第一章

质点运动学

File Edit Simulation Tools Editors
高度 176404.3
俯仰 89.5
偏航 0.0
滚动 0.0
AUTO
Manual
NAVI.
E.T.J.
B.J.
I.S.J.
F.C.J.
II.S.J.
S.A.D.
ABORT
O.P.On
O.P.Off
Paused
MET 00:06:51

§1-2 质点运动的描述

1.2.1 质点

质点： 具有一定质量的几何点

具有一定质量没有大小或形状的理想物体。

两种可以把物体看作质点来处理的情况：

- 作平动的物体，可以被看作质点。
- 两相互作用着的物体，如果它们之间的距离远大于本身的线度，可以把这两物体看作质点。

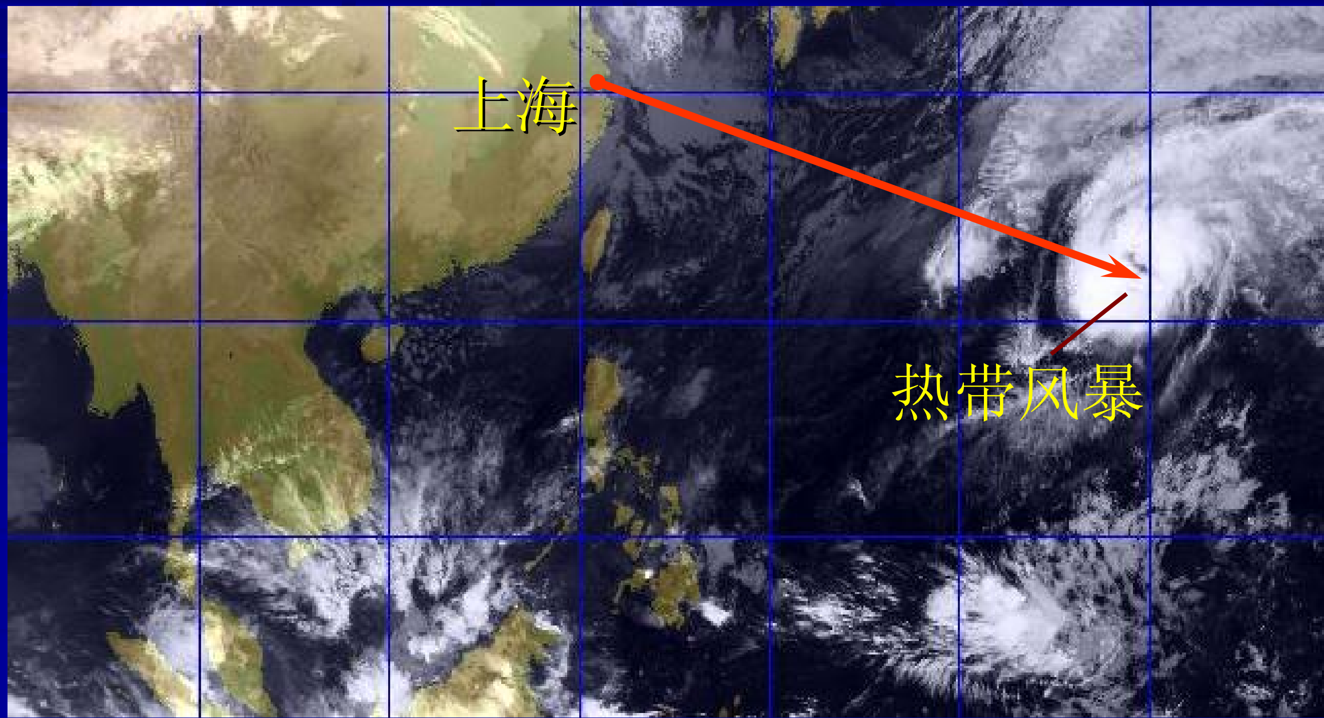
参考系

1.2.2 参考系 坐标系

- 物质运动具有绝对性
- 描述物质运动具有相对性

参考系：为描述物体的运动而选取的参考物体

坐标系：用以标定物体的空间位置而设置的坐标系统

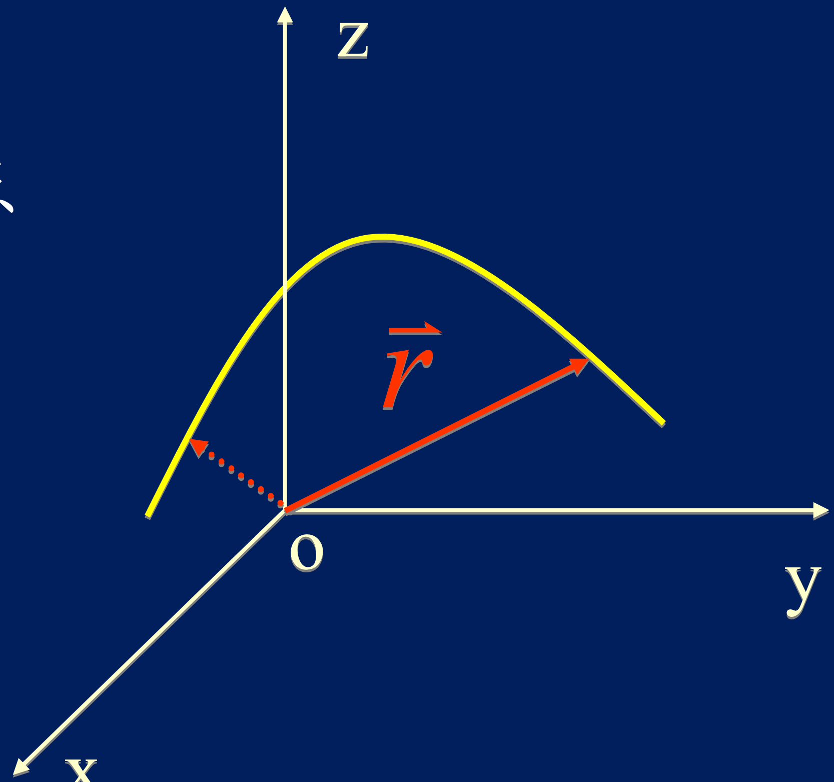

上海
热带风暴

1.2.3 位置矢量与运动方程

位置矢量（位矢）

从坐标原点o出发，指向质点所在位置P的一有向线段

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{OP}$$



运动方程： $\boxed{\vec{r} = \vec{r}(t)}$

质点的位置随时间按一定规律变化。

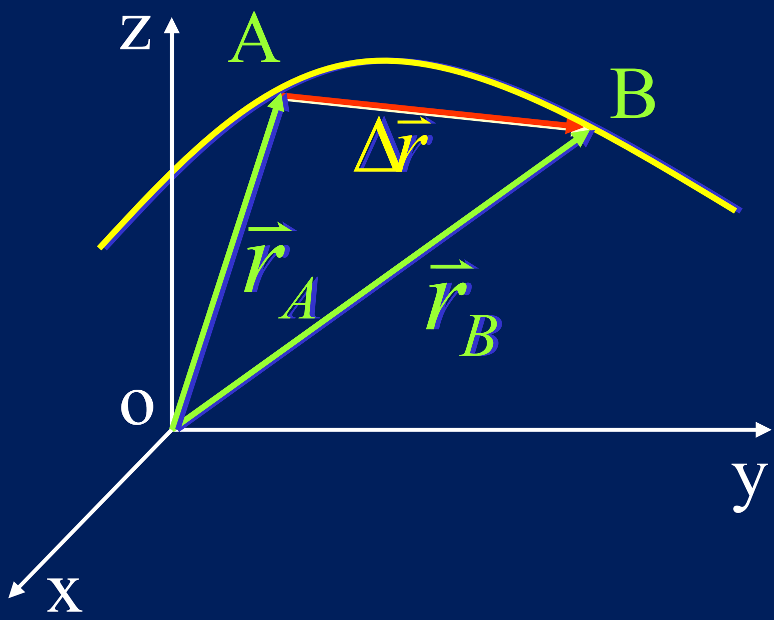
位移

1.2.4 位移

设质点作曲线运动

t时刻位于A点，位矢$\vec{r}_A$

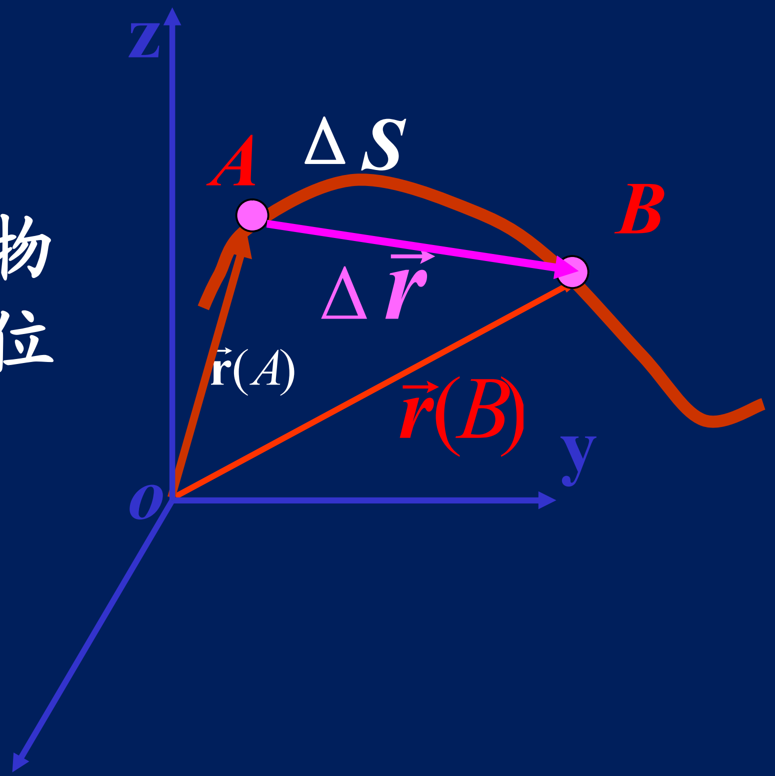
t+Δt时刻位于B点，位矢$\vec{r}_B$



在Δt时间内，位矢的变化量（即A到B的有向线段）称为*位移*。

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \overrightarrow{AB}$$

位移反映质点位置变化的物理量，从初始位置指向末位置的有向线段。

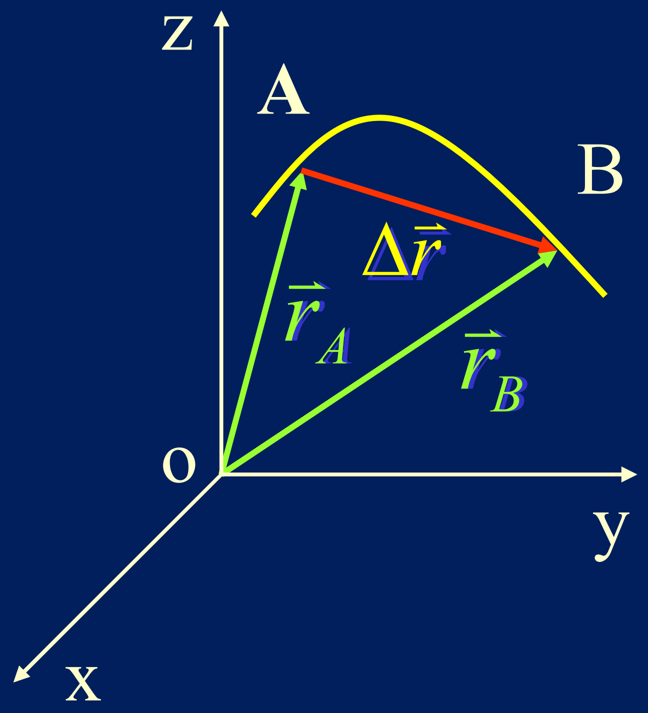


路程是质点经过实际路径的长度。路程是标量。

1.2.5 速度

速度是反映质点运动的快慢和方向的物理量

定义： *单位时间内质点所发生的位移*



1、平均速度

在Δt时间内发生位移 $\Delta\vec{r}$

平均速度：

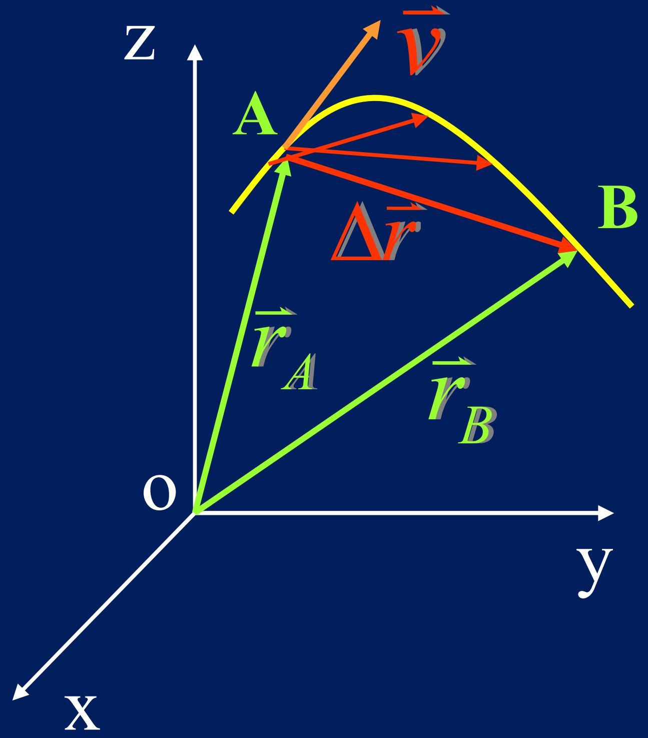
$$\overline{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad (m/s)$$

平均速度的方向与Δt时间内位移的方向一致

2、瞬时速度

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\overline{\vec{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}\qquad\left(m\cdot s^{-1}\right)$$

速度的方向为轨道上质点所在处的切线方向。



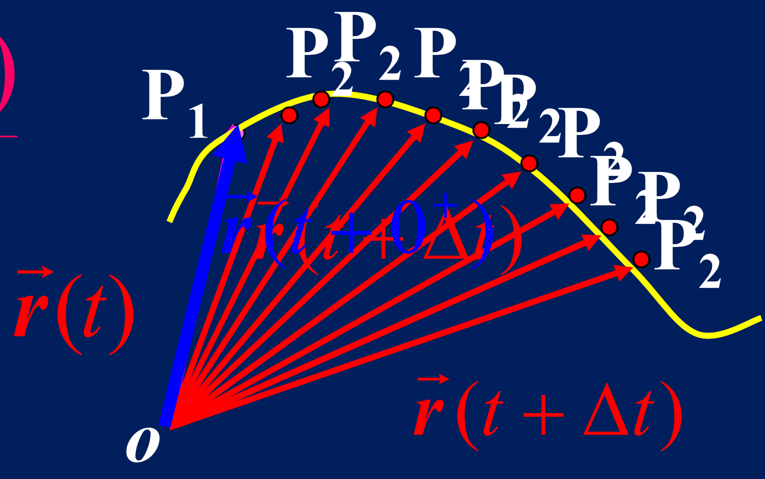
瞬时速度

当Δ t→0时，P_2点向P_1点无限靠近。

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

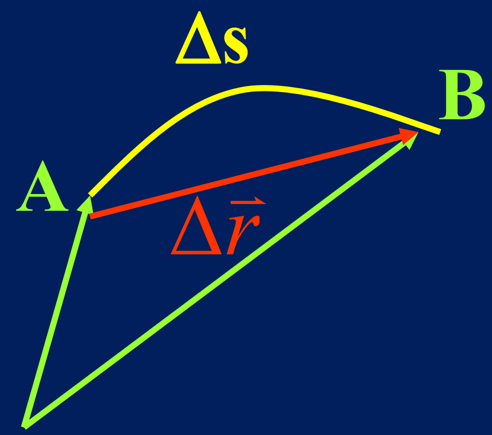


速率

3、速率

在Δt时间内，质点所经过路程Δs对时间的变化率

平均速率： $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \left(m \cdot s^{-1}\right)$



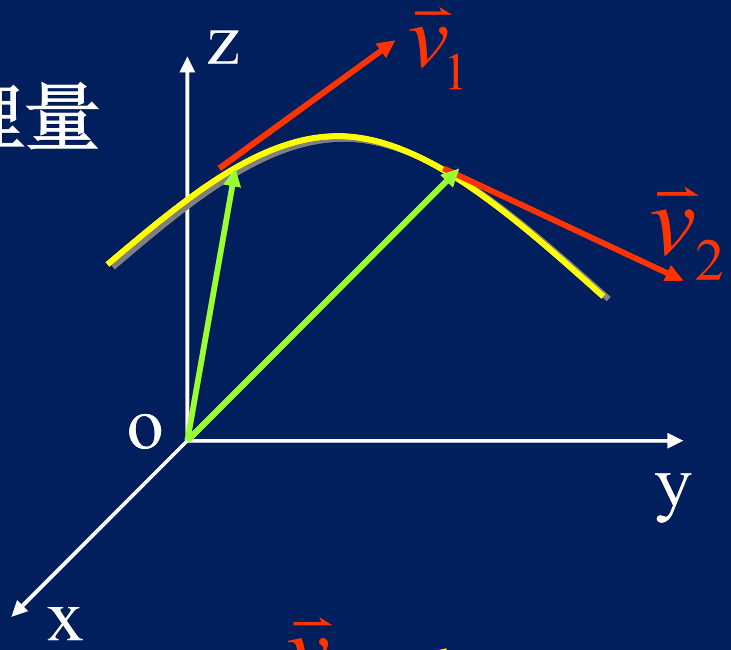
瞬时速率： $\boxed{v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{ds}{dt}}$

一般情况： $\left|\Delta\vec{r}\right| \neq \Delta s$ 因此 $\left|\bar{\vec{v}}\right| \neq \bar{v}$

当Δt→0时： $\left|\Delta\vec{r}\right| \to \left|d\vec{r}\right| = ds$ 则 $\left|\vec{v}\right| = v$

1.2.6 加速度

加速度是反映速度变化的物理量

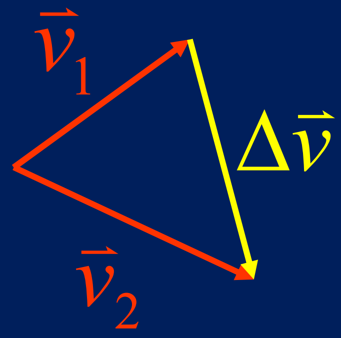


t_1时刻，质点速为 $\vec{v}_1$

t_2时刻，质点速度为 $\vec{v}_2$

Δt时间内，速度增量为：

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



平均加速度

$$\boxed{\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad \left(m \cdot s^{-2}\right)}$$

平均加速度的方向与速度增量的方向一致

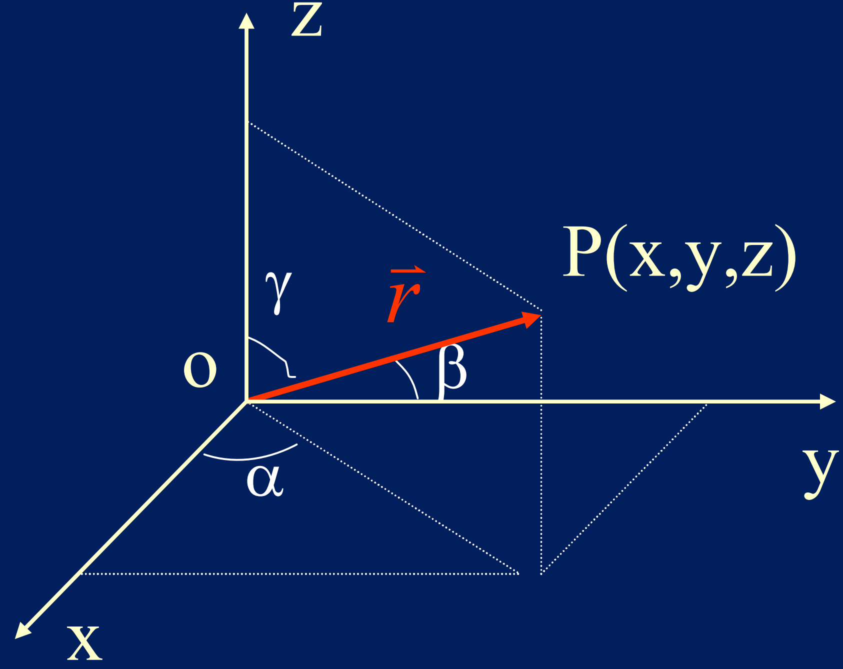
瞬时加速度：

当Δt→0时，平均加速度的极限即为瞬时加速度。

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \overline{\vec{a}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \qquad \left(m \cdot s^{-2}\right)$$

空间直角坐标表示式

位置矢量（位矢）



位矢用坐标值表示为：

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

位矢的大小为：

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位矢的方向：

$$\cos\alpha = \frac{X}{r} \quad \cos\beta = \frac{y}{r} \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

运动方程：

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}(t)}$$

矢量形式

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

参数形式

$$x = x(t)$$

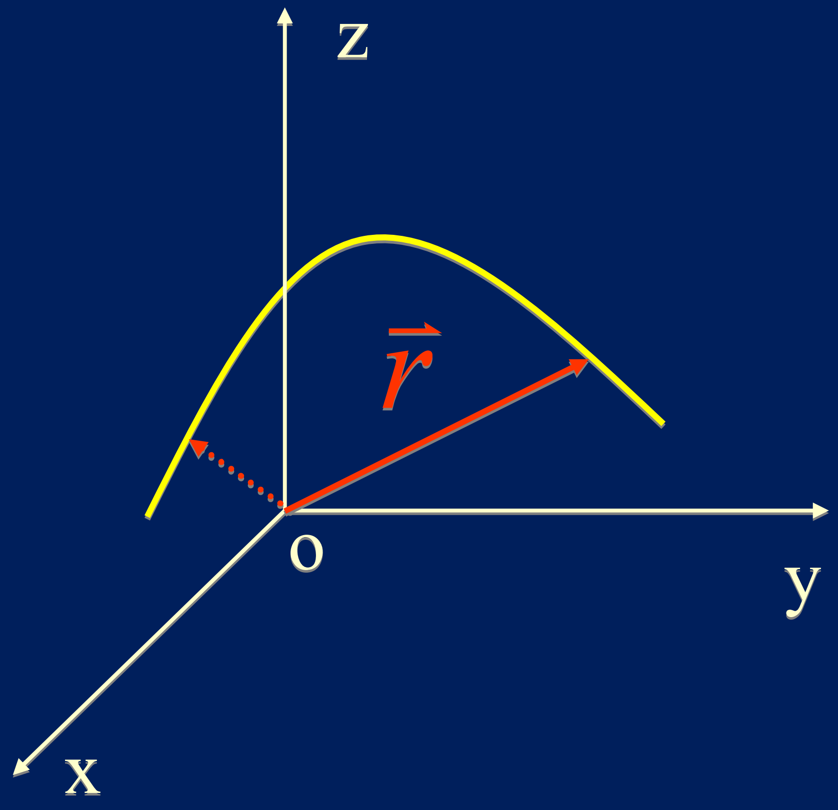
$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

轨道方程

$$\boxed{F(x, y, z) = 0}$$

$$\boxed{G(x, y, z) = 0}$$



位移

位移：反映质点位置变化的物理量。

在直角坐标系中

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$= (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}}$$

$$\boxed{\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}$$

速度

速度：

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$$

速度的三个分量： $v_x=\frac{dx}{dt}$ ， $v_y=\frac{dy}{dt}$ ， $v_z=\frac{dz}{dt}$

速度的大小：

$$v=\left|\vec{v}\right|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

瞬时加速度：

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

加速度的大小：
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

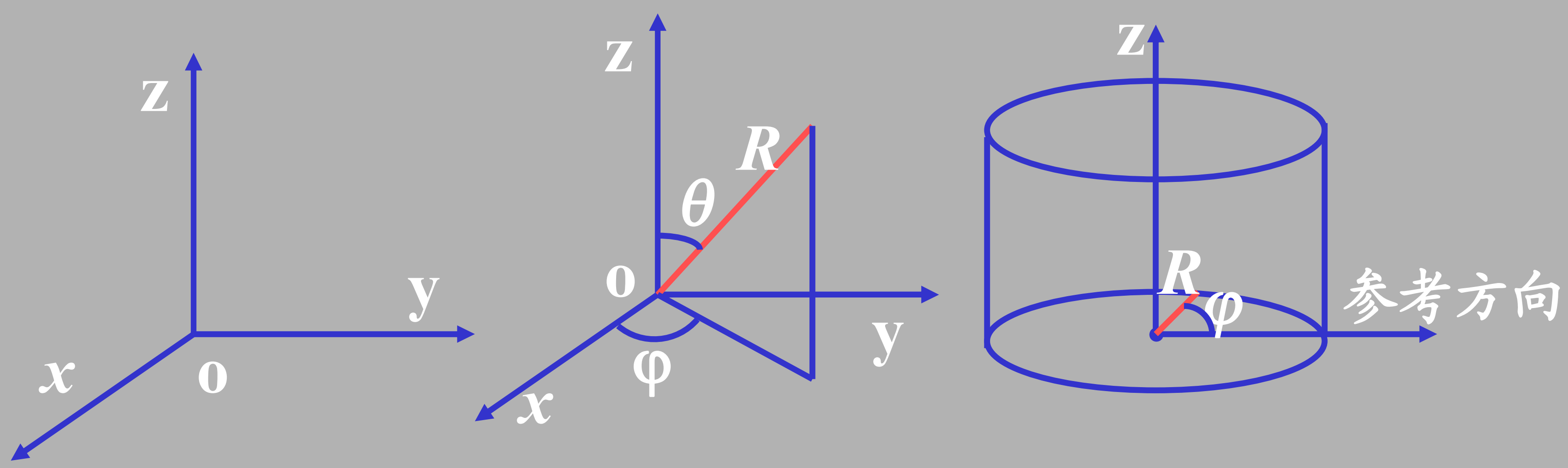
加速度的方向：

当 Δt 趋向零时，速度增量 $\Delta\vec{v}$ 的极限方向

常用的坐标系

要定量描述物体的位置与运动情况，就要运用数学手段，采用固定在参考系上的坐标系。

常用的坐标系有直角坐标系 (x,y,z)，极坐标系 (ρ,θ)，球坐标系 (R,θ,φ)，柱坐标系 (R,φ,z)。



例1-1 已知质点作匀加速直线运动，加速度为a，求该质点的运动方程。

解:

例1-1 已知质点作匀加速直线运动，加速度为a，求该质点的运动方程。

解：已知速度或加速度求运动方程，采用积分法：

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \qquad \mathrm{d}\vec{v}=\vec{a}\,\mathrm{d}t$$

对于作直线运动的质点，采用标量形式

$$\mathrm{d}v=a\,\mathrm{d}t$$

两端积分可得到速度

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t a\,\mathrm{d}t$$

$$v=v_0+at$$

根据速度的定义式:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v = v_0 + at$$

两端积分得到运动方程

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t (v_0 + at)\,\mathrm{d}t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

消去时间，得到

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

例题1

例题1 已知质点的运动方程 $\vec{r} = 2t\vec{i} + \left(19 - 2t^2\right)\vec{j}$

求：（1）轨道方程；（2）t=2秒时质点的位置、速度以及加速度；（3）什么时候位矢恰好与速度矢垂直？

例题1 已知质点的运动方程 $\vec{r}=2t\vec{i}+\left(19-2t^{2}\right)\vec{j}$

求： （1）轨道方程；（2）t=2秒时质点的位置、速度以及加速度；（3）什么时候位矢恰好与速度矢垂直？

解：（1） $x=2t$ ， $y=19-2t^{2}$

消去时间参数 $y=19-\frac{1}{2}x^{2}$

（2） $\vec{r}\big|_{t=2}=2\times2\vec{i}+\left(19-2\times2^{2}\right)\vec{j}=4\vec{i}+11\vec{j}$

$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=2\vec{i}-4t\vec{j}$ $\vec{v}\big|_{t=2}=2\vec{i}-8\vec{j}$ $(\mathrm{m/s})$

$v_{2}=\sqrt{2^{2}+(-8)^{2}}=8.25\ \mathrm{m/s}$ $\alpha=tg^{-1}\frac{-8}{2}=-75°58'$

（3） $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=2\vec{i}-4t\vec{j}$ $\qquad$ $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=-4\vec{j}$

$a=4\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 方向沿y轴的负方向

（4） $\vec{r}\cdot\vec{v}=\left[2t\vec{i}+\left(19-2t^2\right)\vec{j}\right]\cdot\left(2\vec{i}-4t\vec{j}\right)$

$=4t-4t(19-2t^2)=4t(2t^2-18)$

$=8t(t+3)(t-3)=0$

$t_1=0(s)$ ， $t_2=3(s)$ 两矢量垂直

例2

例2、设某一质点以初速度 $\vec{v}_0 = 100\,\vec{i}\ (\mathrm{m/s})$ 作直线运动，其加速度为 $\vec{a} = -10v\,\vec{i}\ (\mathrm{m\cdot s^{-2}})$。问：质点在停止前运动的路程有多长？

例2、 设某一质点以初速度 $\vec{v}_0 = 100\,\vec{i}\ (\mathrm{m/s})$ 作直线运动，其加速度为 $\vec{a} = -10v\,\vec{i}\ (\mathrm{m \cdot s^{-2}})$。问：质点在停止前运动的路程有多长？

解：

$$a = \frac{dv}{dt} = -10v \qquad \frac{dv}{v} = -10dt$$

两边积分：

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -10\int_0^t dt \quad , \quad \ln\frac{v}{v_0} = -10t$$

$$v = v_0 e^{-10t}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \quad , \quad dx = vdt = v_0 e^{-10t} dt$$

两边积分： $$\int_0^x dx = v_0\int_0^t e^{-10t}dt$$

$$x = v_0\left[-\frac{1}{10}\left(e^{-10t}-1\right)\right]$$

$$x = 10(1-e^{-10t})$$

$$x_0 = 10(1-e^{-10\times 0}) = 10(1-1) = 0$$

$$x_\infty = 10(1-e^{-10\infty}) = 10(1-0) = 10$$

$$\Delta x = x_\infty - x_0 = 10 \quad \text{m}$$

运动学的两类问题

1、已知运动方程，求质点任意时刻的位置、速度以及加速度

$$\vec{r}=\vec{r}(t) \qquad \vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

2、已知运动质点的速度函数（或加速度函数）以及初始条件求质点的运动方程

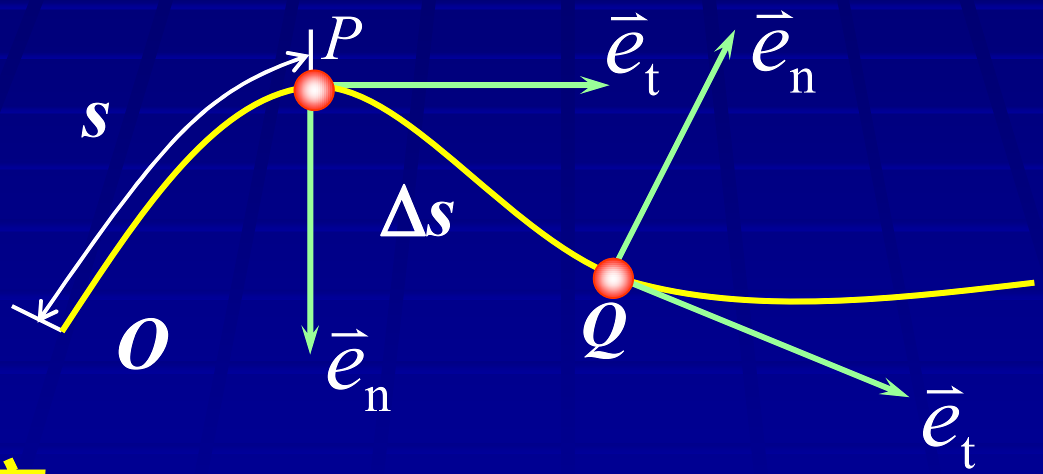
$$d\vec{v}=\vec{a}dt \quad , \quad \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v}=\int_{t_0}^{t}\vec{a}dt$$

$$d\vec{r}=\vec{v}dt \quad , \quad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r}=\int_{t_0}^{t}\vec{v}dt$$

1-2-5 自然坐标系下的速度和加速度

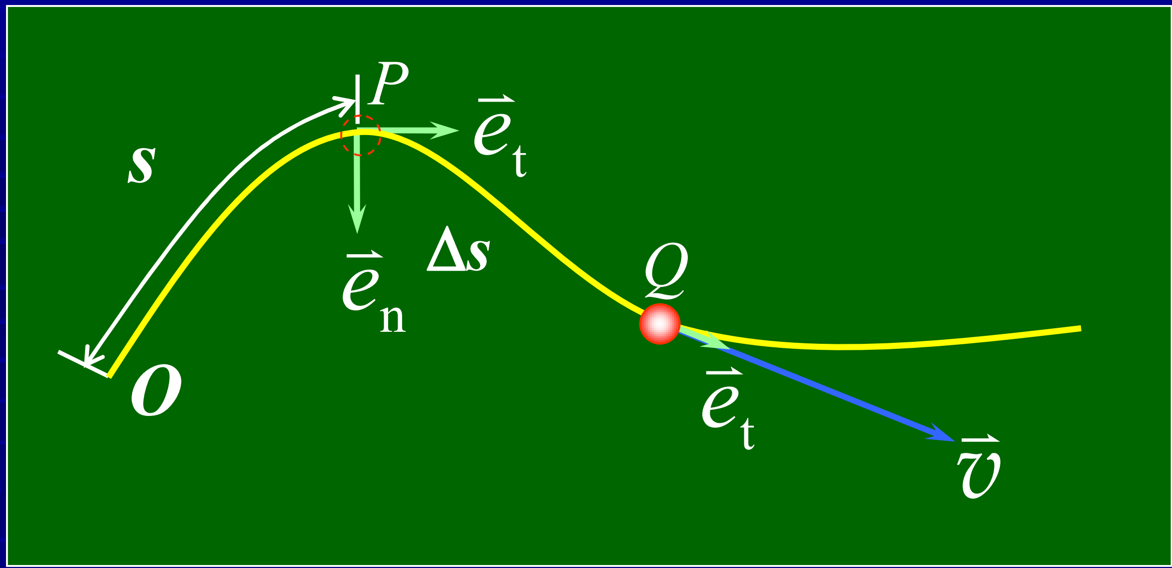
自然坐标系：

把坐标建立在运动轨迹上的坐标系统。



规定：

- 切向坐标轴沿质点前进方向的切向为正，单位矢量为 $\vec{e}_t$
- 法向坐标轴沿轨迹的法向凹侧为正，单位矢量为 $\vec{e}_n$



质点位置： $s = s(t)$

路程： $\Delta s = s_P - s_Q$

速度： $v = v\vec{e}_t = \dfrac{ds}{dt}\vec{e}_t$

质点的加速度：

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(v\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{t}})}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{t}}+v\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{t}}$ ：

速度大小的变化率，其方向指向曲线的切线方向

切向加速度：

$$\boxed{\vec{a}_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\vec{e}_{\mathrm{t}}}$$

讨论 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}$

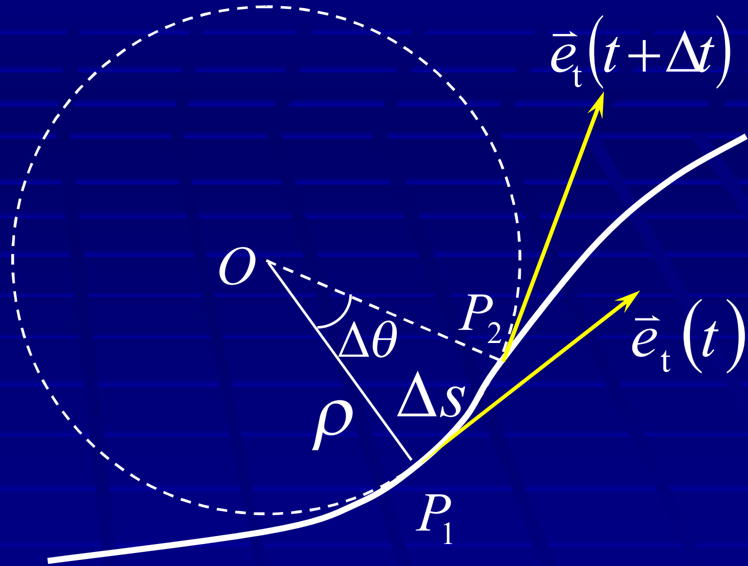
$$\Delta\vec{e}_{\mathrm{t}} = \vec{e}_{\mathrm{t}}(t+\Delta t) - \vec{e}_{\mathrm{t}}(t)$$

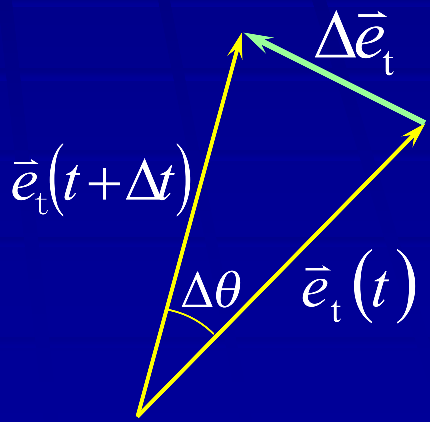
当： $\Delta t \to 0$ ， $\Delta\theta \to 0$

有 $\left|\Delta \boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}\right| = \left|\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}\right| \cdot \Delta\theta = \Delta\theta$

方向 $\Delta\vec{e}_{\mathrm{t}} \perp \vec{e}_{\mathrm{t}}$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{e}_{\mathrm{t}}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

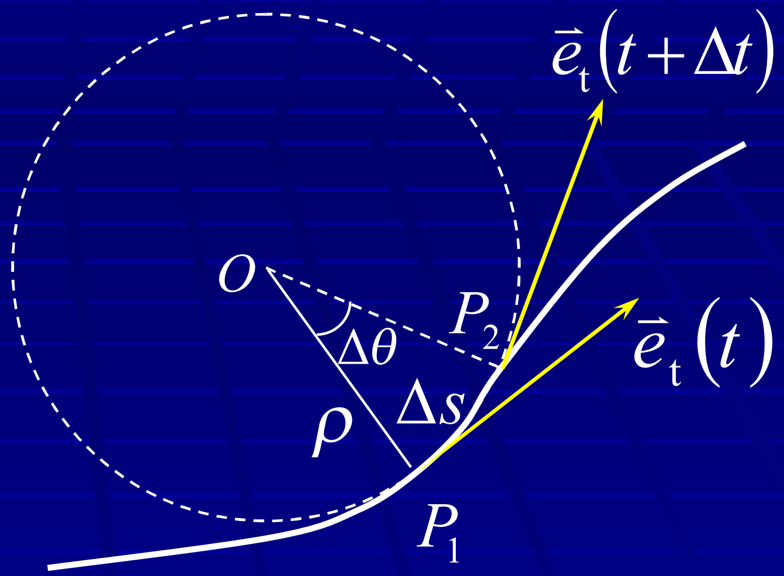




$$\because \quad \Delta\theta = \frac{\Delta s}{\rho}$$

$$\therefore \quad \frac{\mathrm{d}\vec{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\rho\Delta t}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

$$= \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{n}} = \frac{v}{\rho}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$



$$v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t} = \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

沿法线方向

法向加速度：

$$\boxed{\vec{a}_{\mathrm{n}} = v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t} = \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

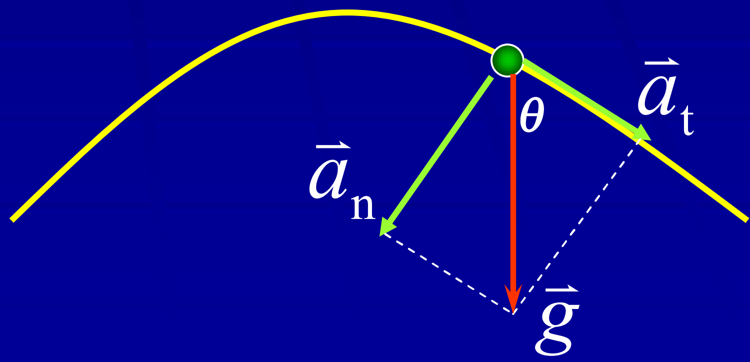
综上所述： $$\vec{a}=\vec{a}_\mathrm{t}+\vec{a}_\mathrm{n}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\mathrm{t}+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_\mathrm{n}$$

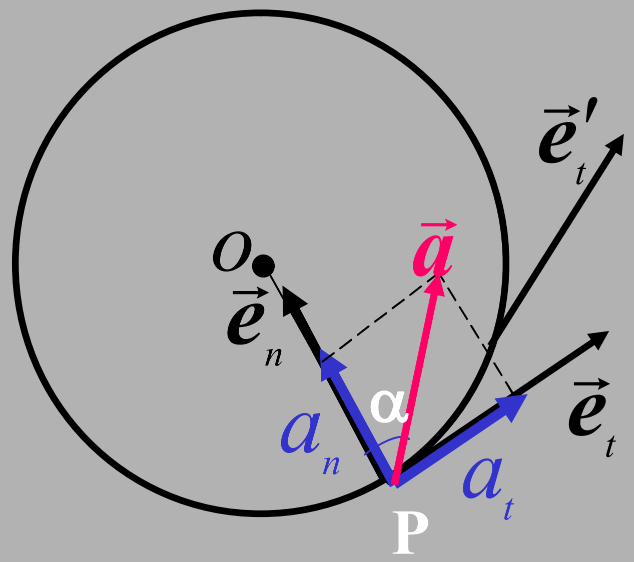
速度的大小： $$a=\sqrt{a_\mathrm{n}^2+a_\mathrm{t}^2}$$

速度的方向（以与切线方向的夹角表示）：

$$\theta=\arctan\frac{a_\mathrm{n}}{a_\mathrm{t}}$$

例：抛体运动





a_t称切向加速度，其大小表示质点速率变化的快慢；

a_n称法向加速度，其大小反映质点速度方向变化的快慢。

例题　讨论下列情况时，质点各作什么运动:

a_t 等于0, a_n 等于0, 质点做什么运动?

a_t 等于0, a_n 不等于0 , 质点做什么运动?

a_t 不等于0, a_n 等于0 , 质点做什么运动?

a_t 不等于0, a_n 不等于0 , 质点做什么运动?

全加速度

全加速度：

$$\boxed{\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_\tau}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\mathbf{e}}_t+\frac{v^2}{\rho}\vec{\mathbf{e}}_n$$

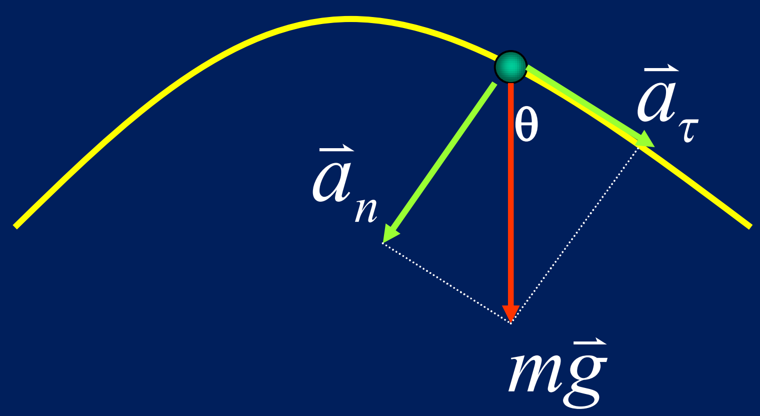
全加速度的大小：

$$\boxed{\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$$

全加速度的方向：

$$\boxed{\theta=arctg\frac{a_n}{a_\tau}}$$

例：抛体运动

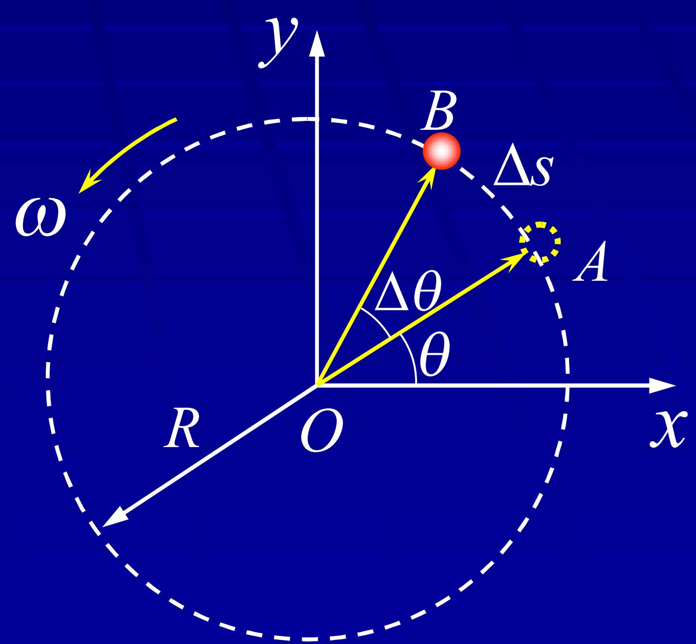


1-2-6 圆周运动及其角量描述

角位置θ： 质点所在的矢径与x轴的夹角。

角位移$\Delta\theta$: 质点从A到B矢径转过的角度 。

规定： 逆时针转向$\Delta\theta$为正
顺时针转向$\Delta\theta$为负



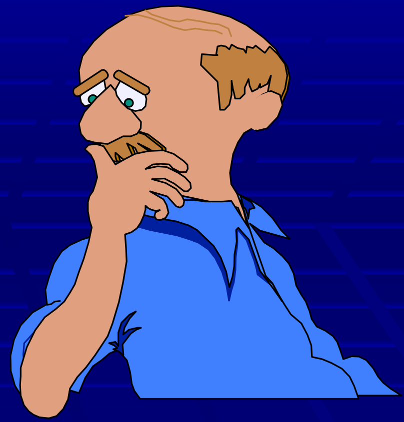
角速度ω:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

角加速度：

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

角量表示匀加速圆周运动的基本公式：



$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

角量和线量的关系：

$$v = R\omega$$

$$a_t = R\alpha$$

$$a_n = R\omega^2$$

$$s = R\theta$$

$$\frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

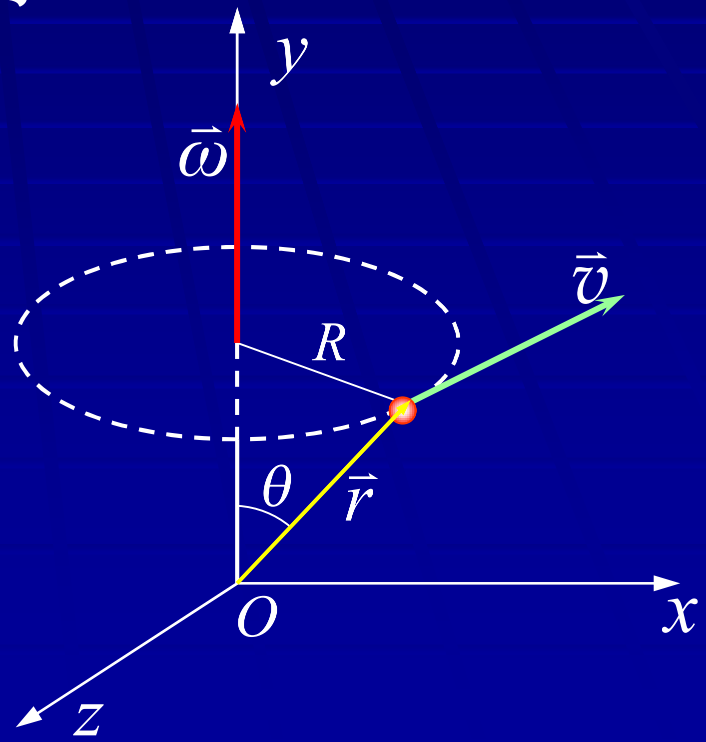
可以把角速度看成是矢量！

$\vec{\omega}$ 方向由右手螺旋法则确定 。

右手的四指循着质点的转动方向弯曲，拇指的指向即为角速度矢量的方向。

线速度与角速度的关系：

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$



$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$\because \quad \left| \vec{\alpha} \times \vec{r} \right| = \alpha R$ 方向沿着运动的切线方向。

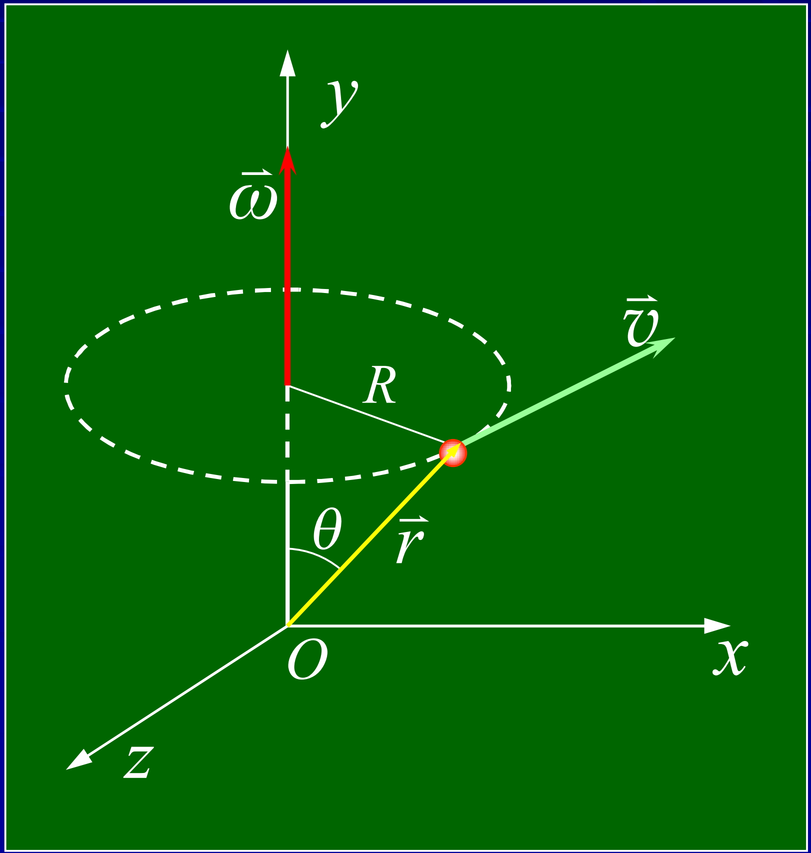
$\therefore \quad \vec{\alpha} \times \vec{r}$ 为切向加速度

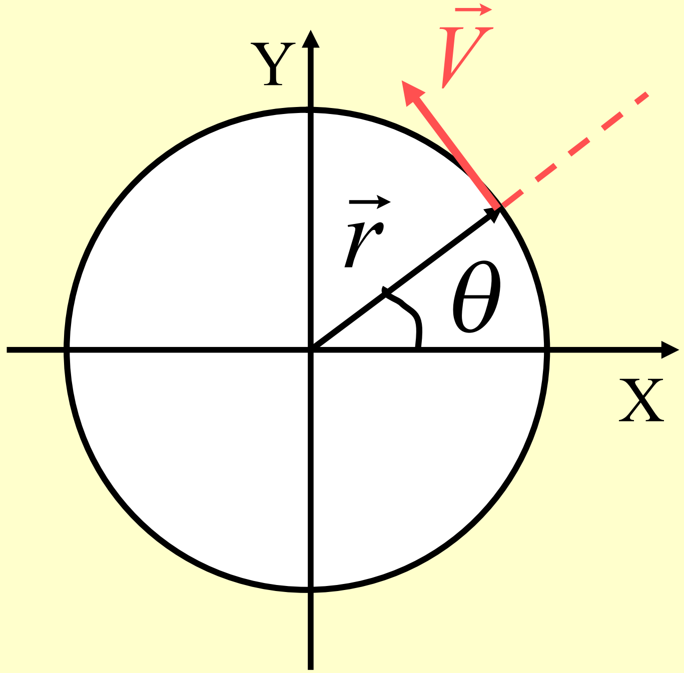
$\because \quad \vec{\omega} \perp \vec{v}$

$\therefore \quad \left| \vec{\omega} \times \vec{v} \right| = \omega v = \omega^2 R$

$\vec{\omega} \times \vec{v}$ 方向指向圆心

$\vec{\omega} \times \vec{v}$ 为切向加速度





τ 为圆周的切向上的单位矢量 $\vec{\tau} = -\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}$

n为圆周法向上的单位矢量 $\vec{n} = -(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j})$

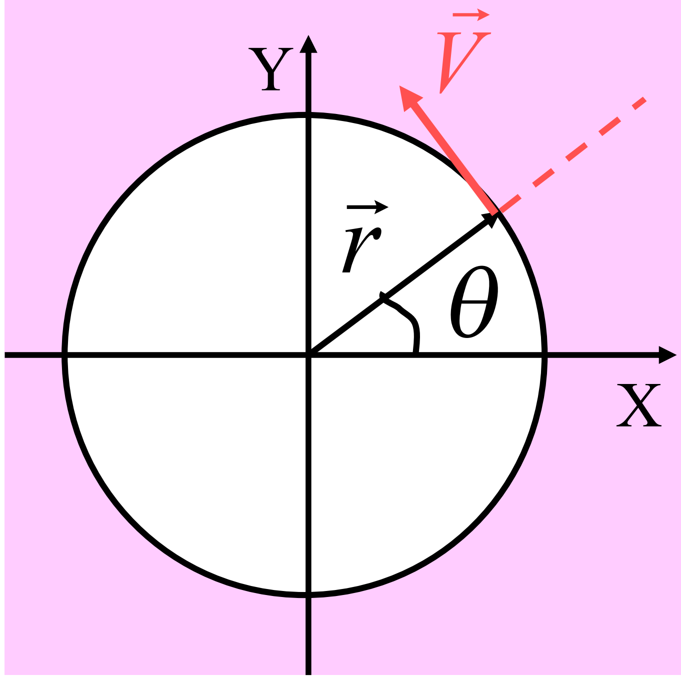
圆周运动时可以用速度、加速度来描述。

线量与角量的关系：刚体上的质元做圆周运动时可以用速度、加速度来描述。

由于位置矢量可以表示为

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = R\cos\theta\vec{i} + R\sin\theta\vec{j}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -R\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\vec{i} + R\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\vec{j} = R\frac{d\theta}{dt}(-\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j})$$



$$= R\frac{d\theta}{dt}[\cos(\theta + \frac{\pi}{2})\vec{i} + \sin(\theta + \frac{\pi}{2})\vec{j}]$$

括号中的项是与**r**垂直的单位矢量

速度大小为　　　　V=R ω

方向在圆周的切线方向上。

同样可以得到加速度：

$$\vec{a}=R\frac{d\omega}{dt}(-\sin\theta\vec{i}+\cos\theta\vec{j})+R\omega(-\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\vec{i}-\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\vec{j})$$

$$=R\alpha(-\sin\theta\vec{i}+\cos\theta\vec{j})-R\omega^2(\cos\theta\vec{i}+\sin\theta\vec{j})$$

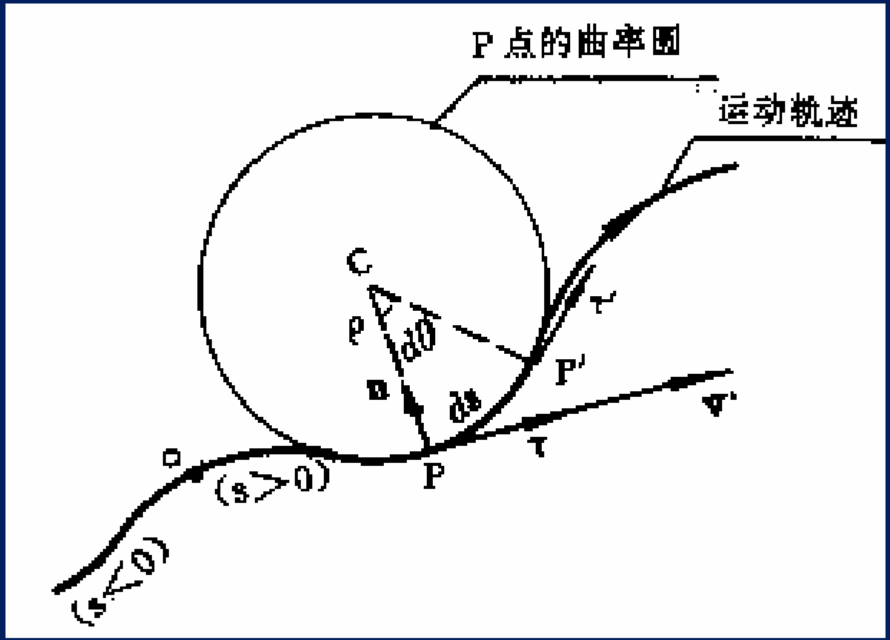
令： **τ** 为圆周的切向上的单位矢量 $\vec{\tau}=-\sin\theta\vec{i}+\cos\theta\vec{j}$

切向加速度为 $a_\tau=R\alpha=R\frac{d\omega}{dt}=\frac{d(R\omega)}{dt}=\frac{dV}{dt}$

n为圆周法向上的单位矢量 $\vec{n}=-(\cos\theta\vec{i}+\sin\theta\vec{j})$

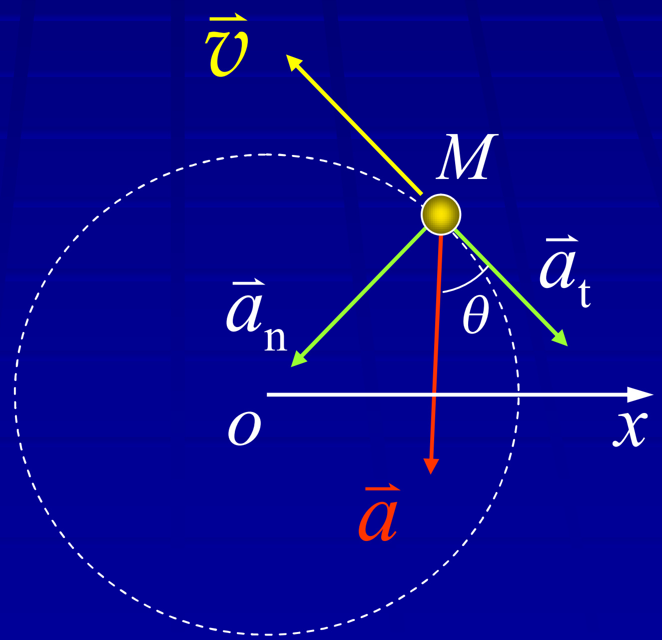
法向加速度为 $a_n=R\omega^2=\frac{(R\omega)^2}{R}=\frac{V^2}{R}$

这时加速度可以表示为 $\vec{a}=a_\tau\vec{\tau}+a_n\vec{n}$


P 点的曲率圆
运动轨迹
C
ρ
dθ
τ'
P'
n
ds
v'
τ
P
o
(s>0)
(s<0)

例4 半径为$r = 0.2$ m的飞轮，可绕 O 轴转动。已知轮缘上一点M的运动方程为$\varphi = -t^2+4t$ ，求在1秒时刻M点的速度和加速度。

解：



例4 半径为$r = 0.2$ m的飞轮，可绕 O 轴转动。已知轮缘上一点M的运动方程为$\varphi = -t^2+4t$ ，求在1秒时刻M点的速度和加速度。

解： $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = -2t + 4$　　$\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = -2$

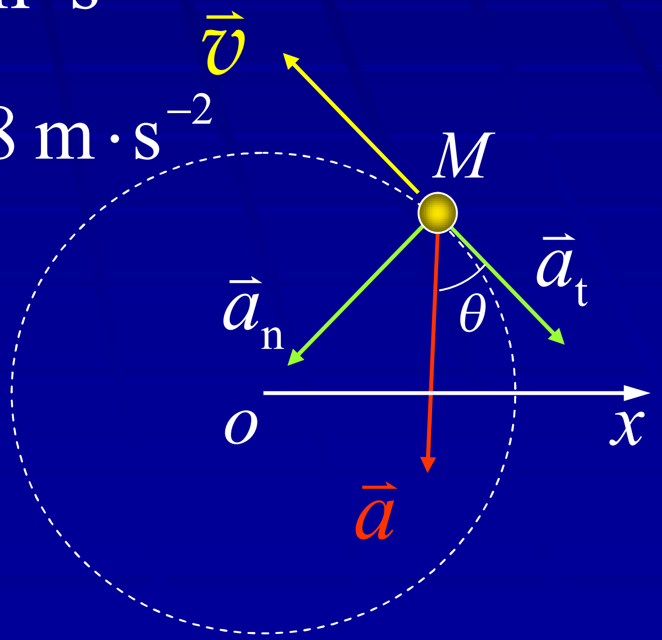
$$v = r\omega = r(-2t+4) = 0.2\times(-2\times1+4)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 0.4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a_{\mathrm{t}} = \alpha\, r = (-2)\times0.2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} = -0.4\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$a_{\mathrm{n}} = r\omega^2 = 0.2(-2\times1+4)^2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} = 0.8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$a = \sqrt{a_{\mathrm{t}}^2 + a_{\mathrm{n}}^2} = 0.89\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\theta = \arctan\left|\frac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}\right| = \arctan\frac{0.8}{0.4} = 63.4^\circ$$



例5　一质点沿半径为R的圆周运动，其路程s随时间t的变化规律为$s = bt - 1/2 \cdot ct^2$，式中b，c为大于零的常数，且$b^2 > Rc$。求（1）质点的切向加速度和法向加速度。（2）经过多长时间，切向加速度等于法向加速度。

解：

例5 一质点沿半径为R的圆周运动，其路程s随时间t的变化规律为$s = bt - 1/2 \cdot ct^2$，式中b，c为大于零的常数，且$b^2 > Rc$。求（1）质点的切向加速度和法向加速度。（2）经过多长时间，切向加速度等于法向加速度。

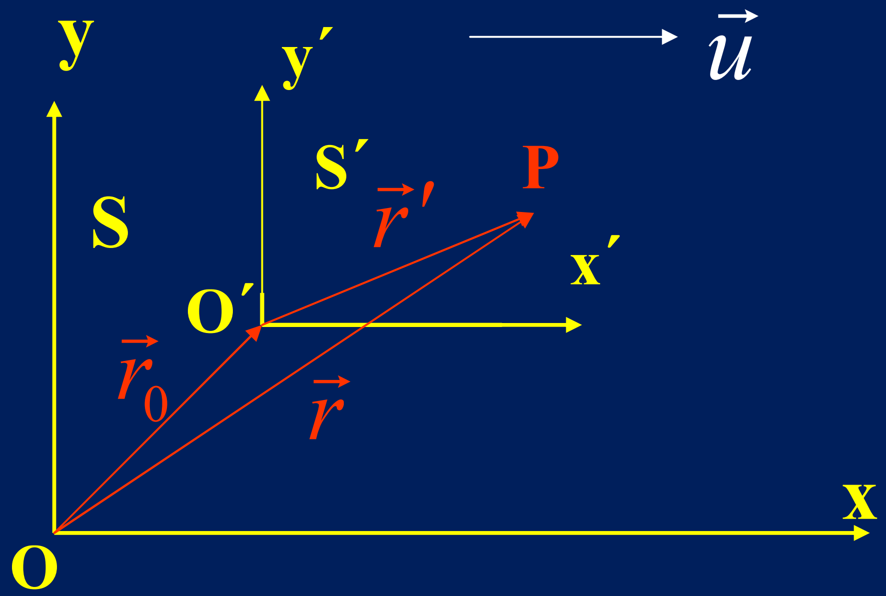
解： （1） $$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = b - ct$$

$$a_{\mathrm{t}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -c \qquad a_{\mathrm{n}} = \frac{v^2}{R} = \frac{(b-ct)^2}{R}$$

（2） $a_{\mathrm{t}} = a_{\mathrm{n}}$ 解得 $t = \frac{b}{c} \pm \sqrt{\frac{R}{c}}$

§1.3 相对运动

§1.3 相对运动



$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}\,'$$

伽利略坐标变换

*P*点K在系和K'系的空间坐标、
时间坐标的对应关系为:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right\}$$

伽利略坐标变换式

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}\,'}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}\,'}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{d\vec{v}\,'}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}\,'}$$

若 $\vec{a}_0 = 0$ $\vec{a} = \vec{a}\,'$

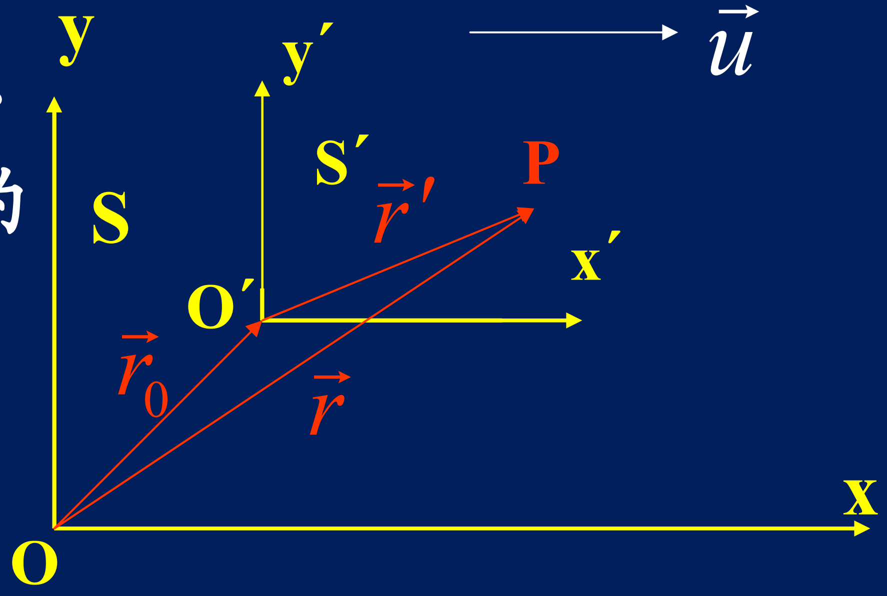
$$\vec{v}_{ab} = \vec{v}_{ax} + \vec{v}_{xb}$$

成立的条件:绝对时空观!

空间绝对性:空间两点距离的测量与坐标系无关。

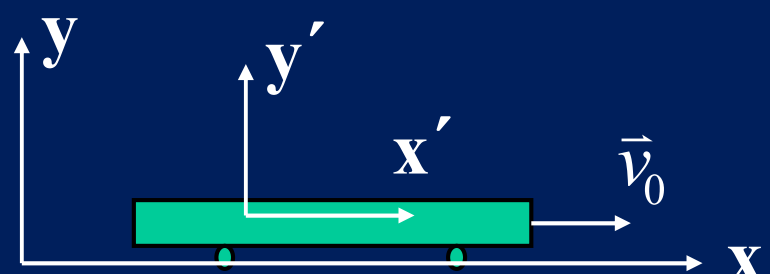
时间绝对性:时间的测量与坐标系无关。

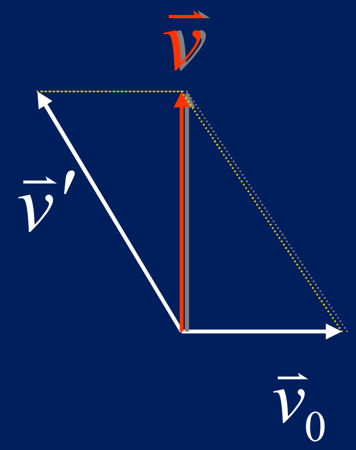
$$t' = t$$



例3

例3、一观察者A坐在平板车上，车以10m/s的速率沿水平轨道前进。他以与车前进的反方向呈60°角向上斜抛出一石块，此时站在地面上的观察者B看到石块沿铅垂向上运动。求石块上升的高度。

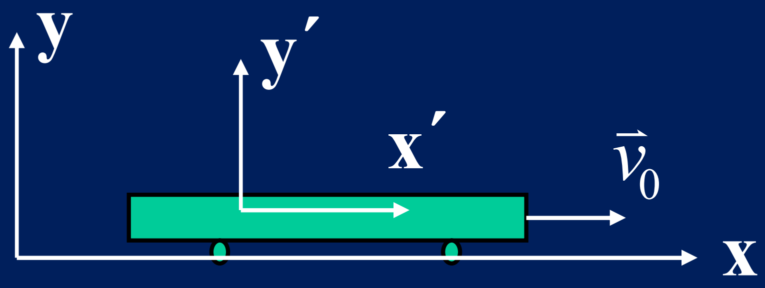




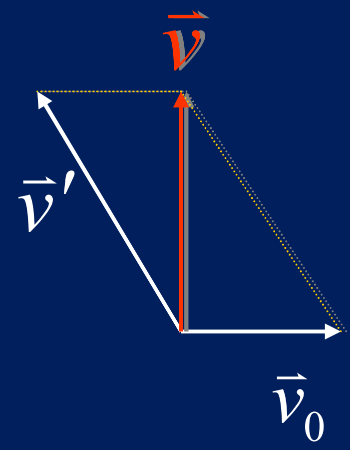
解：

例3、一观察者A坐在平板车上，车以10m/s的速率沿水平轨道前进。他以与车前进的反方向呈60°角向上斜抛出一石块，此时站在地面上的观察者B看到石块沿铅垂向上运动。求石块上升的高度。

解：按题意作矢量图



$$\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{v}'$$

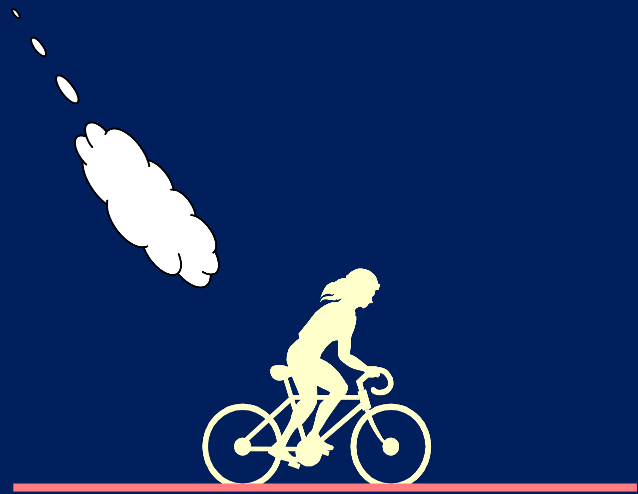


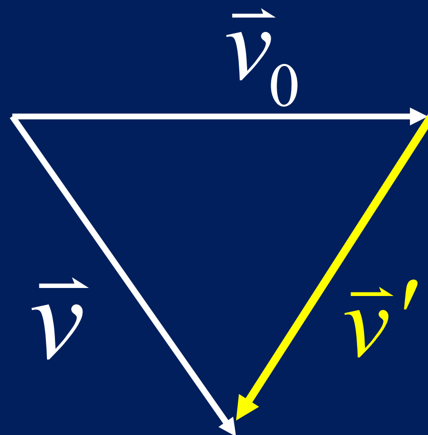
$$v=v_0 tg60^\circ=10tg60^\circ=17.3\ m\cdot s^{-1}$$

$$H=\frac{v^2}{2g}=\frac{17.3^2}{2\times 9.80}=15.3\ m$$

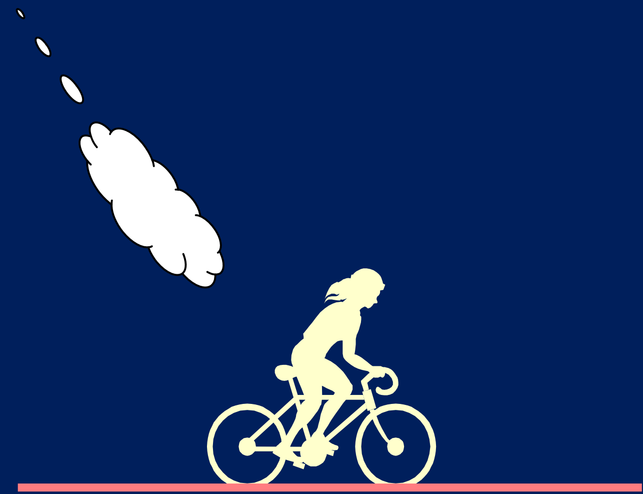
例4、 某人骑自行车以速率v向东行驶。今有风以同样的速率由北偏西30°方向吹来。问：人感到风是从那个方向吹来?

解：





例4、 某人骑自行车以速率v向东行驶。今有风以同样的速率由北偏西30°方向吹来。问：人感到风是从那个方向吹来？



解：

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_0$$

北偏西30°