厦门大学《概率论与数理统计》课程

期中试题

考试日期：2011　　　　**信息学院自律督导部整理**

自律督导部

以下解题过程需要用到以下数据：($\Phi(1.667)=0.95$，$\Phi(0.84)=0.8$)

一、(15 分) 抓阄问题的公平性问题

抓阄是在机会稀缺时人们公平获得机会的常用方法，假定 n 个人抓阄，n 个阄中只有一个阄是“中奖”的，其它都不中奖，常见的抓阄方式有：

（1）同时开阄：抓阄时每个人先按任意顺序抓一个阄，全部抓完后，再同时将 n 个阄打开看，看其是否中奖；

（2）即时开阄：n 个人按任意顺序依次抓阄，每个人抓完阄后立即打开看，当某个人抓到“中奖阄”时，整个抓阄过程就结束了。

试问这两种抓阄方式都公平吗？（讨论每个人抓到“中奖阄”的概率）。

二、(15 分）在有 50 人参加的登山活动中，假设每个人意外受伤的概率是 1%，每个人是否意外受伤是相互独立的。（1）计算没有人意外受伤的概率；（2）计算至少有一个人意外受伤的概率；（3）为保证不发生意外的概率大于 90%，应当如何控制参加人数？

三、(10 分）某学生在毕业时向两个相互无关的用人单位递交了求职信，根据经验，他被第一个单位录用的概率为 0.4，被第二个单位录用的概率是 0.5,。现在知道他至少被某个单位录用了，计算他也被另一单位录用的概率。

四、（10 分）科学技术发展到今天，任何国家的导弹发射基地都不能躲过敌方的侦察。为了有效地保存自己的导弹发射装置，大多都采用了构建真假导弹发射井的方法。假设 A 国的 100 个发射井中有 10 个发射井是发射导弹的真井，另外 90 个是假井。在对 A 国的第一波精确打击中，至少要摧毁多少个发射井，才能以 90%的概率保证对方的真井全被摧毁。

五、（15 分）设随机变量 X 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)$，且 $P(2<X<4)=0.3$，

求（1）$P(X<0)$；（2）σ.

六、（10 分）设 X 服从参数为 λ 指数分布，其密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x\ge 0\\ 0 & 其它\end{cases}$，求

$$Y=\begin{cases}X, & 当X\ge 1\\ X^2, & 当X<1\end{cases}$$

的概率密度函数 $f_Y(y)$.

七、（15 分）设一部手机在时间段[0,t]内收到的短信数服从泊松分布 $P(\lambda)$，其中 $\lambda=\mu t$，μ 是正数。每个短信是否是广告短信与其到达的时间独立，也与其它短信是否是广告短信独立。如果每个短信是广告短信的概率 $p>0$，（1）已知[0,t]内收到了 n 个短信，求其中广告短信数的概率分布；（2）计算[0,t]内收到的广告短信数的概率分布；（3）证明在[0,t]内到达的广告短信数和非广告短信数相互独立。

八、(20 分) 设(X,Y)在由曲线 $y=\frac{x^2}{2}$ 和 $y=x$ 所围的有限区域内均匀分布，

（1）求(X,Y)的联合密度；（2）计算边缘密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；（3）X 与 Y 是否独立；

（4）条件密度 $f_{X|Y}(x\mid y)$，$P(X\geq\frac{3}{4}\mid Y=\frac{1}{2})$；（5）$E(X),E(Y),DX,DY.$

九、（10 分）设商店每销售一吨大米获利 a 元，每库存一吨大米损失 b 元，假设大米的销售量 Y(单位：吨)服从参数为 λ 的指数分布，其密度函数为 $f(y)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda y} & y\geq 0\\ 0 & 其它\end{cases}$，问库存多少吨大米才能获得最大的平均利润。

十、（10 分）某办公室每月平均支付 350 元的电话费，若已知每月电话费的标准差是 30 元，（1） 试估算下个月至少支付 400 元电话费的概率；（2）如果已知每月的电话费服从正态分布 $N(350,30^2)$ ，估算（1）中的概率。($\Phi(1.667)=0.95$)