统计学原理 第六和第七章作业

黄勖 229920212204392

1.某牌号彩电无故障时间为 10000 小时，厂家采取改进措施，现在从新批量彩电中抽取 100 台，测得平均无故障时间为 10150 小时，标准差为 500 小时，能否据此判断该彩电无故障时间有显著增加$(\alpha=0.01)$？

解：假设检验为 $H_0:\mu_0=10000, H_1:\mu_0>10000$ （使用寿命有无显著增加，应该使用右侧检验）。

可近似采用正态分布的检验统计量 $z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$。查出α＝0.01 水平下的反查正态概率表得到临界值 2.32 到 2.34 之间（因为表中给出的是双侧检验的接受域临界值，因此本题的单侧检验显著性水平应先乘以 2，再查到对应的临界值）。计算统计量值 $z=\frac{10150-10000}{500/\sqrt{100}}=3$。因为 z=3>2.34(>2.32)，所以拒绝原假设，无故障时间有显著增加。

2.某加油站经理希望了解驾车人士在该加油站的加油习惯。在一周内，他随机地抽取 100 名驾车人士调查，得到如下的结果：平均加油量等于 13.5 加仑，样本标准差是 3.2 加仑，有 19 人购买无铅汽油。试问：

（1）以 0.05 的显著性水平，是否有证据说明平均加油量并非 12 加仑?

（2）计算（1）的 p-值。

（3）以 0.05 的显著性水平来说，是否有证据说明少于 20%的驾车者购买无铅汽油?

（4）计算（3）的 p-值。

（5）在加油量服从正态分布假设下，如果样本容量为 25 人，重新计算（1）和（2）。

解:(1)(2)假设检验为 $H_0:\mu_0=12, H_1:\mu_0\neq12$。采用正态分布的检验统计量 $z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$。查出α=0.05 水平下的临界值为 1.96。计算统计量值 $z=\frac{13.5-12}{3.2/\sqrt{100}}=4.6875$。因为 z=4.6875>1.96,所以拒绝原假设。对应 p 值=2(1—F(z)) ,查表得到 F(z)在 0.999 994 和 0.999 999 之间,所以 p 值在 0.000 006 和 0.000 001 之间(因为表中给出了双侧检验的接受域概率,因此本题中双侧检验的 p 值=1—F(|z|),直接查表即得 F(|z|))。p 值<0.05,拒绝原假设。都说明平均加油量并非 12 加仑。

(3)(4)假设检验为 $H_0:p\geq20\%, H_1:p<20\%$。检验统计量 $Z=\frac{P-p}{\sigma_P}$.查出α=0.05 水平下的临界值为 1.64 和 1.65 之间。计算统计量值 $\sigma_P=\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}=\sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{100}}=0.04;$

$Z=\frac{0.19-0.2}{0.04}=-0.25>-1.645,$,因此 z=-0.25>-1.65(>-1.64),所以接受原假设。p 值为 0.62(因为本题为单侧检验,p 值=(1—F(|z|))/2)。显然 p 值>0.05,所以接受原假设。

(5) 假设检验为 $H_0:\mu_0=12, H_1:\mu_0\neq 12$。采用正态分布的检验统计量 $z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$.查出α=0.05 水平下的临界值为 1.96。计算统计量值 $z=\frac{13.5-12}{3.2/\sqrt{25}}\approx 2.344$ 。因为 z=2.344>1.96,所以拒绝原假设。对应 p 值=2(1—F(z)) ,查表得到 F(z)在 0.9807 和 0.9817 之间,所以 p 值在 0.0193 和 0.0183 之间(因为表中给出了双侧检验的接受域概率,因此本题中双侧检验的 p 值=1—F(|z|),直接查表即得 F(|z|))。显然 p 值<0.05,拒绝原假设。

3.某市全部职工中，平常订阅某种报纸的占 40%，最近从订阅率来看似乎出现减少的现象，随机抽 200 户职工家庭进行调查，有 76 户职工订阅该报纸，问报纸的订阅率是否显著降低（$\alpha=0.05$）？

解:假设检验为 $H_0: p=40\%, H_1: p<40\%$ 。采用成数检验统计量 $z=\frac{P-p}{\sqrt{p(1-p)/n}}$ 。计算统计量值

$z=\frac{0.38-0.40}{\sqrt{0.4(1-0.4)/200}}\approx -0.577$, z=-0.577>-1.645,所以接受原假设,抽样没有表明报纸订阅率显著下降。

1. 现有反映工人月工资（元）对劳动生产率（千元/人）变动所配合的简单线性方程 $\hat{y}=60+90x$。下列判断正确与否?

（1）劳动生产率为 1000 元/人时，估计工资为 150 元。
（2）劳动生产率每提高 1000 元/人，则工资一定提高 90 元。
（3）劳动生产率每降低 500 元/人，则工资平均减少 45 元。
（4）当工资为 240 元时，劳动生产率可能达 2000 元/人。

解:

（1） 劳动生产率为 1000 元时，即 x=1 时，可得 y=150 元。正确
（2） 劳动生产率每提高 1000 元/人，x 提高 1，y 提高 90，但不是一定都提高 90 元，错误。
（3） 劳动生产率每降低 500 元/人，x 减少 0.5，y 减少 45，则工资平均减少 45 元。正确。
（4） Y=240 时，x=2，劳动生产率可能达 2000 元/人。正确。

12.为研究产品的销售额与销售利润之间的关系，某公司对所属 15 家企业进行了调查，设产品销售额为 X（万元）、销售利润为 Y（万元）。调查资料经整理如下：$\sum X=225$，$\sum X^2=4\,000$，$\sum Y=25$，$\sum Y^2=60$，$\sum XY=480$。要求：

(1)计算相关系数；

(2)配合销售利润对销售额(自变量)的直线回归方程，并对方程中回归系数的经济意义做出解释；

(3)计算回归估计标准误差；

(4)预测当销售额为 360 万元时，销售利润可能达到多少？

2.

解：（1）

$L_{xy}=\sum xy-\frac{1}{n}\sum x\sum y$ =15*480-225*25

$L_{xx}=\sum x^2-\frac{1}{n}(\sum x)^2$ =15*400-225*225

$L_{yy}=\sum y^2-\frac{1}{n}(\sum y)^2$ =15*60-25*25

相关系数$r=\frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx}\cdot L_{yy}}}$

=0.98

（2）设销售额和销售利润之间存在一元线性关系则有：$Y=\beta_1+\beta_2 X$

则根据最小二乘估计法有：$\hat{\beta}_2=\frac{L_{xy}}{L_{xx}}=\frac{n\sum XY-\sum X\sum Y}{n\sum X^2-(\sum X)^2}$ =0.168

$\hat{\beta}_1=\bar{Y}-\hat{\beta}_2\bar{X}$ =-0.8533

得：Y=-0.8533+0.168X

经济意义为产品销售额增加 1 万元，产品销售利润可能平均提高 0.168 万元。

（3）计算估计标准误差

$$S_Q=\sqrt{\frac{\sum y^2-a\sum y-b\sum xy}{n-2}}$$ ≈0.2308

（4）当产品销售额为 360 万元时，销售利润得可能值为：

Y = -0.8533+0.168*360 =59.6267 万元

3. 某企业上半年产品产量与单位成本资料如下表：

月 份	产量（千件）	单位成本（元/件）
1	2	73
2	3	72
3	4	71
4	3	73
5	4	69
6	5	68

要求：

（1）计算产量与单位成本之间的相关系数和决定系数。

（2）建立回归直线方程（以单位成本为因变量），并指出产量每增加 1000 件时单位成本平均下降多少？

（3）假定产量为 6000 件时，估计单位成本为多少元？

（4）计算估计标准误差。

解：

（1）

$L_{xy}=\sum xy-\frac{1}{n}\sum x\sum y=1481-\frac{1}{6}\times 21\times 426=-10$

$L_{xx}=\sum x^2-\frac{1}{n}(\sum x)^2=79-\frac{1}{6}\times 21^2=5.5$ $L_{yy}=\sum y^2-\frac{1}{n}(\sum y)^2=30268-\frac{1}{6}\times 426^2=22$

相关系数$\boldsymbol{r}=\frac{\boldsymbol{L_{xy}}}{\sqrt{\boldsymbol{L_{xx}}\cdot\boldsymbol{L_{yy}}}}=\frac{-10}{\sqrt{5.5\times 22}}=-0.91$

（2）

回归系数$b=\frac{L_{xy}}{L_{xx}}=\frac{-10}{5.5}=-1.82$

$a=\overline{y}-b\cdot\overline{x}=\frac{426}{6}-(-1.82)\times\frac{21}{6}=77.37$ $\therefore\hat{y}=77.37-1.82x$

所以产量每增加 1000 件时单位成本平均下降 1.82 元。

（3）当产量为 6000 件时，即 x=6（千件），

y=77.37-1.82×6=66.45(元/件）。

（4）估计标准误差：决定系数=相关系数的平方

$$S_Q=\sqrt{\frac{\sum y^2-a\sum y-b\sum xy}{n-2}}$$

$$=\sqrt{\frac{30268-77.37\times 426-(-1.82)\times 1481}{6-2}}=0.97$$