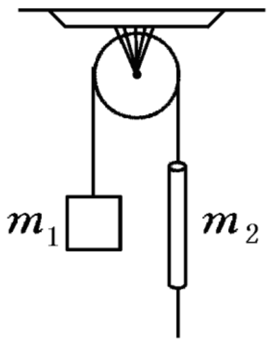
厦门大学《大学物理 C》课程期中试卷

2012-2013 第二学期

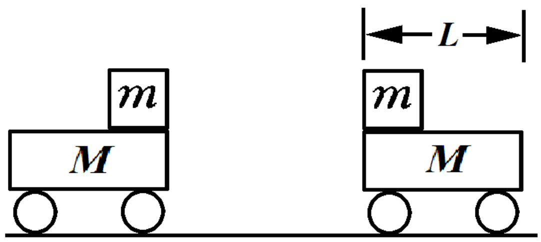
2013.4

1.（10 分）一质点沿 x 轴正向运动，其加速度与位置的关系为 $a=3+2x$，若在 $x=0$ 处，其速度 $v_0=5\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点运动到 $x=4\mathrm{m}$ 处时所具有的速度 v。

2.（15 分）一细绳跨过一定滑轮，绳的一边悬有一质量为 m_1 的物体，另一边穿在质量为 m_2 的圆柱体的竖直细孔中，圆柱可沿绳子滑动。今看到绳子从圆柱细孔中加速上升，柱体相对于绳子以匀加速度 a' 下滑，求 m_1，m_2 相对于地面的加速度、绳的张力及柱体与绳子间的摩擦力(绳轻且不可伸长，滑轮的质量及轮与轴间的摩擦不计)。



3.（10 分）如图示，一质量为 M 的平板小车，在光滑的水平轨道上以速度 v 作直线运动。今在车顶前缘放上一质量为 m 的物体，物体相对于地面的初速度为 0。设物体与车顶之间的摩擦系数为 μ，为使物体不致从车顶跌下去，问车顶的长度 L 最短应为多少？



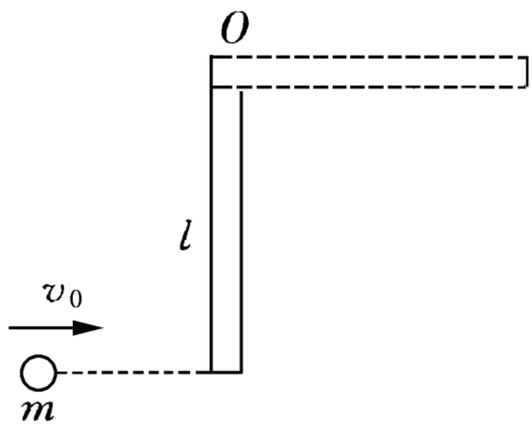
4.（10 分）物体质量为 $3\mathrm{kg}$，$t=0$ 时位于 $\vec{r}=4\vec{i}\,\mathrm{m}$，$\vec{v}=\vec{i}+6\vec{j}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，如一恒力 $\vec{f}=\vec{i}+5\vec{j}\,\mathrm{N}$ 作用在物体上，求 $3\mathrm{s}$ 后，（1）物体动量的变化；（2）物体相对 z 轴角动量的变化。

5.（15 分）如图所示，质量为 M，长为 l 的均匀直棒，可绕垂直于棒一端的水平轴 O 无摩擦地转动，它原来静止在平衡位置上。现有一质量为 m 的弹性小球飞来，正好在棒的下端与棒

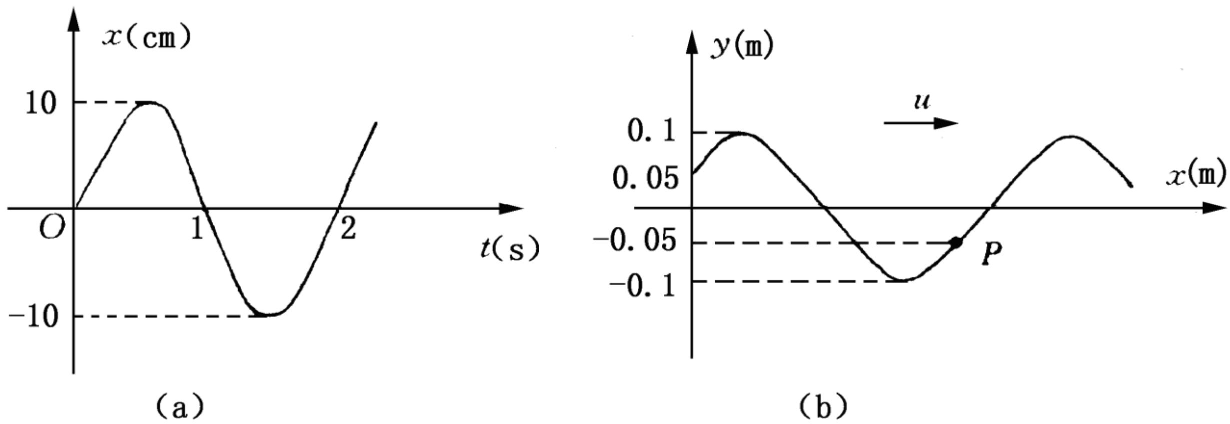
垂直地相撞。相撞后，棒刚好可以从平衡位置处摆动到水平位置。

（1）设这碰撞为弹性碰撞，试计算小球初速 v_0 的值；

（2）相撞时小球受到多大的冲量? ■



6.（20 分）如图:（a）为一谐振动的 $x-t$ 曲线，试写出其振动方程；（b）为一列沿 x 轴正向传播的机械波在 $t=0$ 时的波形图，已知波速为 $u=10\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，波长为 $2\mathrm{m}$，试写出其波动方程及 P 点的振动方程。

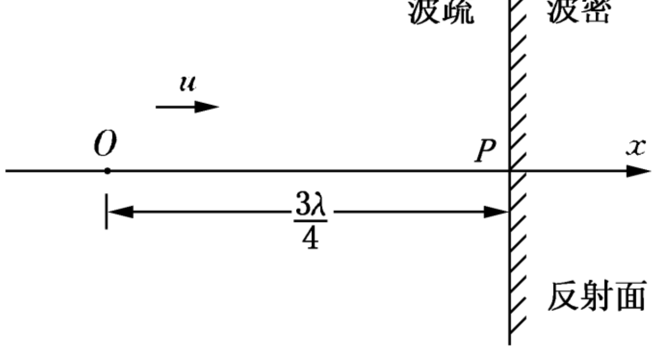


7.（20 分）如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正向传播。已知振幅为 A，频率为 ν，波速为 u。

（1）若 $t=0$ 时，原点 O 处的质元正好在 $x=A$ 处，写出此波的波动方程；

（2）若从分界面反射的波的振幅与入射波振幅相等，试写出反射波的波动方程；

（3）求驻波方程，并给出 x 轴上因入射波与反射波干涉而静止的各点的位置。



1. （10 分）

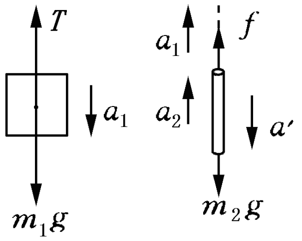
$$\text{解}: \frac{dv}{dt} = a = 3 + 2x \quad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

$$\text{故有}: v\frac{dv}{dx} = 3 + 2x \quad vdv = (3 + 2x)dx$$

$$\text{作定积分，有}: \int_5^V vdv = \int_0^4 (3 + 2x)dx$$

$$\frac{1}{2}v^2 |_5^V = (3x + x^2)|_0^4 \quad \text{因而有} V = 9m/s, \text{方向沿} x \text{轴正向。}$$

2. （15 分）课本习题 2.1



解：因绳不可伸长，故滑轮两边绳子的加速度均为 a_1，其对于 m_2 则为牵连加速度，又知 m_2 对绳子的相对加速度为 a'，故 m_2 对地加速度，有

$$a_2 = a_1 - a' \qquad ① \quad （3 分）$$

又因绳的质量不计，所以圆柱体受到的摩擦力 f 在数值上等于绳的张力 T，由牛顿定律，有

$$m_1g - T = m_1a_1 \qquad ② \quad （4 分）$$

$$T - m_2g = m_2a_2 \qquad ③ \quad （4 分）$$

联立①、②、③式，得

$$a_1 = \frac{(m_1 - m_2)g + m_2a'}{m_1 + m_2}$$

$$a_2 = \frac{(m_1 - m_2)g - m_1a'}{m_1 + m_2} \qquad （4 分）$$

$$f = T = \frac{m_1m_2(2g - a')}{m_1 + m_2}$$

3. （10 分）课本例题 2.14

解：物体不从车顶跌下去，至少其相对小车静止，即具有相同的速度。

在这一过程中，以物体和小车为一系统，水平方向满足动量守恒条件，所以 $Mv = (m + M)V$ （4 分）

又由题意，m 相对 M 的位移为 L，由动能定理可知，此过程中系统动能的变化等于摩擦力所做的功：

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 - \frac{1}{2}Mv^2 = -\mu mgL \qquad （4 分）$$

联立以上两式可得车顶的最小长度：$L = \dfrac{Mv^2}{2\mu g(M + m)}$ （2 分）

4. （10 分）课本习题 2.23 $\vec{f}=5\vec{j}\mathrm{N}$ -> $\vec{f}=\vec{i}+5\vec{j}\mathrm{N}$

解：(1) $\Delta\vec{p}=\int\vec{f}\mathrm{d}t=\int_0^3(\vec{i}+5\vec{j})\mathrm{d}t=3\vec{i}+15\vec{j}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$ （4 分）

(2) $a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=\dfrac{f_x}{m}=\dfrac{1}{3}\quad\therefore dv_x=\dfrac{1}{3}dt\quad\therefore v_x=v_{x0}+\dfrac{1}{3}t=1+\dfrac{1}{3}t$

$$a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{f_y}{m}=\frac{5}{3}\quad\therefore dv_y=\frac{5}{3}dt\quad\therefore v_y=v_{y0}+\frac{5}{3}t=6+\frac{5}{3}t$$

$$\therefore\ \vec{v}=(1+\frac{1}{3}t)\vec{i}+(6+\frac{5}{3}t)\vec{j}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$v_x=\frac{dx}{dt}=1+\frac{1}{3}t\quad\therefore dx=(1+\frac{1}{3}t)dt\quad\therefore x=x_0+t+\frac{1}{6}t^2=4+t+\frac{1}{6}t^2$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=6+\frac{5}{3}t\quad\therefore dy=(6+\frac{5}{3}t)dt\quad\therefore y=y_0+6t+\frac{5}{6}t^2=6t+\frac{5}{6}t^2$$

$\therefore\ \vec{r}=(4+t+\dfrac{1}{6}t^2)\vec{i}+(6t+\dfrac{5}{6}t^2)\vec{j}\mathrm{m}$ （2 分）

解(一) $\vec{L}_1=\vec{r}_1\times m\vec{v}_1=4\vec{i}\times3(\vec{i}+6\vec{j})=72\vec{k}$

$$\vec{L}_2=\vec{r}_2\times m\vec{v}_2=(8.5\vec{i}+25.5\vec{j})\times3(2\vec{i}+11\vec{j})=127.5\vec{k}$$

$\therefore\Delta\vec{L}=\vec{L}_2-\vec{L}_1=55.5\vec{k}\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$ （4 分）

解(二) 相对 z 轴角动量的变化等于 z 方向上的冲量矩的大小:

$$\Delta\vec{L}=\int_0^t\vec{M}\cdot\mathrm{d}t=\int_0^t(\vec{r}\times\vec{F})\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^3\left[(4+t+\frac{1}{6}t^2)\vec{i}+(6t+\frac{5}{6}t^2)\vec{j}\right]\times(\vec{i}+5\vec{j})\mathrm{d}t$$

$$=55.5\vec{k}\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$$

5. （15 分）课本习题 2.29 $\theta=30°$ ->水平位置

解： (1)设小球的初速度为v_0，棒经小球碰撞后得到的初角速度为ω，而小球的速度变为v，按题意，小球和棒作弹性碰撞，所以碰撞时遵从角动量守恒定律和机械能守恒定律，可列式：

$mv_0l=I\omega+mvl$ ① （3 分）

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \qquad ② \qquad （3 分）$$

上两式中 $I = \frac{1}{3}Ml^2$，碰撞过程极为短暂，可认为棒没有显著的角位移；碰撞后，棒从竖直位置上刚好摆到水平位置，按机械能守恒定律可列式：

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = Mg\frac{l}{2}(1-\cos 90°) \qquad ③ \qquad （3 分）$$

由③式得

$$\omega = \left(\frac{Mgl}{I}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3g}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$$

由①式

$$v = v_0 - \frac{I\omega}{ml} \qquad ④$$

由②式

$$v^2 = v_0^2 - \frac{I\omega^2}{m} \qquad ⑤$$

所以

$$(v_0 - \frac{I\omega}{ml})^2 = v_0^2 - \frac{1}{m}\omega^2$$

求得

$$v_0 = \frac{l\omega}{2}(1+\frac{I}{ml^2}) = \frac{l}{2}(1+\frac{1}{3}\frac{M}{m})\omega$$

$$= (1+\frac{1}{3}\frac{M}{m})\frac{\sqrt{3gl}}{2} \qquad （2 分）$$

(2) 相碰时小球受到的冲量为

$$\int F\mathrm{d}t = \Delta mv = mv - mv_0 \qquad （2 分）$$

由①式求得 $$\int F\mathrm{d}t = mv - mv_0 = -\frac{I\omega}{l} = -\frac{1}{3}Ml\omega = -\frac{M\sqrt{3gl}}{3} \qquad （2 分）$$

负号说明所受冲量的方向与初速度方向相反.

6. （20分）课本习题4.8(a) + 5.13

解：（1）由图(a)，∵ $t=0$ 时，$x_0=0, v_0>0, \therefore \phi_0 = \frac{3}{2}\pi$, 又, $A=10\text{cm}, T=2\text{s}$

即 $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \quad \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

故 $$x_a = 0.1\cos(\pi t + \frac{3}{2}\pi)\text{m} \qquad （10分）$$

（2）由图(b)知 $A=0.1$ m，$t=0$ 时，$y_0 = \frac{A}{2}, v_0<0$，$\therefore \phi_0 = \frac{\pi}{3}$，由题知 $\lambda = 2$ m，

$u = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，则 $\upsilon = \frac{u}{\lambda} = \frac{10}{2} = 5\ \mathrm{Hz}$

∴ $\omega = 2\pi\upsilon = 10\pi$

∴ 波动方程为 $y = 0.1\cos[10\pi(t - \frac{x}{10}) + \frac{\pi}{3}]\ \mathrm{m}$ （5 分）

又在 $t = 0$ 时，$y_P = -\frac{A}{2}, v_P < 0$，∴ $\phi_P = \frac{-4\pi}{3}$ （P 点的位相应落后于坐标原点，故取负值）

∴ P 点振动方程为 $y_p = 0.1\cos(10\pi t - \frac{4}{3}\pi)\mathrm{m}$ （5 分）

7. （20分）课本习题5.20 由平衡位置向位移正方向运动 －>在 $x = A$ 处

解：(1) ∵ $t = 0$ 时，$y_0 = A, v_0 = 0$，∴ $\phi_0 = 0$ 故波动方程为

$$y = A\cos[2\pi\nu(t - \frac{x}{u})]$$ （4 分）

(2) 仍以 O 点为原点，再考虑到波由波疏入射而在波密界面上反射，存在半波损失，故反射波的波动方程为

$$\begin{aligned} y_{反} &= A\cos[2\pi\upsilon(t - \frac{2*\frac{3}{4}\lambda}{u} + \frac{x}{u}) + \pi] \\ &= A\cos[2\pi\nu(t + \frac{x}{u}) - 2\pi\frac{\frac{3}{2}\lambda}{\lambda} + \pi] \\ &= A\cos[2\pi\nu(t + \frac{x}{u})] \end{aligned}$$

（6 分）

(3) 驻波方程为

$$\begin{aligned} y &= A\cos[2\pi\upsilon(t - \frac{x}{u})] + A\cos[2\pi\upsilon(t + \frac{x}{u})] \\ &= 2A\cos\frac{2\pi\upsilon x}{u}\cos(2\pi\upsilon t) \end{aligned}$$ （4 分）

故波节位置为

$$\frac{2\pi\upsilon x}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

故 $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ （$k = 0, \pm1, \pm2, \cdots$） （4 分）

根据题意，k 只能取 0,1，即 $x = \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda$ （2 分）

厦门大学《大学物理C》课程期中试卷

2013-2014 第二学期

2014.04

1.（10 分） 一个质点 xoy 平面内运动，其运动方程为：$\begin{cases} x = 3t + 5 \\ y = 0.5t^2 - 3t - 4 \end{cases} (SI)$，求：

（1） 质点的轨迹方程；

（2） 从 $t_1 = 1s$ 到 $t_2 = 2s$ 内质点的位移矢量；

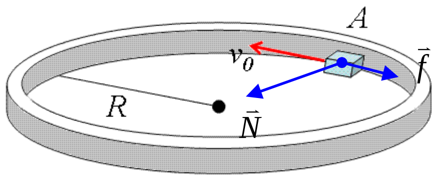
（3） 任意时刻质点的速度矢量和加速度矢量；

（4） 若质点质量为 $2\,kg$，求 $t_1 = 1s$ 到 $t_2 = 2s$ 时间段内质点所受到的冲量 I 。

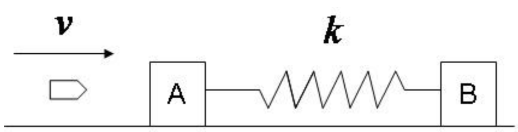
2.（15 分） 光滑水平面上放置一固定的圆环，半径为 R。一物体贴着环的内侧运动，物体与环之间滑动摩擦系数为 μ。设物体在某时刻经 A 点时速率为 v_0，求：

（1） 此后 t 时刻作用在物体上的摩擦力大小。

（2） 从 A 点开始到速率减少为 $\frac{v_0}{2}$ 时，物体转了过了多少圈？

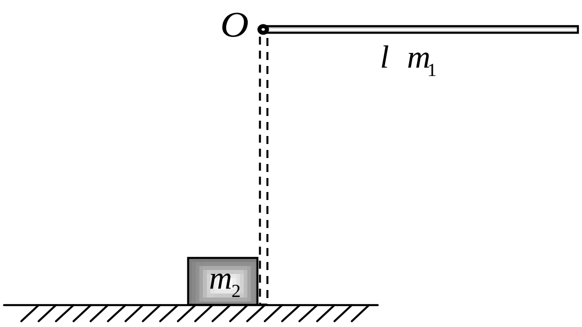


3.（10 分） 如图所示，光滑水平桌面上，一根弹性系数为 k 的轻弹簧两端各连着质量为 m 的滑块 A 和 B。 如果滑块 A 被水平飞来的质量为 $\frac{m}{4}$ 、速度为 v 的子弹射中，并留在其中，求运动过程中弹簧的最大压缩量。



4.（10 分） 物体质量为3kg，$t=0$时位于$\vec{r}_0=4\vec{i}\,\mathbf{m}$， $\vec{v}_0=\vec{i}+6\vec{j}\,\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$，若有一力$\vec{f}=6t\,\vec{j}$ N作用在物体上，求2**s**后，（1）该力对物体所做的总功；（2）物体相对z轴角动量的变化。

5.（20 分） 长度l，质量m_1的匀质细杆，可绕通过O点垂直于纸面的水平轴转动。(匀质细杆绕其一端转动的转动惯量为 $J=\frac{1}{3}m_1l^2$）令杆自水平位置静止下摆，在铅垂位置与质量m_2的物体发生完全弹性碰撞，碰后物体沿着摩擦系数为μ的水平面滑动，当$m_1=m_2$时，求：



（1）碰撞时物体受到杆的冲量;

（2）物体滑过的最远距离;

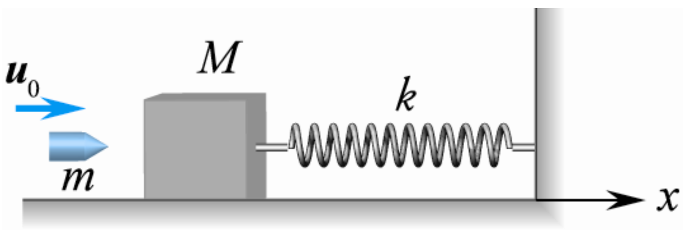
（3）碰后杆能上升的最大角度。

6.（15分） 如图所示，光滑平面上的弹簧振子由质量为 $M=0.9$ kg 的木块和劲度系数为 $k=\pi^2$ N/m 的轻弹簧构成。现有一个质量为 $m=0.1$ kg，速度为 $u_0=\pi$ m/s 的子弹射入静止的木块后陷入其中，此时弹簧处于自由状态，并开始计时。

（1）试写出该谐振子的振动方程;

（2）画出该简谐振动的 $x-t$ 曲线;

（3）求出 $t=1.5$ s 时刻系统的动能和势能。



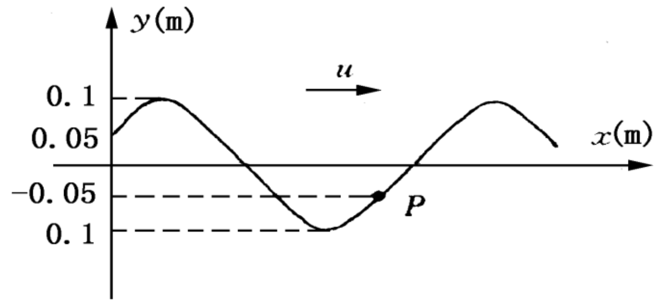
7.（20分） 一列平面简谐波沿 x 轴正向传播， $t=0$ 时刻的波形如图（a）所示，已知波速 $u=10$ m/s,波长为 $\lambda=2$ m。图中 P 点位置为两种介质的分界面，如图（b）所示平面简谐波从波密介质入射而从波疏介质上反射后振幅无变化。试求：

（1）入射波的波动方程；

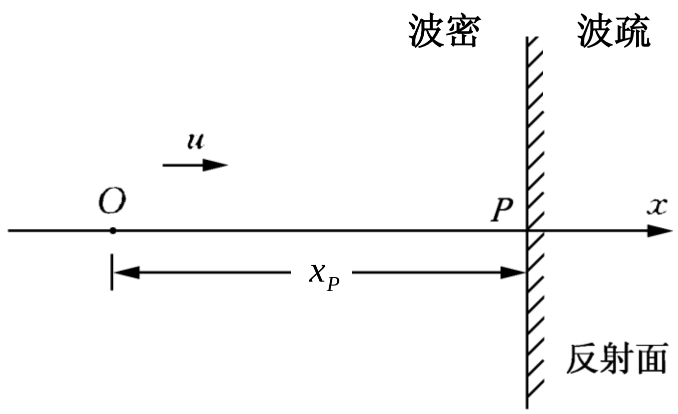
（2）P 点的坐标以及入射波在两介质分界面 P 处的振动方程；

（3）反射波的波动方程；

（4）驻波方程，并给出 O 与 P 之间各个波节和波腹点的坐标。



（a）



（b）

厦门大学《大学物理 C》课程期中试卷答案

2013-2014 第二学期

2014.04

1.（10 分）改编自旧版习题 1. 3

解：（1）轨迹方程： $y=\dfrac{1}{18}(x^2-28x+43)=\dfrac{1}{18}x^2-\dfrac{14}{9}x+\dfrac{43}{18}$ ；（2 分）

（2）$\vec{r}\big|_{t=1}=8\vec{i}-6.5\vec{j}$ m， $\vec{r}\big|_{t=2}=11\vec{i}-8\vec{j}$ m， $\Delta\vec{r}=3\vec{i}-1.5\vec{j}$ (m)；（3 分）

（3）$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=3\vec{i}+(t-3)\vec{j}$ m/s， $\vec{a}=\vec{j}$ m/s^2；（3 分）

（3） $\vec{I}=\vec{P}_2-\vec{P}_1=m(\vec{v}_2-\vec{v}_1)=2\vec{j}$ kg*m/s （2 分）

2.（15 分）学习指导例题 2.4

解：（1）环带支撑力 N：提供物体圆周运动的向心加速度，

摩擦力 *f*：产生切向加速度，使物体减速

$$\begin{cases} N=F_n=m\dfrac{v^2}{R} \\ -f=F_t=m\dfrac{dv}{dt} \end{cases}$$ 其中： $f=\mu N$ （2×2=4 分）

所以有： $m\dfrac{dv}{dt}=-\mu m\dfrac{v^2}{R}$ $\rightarrow \dfrac{dv}{v^2}=-\dfrac{\mu}{R}dt$ （2 分）

两边积分： $\displaystyle\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2}=-\int_0^t\frac{\mu}{R}dt$ （1 分）

得： $\dfrac{1}{v}-\dfrac{1}{v_0}=\dfrac{\mu}{R}t$ ，即： $v=\dfrac{R}{R+\mu v_0 t}v_0$ （1 分）

$$f=\mu N=\frac{\mu m R v_0^2}{(R+\mu v_0 t)^2}$$ （1 分）

（2） $\because -\mu m g\dfrac{v^2}{R}=m\dfrac{dv}{dt}\cdot\dfrac{ds}{ds}$ ，（2 分） $\therefore \displaystyle\int_0^s ds=-\frac{R}{\mu}\int_{v_0}^{v_0/2}\frac{dv}{v}$ ；（1 分）

解得：$s=\frac{R}{\mu}\ln 2$ ，（1 分） 物体转过的圈数 $n=\frac{\Delta\theta}{2\pi}=\frac{s}{2\pi R}=\frac{\ln 2}{2\pi\mu}$ 。（2 分）

3.（10 分）解：子弹射中滑块 A： 动量守恒 $\frac{m}{4}v=(\frac{m}{4}+m)v_1$ （2 分）

子弹、滑块 A、滑块 B、轻弹簧一起运动。当 A、B 相对静止时弹簧压缩最大，此时系统的速度为 v_2

动量守恒 $(\frac{m}{4}+m)v_1=(\frac{m}{4}+m+m)v_2$ ， （2 分）

机械能守恒 $\frac{1}{2}(\frac{m}{4}+m)v_1^2=\frac{1}{2}(\frac{m}{4}+m+m)v_2^2+\frac{1}{2}kx_m^2$ （2 分）

解得：（$v_1=\frac{v}{5}$， $v_2=\frac{v}{9}$） $x_m=\sqrt{\frac{mv^2}{45k}}$ （4 分）

4.（10 分）改编旧版课本习题 2.23

解：（1） $\frac{dv_x}{dt}=a_x=\frac{f_x}{m}=0 \quad \therefore dv_x=0 \quad \therefore v_x=v_{x0}=1$

$$\frac{dv_y}{dt}=a_y=\frac{f_y}{m}=2t \quad \therefore dv_y=2t\,d\,t \quad \therefore v_y=v_{y0}+t^2=6+t^2$$

$\therefore\ \vec{v}=\vec{i}+(6+t^2)\vec{j}(\mathbf{m\cdot s^{-1}})$ （2 分）

$$\frac{dx}{dt}=v_x=1 \quad \therefore dx=dt \quad \therefore x=x_0+t=4+t$$

$$\frac{dy}{dt}=v_y=6+t^2 \quad \therefore dy=(6+t^2)dt \quad \therefore y=y_0+6t+\frac{1}{3}t^3=6t+\frac{1}{3}t^3$$

$\therefore\ \vec{r}=(4+t)\vec{i}+(6t+\frac{1}{3}t^3)\vec{j}(\mathbf{m})$ （2 分）

$W=E_k-E_{k0}=\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2)=\frac{3}{2}(12t^2+t^4)=96(J)$ （3 分）

或 $W=\int_0^t \vec{f}\cdot d\vec{r}=96\ (J)$

（2） 解(一) $\vec{L}_0=\vec{r}_0\times m\vec{v}_0=4\vec{i}\times 3(\vec{i}+6\vec{j})=72\vec{k}$

$$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=[(4+t)\vec{i}+(6t+\frac{1}{3}t^3)\vec{j}]\times 3[\vec{i}+(6+t^2)\vec{j}]=136\vec{k}$$

$\therefore \Delta\vec{L} = \vec{L} - \vec{L}_0 = 64\vec{k}\ \mathbf{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$ （3 分）

解（二） 相对 z 轴角动量的变化等于 z 方向上的冲量矩的大小：

$$\Delta\vec{L} = \int_0^t \vec{M}\cdot \mathrm{d}t = \int_0^t (\vec{r}\times\vec{F})\mathrm{d}t$$

$$= \int_0^2 \left[(4+t)\vec{i} + (6t+\frac{1}{3}t^3)\vec{j}\right]\times(6t\vec{j})\mathbf{d}t$$

$$= 64\vec{k}\ \mathbf{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$$

5. （20分）旧课本例题2.25

解：a. 细杆由水平位置静止下摆至铅垂位置过程机械能守恒：

$$m_1 g\frac{l}{2} = \frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_1 l^2)\omega_{10}^2$$ （2 分） → $$\omega_{10} = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$ ， （1 分）

b. 细杆在铅垂位置与 m_2 完全弹性碰撞过程

角动量守恒： $\frac{1}{3}m_1 l^2\omega_{10} = \frac{1}{3}m_1 l^2\omega_1 + m_2 l^2\omega_2$ （2 分）

动能守恒： $\frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_1 l^2)\omega_{10}^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_1 l^2)\omega_1^2 + \frac{1}{2}(m_2 l^2)\omega_2^2$ （2 分）

解得： $\omega_1 = (\frac{m_1-3m_2}{m_1+3m_2})\omega_{10} = \frac{m_1-3m_2}{m_1+3m_2}\sqrt{\frac{3g}{l}}$ ， （1 分）

$\Rightarrow$ 当 $m_1 = m_2$ 时有 $\omega_1 = -\frac{1}{2}\omega_{10} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3g}{l}}$ ，负号表示细杆往回摆；（1 分）

$\omega_2 = \frac{2m_1}{m_1+3m_2}\omega_{10} = \frac{2m_1}{m_1+3m_2}\sqrt{\frac{3g}{l}}$ ， （1 分）

$\Rightarrow$ 当 $m_1 = m_2$ 时有 $\omega_2 = \frac{1}{2}\omega_{10} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3g}{l}}$ （1 分）

（1）碰撞时物体受到杆的冲量： $\vec{I} = \Delta\vec{P}$ ，

即： $I = P_2 - P_1 = m_2 l\omega_2 - 0 = \frac{2m_1 m_2}{m_1+3m_2}\sqrt{3gl}$ ；

当 $m_1 = m_2$ 时有 $I = \frac{1}{2}m_2\sqrt{3gl}$ （3 分）

（2）根据动能定理有：$-fs=0-\frac{1}{2}m_2v^2$ （2 分），

又 $f=\mu N=\mu m_2 g$

解得 m_2 移动距离：$s=\frac{6m_1^2 l}{\mu(m_1+3m_2)^2}=\frac{3l}{8\mu}$ （1 分）；

（3）碰后杆能上升过程机械能守恒：

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_1 l^2)\omega_1^2=m_1 g\frac{l}{2}(1-\cos\theta)$$ （2 分），

解得：$\theta=\arccos\frac{12m_1m_2}{(m_1+3m_2)^2}=\arccos\frac{3}{4}=41.4^0$ （1 分）

6.（15分）

解：（1）子弹射入木块过程中，水平方向（x 轴方向）动量守恒。设子弹陷入木块后两者的共同速度为 v_0，则有 $mu_0=(m+M)v_0$

$$v_0=\frac{m}{m+M}u_0=0.1\pi\ \text{m/s}$$ （1分）

子弹陷入木块后的谐振子系统的角频率（圆频率）为

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m+M}}=\pi\ \text{rad/s}$$ （1分）

设谐振子系统的振动方程为 $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

$t=0$ 时刻的初始条件为 $x_0=0$，$v_0>0$，代入振动方程，得

$$\begin{cases}0=A\cos\varphi_0\\ v_0=-\omega A\sin\varphi_0>0\end{cases}$$ （1分）

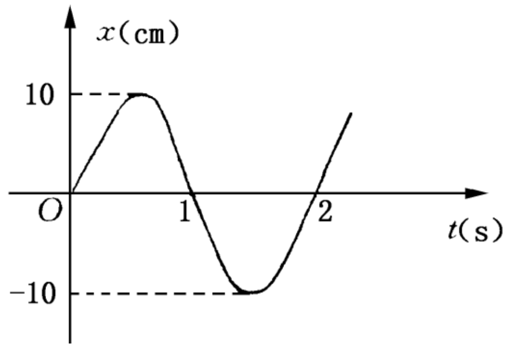
联立求出 $\varphi_0=\frac{3}{2}\pi$ （1分）

同时可以求出振幅 $A=-\frac{v_0}{\omega\sin\varphi_0}=\frac{mu_0}{\sqrt{k(m+M)}}=0.1\ \text{m}$ （1分）

所以该谐振子系统的振动方程为

$$x = 0.1\cos(\pi t + \frac{3}{2}\pi)\ \text{m}$$ （1分）

（2） 该简谐振动的 $x-t$ 曲线如图：



（共4分）

注意：振幅和周期在图上的标注（各1分）以及横纵轴的单位，此图位移单位为 cm，若用 m 为单位振幅应标为 0.1。

建议：若答卷（1）的振动方程求错，但是（2）的曲线与其（1）所得到的振动方程相符，应给（2）小题的分数。

（3） $t = 1.5$ s 时有： 振动位移 $x = -A = -0.1$ m，速度 $v = 0$ （1分）

所以此时该谐振子系统的

势能为 $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{m^2u_0^2}{2(m+M)} = 0.005\pi^2\ \text{J} = 0.049\ \text{J}$ （2分）

动能为 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 0$ （2分）

（或） 谐振子系统总机械能守恒为 $E = \frac{1}{2}kA^2$，所以动能为 $E_k = E - E_p = 0$

7.（20分）

解：（1） 设入射波在原点 O 处的的振动方程为 $y_{入}^{O} = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

由图可知，振幅 $A = 0.1$ m

振动角频率（圆频率） $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi u}{\lambda} = 10\pi$ rad/s

$t = 0$ 时刻原点处振动的初始条件为 $y_0 = 0.05\ \text{m} = \frac{A}{2}$，并且 $v_0 < 0$，所以有

$$\begin{cases} A\cos\varphi_0 = \frac{A}{2} \\ -\omega A\sin\varphi_0 < 0 \end{cases}$$

可求出振动初相位　$\varphi_0=\dfrac{\pi}{3}$

所以入射波在原点 O 处的振动方程为

$$y_{入}^{O}=0.1\cos[10\pi t+\frac{\pi}{3}]\ \mathrm{m}$$ （2 分）

入射波以波速 $u=10$ m/s 沿 x 轴正向传播，可推知入射波的波动方程为

$$y_{入}=0.1\cos[10\pi(t-\frac{x}{10})+\frac{\pi}{3}]\ \mathrm{m}$$ （2 分）

（2） 设 P 点坐标为 x_P

由图可知，$t=0$ 时刻，入射波在 P 点处振动的位移为 $y_0^P=-0.05\ \mathrm{m}=-\dfrac{A}{2}$，速度 $v_0^P<0$，向 y 轴负方向运动，即

$$y_{入}\Big|_{t=0,x=x_P}=0.1\cos[-\pi\,x_P+\frac{\pi}{3}]=-0.005$$

并且　$$-\pi\sin[-\pi\,x_P+\frac{\pi}{3}]<0$$ （1 分）

可推知 $-\pi\,x_P+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{2}{3}\pi+2k\pi$，结合图（a）可知 $k=-1$

即 P 点坐标为 $x_P=\dfrac{5}{3}$ m （1 分）

所以入射波在两介质分界面 P 点处的振动方程为

$$\begin{aligned}y_{入}^{P}=y_{入}\Big|_{x=x_P}&=0.1\cos[10\pi t-\frac{5}{3}\pi+\frac{\pi}{3}]\ \mathrm{m}\\&=0.1\cos[10\pi t+\frac{2}{3}\pi]\ \mathrm{m}\end{aligned}$$ （2 分）

（3） 由于简谐波从波密介质入射而从波疏介质上反射，反射波在 P 点处的振动相位与入射波在该点的振动相位相同。故有反射波在 P 点处的振动方程为

$$y_{反}^{P}=0.1\cos[10\pi t+\frac{2}{3}\pi]\ \mathrm{m}$$ （2 分）

反射波以波速 $u=10$ m/s 沿 x 轴负向传播，t 时刻反射波在原点 O 处的振动状态与 $t-\dfrac{x_P}{u}$ 时刻其在 P 点处的振动状态相同，则反射波在原点 O 处的振动方程为

$$
\begin{aligned}
y_{反}^{O} &= 0.1\cos[10\pi(t-\frac{x_P}{u})+\frac{\pi}{3}]\ \text{m} \\
&= 0.1\cos[10\pi t-\frac{5}{3}\pi+\frac{2}{3}\pi]\ \text{m} \\
&= 0.1\cos[10\pi t-\pi]\ \text{m}
\end{aligned}
$$ （2 分）

所以反射波的波动方程为

$$y_{反} = 0.1\cos[10\pi(t+\frac{x}{10})-\pi]\ \text{m}$$ （2 分）

（4）驻波方程为

$$
\begin{aligned}
y &= y_{入}+y_{反} \\
&= 0.1\cos[10\pi(t-\frac{x}{10})+\frac{\pi}{3}]+0.1\cos[10\pi(t+\frac{x}{10})-\pi]\ \text{m} \\
&= 0.2\cos(\pi x-\frac{2}{3}\pi)\cos(10\pi t-\frac{\pi}{3})\ \text{m}
\end{aligned}
$$ （2 分）

（或）

$$
\begin{aligned}
y &= y_{入}+y_{反} \\
&= 0.1\cos[10\pi(t-\frac{x}{10})+\frac{\pi}{3}]-0.1\cos[10\pi(t+\frac{x}{10})]\ \text{m} \\
&= 0.2\sin(\pi x-\frac{\pi}{6})\sin(10\pi t+\frac{\pi}{6})\ \text{m}
\end{aligned}
$$

波腹点处满足 $\pi x-\frac{2}{3}\pi = k\pi \quad (k=0,\pm1,\pm2,...)$ （1 分）

（或） $\pi x-\frac{\pi}{6} = k\pi+\frac{\pi}{2} \quad (k=0,\pm1,\pm2,...)$

即 $x = k+\frac{2}{3}\ \text{m} \quad (k=0,\pm1,\pm2,...)$

在 O 点与 P 点之间的波腹处坐标为 $\frac{2}{3}$ m， $\frac{5}{3}$ m （1 分）

波节点处满足 $\pi x-\frac{2}{3}\pi = k\pi+\frac{\pi}{2} \quad (k=0,\pm1,\pm2,...)$ （1 分）

（或） $\pi x-\frac{\pi}{6} = k\pi \quad (k=0,\pm1,\pm2,...)$

即 $x = k+\frac{1}{6}\ \text{m} \quad (k=0,\pm1,\pm2,...)$

在 O 点与 P 点之间的波节处坐标为 $\frac{1}{6}$ m， $\frac{7}{6}$ m （1 分）

厦门大学《大学物理》C 类

课程期中试卷

一、　　（15 分）

一赛车沿半径为 R 的圆形轨道作圆周运动，其行驶路程与时间的关系为 $s=at+bt^2$，式中 a、b 均为常量。求该赛车：

（1）　任意时刻的速度 $\vec{v}(t)$；

（2）　任意时刻的加速度 $\vec{a}(t)$；

（3）　任意时刻的角速度 $\omega(t)$ 和角加速度 $\alpha(t)$；

解：（1）$\vec{v}(t)=\dfrac{ds}{dt}\vec{\tau}=(a+2bt)\vec{\tau}$　；　　（5 分）

（2）$$\begin{aligned}\vec{a}(t)&=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{dv}{dt}\vec{\tau}+\frac{v^2}{R}\vec{n}\\&=2b\vec{\tau}+\frac{(a+2bt)^2}{R}\vec{n}\end{aligned}$$　；　　（3+3=6 分）

（3）$\omega(t)=\dfrac{v}{R}=\dfrac{(a+2bt)}{R}$　；　　（2 分）

$\alpha(t)=\dfrac{a_\tau}{R}=\dfrac{2b}{R}$　；　　（2 分）

二、　　（14 分）

当物体在空气中高速度飞行时，由空气阻力产生的反向加速度大小与物体速度的平方成正比，即 $a=-kv^2$，其中 k 为常量。若物体仅受空气阻力作用沿 x 轴方向作直线运动，且通过原点时的速度为 v_0，求在此后：

（1）　物体的速度为 v 时，物体所在的位置 $x(v)$；

（2）　若物体经历时间 $2s$ 时，其速度变为 $\dfrac{v_0}{2}$，求常数 k。

解：（1）$\because a=-kv^2=\dfrac{dv}{dt}\cdot\dfrac{dx}{dx}=\dfrac{vdv}{dx}$ ，（3 分）

$$\therefore \int_0^x -kdx=\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}$$ （2 分）

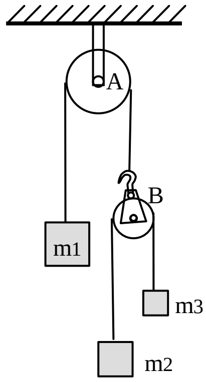
解得：$x(v)=\dfrac{1}{k}\ln\dfrac{v_0}{v}$ ；（2 分）

（2）$\because a=-kv^2=\dfrac{dv}{dt}$ ，（3 分）

$$\therefore \int_0^2 -kdt=\int_{v_0}^{v_0/2}\frac{dv}{v^2}$$ （2 分）

解得：$k=\dfrac{1}{2v_0}$ （2 分）

三、 （15 分）



如图所示，图中 A 为定滑轮，B 为动滑轮，3 个物体质量分别为 $m_3=m$，$m_2=2m$，$m_1=4m$。设不计滑轮和绳的质量，且忽略滑轮轴处的摩擦力，绳子与滑轮无相对滑动，求：

（1） B 相对 A 的加速度；

（2） 各物体相对地面的加速度。

解：以竖直向下为参考方向，B 相对 A 的加速度为 a'，则：

m_1：$m_1g-T_1=m_1a_1$ ；

m_2：$m_2g-T_2=m_2a_2=m_2(a'-a_1)$ ；

m_3：$m_3g-T_2=m_3a_3=-m_3(a'+a_1)$ ；

又 $T_1=2T_2$ （2+2+2+1=7 分）

即：$\begin{cases}4mg-T_1=4ma_1\\ 2mg-T_2=2m(a'-a_1)\\ mg-T_2=-m(a'+a_1)\end{cases}$ ，

解得：$a'=\dfrac{2g}{5}$ ——方向向下；

$a_1 = \dfrac{g}{5}$ ——方向向下；

$a_2 = \dfrac{g}{5}$ ——方向向下 ；

$a_3 = -\dfrac{3g}{5}$ ——方向向上 ； （2*4=8 分）

四、 （15 分）

一质量为 $m = 2kg$ 的质点在合力 $\vec{F} = 3\vec{i} - 2t\vec{j}\,(\text{N})$ 的作用下，在 xoy 平面内运动，$t = 0$ 时质点的初速为 $\vec{v}_0 = \vec{i} - \vec{j}\,(\text{m/s})$ 。求：

（1）$t = 1\,(s)$ 时质点的动量 $\vec{P}$；

（2）$t = 1\,(s)$ 时质点相对坐标原点的角动量 $\vec{L}_0$；

（3）在 $t = 0$ 至 $t = 1\,(s)$ 时间内合外力对质点的冲量 $\vec{I}$；

解：质点加速度：$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} = \dfrac{3}{2}\vec{i} - t\vec{j}$ ， （2 分）

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{3}{2}\vec{i} - t\vec{j} \quad \Rightarrow$

$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t (\dfrac{3}{2}\vec{i} - t\vec{j})dt \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = (1 + \dfrac{3}{2}t)\vec{i} - (1 + \dfrac{t^2}{2})\vec{j}$ ； （2 分）

$\int_0^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t [(1 + \dfrac{3}{2}t)\vec{i} - (1 + \dfrac{t^2}{2})\vec{j})]dt \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = (t + \dfrac{3}{4}t^2)\vec{i} - (t + \dfrac{t^3}{6})\vec{j}$ ； （2 分）

（1）当 $t = 1\,(s)$ 时，$\vec{v}_1 = \dfrac{5}{2}\vec{i} - \dfrac{3}{2}\vec{j}$ ，

$\Rightarrow$质点的动量：$\vec{P}_1 = m\vec{v}_1 = 5\vec{i} - 3\vec{j}, (kg \cdot m/s)$； （3 分）

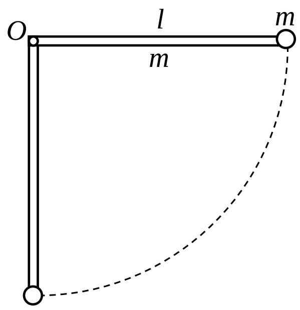
（2）当 $t = 1\,(s)$ 时，$\vec{r}_1 = \dfrac{7}{4}\vec{i} - \dfrac{7}{6}\vec{j}$ ，

$\Rightarrow$质点的角动量：$\vec{L}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{P}_1 = (\dfrac{7}{4}\vec{i} - \dfrac{7}{6}\vec{j}) \times (5\vec{i} - 3\vec{j}) = \dfrac{7}{12}\vec{k}, (kg \cdot m^2/s)$； （3 分）

（3）当 $t = 0$ 时，质点的动量：$\vec{P}_0 = m\vec{v}_0 = 2\vec{i} - 2\vec{j}, (kg \cdot m/s)$；

合外力对质点的冲量： $\vec{I} = \vec{P}_1 - \vec{P}_0 = 3\vec{i} - \vec{j}, (kg \cdot m/s)$ （3 分）

五、　　（15 分）



如图，长为 l、质量 m 的均匀细杆一端固连着一质量为 m 的小球，另一端可绕过 O 点的水平轴在竖直面内无摩擦地转动，系统自水平位置以零初速开始释放。求：

（1）　细杆在水平位置时的角加速度 α；

（2）　当细杆摆动到竖直位置时的角速度 ω；

（3）　细杆由水平位置摆动到竖直位置的过程重力矩所做的功。

解：杆与小球相对转轴的转动惯量：$J = J_1 + J_2 = \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2$

（1）　根据定轴转动定律有：

$$M_0 = J\alpha = mg\cdot\frac{l}{2} + mgl = \frac{4}{3}ml^2\cdot\alpha \quad ,$$

解得：$\alpha = \frac{9g}{8l}, rad/s^2$　；　　　　（3+2=5 分）

（2）　细杆下摆过程机械能守恒：

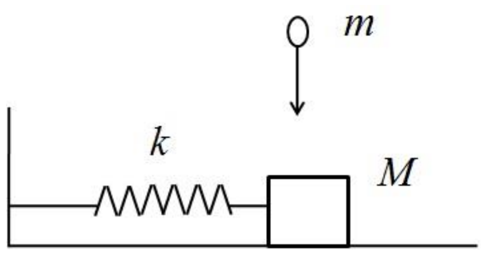
$$mg\cdot\frac{l}{2} + mgl = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}ml^2\omega^2 - 0 \quad ,$$

解得：$\omega = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}, rad/s$　　　　（3+2=5 分）

（3）　重力矩所做的功：

$$W_G = -\Delta E_p = E_1 - E_2 = (mg\cdot\frac{l}{2} + mgl) - 0 = \frac{3}{2}mgl, (J)$$　　　　（3+2=5 分）

六、　　（12 分）



如右图所示，光滑的水平桌面上，一根弹性系数为 k 的轻弹簧，一端连着质量为 M 的滑块，滑块做振幅为 A 的简谐振动。有一块质量为 m 的粘土自由下落，正好落在滑块 M 上，与 M 一起运动。求：

（1）系统的振动周期；

（2）如果粘土落在滑块上时，滑块正好通过平衡位置，求系统的振动振幅 A'。

解：（1）粘土落到滑块 M 上，系统的振动周期：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$ （4 分）

（2）当粘土还没落到滑块上时，滑块在平衡位置的速度大小为：

$$v = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{M}}$$ （2 分）

粘土落下与滑块作完全非弹性碰撞，由动量守恒有：

$$Mv = (M+m)v',$$

可得滑块 M 的速度大小： $v' = \frac{Mv}{M+m} = \frac{\sqrt{kM}}{M+m}A$ （2 分）

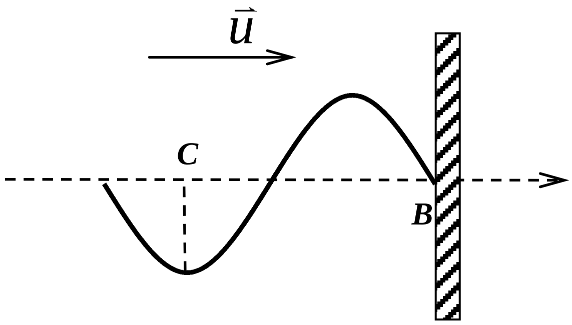
粘土和滑块一起振动时，由机械能守恒有：

$$\frac{1}{2}(M+m)v'^2 = \frac{1}{2}kA'^2$$

可得： $A' = \sqrt{\frac{M}{M+m}}A$ （4 分）

七、　　（14 分）

一平面简谐波沿 x 轴正方向传播，$t=0$ 时刻的波形图如图所示，设波的振幅为 A，频率为 ν，波速为 u，



（1）以 C 为坐标原点，写出该列波的波函数；

（2）若波在 B 处被波密介质反射，且 B 点为波节，

以 B 为坐标原点，分别写出入射波和反射波波函数；

（3）以 B 为原点，求合成波波节与波腹的位置。

解：（1）C 处的振动初条件： $\begin{cases}\cos\varphi_0 = -1 \\ -\omega A\sin\varphi_0 = 0\end{cases}$

可得出 C 点振动初相： $\varphi_{C0} = \pi$

所以波动方程为：

$$y(x,t) = A\cos[2\pi\nu(t-\frac{x}{u})+\pi]$$ （4 分）

（2）由波动方程可得入射波在 B 点的振动方程：

$$y_{入B}(t)=A\cos[2\pi\nu(t-\frac{\frac{3\lambda}{4}}{u})+\pi]=A\cos(2\pi\nu t-\frac{\pi}{2})$$

而反射波在 B 点的振动方程：

$$y_{反B}(t)=A\cos(2\pi\nu t-\frac{\pi}{2}+\pi)=A\cos(2\pi\nu t+\frac{\pi}{2})$$

以 B 为坐标原点，沿 x 轴正向的入射波波函数：

$$y_{入}(x,t)=A\cos[2\pi\nu(t-\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$ （3 分）

以 B 为坐标原点，沿 x 轴负向的反射波波函数：

$$y_{反}(x,t)=A\cos[2\pi\nu(t+\frac{x}{u})+\frac{\pi}{2}]$$ （3 分）

（3）合成波的波函数：

$$y(x,t)=y_{入}+y_{反}=2A\cos(2\pi\nu\frac{x}{u}+\frac{\pi}{2})\cos 2\pi\nu t$$

$$=-2A\sin(2\pi\nu\frac{x}{u})\cos(2\pi\nu t)$$

波腹：$\left|\sin 2\pi\nu\frac{x}{u}\right|=1 \quad\Rightarrow\quad 2\pi\nu\frac{x}{u}=(2k+1)\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\quad x=\frac{2k+1}{4}\cdot\frac{u}{\nu}=\frac{2k+1}{4}\lambda \quad ,k=0,-1,-2,-3\cdots$$ （2 分）

波节：$\left|\sin 2\pi\nu\frac{x}{u}\right|=0 \quad\Rightarrow\quad 2\pi\nu\frac{x}{u}=k\pi$

$$\Rightarrow\quad x=\frac{k}{2}\cdot\frac{u}{\nu}=\frac{k}{2}\lambda,\quad k=0,-1,-2,-3\cdots$$ （2 分）

厦门大学《大学物理》C 类

课程期中试卷

一、　　（14 分）

一质点在 xoy 平面上运动，运动方程为 $x = 2t$， $y = 19 - 2t^2$，式中 t 以 s 计， x, y 以 m 计。求：

（1）质点的轨道方程；

（2）在 $t = 1s$ 至 $t = 2s$ 时间内质点的位移；

（3）任意时刻质点的速度矢量 $\vec{v}(t)$，及加速度矢量 $\vec{a}(t)$；

解：（1）质点的轨道方程： $y = 19 - \dfrac{x^2}{2}$ ；　　（4分）

（2） $\because \vec{r}_1 = 2\vec{i} + 17\vec{j}$ ， $\vec{r}_2 = 4\vec{i} + 11\vec{j}$ ， $\therefore \Delta\vec{r} = 2\vec{i} - 6\vec{j}(m)$ ；　　（1+1+2=4分）

（3） $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} - 4t\vec{j}(m/s)$ ；　　（3分）

$\vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = -4\vec{j}(m/s^2)$ 。　　（3分）

二、　　（14 分）

一质点以初速度 v_0 做直线运动，所受阻力与其速度成正比 $f = -kv$，其中 k 为常量，当质点的速度减为 v_0/n 时（ $n > 1$），求：

（1）质点速度由 v_0 减为 v_0/n 时所经历的时间；

（2）质点所能经过的最大路程 $x_{\max}$。

解：（1）质点动力学方程： $-kv = m\dfrac{dv}{dt}$ ，　　（3 分）

$\therefore \int_0^t dt = -\dfrac{m}{k}\int_{v_0}^{v_0/n}\dfrac{dv}{v}$ $\Rightarrow$ 解得： $t = \dfrac{m}{k}\ln n$ ；　　（4 分）

（2） $\because -kv = m\dfrac{dv}{dt}\cdot\dfrac{dx}{dx} = mv\dfrac{dv}{dx}$ ，　　（3 分）

$$\therefore \int_0^x dx = -\frac{m}{k}\int_{v_0}^{v_0/n} dv \quad \Rightarrow \quad 解得：x_{\max} = \frac{mv_0}{k}(1-\frac{1}{n})$$ （4 分）

三、　（15 分）

一质量为 $m=2kg$ 的质点在 xoy 平面内作圆周运动，圆的半径 $R=2m$。在自然坐标系中，质点的轨道方程为 $s=0.5\pi t^2$。求：

（1）$t=1\ (s)$ 时质点的动量 $\vec{P}$；

（2）$t=1\ (s)$ 时质点相对圆心的角动量的大小 L_0；

（3）在 $t=0$ 至 $t=\sqrt{2}\ (s)$ 时间内质点所受合外力的冲量的大小 I；

解：（1）$\because \vec{v}(t)=\frac{ds}{dt}\vec{\tau}=\pi t\vec{\tau}(m/s)$ ，

$\therefore \vec{P}=m\vec{v}=2\pi t\vec{\tau}(kg\cdot m/s)$ ，$\vec{P}_{t=1}=2\pi\vec{\tau}(kg\cdot m/s)$ ； （2+3=5 分）

（2）$\because \vec{L}=\vec{r}\times\vec{P}$ ，$\therefore L=mRv$ ，

$\therefore L_{t=1}=mRv_{t=1}=4\pi(kg\cdot m^2/s)$ ；（2+3=5 分）

（方向垂直于圆平面，与 $\vec{r},\vec{P}$ 构成右螺旋关系）

（3）$\because \vec{P}_{t=0}=0$ ，$\vec{P}_{t=\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\pi$ ，

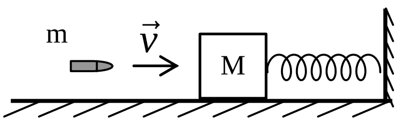
$\therefore I=\left|\Delta\vec{P}\right|=\left|\vec{P}_2-\vec{P}_1\right|=2\sqrt{2}\pi(kg\cdot m/s)=2\sqrt{2}\pi(N\cdot s)$ 。（1+1+3=5 分）

四、　（14分）

如图所示，放置在光滑水平面上的弹簧振子由质量为 M 的木块和弹性系数为 k 的轻弹簧构成。现有一个质量为 m，速度为 v 的子弹射入静止的木块后陷入其中，当子弹与木块一起运动时开始计，

（1）求该系统的振动方程；

（2）请写出该谐振子的动能和势能随时间的函数关系。



解：（1）设水平向右为 x 轴正方向，弹簧自然长度为坐标原点，

a. $\because$ 子弹入射过程动量守恒： $mv=(m+M)v_0$ ，

$\therefore$ 系统振动初速度： $v_0=\dfrac{m}{m+M}v$ ，且向 x 轴正方向运动；又 $x_0=0$，

$\therefore$ $\varphi_0=-\dfrac{\pi}{2}$ ； （2 分）

b. 系统动力学方程： $-kx=(m+M)\dfrac{d^2x}{dt^2}$ ， $\Rightarrow$ $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{k}{m+M}x=0$ ，

$\therefore$ $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}$ ， （2 分）

c. 系统振幅： $A=\sqrt{x_0^2+\dfrac{v_0^2}{\omega^2}}=mv\sqrt{\dfrac{m+M}{k}}$ ， （2 分）

该系统的振动方程： $x=mv\sqrt{\dfrac{m+M}{k}}\cos(\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}t-\dfrac{\pi}{2})$ ； （2 分）

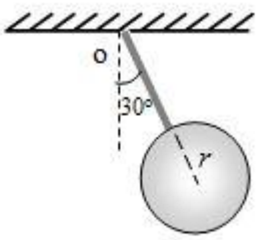
（2） $u=\dfrac{dx}{dt}=-mv\sin(\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}t-\dfrac{\pi}{2})$ ，

$\therefore E_k=\dfrac{1}{2}(m+M)u^2=\dfrac{1}{2}(m+M)m^2v^2\sin^2(\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}t-\dfrac{\pi}{2})$ ； （3 分）

$E_p=\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}(m+M)m^2v^2\cos^2(\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}t-\dfrac{\pi}{2})$ 。 （3 分）

五、 （14 分）

一钟摆可以在竖直平面内摆动。已知摆锤的质量为 m，半径为 r，摆杆的质量也为 m，长度为 $2r$。将钟摆拉离平衡位置至与竖直方向成 30^0 角，后由静止释放。求：



（1） 钟摆相对转轴 O 的转动惯量 J_0；

（2） 钟摆由初始位置摆动到竖直位置的过程中重力矩所做的功。

解：（1）摆杆的转动惯量： $J_1=\dfrac{1}{3}m(2r)^2=\dfrac{4}{3}mr^2$ ， （3 分）

摆锤的转动惯量： $J_2=\dfrac{1}{2}mr^2+m(3r)^2=\dfrac{19}{2}mr^2$ ， （3 分）

∴ 钟摆的转动惯量：$J = J_1 + J_2 = \frac{65}{6} mr^2$ ；（2 分）

（2） 重力矩做功：

$$W = W_1 + W_2 = -\Delta E_{p1} - \Delta E_{p2}$$
$$= mgr(1-\cos 30^0) + 3mgr(1-\cos 30^0) = mgr(2-\sqrt{3})$$ 。

（3+3+1=7 分）

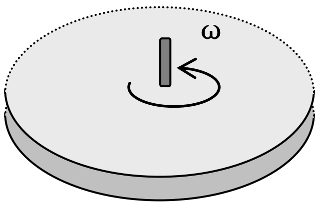
或：$W_1 = -\int_{\frac{\pi}{6}}^{0} mgr\sin\theta d\theta = (1-\frac{\sqrt{3}}{2})mgr$ ，

$W_2 = -\int_{\frac{\pi}{6}}^{0} 3mgr\sin\theta d\theta = 3(1-\frac{\sqrt{3}}{2})mgr$ ，

$\therefore W = W_1 + W_2 = 2mgr(2-\sqrt{3})$

六、 （14 分）

质量为m，半径为R的均质圆盘放在粗糙的水平面上，圆盘与桌面的摩擦系数为μ。开始时圆盘以角速度ω_0绕竖直轴旋转，



（1） 求桌面对圆盘的摩擦力矩的大小；

（2） 当圆盘静止时，圆盘转过了多少圈？

解：（1）圆盘上取一细圆环，该圆环所受摩擦矩：

$dM = -r \cdot \mu g dm = -2\pi\mu g\sigma r^2 dr$ ，（3 分）

圆盘所受摩擦矩：$M = \int_0^R -2\pi\mu g\sigma r^2 dr = -\frac{2}{3}\pi\mu g\sigma R^3 = -\frac{2}{3}\mu mgR$ ；（4 分）

（2）$\because M = J\alpha = J\frac{d\omega}{dt}\cdot\frac{d\theta}{d\theta} = J\frac{\omega d\omega}{d\theta}$ ，（2 分）

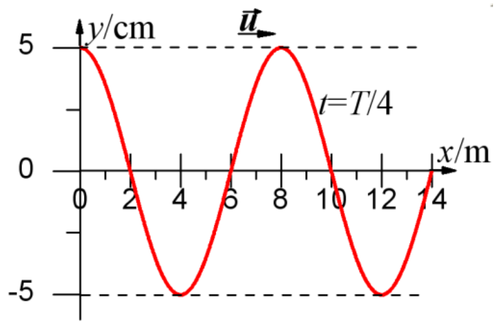
$\therefore \int_0^\theta d\theta = \frac{J}{M}\int_{\omega_0}^0 \omega d\omega \quad \Rightarrow \quad \therefore \theta = -\frac{1}{2}\frac{J}{M}\omega_0^2 = -\frac{3}{8}\frac{R\omega_0^2}{\mu g}$ ，（3 分）

其中：$J = \frac{1}{2}mR^2$

圆盘转过的圈数：$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{3}{16\pi}\frac{R\omega_0^2}{\mu g}$ 。（2 分）

七、　　（15 分）

一平面简谐波以波速 $u=200m/s$ 在均匀介质中沿 x 轴正向传播，在 $t=\dfrac{T}{4}$ 时刻的波形图如图所示。



（1）以 $x=0$ 处为坐标原点，求出此简谐波的波函数；

（2）求出 $x=4.5m$ 处的质点的振动方程，并画出其在 $t=0$ 时刻的旋转矢量图；

（3）以 $x=4.5m$ 处为坐标原点，求出简谐波的波函数；

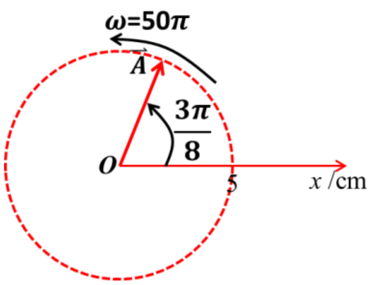
解：（1）$\lambda=8m$ ，$A=0.05m$ ，$\varphi_0=-\dfrac{\pi}{2}$ ，

$$\omega=\frac{2\pi u}{\lambda}=\frac{2\pi\times200}{8}=50\pi$$ ，（1+1+1=1=4 分）

所求波函数：$y=0.05\cos[50\pi(t-\dfrac{x}{200})-\dfrac{\pi}{2}](m)$ ；（2 分）

（2）
$$y_{x=4.5}=0.05\cos[50\pi(t-\frac{4.5}{200})-\frac{\pi}{2}]$$
$$=0.05\cos[50\pi t-\frac{13\pi}{8}]=0.05\cos[50\pi t+\frac{3\pi}{8}](m)$$ ；（3 分）

（2 分）



（3）所求波函数：$y'=0.05\cos[\omega(t-\dfrac{x}{200})+\dfrac{3\pi}{8}](m)$ （4 分）

17-18C

6．质量为m的质点在xOy平面内运动，质点的位置矢量为$\vec{r} = a\cos\omega t\vec{i} + a\sin\omega t\vec{j}$，$a$为正的常量，则$t$时刻质点的角动量$\vec{L}$为（　　）

A. $ma^2\omega\vec{k}$　　B. $2ma^2\omega\vec{k}$　　C. $-3ma^2\omega\vec{k}$　　D. $2ma^2\cos^2\omega t\vec{k}$

答案：A

7．下列说法正确的是（　　）

A．刚体做匀速转动时，各个点的速度相等；

B．刚体做匀速转动时，各个点的加速度为零；

C．刚体做平动时，刚体上各个点只能做直线运动；

D．刚体做定轴转动时，刚体上各个点相对于转轴的角速度都相同。

答案：D

8．两个均质圆盘A和B的质量密度分别为ρ_A和ρ_B，若$\rho_A < \rho_B$，但两圆盘的质量与厚度相同。如两盘对通过盘心垂直于盘面轴的转动惯量各为J_A和J_B，则：（　　）

A．$J_A > J_B$　　B．$J_A < J_B$

C．$J_A = J_B$　　D．J_A，　J_B哪个大，不能确定。

答案：A

9．悬挂与长度为l的线绳末端的质量为m的小球，在竖直平面内以小角度摆动时做简谐震动，其圆频率是：（　　）

A. $\sqrt{\dfrac{g}{l}}$　　B. $\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

C. $2\pi\sqrt{\dfrac{g}{l}}$　　D. $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

答案：A

10．下列关于机械波的形成和传播的以下描述中哪项是正确的（　　）

A．机械波可以在真空中传输　　B．机械波的形成和传播须有波源和介质

C．横波可以在气体中传播　　D．纵波只能在固体中传播

答案：B

二、**填空题：**本大题共10空，每空2分，共20分。请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无

分。

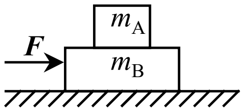
1．一质量为 m 的质点以初速度 v_0 沿 x 轴正方向运动，在运动过程中受到阻力 $f = -kv$，k 为正常数。则初始的加速度为____________，质点的最大位移为______________。

答案：$-kv/m$ （没负号扣一分）；$m\,v_0/k$

2. 在一直线上，以 $F(t) = 6 - 2t$ 的力（t 的单位为秒，F 的单位为牛顿）施于质量 $m = 2kg$，初速为 $12m/s$ 的物体上，则 8 s 末的物体的速率为_______________。

答案：$v = 4m/s$

3．已知 m_A =2kg，m_B =1kg，m_A 与 m_B 间及 m_B 与桌面间的摩擦系数均为μ=0.5，今用水平力 F=10N 推 m_B，则 m_A 与 m_B 的摩擦力 f=______________，m_A 的加速度 a_A =_____________.



答案： 0，0

4．刚体平动的特点：刚体内所有质元具有相同的位移、___________和______________。

答案：速度，加速度

5．已知两同频率同方向的简谐振动 x_1，x_2 振幅都为 A，x_1 初始位置为 $-A$，x_2 初始位置为 $0.5A$，初速度大于 0，则两简谐振动初相位之差：____________，以及合振动的振幅_________。

答案：$\dfrac{2}{3}\pi$ ，A

6．质量为 m 的物体，从高出弹簧上端 h 处静止自由下落到竖直放置在地面上的轻弹簧上，弹簧的劲度系数为 k，则弹簧被压缩的最大距离为_____________

答案：$\dfrac{mg}{k} + \sqrt{(\dfrac{mg}{k})^2 + \dfrac{2mgh}{k}}$

二、**计算题：**本大题共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

1. 一质点在 xOy 平面作曲线运动，位置矢量沿 x 轴的分量 $x = 4t + 2$，位置矢量沿 y 轴的分量 $y = t^2 + t + 3$。求 t 时刻：（1）质点的速度；（2）质点的加速度；（3）质点的轨道方程。

参考解答： （每小题 4 分）

（1）质点的速度为

$$\upsilon_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 4$$

$$\upsilon_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2t + 1$$

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} = 4\vec{i} + (t+1)\vec{j}$$

（2）质点的加速度为

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$$

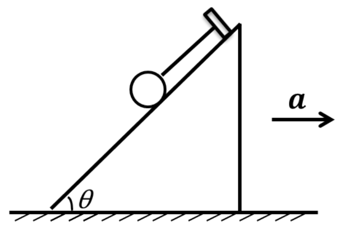
$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = 2$$

$$\vec{a} = 2\vec{j}$$

（3）质点的轨道方程

$$y = \frac{1}{16}x^2 + \frac{11}{4}$$

2．一光滑斜面的倾角为θ=45°，将质量为1kg的物体挂在斜面顶端。

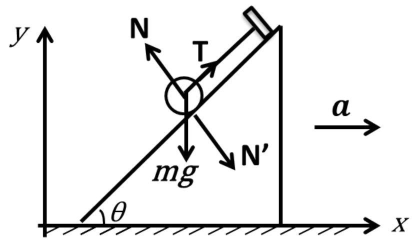


（1）当斜面以加速度$a = 3.0m/s^2$沿如图所示的方向运动时，求绳中的张力及小球对斜面的正压力。

（2）当斜面的加速度至少为多大时，小球将脱离斜面？

（其中重力加速度 $g = 10\ m/s^2$）

参考解答：（第一小题 9 分；第二小题 3 分）



（1）受力分析如图所示。

对小球，由牛顿第二定律有

x方向：$T\cos\theta - N\sin\theta = ma$

y方向：$T\sin\theta + N\cos\theta - mg = 0$

联立上述二式求解，可得

$$T = \frac{13\sqrt{2}}{2}N = 9.19N$$

$$N = \frac{7\sqrt{2}}{2}N = 4.95N$$

由牛顿第三定律，小球对斜面的压力 $N' = N = \frac{7\sqrt{2}}{2}N = 4.95N$

（2）小球刚要脱离斜面时N=0，则上面牛顿第二定律方程为

$$T\cos\theta = ma$$
$$T\sin\theta = mg$$

由此二式可解得

$a = g/\tan\theta = 10/\tan 45° = 10m/s^2$

3．一列沿 x 轴正方向传播的入射波，其波动表达式为：$y_1 = A\cos 2\pi(t-x)$。该波在距坐标轴原点 O 为 8 m 的 x_1 处被一垂直面反射，反射点为一波节。求：

（1）反射波的波动表达式；

（2）驻波的表达式；

（3）原点 O 到 x_1 间各个波节和波腹的坐标。

参考解答：（第一小题 6 分；第二小题 2 分；第三小题 4 分）

根据波动表达式 $y(x,t) = A\cos\left[2\pi\left(\dfrac{t}{T} \mp \dfrac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$，

可知 $\lambda = 1$，所以 8m 处为 8 λ 处。

令原点的振动表达式：$y_{10} = A\cos 2\pi t$

反射波在 O 点的振动相位比入射波在 O 点的振动相位要落后。）（考虑反射端有半波损失）

$$2\pi\frac{(2x_0)}{\lambda} + \pi = 2\pi\frac{(2\times 8\lambda)}{\lambda} + \pi = 33\pi$$

反射波在 O 点的振动表达式为

$$y_{20} = A\cos(2\pi t - 33\pi) = A\cos(2\pi t - \pi)$$

反射波的波动表达式为

$$y_2 = A\cos[2\pi(t+x) - \pi]$$

（2）驻波表达式为

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= A\cos[2\pi(t-x)] - A\cos[2\pi(t+x)] \\ &= 2A\sin(2\pi t)\sin(2\pi x) \end{aligned}$$

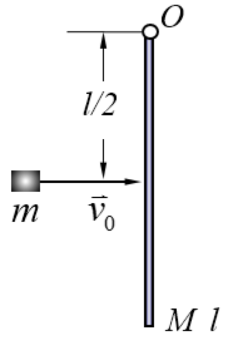
（3）原点 O 和 $x_0 = 8\lambda$ 处均为波节，相邻波节间距为 $\lambda/2$，故各波节点的坐标为

$$x_N = \frac{k}{2} \qquad (k = 0,1,2,\cdots,16)$$

各波腹点的坐标为

$$x_L = \frac{1}{4} + \frac{k}{2} \qquad (k = 0,1,2,\cdots,15)$$

4．如图所示，质量为 M，长为 l 的均匀细棒静止于水平桌面上，细棒可绕通过其端点 O 的竖直固定光滑轴转动，棒与桌面间的滑动摩擦系数为 μ。今有一质量为 m 的滑块在水平面内以 v_0 的速度垂直于棒长的方向与棒的中心端相碰，碰撞后滑块的速率不变且向相反运动。求：



（1）碰撞后细棒所获得的初始角速度大小；

（2）碰撞后细棒在转动过程中所受的摩擦力矩；

（3）碰撞后细棒到最后停止转动所需要的时间。

（1）根据角动量守恒：

$\frac{l}{2}mv_0 = -\frac{l}{2}mv_0 + J\omega_0$

$J = \frac{1}{3}Ml^2$

将①②式联立可得：

$\omega_0 = \frac{3mv_0}{Ml}$

（2）$dM = \lambda dx$

单位长度受到的摩擦力矩为：

$dM_f = x \cdot \mu\lambda dxg$

所受摩擦力矩为

$M_f = \int_0^l \mu\lambda gxdx = \frac{1}{2}\mu Mgl$

方向：顺时针方向

（3）$M_f = J\alpha$

$\alpha = \frac{3\mu g}{2l}$

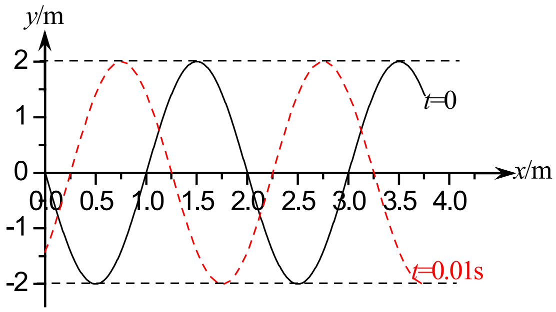
$\omega = \omega_0 - \alpha t = 0$

$t = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{2mv_0}{\mu Mg}$

5．一沿 x 轴正方向传播的平面简谐波在 0 s 和 0.01 s 的波形图如图所示，假设该时段内波动向前传输的距离小于一个波长，

(1) 求该平面简谐波的波速和初相位；

(2) 写出该平面简谐波的波函数。



参考解答：（第一小题 4 分；第二小题 8 分）

解：(1) 根据图可知：波长 λ=2m，固在该时间段内的

$u \cdot \Delta t = 1.25 - 0$

$u = 125\,\text{m/s}$

因为 $y_{O0} = 0$，$v_{O0} > 0$，所以 $\varphi_0 = \pi$

(2) 根据图可知：A=2 m

周期 $T = \dfrac{\lambda}{u} = 0.016\,\text{s}$;

圆频率 $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 125\pi$；

$$y(x,t) = 2 \cdot \cos\left[125\pi\left(t - \frac{x}{125}\right) + \pi\right]$$