厦门大学《大学物理》B1 课程

期中复习试题·答案

信息学院自律督导部整理

1．（12 分）

质点沿直线运动，速度 $v=(4t^3+3t^2+2)m/s$ ，如果当 $t=2s$ 时，质点位于 $x=4m$ 处，求 $t=3s$ 时质点的位置、速度和加速度。

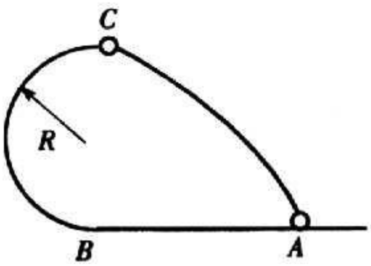
解：（1） $\because v=\dfrac{dx}{dt}$， $\int_4^x dx=\int_2^t(4t^3+3t^2+2)dt$， $\therefore x=t^4+t^3+2t-24$； （3 分）

（2） 又 $a=\dfrac{dv}{dt}=12t^2+6t$ （3 分）

当 $t=3s$ 时， $x=90m$； $v=137m/s$； $a=126m/s^2$ （3*2=6 分）

2． （14 分）

小球在外力作用下，由**静止**开始从 A 点出发做匀加速直线运动，到 B 点时消除外力。然后，小球冲上竖直平面内半径为 R 的光滑半圆环，**恰能维持**在圆环上做圆周运动，到达最高点 C 后抛出，最后落回到原来的出发点 A 处，如图所示。



求：（1）小球在 AB 段运动的加速度大小；

（2）小球刚落到 A 点的瞬时切向加速度的大小。

解：（1） $A\rightarrow B$： $v_B^2=2ax$

$B\rightarrow C$： $\dfrac{1}{2}mv_B^2=\dfrac{1}{2}mv_C^2+2mgR$

C ： $mg=m\dfrac{v_C^{\ 2}}{R}$

$C\rightarrow A$： $x=v_Ct$， $y=\dfrac{1}{2}gt^2=2R$ （5*1=5 分）

$\therefore v_B=\sqrt{5Rg}$； $v_C=\sqrt{Rg}$； $t=2\sqrt{\dfrac{R}{g}}$； $a=\dfrac{5}{4}g$ （4 分）

（2） $\because v_{Ax}=v_C=\sqrt{Rg}$； $v_{Ay}=gt=2\sqrt{Rg}$；

$$\therefore v=\sqrt{v_{Ax}^2+v_{Ay}^2}=\sqrt{Rg+g^2t^2} \qquad （3 分）$$

$$\therefore a_{At}=\frac{dv}{dt}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_C^2+g^2t^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}g \qquad （3 分）$$

3．（15 分）

摩托快艇以速率 v_0 沿直线行驶，它受到的摩擦阻力与速度平方成正比，设比例系数为常数 k，则可表示为 $f=-kv^2$，摩托快艇的质量为 m. 若摩托快艇关闭发动机，以此时为计时开始、摩托快艇的位置为坐标原点，求：

（1）速度 v 对时间 t 的变化规律；

（2）路程 x 对时间 t 的变化规律；

（3）速度 v 与路程 x 之间的关系。

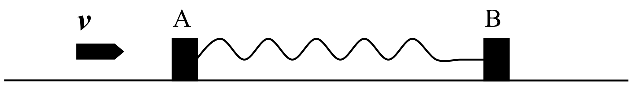
解：（1）$\because -kv^2=m\dfrac{dv}{dt}$，　$\therefore -\int_0^t dt=\int_{v_0}^{v}\dfrac{m}{k}\cdot\dfrac{dv}{v^2}$，　$\therefore v=\dfrac{mv_0}{m+kv_0t}$　　（5 分）

（2）$\because v=\dfrac{dx}{dt}$，　$\therefore \int_0^x dx=\int\dfrac{mv_0}{m+kv_0t}\cdot dv$，　$\therefore x=\dfrac{m}{k}\ln(1+\dfrac{kv_0}{m}t)$　　（5 分）

（3）$\because -kv^2=m\dfrac{dv}{dt}\cdot\dfrac{dx}{dx}=\dfrac{mvdv}{dx}$，　$\therefore \int_0^x dx=-\int_{v_0}^{v}\dfrac{mdv}{kv}$，　$\therefore x=\dfrac{m}{k}\ln\dfrac{v_0}{v}$　　（5 分）

4．（15 分）

如图所示，光滑水平桌面上，一根弹性系数为 k 的轻弹簧两端各连着质量为 m 的滑块 A 和 B。如果滑块 A 被水平飞来的质量为 $\dfrac{m}{4}$、速度为 v 的子弹射中，并留在其中，求运动过程中弹簧的最大压缩量。



解：子弹射中滑块 A：　$\dfrac{m}{4}v=(\dfrac{m}{4}+m)v_1$　　（4 分）

子弹、滑块 A、滑块 B、轻弹簧一起运动：

$$(\frac{m}{4}+m)v_1=(\frac{m}{4}+m+m)v_2,$$

$$\frac{1}{2}(\frac{m}{4}+m)v_1^2=\frac{1}{2}(\frac{m}{4}+m+m)v_2^2+\frac{1}{2}kx_m^2, \qquad （2*4=8 分）$$

（v_2为 A、B 相对静止时系统的速度，此时弹簧压缩达最大）

解得：（$v_1=\frac{v}{5}$， $v_2=\frac{v}{9}$） $x_m=\sqrt{\frac{mv^2}{45k}}$ （3 分）

5．（15 分）

一颗人造地球卫星在地面上空 800 Km 的圆轨道上，以 $V_1=7.5km/s$ 的速率绕地球运动，今在卫星外侧点燃一火箭，给卫星附加一个指向地心的分速率 $V_2=0.2km/s$。求此后卫星轨道的最低点和最高点**位于地面上空多少公里**。（将地球看作半径 $R=6400km$ 的球体）

解：卫星开始时作圆周运动： $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{V_1^2}{r}$ （3 分）

卫星**角动量守恒**： $\vec{r}\times m(\vec{V}_1+\vec{V}_2)=\vec{r}'\times m\vec{V}'$

因为 $\vec{r}//\vec{V}_2,\vec{r}\perp\vec{V}_1$，且近地点及远地点时 $\vec{r}'\perp\vec{V}'$

所以有 $mV_1r=mV'r'$ （3 分）

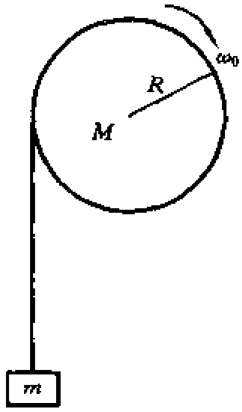
卫星运动过程中机械能守恒： $\frac{1}{2}m(V_1^2+V_2^2)-G\frac{Mm}{r}=\frac{1}{2}mV'^2-G\frac{Mm}{r'}$ （3 分）

解得： $r_1'=\frac{V_1r}{V_1-V_2}=7397Km$， $r_2'=\frac{V_1r}{V_1+V_2}=7013Km$

远地点高度：$h_1=r_1'-R=997Km$，近地点高度：$h_2=r_2'-R=613Km$ （3*2=6 分）

6．（14 分）

一轴承光滑的定滑轮，质量为$M=2.0kg$，半径为$R=0.1m$，一根不能伸长的轻绳，一端固定在定滑轮上，另一端系有一质量为$m=5.0kg$的物体，如图所示。定滑轮的转动惯量为$J=\frac{1}{2}MR^2$。已知定滑轮的初角速度为$\omega_0=10.0rad/s$，其方向垂直纸面向里。求：



（1） 定滑轮的角加速度的大小；

（2） 定滑轮的角速度变化到$\omega=0$时，物体上升的高度。

解：（1） M： $-RT=-\frac{1}{2}MR^2\cdot\alpha$

m： $mg-T=ma$

又 $a=R\alpha$

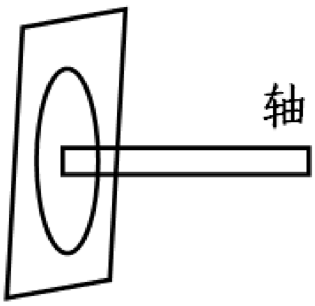
解得： $\alpha=\dfrac{mg}{(m+\frac{M}{2})R}=81.7rad/s^2$ （4*2=8 分）

（2） $\because 0=\omega_0^2-2\alpha\Delta\theta$ （2 分）

$$h=\Delta S=R\Delta\theta=\frac{R^2\omega_0^2(m+\frac{M}{2})}{2mg}=\frac{R^2\omega_0^2(2m+M)}{4mg}=0.06m$$ （4 分）

7.（15 分）

以力 F 将一块粗糙平面紧压在旋转的轮子上，平面与轮子之间的滑动摩擦系数为μ，轮子的初角速度为ω_0，问转过多少角度时轮子停止转动？已知轮子的半径为 R，质量为 m，可看作均质圆盘（转动惯量$J=\frac{1}{2}mR^2$），轴的质量忽略不计，该压力 F 均匀分布在轮面上。



解：轮子表面单位面积受正压力 $n=\dfrac{F}{\pi R^2}$

取轮子上一半径为 r、宽为 dr 的圆环所受压力：$dF=\dfrac{F}{\pi R^2}2\pi rdr$

环上所受摩擦力：$df=\mu dF=\mu\dfrac{F}{\pi R^2}2\pi rdr=\mu\dfrac{2F}{R^2}rdr$ （3 分）

摩擦力 df 对轴的力矩：$dM=2\mu\dfrac{F}{R^2}r^2dr$ （3 分）

轮子受总力矩：$M=\int_0^R 2\mu\frac{F}{R^2}r^2dr=\frac{2}{3}\mu FR$ （3 分）

由动能定理： $M\Delta\varphi=\frac{1}{2}I\omega_0^2$， （3 分）

所以 $\Delta\varphi=\frac{3mR\omega_0^2}{8\mu F}$ （3 分）