厦门大学《概率统计》课程试卷

________学院________系________年级________专业

主考教师：________试卷类型：（A 卷）

注意：答题要写出解题过程。以下解题过程中可能需要用到如下数据：

$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1.5)=0.9332$，$\Phi(1.65)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(2.5)=0.9938$

$\chi^2_{0.025}(9)$=19.022，$\chi^2_{0.05}(9)$=16.919，$\chi^2_{0.975}(9)$=2.700，$\chi^2_{0.95}(9)$=3.325

$t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$t_{0.15}(9)=1.1000$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.05}(9)$=1.8331，

$t_{0.025}(18)=2.1009$，$t_{0.025}(19)=2.0930$，$t_{0.025}(20)=2.0860$，$t_{0.05}(18)$=1.7341，$t_{0.05}(19)=1.7291$，

$F_{0.05}(9,9)=3.18$，$F_{0.025}(9,9)=4.03$，$F_{0.05}(10,10)=2.98$，$F_{0.025}(10,10)=3.72$

1. （20 分）设随机向量（X,Y）的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y, & 0<x<1,\ 0<y<1. \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 计算 $P(X<2Y)$；　(2) 求关于 X 的边缘概率密度；

(3) 求条件概率 $P(Y>\frac{1}{4}\Big|X=\frac{1}{2})$；(4) 计算 $E(X^2Y)$。

2. (10 分) 研究健康与吸烟之间的关系。用 Y 表示一个人每天吸烟的支数，X 是这个人的健康等级，X=0 表示“良好”，X=1 表示“中等”，X=2 表示“差”。通过收集有关数据并用频率估计概率，得到(X,Y)的联合分布列

X \ Y	0	10	20
0	0.25	0.05	0.05
1	0.05	0.15	0.05
2	0.05	0.1	0.25

求健康等级 X 与每天抽烟支数 Y 的协方差 Cov(X,Y)和相关系数 ρ.

3. (10 分) 某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随意调查的 100 个索赔户中因被盗向保险公司索赔的户数。

（1）写出 X 的概率分布；

（2）求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率的近似值。

4.（12 分）设 $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ 是来自正态总体 $N(1, 0.4)$ 的简单随机样本， $\overline{X}$ 为样本均值，

S^2 为样本方差。 求（1） $P(\overline{X} > 1.2)$ （2） $P(S^2 > 0.12)$ （3） $P(\overline{X} - \frac{1.1}{\sqrt{10}} S > 1)$

5. (18 分) 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \theta^{-1} x^{-(\theta^{-1}+1)}, & x > 1, \\ 0, & x \le 1. \end{cases},$$

其中 $\theta \in (0,1)$ 为未知参数，X_1，X_2,$\cdots$，X_n 为取自总体 X 的简单随机样本。

（1）求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$；（2）证明 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量；

(3) 试选取适当的常数 c 使得 $c\hat{\theta}^2$ 是 θ^2 的无偏估计。

6. (10 分) 假定某商店中一种商品的月销售量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$。为了合理的确定对该商品的进货量，需对 μ 作估计，为此随机抽取 9 个月，其销售量样本均值为 $\overline{x} = 59$，样本标准差 $s = 3$. 试就以下两种情况分别求 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间。

（1）根据长期经验知 $\sigma = 2$； （2）σ 未知。

7.（10 分）设甲、乙两厂分别生产同种型号的灯泡，两厂灯泡寿命（单位：小时）分布分别为 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$。分别从甲、乙两厂各随机抽取 10 只灯泡测量寿命， 得样本均值分别为 $\overline{x} = 320$, $\overline{y} = 240$, 而样本方差分别为 $s_1^2 = 80^2$，$s_2^2 = 60^2$。

(1). 试以显著性水平 0.05 检验两厂灯泡寿命的方差是否有显著差异？ 即检验

$$H_0: \ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \leftrightarrow \quad H_1: \ \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2$$

(2). 在(1)所作结论的基础上，试以显著性水平 0.05 检验甲厂生产的灯泡平均寿命是否显著高于乙厂生产的灯泡平均寿命？即检验 H_0: $\mu_1 \le \mu_2 \quad \leftrightarrow \quad H_1$: $\mu_1 > \mu_2$

8. (10 分) 为研究某一化学反应过程中，温度对产品转化率的影响，测得数据如下：

温度 x (^oC)	100	110	120	130	140
转化率 y （%）	45	51	58	61	69

（1）试求转化率 y 对温度 x 的回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$；

（2）试求误差方差的估计值 $\widehat{\sigma^2}$。