, was die Verspätung betrifft. Das erscheint mir nicht unplausibel (Schneesturm im Winter, Flugzeug verschwunden...). Vor dem Hintergrund der Extremwerte erscheinen die mittleren Verspätungen (Mediane) in den Boxplots als ähnlich. Vielleicht ist der Unterschied zwischen den Monaten ausgeprägter?

```
qplot(x = factor(month), y = arr_delay, geom = "boxplot", data = flights)
```

```
## Warning: Removed 9430 rows containing non-finite values (stat_boxplot).
```



Kaum Unterschied; das spricht gegen die Schneesturm-Idee als Grund für Verspätung. Aber schauen wir uns zuerst die Syntax von `qplot` näher an. “q” in `qplot` steht für “quick”. Tatsächlich hat `qplot` einen großen Bruder, `ggplot`<sup>19</sup>, der deutlich mehr Funktionen aufweist – und daher auch die umfangreichere (= komplexere) Syntax. Fangen wir mit `qplot` an.

Diese Syntax des letzten Beispiels ist recht einfach, nämlich:

```
qplot(x = X_Achse, y = Y_Achse, data = mein_dataframe, geom = "ein_geom")
```

Wir definieren mit `x`, welche Variable der X-Achse des Diagramms zugewiesen werden soll, z. B. `month`; analog mit Y-Achse. Mit `data` sagen wir, in welchem Dataframe die Spalten “wohnen” und als “geom” ist die Art des statistischen “*geometrischen Objects*” gemeint, also Punkte, Linien, Boxplots, Balken...

## Häufige Arten von Diagrammen

Unter den vielen Arten von Diagrammen und vielen Arten, diese zu klassifizieren, greifen wir uns ein paar häufige Diagramme heraus und schauen uns diese der Reihe nach an.

### Eine kontinuierliche Variable

Schauen wir uns die Verteilung der Schuhgrößen von Studierenden an.

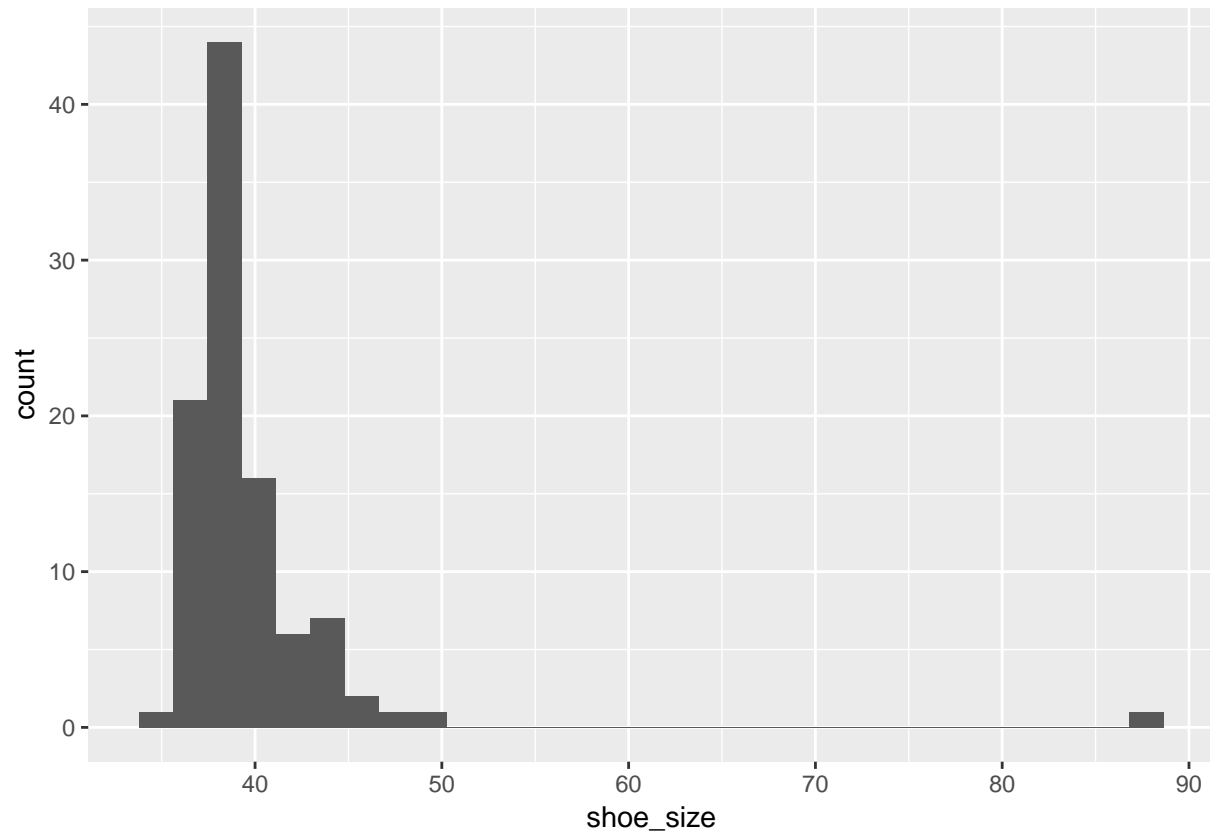
<sup>19</sup>Achtung: Nicht `qqplot`, nicht `ggplot2`, nicht `gplot`...

```
wo_men <- read.csv("../data/wo_men.csv")
```

```
qplot(x = shoe_size, data = wo_men)
```

```
## `stat_bin()` using `bins = 30`. Pick better value with `binwidth`.
```

```
## Warning: Removed 1 rows containing non-finite values (stat_bin).
```



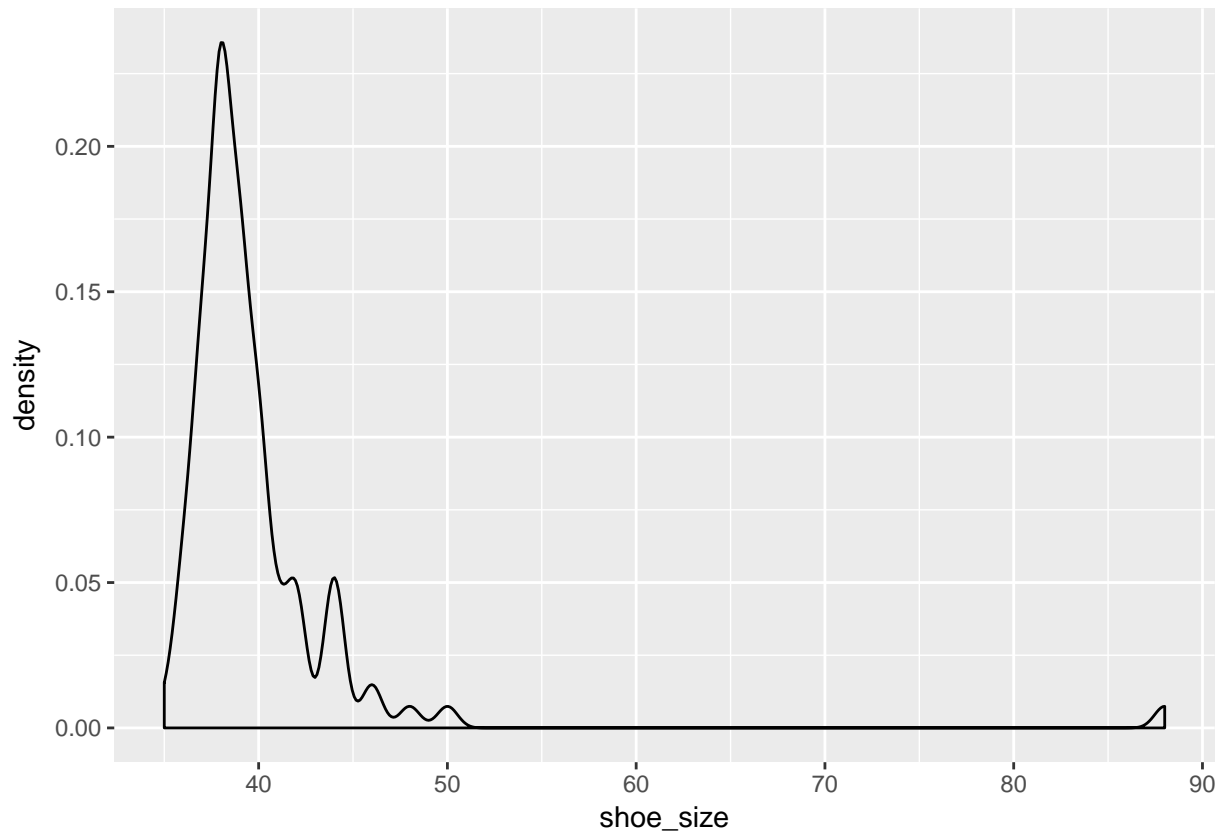
Weisen wir nur der X-Achse (aber nicht der Y-Achse) eine kontinuierliche Variable zu, so wählt ggplot2 automatisch als Geom automatisch ein Histogramm; wir müssen daher nicht explizieren, dass wir ein Histogramm als Geom wünschen (aber wir könnten es hinzufügen). Alternativ wäre ein Dichtediagramm hier von Interesse:

```
# qplot(x = shoe_size, data = wo_men) wie oben
```

```
qplot(x = shoe_size, data = wo_men, geom = "density")
```

```
## Warning: Removed 1 rows containing non-finite values (stat_density).
```





Was man sich merken muss, ist, dass hier nur das Geom mit Anführungsstrichen zu benennen ist, die übrigen Parameter *ohne*.

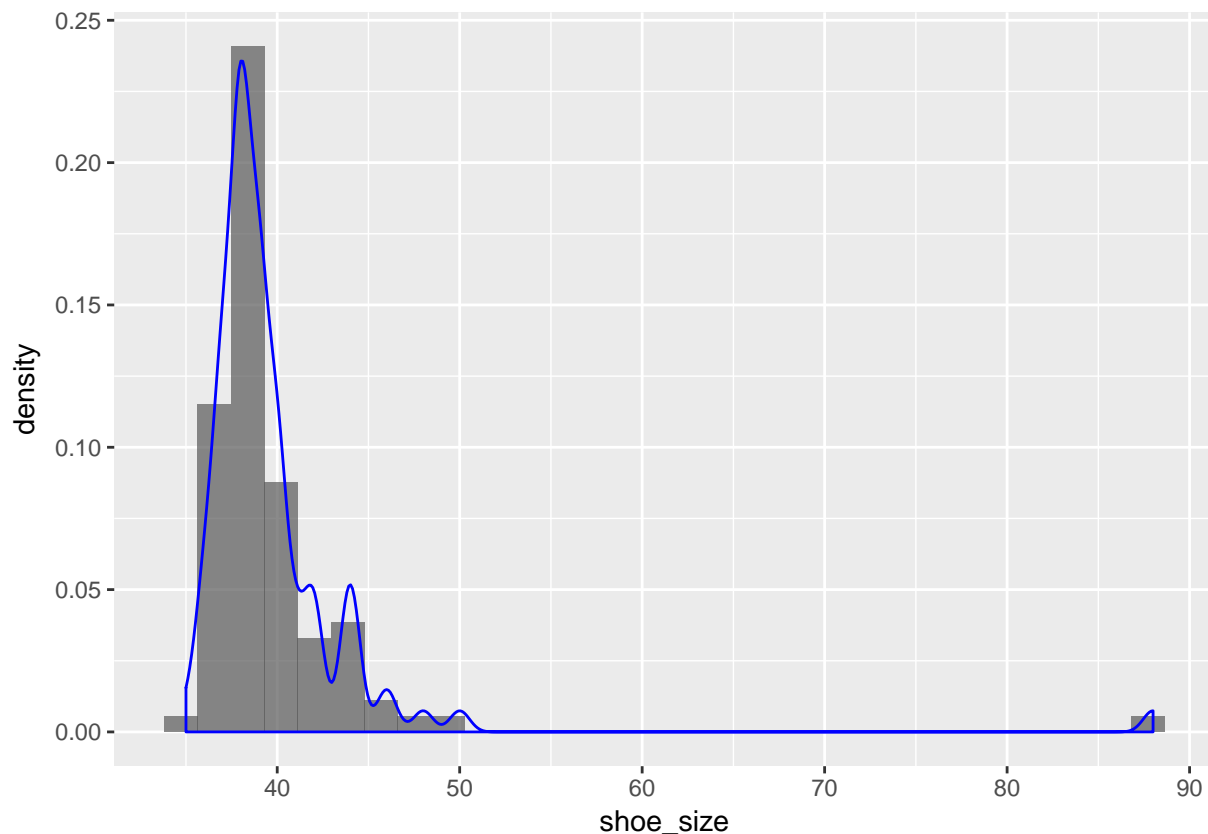
Vielleicht wäre es noch schön, beide Geome in einem Diagramm zu kombinieren. Das ist etwas komplizierter; wir müssen zum großen Bruder ggplot umsteigen, da qplot diese Funktionen nicht anbietet.

```
ggplot(data = wo_men) + aes(x = shoe_size) +  
  geom_histogram(aes(y = ..density..),  
    alpha = 0.7) + geom_density(color = "blue")
```

```
## `stat_bin()` using `bins = 30`. Pick better value with `binwidth`.
```

```
## Warning: Removed 1 rows containing non-finite values (stat_bin).
```

```
## Warning: Removed 1 rows containing non-finite values (stat_density).
```

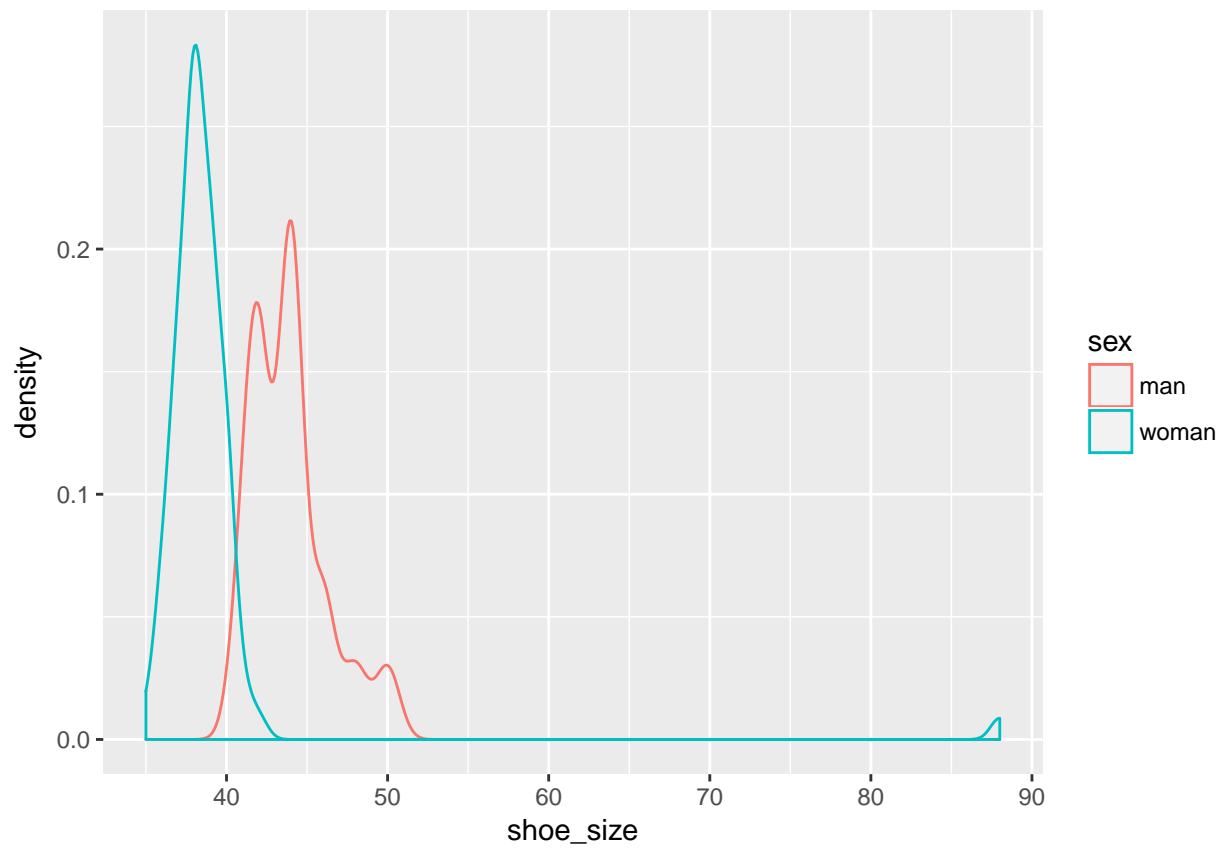


Zuerst haben wir mit dem Parameter `data` den Dataframe benannt. `aes` definiert, welche Variablen welchen Achsen (oder auch z. B. Füllfarben) zugewiesen werden. Hier sagen wir, dass die Schuhgröße auf der X-Achse stehen soll. Das `+`-Zeichen trennt die einzelnen Bestandteile des `ggplot`-Aufrufs voneinander. Als nächstes sagen wir, dass wir gerne ein Histogramm hätten: `geom_histogram`. Dabei soll aber nicht wie gewöhnlich auf der X-Achse die Häufigkeit stehen, sondern die Dichte. `ggplot` berechnet selbständig die Dichte und nennt diese Variable `..density..`; die vielen Punkte sollen wohl klar machen, dass es sich nicht um eine “normale” Variable aus dem eigenen Dataframe handelt, sondern um eine “interne” Variable von `ggplot` – die wir aber nichtsdestotrotz verwenden können. `alpha` bestimmt die “Durchsichtigkeit” eines Geoms; spielen Sie mal etwas damit herum. Schließlich malen wir noch ein blaues Dichtediagramm über das Histogramm.

Wünsche sind ein Fass ohne Boden ... Wäre es nicht schön, ein Diagramm für Männer und eines für Frauen zu haben, um die Verteilungen vergleichen zu können?

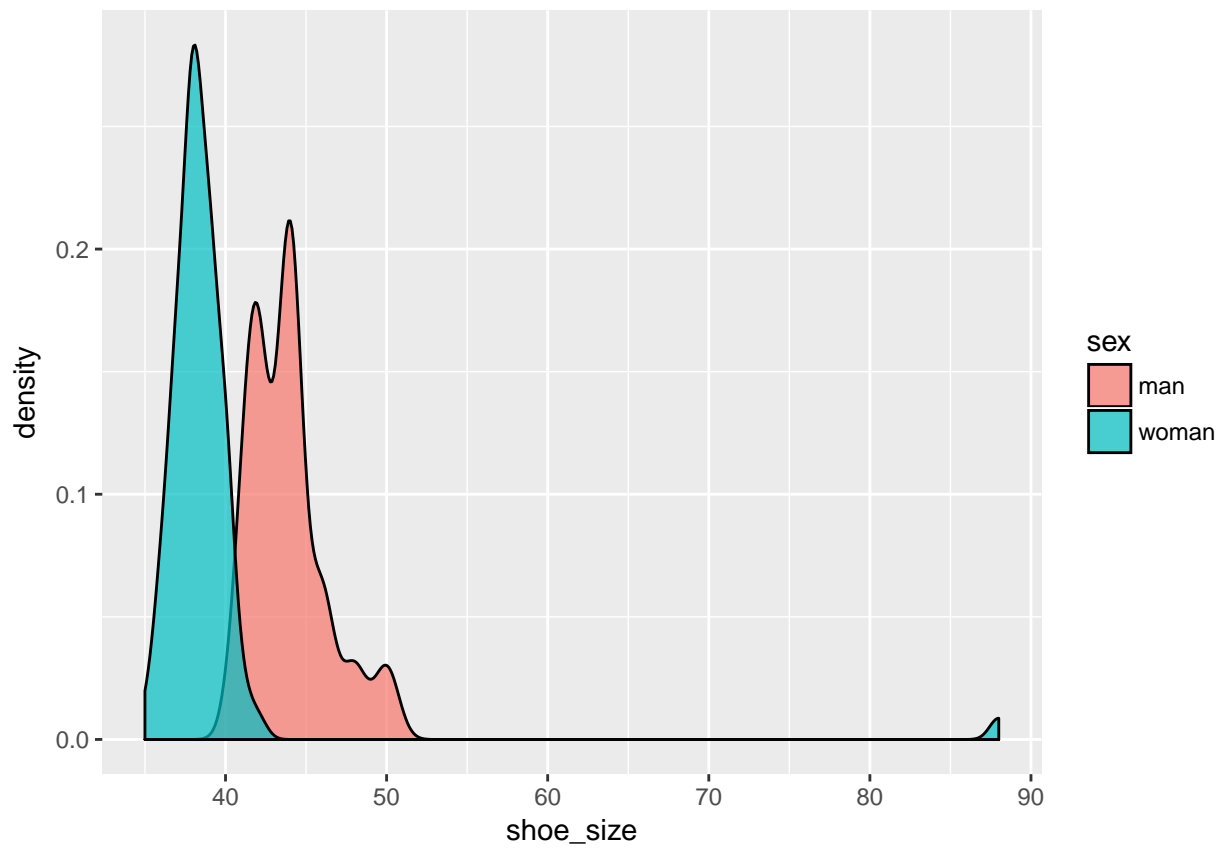
```
ggplot(x = shoe_size, data = wo_men, geom = "density", color = sex)
```

```
## Warning: Removed 1 rows containing non-finite values (stat_density).
```



```
ggplot(x = shoe_size, data = wo_men, geom = "density", fill = sex,  
       alpha = I(0.7))
```

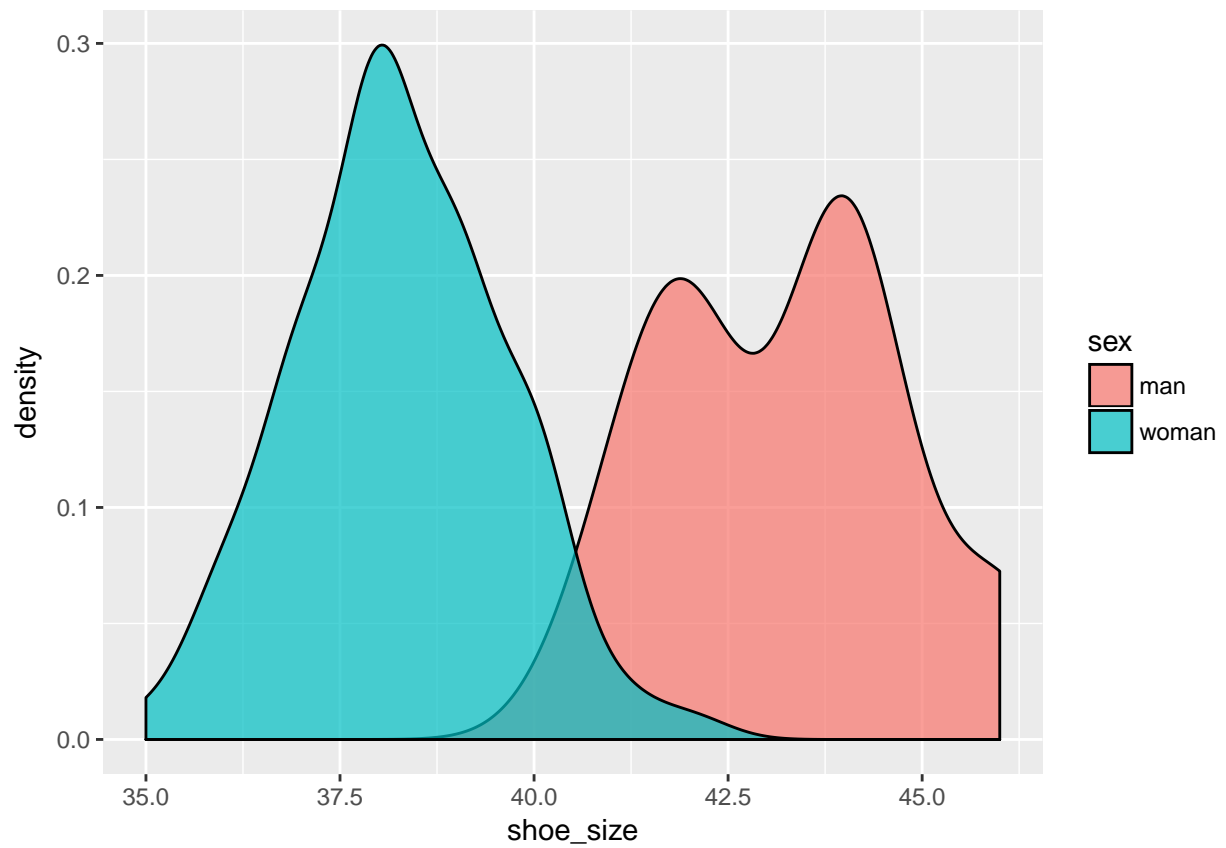
```
## Warning: Removed 1 rows containing non-finite values (stat_density).
```



Hier sollten vielleicht noch die Extremwerte entfernt werden, um den Blick auf das Gros der Werte nicht zu verstellen:

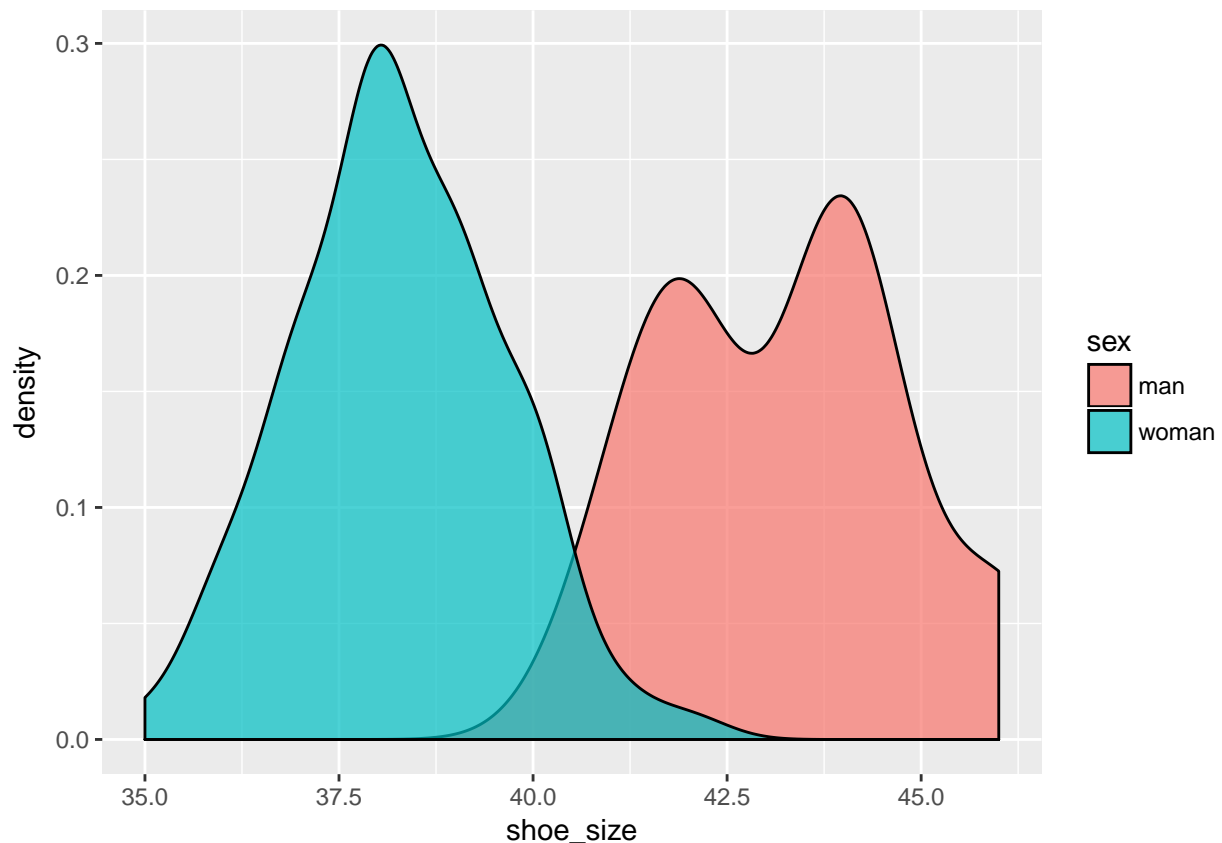
```
wo_men2 <- wo_men %>% filter(shoe_size <= 47)
```

```
ggplot(x = shoe_size, data = wo_men2, geom = "density", fill = sex,  
       alpha = I(0.7))
```



Besser. Man kann das Durchpfeifen auch bis zu `qplot` weiterführen:

```
wo_men %>% filter(shoe_size <= 47) %>% qplot(x = shoe_size, data = .,  
  geom = "density", fill = sex, alpha = I(0.7))
```



Die Pfeife versucht im Standard, das Endprodukt des letzten Arbeitsschritts an den *ersten* Parameter des nächsten Befehls weiterzugeben. Ein kurzer Blick in die Hilfe von `qplot` zeigt, dass der erste Parameter nicht `data` ist, sondern `x`. Daher müssen wir explizit sagen, an welchen Parameter wir das Endprodukt des letzten Arbeitsschritts geben wollen. Netterweise müssen wir dafür nicht viel tippen: Mit einem schlichten Punkt `.` können wir sagen “nimm den Dataframe, so wie er vom letzten Arbeitsschritt ausgegeben wurde”.

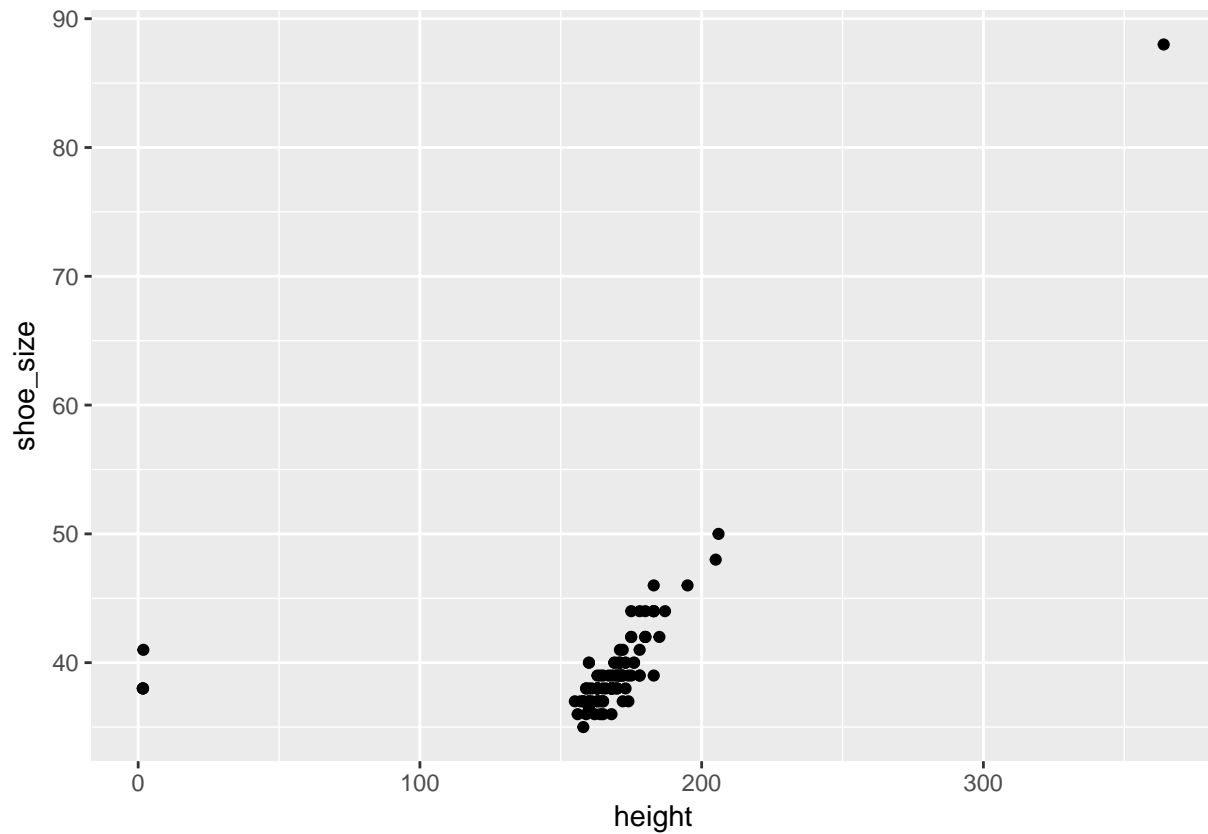
Mit `fill = sex` sagen wir `qplot`, dass er für Männer und Frauen jeweils ein Dichtediagramm erzeugen soll; jedem Dichtediagramm wird dabei eine Farbe zugewiesen (die uns `ggplot2` im Standard voraussucht). Mit anderen Worten: Die Werte von `sex` werden der Füllfarbe der Histogramme zugeordnet. Anstelle der Füllfarbe hätten wir auch die Linienfarbe verwenden können; die Syntax wäre dann: `color = sex`.

## Zwei kontinuierliche Variablen

Ein Streudiagramm ist die klassische Art, zwei metrische Variablen darzustellen. Das ist mit `qplot` einfach:

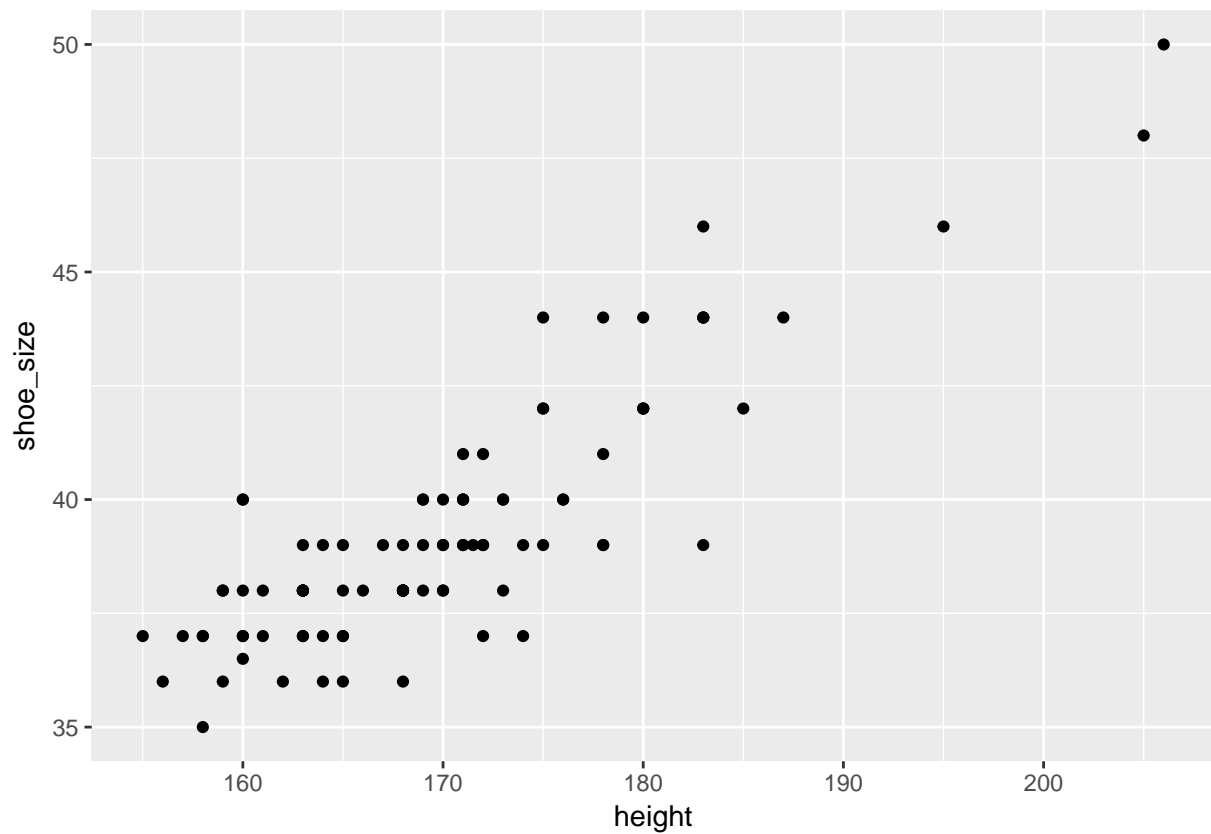
```
qplot(x = height, y = shoe_size, data = wo_men)
```

```
## Warning: Removed 1 rows containing missing values (geom_point).
```



Wir weisen wieder der X-Achse und der Y-Achse eine Variable zu; handelt es sich in beiden Fällen um Zahlen, so wählt ggplot2 automatisch ein Streudiagramm – d. h. Punkte als Geom (`geom = 'point'`). Wir sollten aber noch die Extremwerte herausnehmen:

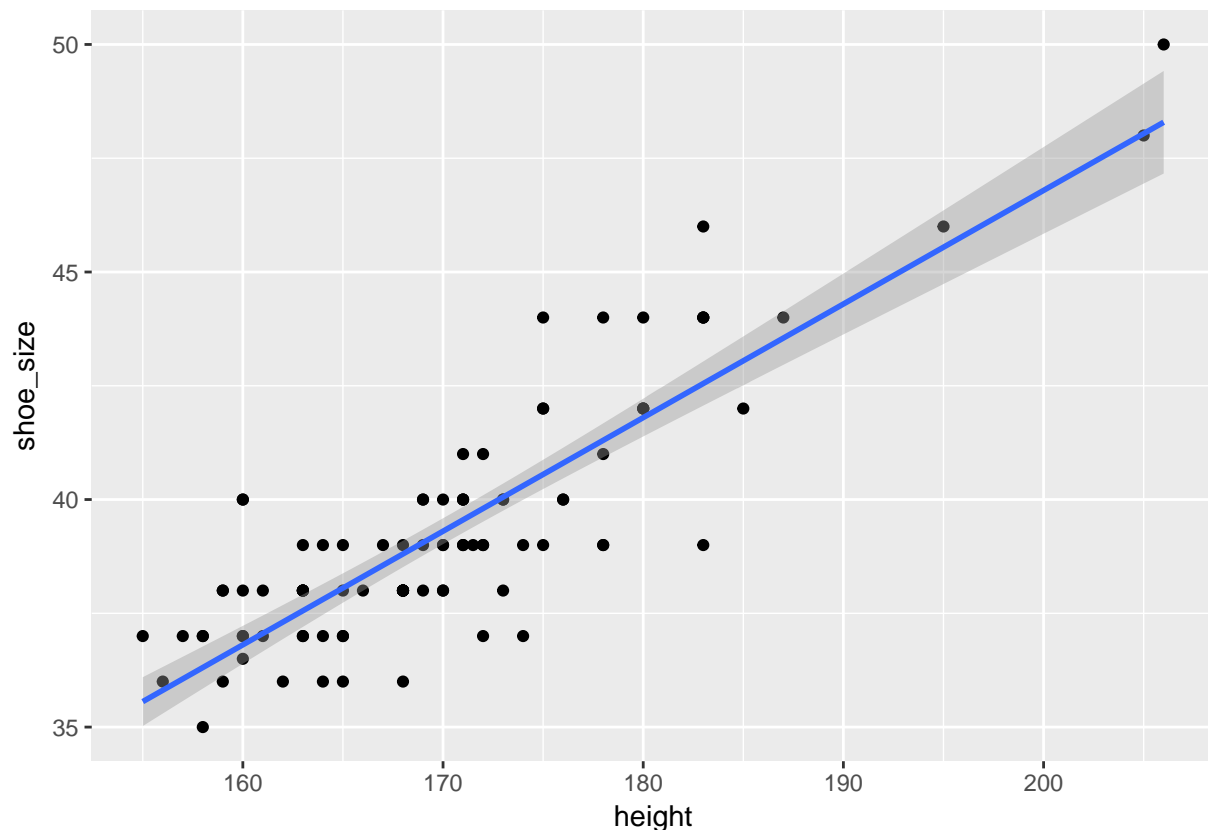
```
wo_men %>% filter(height > 150, height < 210, shoe_size < 55) %>%  
  qplot(x = height, y = shoe_size, data = .)
```



Der Trend ist deutlich erkennbar: Je größer die Person, desto länger die Füß'. Zeichnen wir noch eine Trendgerade ein.

```
wo_men %>% filter(height > 150, height < 210, shoe_size < 55) %>%
  ggplot(x = height, y = shoe_size, data = .) + geom_smooth(method = "lm")
```





Synonym könnten wir auch schreiben:

```
wo_women %>% filter(height > 150, height < 210, shoe_size < 55) %>%
  ggplot() + aes(x = height, y = shoe_size) + geom_point() +
  geom_smooth(method = "lm")
```

Da ggplot als *ersten* Parameter die Daten erwartet, kann die Pfeife hier problemlos durchgereicht werden. *Innerhalb* eines ggplot-Aufrufs werden die einzelne Teile durch ein Pluszeichen + voneinander getrennt. Nachdem wir den Dataframe benannt haben, definieren wir die Zuweisung der Variablen zu den Achsen mit aes (“aes” wie “aesthetics”, also das “Sichtbare” eines Diagramms, die Achsen etc. werden definiert). Ein “Smooth-Geom” ist eine Linie, die sich schön an die Punkte anschmiegt, in diesem Falle als Gerade (lineares Modell, lm).

Bei sehr großen Datensätzen, sind Punkte unpraktisch, da sie sich überdecken (“overplotting”). Ein Abhilfe ist es, die Punkte nur “schwach” zu färben. Dazu stellt man die “Füllstärke” der Punkte über alpha ein: `geom_point(alpha = 1/100)`. Um einen passablen Alpha-Wert zu finden, bedarf es häufig etwas Probierens. Zu beachten ist, dass es mitunter recht lange dauert, wenn ggplot viele (>100.000) Punkte malen soll.

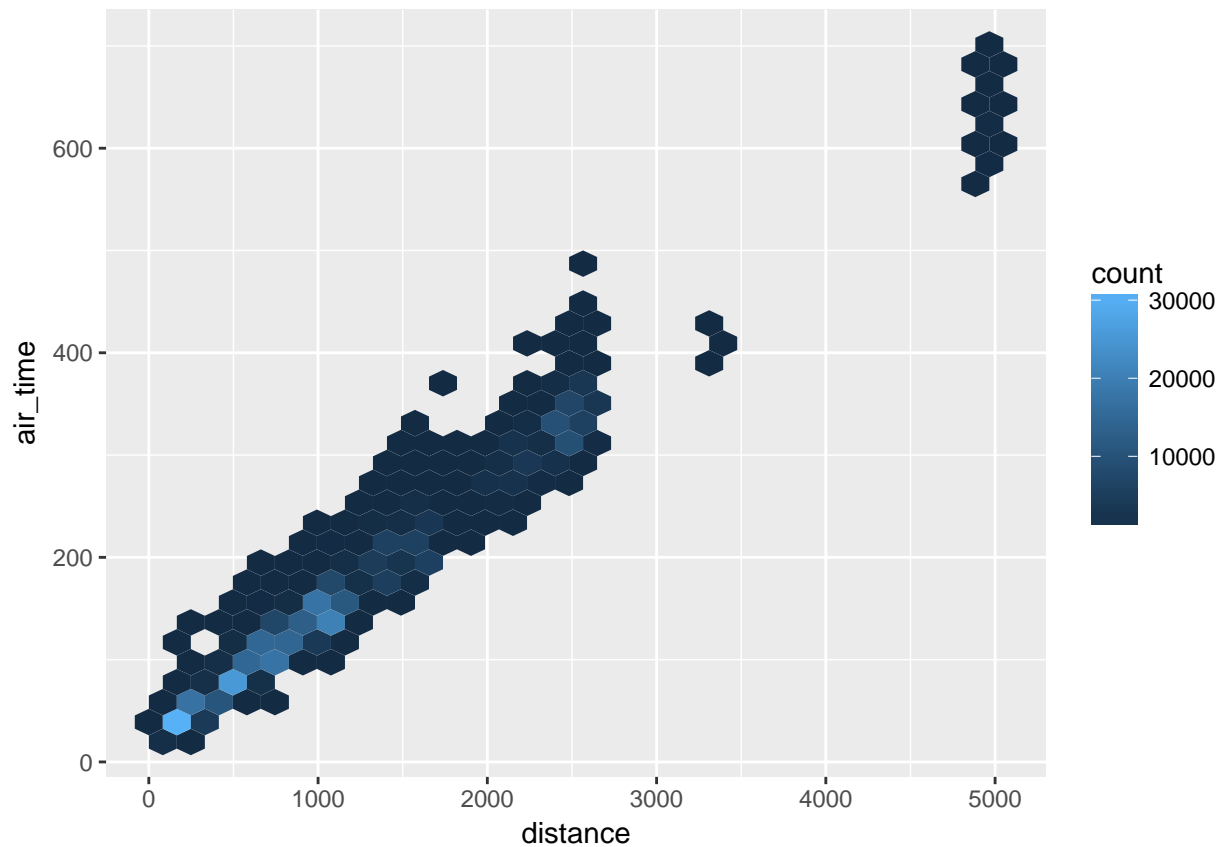
Bei noch größeren Datenmengen bietet sich an, den Scatterplot als “Schachbrett” aufzufassen, und das Raster einzufärben, je nach Anzahl der Punkte pro Schachfeld; zwei Geome dafür sind `geom_hex()` und `geom_bin2d()`.

```
data(flights, package = "nycflights13")
nrow(flights) # groß!
```

```
## [1] 336776
```

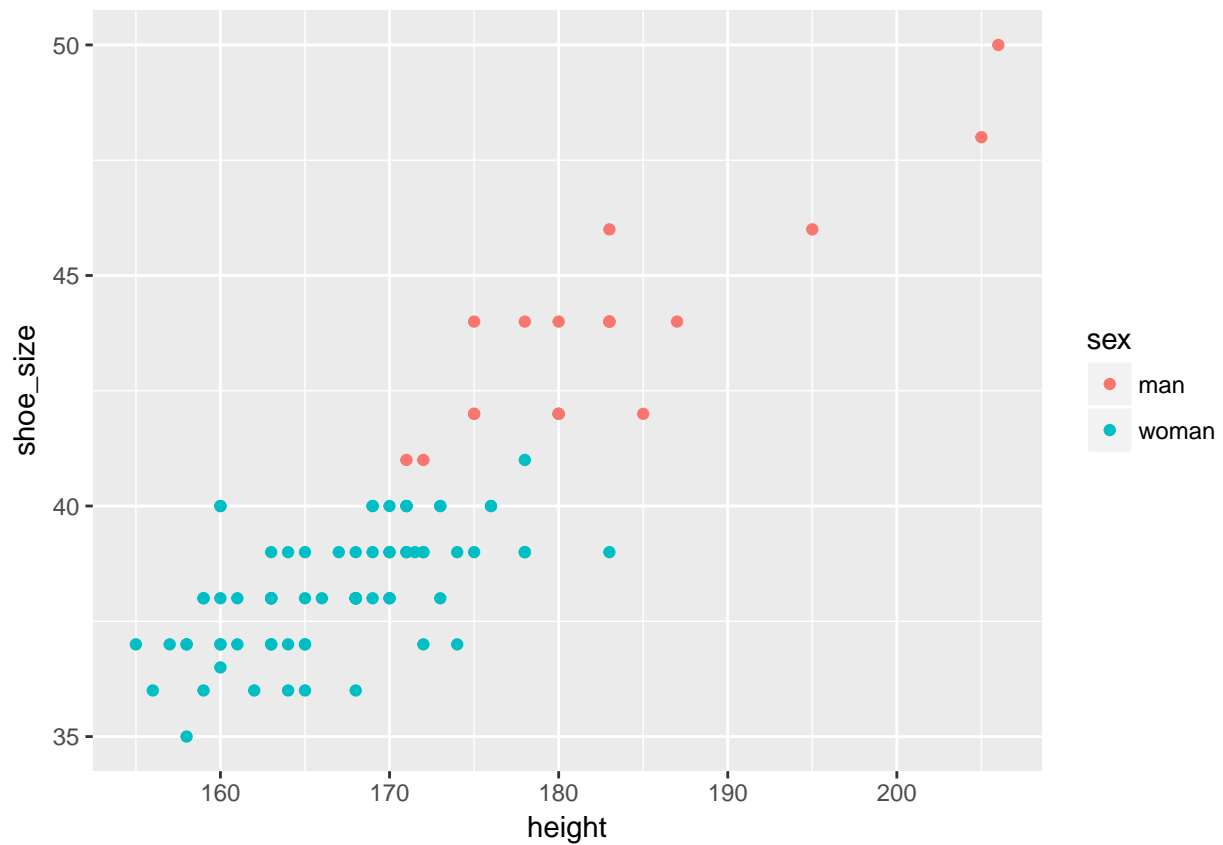
```
ggplot(flights) + aes(x = distance, y = air_time) + geom_hex()
```

```
## Warning: Removed 9430 rows containing non-finite values (stat_binhex).
```



Wenn man dies verdaut hat, wächst der Hunger nach einer Aufteilung in Gruppen.

```
wo_men %>% filter(height > 150, height < 210, shoe_size < 55) %>%
  qplot(x = height, y = shoe_size, color = sex, data = .)
```

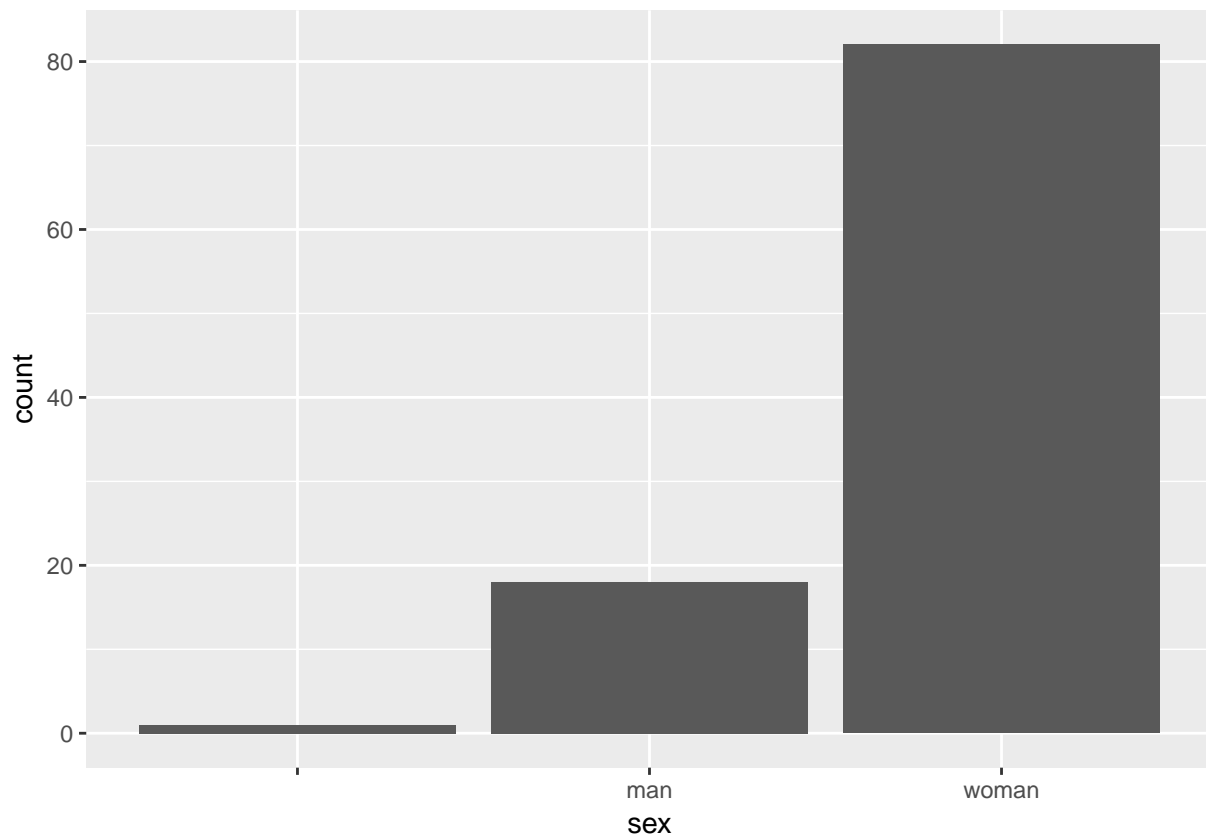


Mit `color = sex` sagen wir, dass die Linienfarbe (der Punkte) entsprechend der Stufen von `sex` eingefärbt werden sollen. Die genaue Farbwahl übernimmt `ggplot2` für uns.

### Eine diskrete Variable

Bei diskreten Variablen, vor allem nominalen Variablen, geht es in der Regel darum, Häufigkeiten auszuzählen. Wie viele Männer und Frauen sind in dem Datensatz?

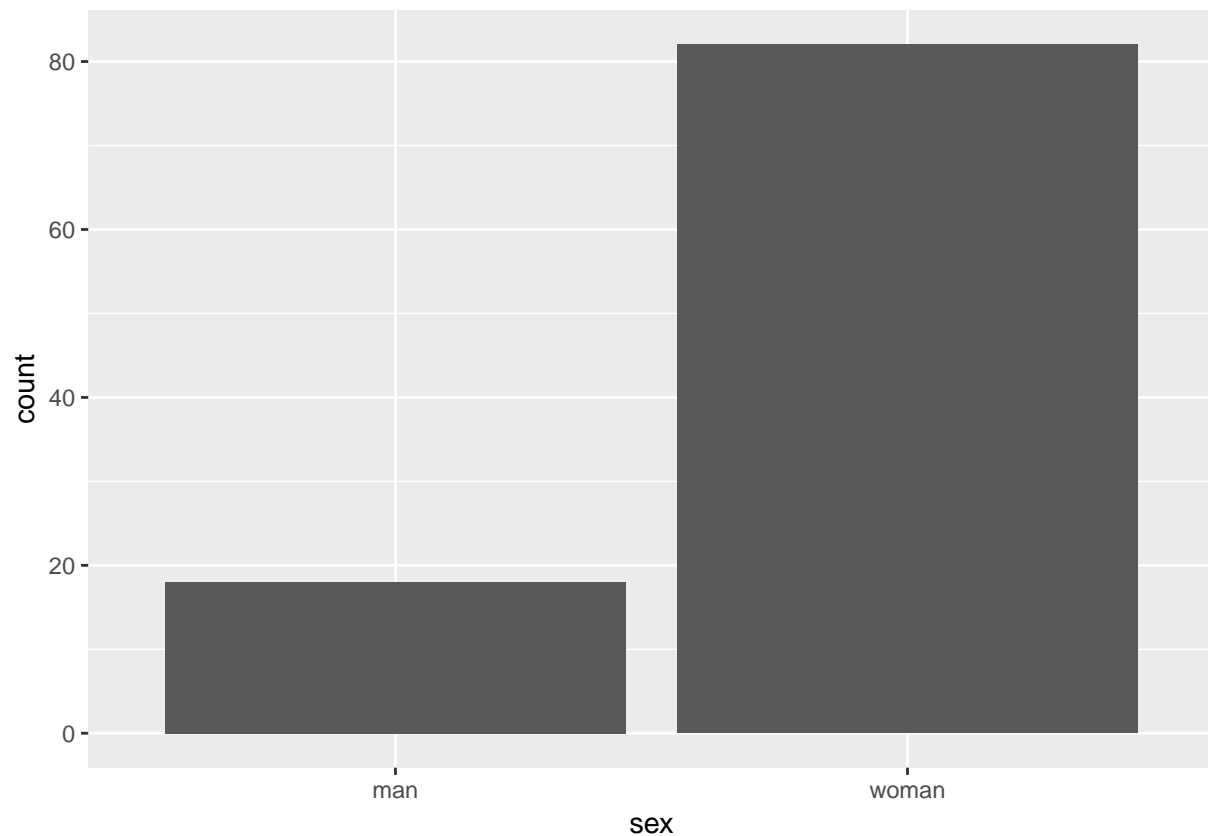
```
ggplot(x = sex, data = wo_men)
```



Falls nur die X-Achse definiert ist und dort eine Faktorvariable oder eine Text-Variable steht, dann nimmt `qplot` automatisch ein Balkendiagramm als Geom.

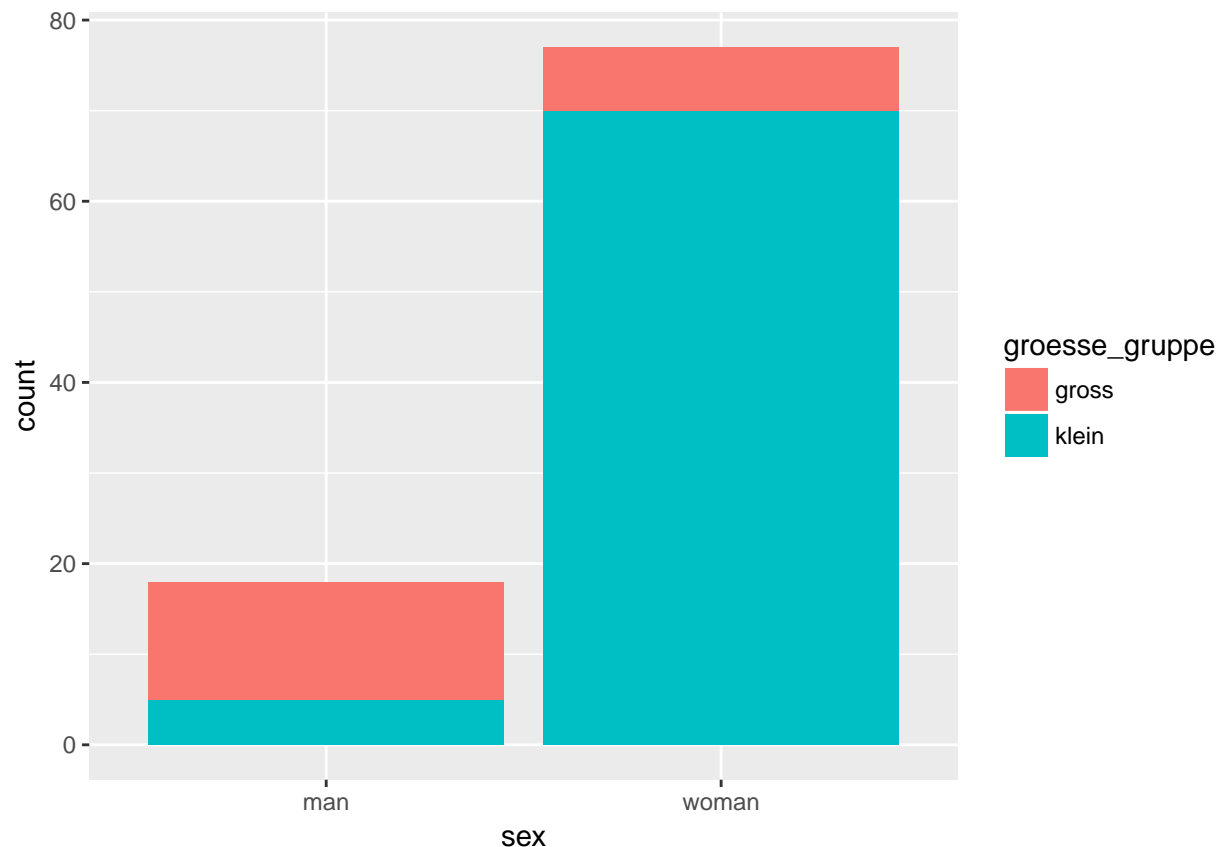
Entfernen wir vorher noch die fehlenden Werte:

```
wo_men %>% na.omit() %>% qplot(x = sex, data = .)
```



Wir könnten uns jetzt die Frage stellen, wie viele kleine und viele große Menschen es bei Frauen und bei den Männern gibt. Dazu müssen wir zuerst eine Variable wie “Größe gruppiert” erstellen mit zwei Werten: “klein” und “groß”. Nennen wir sie `groesse_gruppe`

```
wo_men$groesse_gruppe <- car::recode(wo_men$height,  
  "lo:175 = 'klein'; else = 'gross'")  
  
wo_men2 <- wo_men %>% filter(height > 150, height <  
  210, shoe_size < 55) %>% na.omit  
  
ggplot(x = sex, fill = groesse_gruppe, data = wo_men2)
```



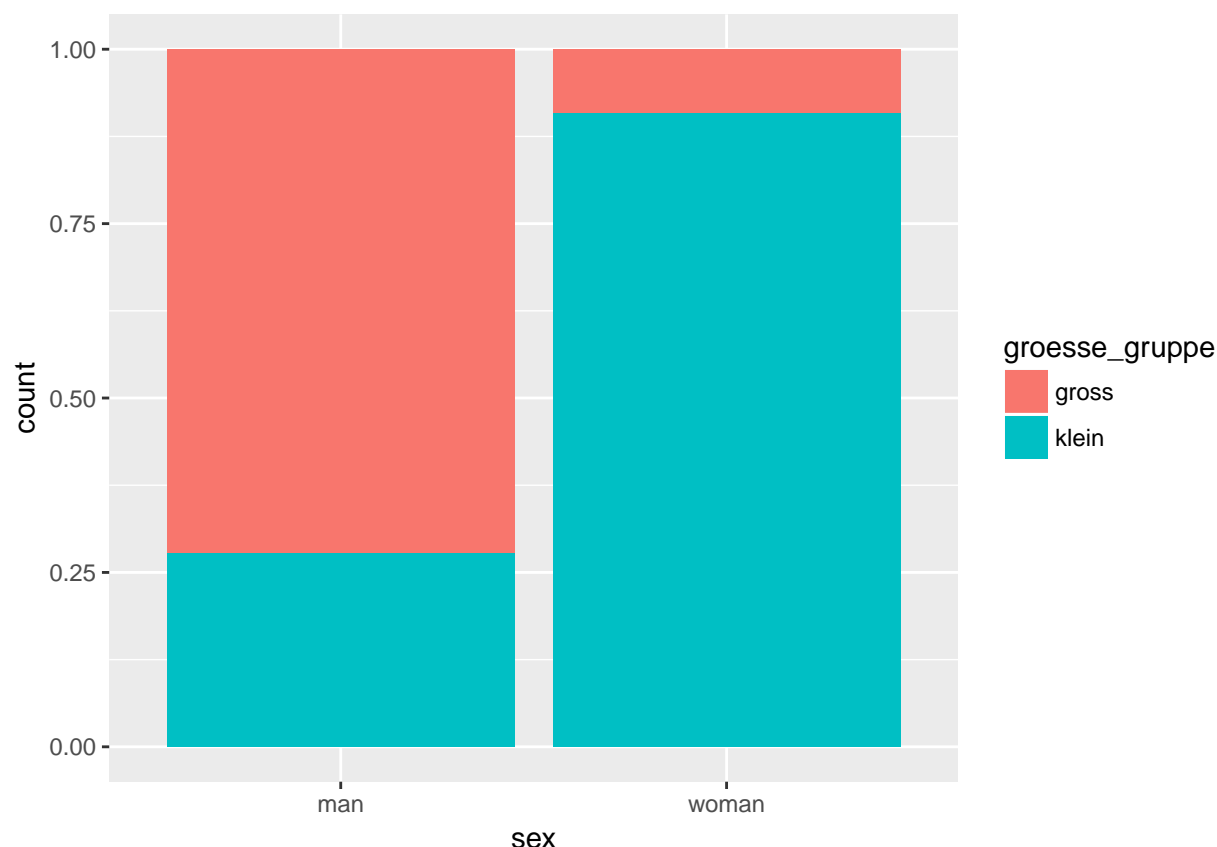
In Worten sagt der `recode`-Befehl hier in etwa: “Kodiere `wo_men$height` um, die Werte vom kleinsten (10) Wert bis 170 sollen den Wert `klein` bekommen, ansonsten den Wert `gross`”.

Hier haben wir `qplot` gesagt, dass die Balken entsprechend der Häufigkeit von `groesse_gruppe` gefüllt werden sollen. Und bei den Frauen sind bei dieser Variablen die Werte `klein` häufig; bei den Männern hingegen die Werte `gross`.

Schön wäre noch, wenn die Balken Prozentwerte angeben würden. Das geht mit `qplot` (so) nicht; wir schwenken auf `ggplot` um<sup>20</sup>.

```
wo_men2 %>% ggplot() + aes(x = sex, fill = groesse_gruppe) +  
  geom_bar(position = "fill")
```

<sup>20</sup>Cleveland fände diese Idee nicht so gut.



Schauen wir uns die Struktur des Befehls `ggplot` näher an.

- `wo_men2`: Hey R, nimm den Datensatz `wo_men2`
- `ggplot()`: Hey R, male ein Diagramm von Typ `ggplot` (mit dem Datensatz aus dem vorherigen Pfeifen-Schritt, d. h. aus der vorherigen Zeile, also `wo_men2`)!
- `+`: Das Pluszeichen grenzt die Teile eines `ggplot`-Befehls voneinander ab.
- `aes`: von “aesthetics”, also welche Variablen des Datensatzes den sichtbaren Aspekten (v. a. Achsen, Farben) zugeordnet werden.
- `x`: Der X-Achse (Achtung, `x` wird klein geschrieben hier) wird die Variable `sex` zugeordnet.
- `y`: gibt es nicht??? Wenn in einem `ggplot`-Diagramm *keine* Y-Achse definiert wird, wird `ggplot` automatisch ein Histogramm bzw. ein Balkendiagramm erstellen. Bei diesen Arten von Diagrammen steht auf der Y-Achse keine eigene Variable, sondern meist die Häufigkeit des entsprechenden X-Werts (oder eine Funktion der Häufigkeit, wie relative Häufigkeit).
- `fill`: Das Diagramm (die Balken) soll(en) so gefüllt werden, dass sich die Häufigkeit der Werte von `groesse_gruppe` darin widerspiegelt.
- `geom_XYZ`: Als “Geom” soll ein Balken (“bar”) gezeichnet werden.  
Ein Geom ist in `ggplot2` das zu zeichnende Objekt, also ein Boxplot, ein Balken, Punkte, Linien etc. Entsprechend wird das gewünschte Geom mit `geom_bar`, `geom_boxplot`, `geom_point` etc. gewählt.

- `position = fill`: Dieser Parameter will sagen, dass die Balken alle eine Höhe von 100% (1) haben. Die Balken zeigen also nur die Anteile der Werte der `fill`-Variablen.

Die einzige Änderung in den Parametern ist `position = 'fill'`. Dieser Parameter weist ggplot an, die Positionierung der Balken auf die Darstellung von Anteilen auszuliegen. Damit haben alle Balken die gleiche Höhe, nämlich 100% (1). Aber die “Füllung” der Balken schwankt je nach der Häufigkeit der Werte von `groesse_gruppe` pro Balken (d. h. pro Wert von `sex`).

Wir sehen, dass die Anteile von großen bzw. kleinen Menschen bei den beiden Gruppen (Frauen vs. Männer) *unterschiedlich hoch* sind. Dies spricht für einen *Zusammenhang* der beiden Variablen; man sagt, die Variablen sind *abhängig* (im statistischen Sinne).

Je unterschiedlicher die “Füllhöhe”, desto stärker sind die Variablen (X-Achse vs. Füllfarbe) voneinander abhängig (bzw. desto stärker der Zusammenhang).

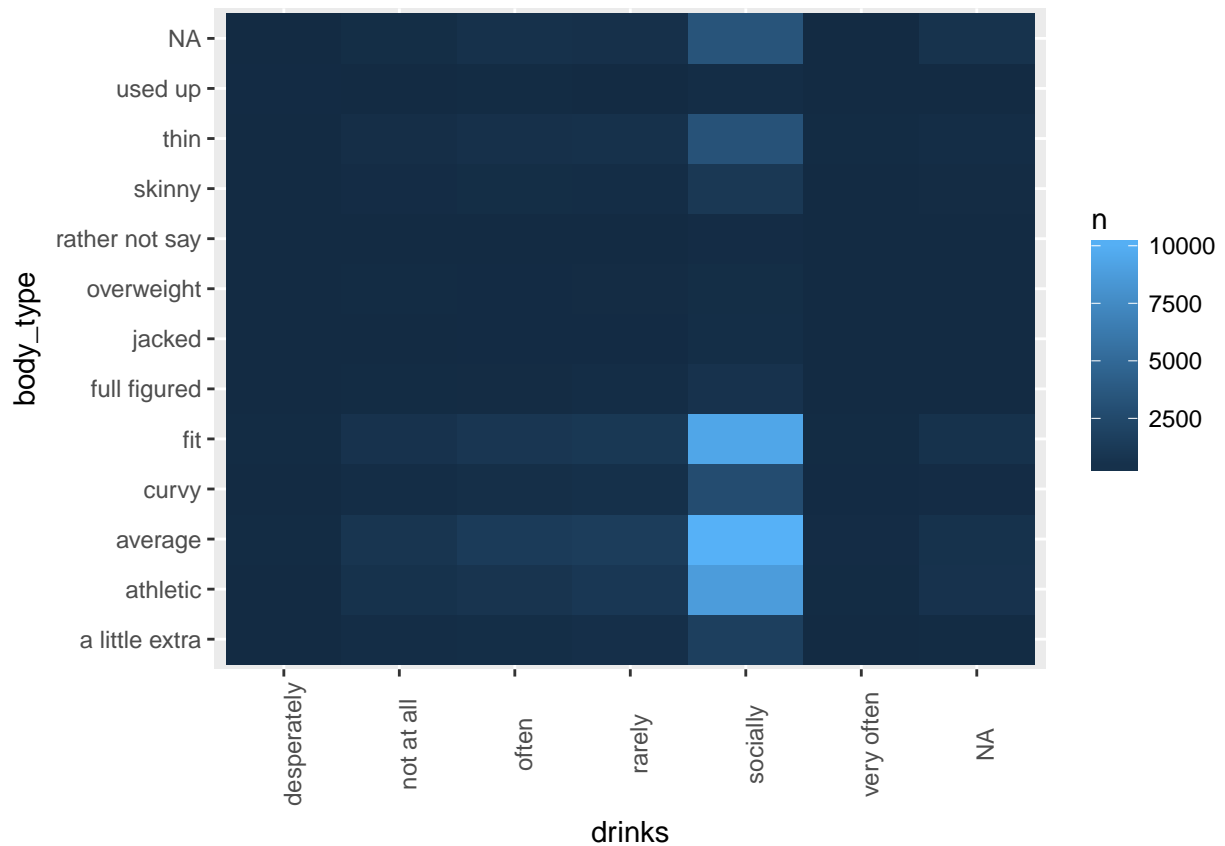
## Zwei diskrete Variablen

Arbeitet man mit nominalen Variablen, so sind Kontingenztabellen täglich Brot. Z. B.: Welche Produkte wurden wie häufig an welchem Standort verkauft? Wie ist die Verteilung von Alkoholkonsum und Körperform bei Menschen einer Single-Börse. Bleiben wir bei letztem Beispiel.

```
data(profiles, package = "okcupiddata")

profiles %>% count(drinks, body_type) %>%
  ggplot + aes(x = drinks, y = body_type,
    fill = n) + geom_tile() + theme(axis.text.x = element_text(angle = 90))
```





Was haben wir gemacht? Also:

Nehme den Datensatz "profiles" UND DANN

Zähle die Kombinationen von "drinks" und "body\_type" UND DANN

Erstelle ein ggplot-Plot UND DANN

Weise der X-Achse "drinks" zu,

der Y-Achse "body\_type" und der Füllfarbe "n" UND DANN

Male Fliesen UND DANN

Passe das Thema so an, dass der Winkel für Text der X-Achse auf 90 Grad steht.

Was sofort ins Auge sticht, ist, dass "soziales Trinken", nennen wir es mal so, am häufigsten ist, unabhängig von der Körperform. Ansonsten scheinen die Zusammenhänge nicht sehr stark zu sein.

### Zusammenfassungen zeigen

Manchmal möchten wir *nicht* die Rohwerte einer Variablen darstellen, sondern z. B. die Mittelwerte pro Gruppe. Mittelwerte sind eine bestimmte *Zusammenfassung* einer Spalte; also fassen wir zuerst die Körpergröße zum Mittelwert zusammen – gruppiert nach Geschlecht.

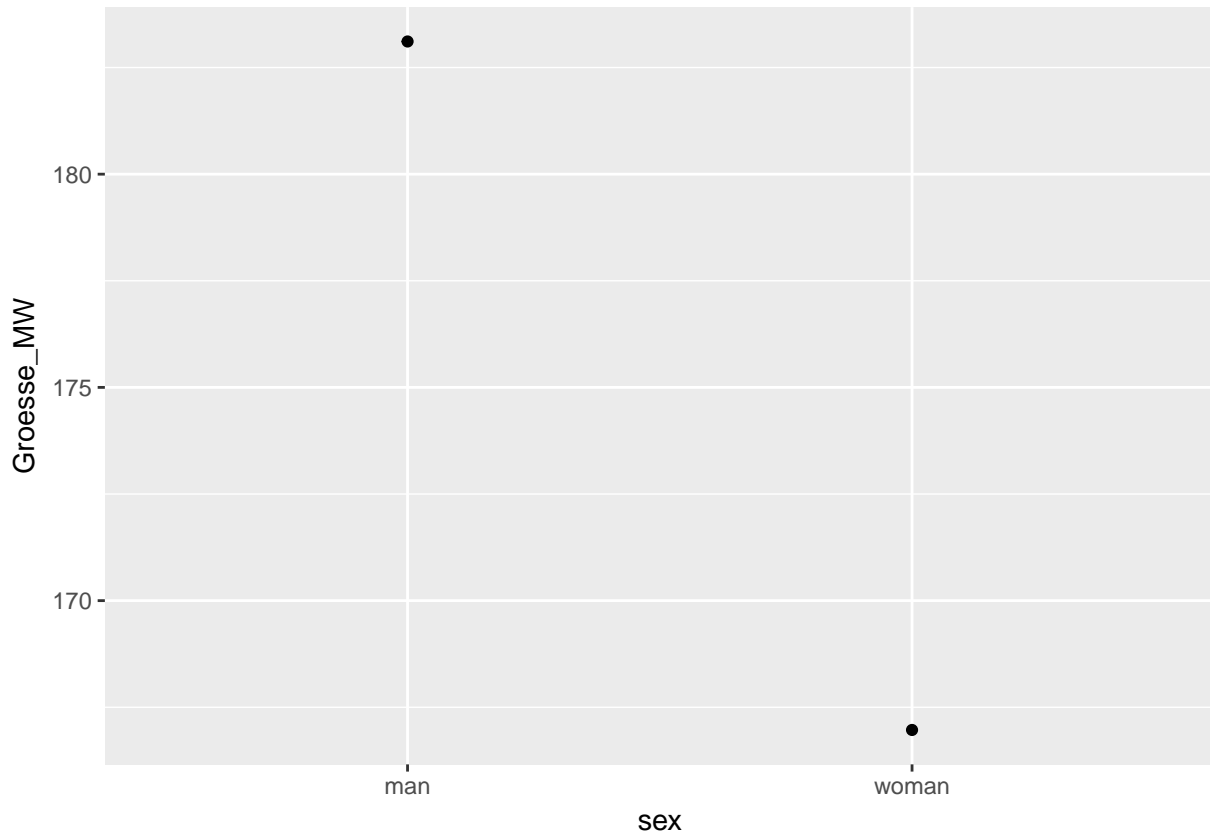
```
wo_men3 <- wo_men2 %>% group_by(sex) %>%
  summarise(Groesse_MW = mean(height))

wo_men3
```

```
## # A tibble: 2 x 2
##   sex Groesse_MW
##   <fctr>      <dbl>
## 1   man    183.1111
## 2  woman    166.9675
```

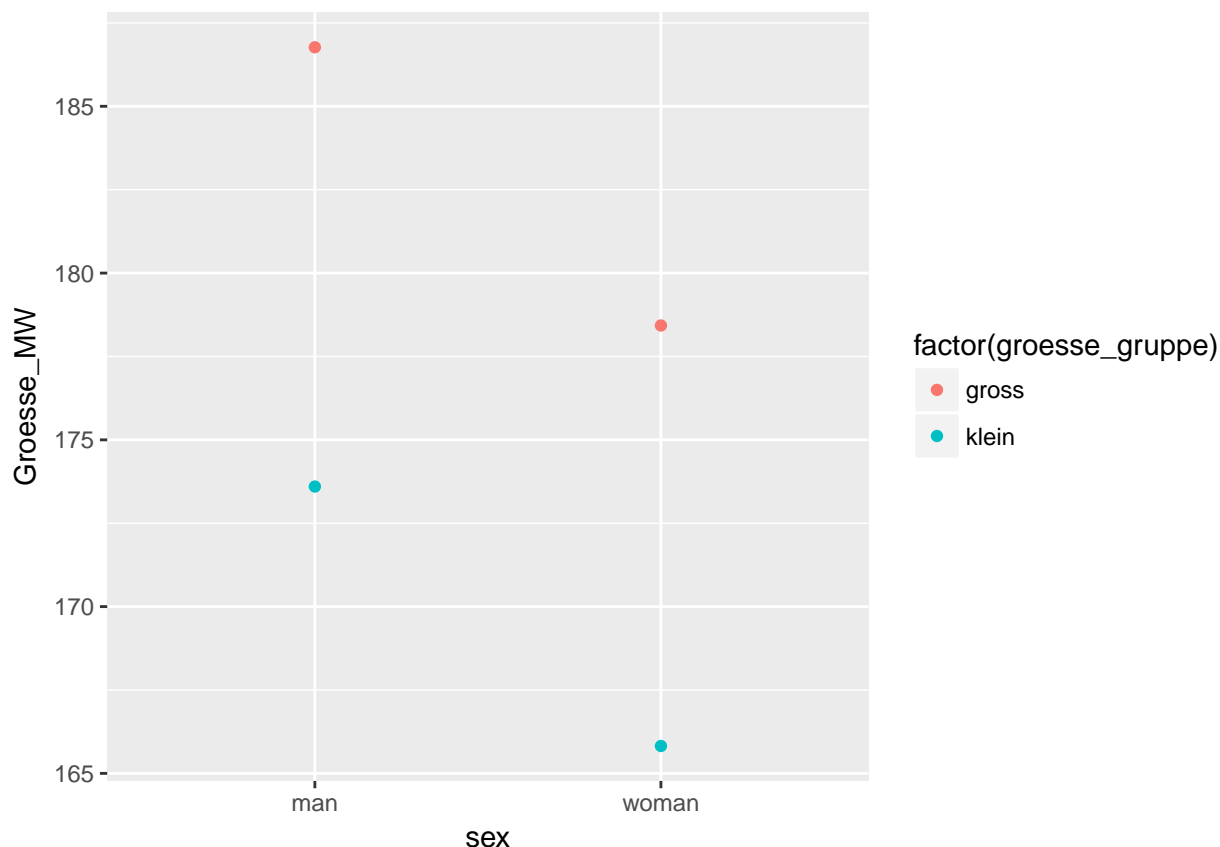
Diese Tabelle schieben wir jetzt in ggplot2; natürlich hätten wir das gleich in einem Rutsch durchpfeifen können.

```
wo_men3 %>% ggplot(x = sex, y = Groesse_MW, data = .)
```



Das Diagramm besticht nicht durch die Tiefe und Detaillierung. Wenn wir noch zusätzlich die Mittelwerte nach Groesse\_Gruppe ausweisen, wird das noch überschaubar bleiben.

```
wo_men2 %>% group_by(sex, groesse_gruppe) %>% summarise(Groesse_MW = mean(height)) %>%
  ggplot(x = sex, color = factor(groesse_gruppe), y = Groesse_MW,
    data = .)
```



## Verweise

- Edward Tufte gilt als Grand Seigneur der Datenvisualisierung; er hat mehrere lesenswerte Bücher zu dem Thema geschrieben [ @1930824130; @1930824165; @1930824149 ].
- William Cleveland, ein amerikanischer Statistiker ist bekannt für seine grundlegenden, und weithin akzeptierten Ansätze für Diagramme, die die wesentliche Aussage schnörkellos transportieren [ @Cleveland ].
- Die Auswertung von Umfragedaten basiert häufig auf Likert-Skalen. Ob diese metrisches Niveau aufweisen, darf bezweifelt werden. Hier findet sich einige vertiefenden Überlegungen dazu und zur Frage, wie Likert-Daten ausgewertet werden könnten: <https://bookdown.org/Rmadillo/likert/>.

## Hinweis

Der Anhang *Daten visualisieren* mit ggplot wurde von Sebastian Sauer erstellt.

## Versionshinweise:

- Datum erstellt: 2017-12-10
- R Version: 3.4.3
- ggplot2 Version: 2.2.1