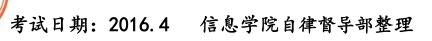
厦门大学《微积分 I-2》课程 期中试题





- 一、计算下列各题: (每小题 4 分, 共 8 分)
- (1) 设 $\vec{a} = (2,1,-1)$, $\vec{b} = (1,2,2)$, 求 $Prj_{\vec{b}}(2\vec{a} \vec{b})$ 和 $(2\vec{a} \vec{b})$ 与 \vec{a} 的夹角 θ .

得 分	
阅卷人	

(2) 求以A(4,7,-1)、B(5,5,1)和C(3,7,-2)为顶点的三角形的面积.

- 二、计算下列各题: (每小题 4 分, 共 8 分)
- (1) 设 $u = y^x \ln z$, 求 $\frac{\partial u}{\partial z}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x}$.

得 分	}	
阅卷丿		

(2)设 $u = xyz^2$,点P(1,1,1),求u在点P处的最大的方向导数和它的方向(以单位向量表示).

- 三、计算下列各题: (共10分)
- (1) 求曲线段L: $\begin{cases} x = \frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}}, \\ y = t \frac{1}{2}t^{2}, \end{cases} t \in [0,1]$ 的弧长. (4分)

得 分	
阅卷人	

(2) 求曲线 $\rho = 2 + \sin \theta$ 所围成的图形的面积. (6分)

四、计算下列各题: (每小题 4 分, 共 8 分)

(1) 求极限
$$\lim_{(x,y)\to(3,0)} \frac{e^{xy}-1}{y\sqrt{x^2+y^2}}$$
.

得 分	
阅卷人	

(2) 求曲线 $\begin{cases} x^2 + 2y^2 + z - 1 = 0, \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}$ 在 yoz 坐标面上的投影柱面和投影曲线方程.

五、设
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-1)y}{(x-1)^2 + y^2}, & (x-1)^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & (x-1)^2 + y^2 = 0, \end{cases}$$

得 分 阅卷人

① 计算 $f_x(1,0)$ 和 $f_y(1,0)$. ② 问 f(x,y) 在点 (1,0)

处是否可微?请说明理由. (8分)

六、设
$$z = f\left(y, \frac{y}{x}\right)$$
, 其中 f 具有二阶连续偏导数,求
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}. (8 分)$$

得分	
阅卷人	

七、求过点(1,3,1), 且平行于平面2x + y - 2z + 6 = 0,

又与直线 $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ 相交的直线的方程.	(8分)
2 1 1	

得 分	
阅卷人	

八、求曲线 $\begin{cases} x^2 + 2y^2 + z^2 - x - 1 = 0, \\ 2x + 6y + z - 3 = 0 \end{cases}$ 在点(1,0,1)处的切

线方程和法平面方程. (8分)

得 分	
阅卷人	

九、求曲线 $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = \sin t, \end{cases} t \in [0,\pi] = x$ 轴围成的图形绕

得 分	
阅卷人	

直线x=2旋转所产生的旋转体的体积. (8分)

十、设 x = f(u,t,y), g(u,t,y) = 0, 其中 f(u,t,y), $g(u,t,y) \in \mathbb{R}^{3}$ 具有一阶连续偏导数,且在点 (u_{0},t_{0},y_{0}) 处有 $g(u_{0},t_{0},y_{0}) = 0$, $\frac{\partial (f,g)}{\partial (u,t)}\Big|_{(u_{0},t_{0},y_{0})} \neq 0$, ① 证明: 方

得 分	
阅卷人	

程组 x = f(u,t,y) , g(u,t,y) = 0 可以确定一对具有连续偏导数的隐函数 u = u(x,y) , t = t(x,y) 。② 设 $z = \varphi(x^2,u,t)$ (函数 φ 具有一阶连续偏导数),而 u = u(x,y) , t = t(x,y) 为①中由方程组所确定的隐函数,求 $\frac{\partial z}{\partial x}$. (10 分)

十一、 ① 证明: 旋转抛物面 Σ : $x^2 + y^2 - 2z = 0$ 的任意切平面与该抛物面只有一个交点(即切点). ② 求通过直线L: $\begin{cases} x - y - 1 = 0, \\ 4y - 8z - 9 = 0 \end{cases}$ 的旋转抛物面 Σ 的切平面方程. (8分)

得 分	
阅卷人	

十二、求函数 $f(x,y,z) = \ln x + \ln y + 3\ln z$ 在部分球面 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2 \quad (x > 0, y > 0, z > 0)$ 上的最大值, 并利用此结果证明: 当a > 0, b > 0, c > 0时,有

得 分	
阅卷人	

$abc^3 \le 27 \left(\frac{a+b+c}{5}\right)^5. $	8分)
---	-----