静电场（一）参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	A	C	D	A	C

二、填空题

1. $\dfrac{3\sqrt{3}q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

2. 0

3. $\dfrac{2a\lambda}{\varepsilon_0}$

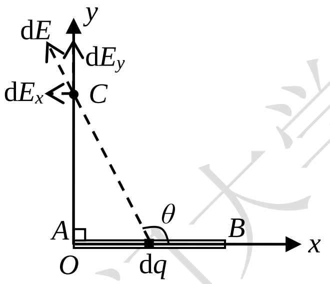
4. $\dfrac{15\lambda}{8\pi c\varepsilon_0}$

5. $\dfrac{q}{2\varepsilon_0}$

三、计算题

1.

建立坐标系如图所示。



在 AB 上取一电荷元 dq，其距离坐标原点为 x，其在 C 点产生的电场微元大小 dE 为：

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

其在 x 轴和 y 轴的分量为：

$$\begin{cases} dE_x = dE\cos\theta = \cos\theta \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ dE_y = dE\sin\theta = \sin\theta \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$

其中

$$\frac{x}{a}=\cot(\pi-\theta)\Rightarrow x=-a\cot\theta\Rightarrow dx=a\csc^2 d\theta$$

$$dq=\lambda dx=xdx=-a^2\cos\theta\csc^3\theta d\theta$$

$$\frac{a}{r}=\sin(\pi-\theta)\Rightarrow r=a\csc\theta$$

则有：

$$\begin{cases}E_x=\int dE_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}}(\sin\theta-\csc\theta)d\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[\frac{\sqrt{2}}{2}-\ln(\sqrt{2}+1)]\\ E_y=\int dE_y=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}}\cos\theta d\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(1-\frac{\sqrt{2}}{2})\end{cases}$$

所以 C 点的电场强度为：

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\{[\frac{\sqrt{2}}{2}-\ln(\sqrt{2}+1)]\vec{i}+(1-\frac{\sqrt{2}}{2})\vec{j}\}$$

2.

(1)两块带电板可以看成由很多垂直于 x 轴的均匀带电薄板构成，则空间中的电场由这些均匀带电薄板产生的电场叠加而成。x 处（$0<x<a$ 或 $2a<x<3a$）厚度为 dx 的薄板产生的电场强度大小为：

$$dE=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{\rho dx}{2\varepsilon_0}=\frac{kxdx}{2\varepsilon_0}$$

故，P 点左侧板在 P 点产生的电场强度大小为：

$$E_1=\int_0^a\frac{kxdx}{2\varepsilon_0}=\frac{ka^2}{4\varepsilon_0}$$

P 点右侧板在 P 点产生的电场强度大小为：

$$E_2=\int_{2a}^{3a}\frac{kxdx}{2\varepsilon_0}=\frac{5ka^2}{4\varepsilon_0}$$

E_1 与 E_2 方向相反，所以 P 点的电场强度为：

$E_P=\frac{ka^2}{\varepsilon_0}$，方向沿 x 轴负方向。

（2）由题可知，满足条件的点必在右侧带电板内。设该点坐标为（b，0），则有：

$$E_1+\int_{2a}^{b}\frac{kxdx}{2\varepsilon_0}-\int_{b}^{3a}\frac{kxdx}{2\varepsilon_0}=\frac{ka^2}{\varepsilon_0}$$

可得：

$$b=2\sqrt{2}a$$

所以满足条件的点为$(2\sqrt{2}a,0)$