

## 参考答案

### 一、选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	C	C	D	C	C

### 二、填空题

1.  $-2q/3$
2. 减小
3.  $QR(R+r)$ 、 $Qr/(R+r)$
4.  $\frac{q_2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0}$
5.  $(1-\frac{1}{\epsilon_r})\frac{q}{4\pi R^2}$

### 三、计算题

1. 在半径为  $R_1$  的金属球之外包有一层外半径为  $R_2$  的均匀电介质球壳，介质相对介电常数为  $\epsilon_r$ ，金属球带电  $Q$ 。试求：

- (1)距球心  $r$  处的电场强度大小；
- (2)距球心  $r$  处的电势（以无穷远处为电势零点）。

参考答案：

利用有介质时的高斯定理  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q$

- (1)金属球内 ( $r < R_1$ ) 场强

$$\vec{D} = 0, \vec{E}_{\text{金属球}} = 0$$

- 介质内 ( $R_1 < r < R_2$ ) 场强

$$\vec{D} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi r^3}, \vec{E}_{\text{内}} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^3};$$

- 介质外 ( $r > R_2$ ) 场强

$$\vec{D} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi r^3}, \vec{E}_{\text{外}} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

- (2)介质外 ( $r > R_2$ ) 电势

$$U = \int_r^\infty \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

介质内 ( $R_1 < r < R_2$ ) 电势

$$U = \int_r^\infty \vec{E}_{\text{内}} \cdot d\vec{r} + \int_r^\infty \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left( \frac{1}{r} + \frac{\epsilon_r - 1}{R_2} \right)$$

金属球的电势

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_{\text{内}} \cdot d\vec{r} + \int_{R_2}^\infty \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{Qdr}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} + \int_{R_2}^\infty \frac{Qdr}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{\epsilon_r - 1}{R_2} \right)$$

2.

(1) 根据高斯定理:  $E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{q}{\epsilon_0}$  ( $R_2 > r > R_1$ )

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} \quad (R_2 > r > R_1) \text{ 方向沿矢径向外}$$

$$\text{或: } \vec{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} \vec{e}_r$$

(2) 外圆筒内表面电荷为  $-q$ , 外表面电荷为  $q$ 。

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} \quad (r > R_2)$$

$$V_{\text{外}} = \int_{R_2}^\infty E dx = \int_{R_2}^\infty \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} dx = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2}$$

(3) 外圆筒接地, 其内表面电荷仍为  $-q$ , 外表面电荷变为  $q'$ 。

$$V_{\text{外}} = \frac{q'}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} = 0$$

$$q' = 0$$

外圆筒所带总电荷：  $-q$

(4) 然后把内圆筒接地，内筒电荷变成  $q''$ ：

$$V_{\text{内}} = \int_{R_1}^{R_0} E dx = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q''}{2\pi\epsilon_0 r L} dx + \int_{R_2}^{R_0} \frac{q'' - q}{2\pi\epsilon_0 r L} dx = 0$$

$$\frac{q''}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_1} - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} = 0$$

$$\text{内筒电荷： } q'' = q \ln \frac{R_0}{R_2} \bigg/ \ln \frac{R_0}{R_1}$$

$$\text{外筒电势： } V_{\text{外}} = \frac{\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} \ln \frac{R_1}{R_2}}{\ln \frac{R_0}{R_1}}$$