



厦门大学《微积分 I-2》期中参考答案

考试日期：2017.4 信息学院自律督导部整理



一、（每小题 8 分,共 16 分）求下列微分方程的通解：

1. $yy'' + (y')^2 = 0$;

2. $y'' + 3y' + 2y = 3e^x + 6\sin x$ 。

二、（本题 8 分）设函数 $f(x)$ 可微，且满足以下关系式 $\int_0^x [3f(t) - 1]dt = f(x) - 5$ ，求 $f(x)$ 。

三、（本题 8 分）设 $\vec{a} = (-1, 3, 2)$ ， $\vec{b} = (2, -4, 3)$ ， $\vec{c} = (4, -6, 13)$ ，试证明这三个向量在同一平面上，并求 \vec{b} 在 \vec{a} 上的投影。

四、（本题 8 分）设 $w = f(x + \varphi(y), xy)$ ，其中函数 φ 可微，函数 f 具有连续的二阶偏导数，

求 $\frac{\partial w}{\partial y}$ 以及 $\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$ 。

五、（本题 8 分）求曲线 $\begin{cases} (x+1)^2 - z^2 = 1 \\ (x-1)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ 在 yoz 平面上的投影曲线方程。

六、（本题 8 分）求直线 $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -x + y - z = 1 \end{cases}$ 在平面 $x + y + z = 0$ 上的投影方程。

七、（本题 8 分）设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $F(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}) = 0$ 确定，证明： $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy$ 。

八、（本题 12 分）讨论函数

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \cos \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

在 $(0, 0)$ 点处的连续性、可偏导性、可微性。

九、（本题 8 分）设 $\begin{cases} xu + yv = 2 \\ yu - xv = 0 \end{cases}$ ，求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}$ 。

十、(本题 8 分) 设有曲面 $S: \frac{x^2}{2} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$, 平面 $\Pi: 2x + 2y + z - 5 = 0$, (1) 在 S 上求一点, 使其切平面与 Π 平行; (2) 求曲面 S 与 Π 的最短距离。

十一、(本题 8 分) 抛物面 $z = x^2 + y^2$ 被平面 $x + y + z = 4$ 截成一椭圆, 求这椭圆上的点到原点的距离的最大值与最小值。