厦门大学《大学物理学 B》课程
期末试题·答案

考试日期：2011 年 6 月　信息学院自律督导部整理

自律督导部

一、(12 分)

质量为 m，体积为 V 的刚性双原子分子理想气体，其内能为 $\boldsymbol{E}$。已知此气体分子的摩尔质量为 M，阿伏加德罗常数 N_A，普适气体常量 R。求：

（1）气体的压强；

（2）气体分子的平均平动动能及气体的温度；

（3）气体分子的方均根速率。

解：（1）由理想气体的内能公式 $E=\dfrac{m}{M}\dfrac{i}{2}RT$　（1 分）

和理想气体状态方程 $pV=\dfrac{m}{M}RT$　（1 分）

可得 $E=\dfrac{i}{2}pV$，其中，刚性双原子分子的自由度 $i=5$

即 $p=\dfrac{2E}{iV}=\dfrac{2E}{5V}$　（2 分）

（2）刚性双原子分子的自由度中，有 3 个平动自由度，2 个转动自由度

根据能量均分原理可知，该气体分子的平均平动动能为

$$\overline{\varepsilon_t}=\frac{3}{2}kT=\frac{3EM}{5mN_A}$$

？　（2 分）

又由 $\overline{\varepsilon_t}=\dfrac{3}{2}kT$，可得

$$T=\frac{2\overline{\varepsilon_t}}{3k}=\frac{2EM}{5mN_A}$$

（2 分）

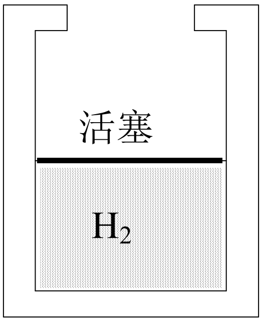
（3）理想气体分子方均根速率

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3R}{M}\frac{2ME}{5Rm}}=\sqrt{\frac{6E}{5m}}$$

（ 4 分）

2、（**15 分**）

质量为$4\times10^{-3}kg$的氢气被活塞封闭在某一容器的下半部而与外界平衡（设活塞外大气处于**标准状态**），容器开口处有一凸出边缘可防止活塞脱离，如图所示。把$Q=2\times10^{4}J$的热量缓慢地传给气体，使气体逐渐膨胀。若氢气可视为理想气体，且不计活塞的质量、厚度及其与器壁之间的摩擦，求氢气最后的体积、温度和压强。



（$R=8.31J/mol\cdot k$，答案保留 **4** 位有效数字）

解：$\because \nu=\dfrac{m}{M}=\dfrac{4\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}=2mol$ ，$\begin{cases} P_1=P_0=1.013\times10^{5} \\ T_1=T_0=273.15k \\ V_1=\nu V_0=44.80\times10^{-3}m^{3} \end{cases}$ ；

〖注释（庄某）：$V_1=\dfrac{m}{M}\cdot R\cdot\dfrac{T_1}{P_1}$

这里V_0的为标准状态的摩尔体积，表达为$V_0=R\cdot\dfrac{T_0}{P_0}$。〗

（1）$V_2=2V_1=89.60\times10^{-3}m^{3}=89.6L$ ；　（ 4 分）

（2）$\because \Delta E=\nu\cdot\dfrac{i}{2}R(T_2-T_1)$ ，$W=P_0(V_2-V_1)$ ，

$Q=\Delta E+W=\nu\cdot\dfrac{i}{2}R(T_2-T_1)+P_0(V_2-V_1)$ ，　（ 3 分 ）

$$\therefore T_2=\frac{Q-P_0(V_2-V_1)}{\frac{i}{2}\nu R}+T_1=\frac{2\times10^{4}-1.013\times10^{5}\times(89.6-44.80)\times10^{-3}}{\frac{5}{2}\times2\times8.31}+273.15=645.3k$$ ；

（ 3 分）

〖注释（庄某）：从初始态 **1** 到中间态 **a**（体积已经实现为V_2）等压膨胀，兹按“热力学第一定律”，有吸热$Q_{1a}=E_a-E_1+P_0\cdot(V_2-V_1)\le Q=2\times10^{4}\cdot J$；从中间态 **a** 到末态 **2** 等容膨胀，兹按“热力学第一定律”，有吸热$Q-Q_{1a}=E_2-E_a+0$；两式联合得到$Q=E_2-E_1+P_0\cdot(V_2-V_1)$；又$E_2-E_1=\dfrac{i}{2}\cdot\nu\cdot R\cdot(T_2-T_1)$；从而有$T_2=T_1+\dfrac{Q-P_0\cdot(V_2-V_1)}{\frac{i}{2}\cdot\nu\cdot R}$〗

（3）$\because PV = \nu RT$ ， $\therefore P_2 = \dfrac{\nu RT_2}{V_2} = \dfrac{2\times 8.31\times 645.3}{89.6\times 10^{-3}} = 1.197\times 10^5 Pa$ 。（5 分）

3、（ 16 分）

有 N 个粒子，其速率分布函数为 $f(v) = \begin{cases} av/v_0 & (0 \le v < v_0) \\ a & (v_0 \le v \le 2v_0) \\ 0 & (2v_0 < v) \end{cases}$ ，

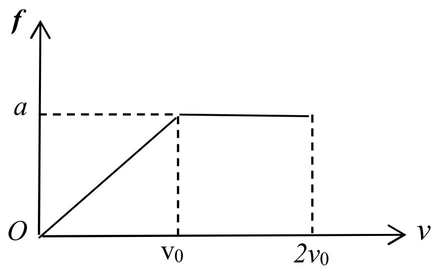
求：（1）作速率分布函数曲线，并求常数 a；

（2）求速率分布在 0～v_0 区间的粒子数；

（3）求 N 个粒子的平均速率；

（4）求速率分布在 0～v_0 区间内的粒子的平均速率。

解：（1）函数曲线如图所示。



$$\because \int_0^{\infty} f(v)dv = \int_0^{v_0} \frac{a}{v_0} v dv + \int_{v_0}^{2v_0} a dv = \frac{3}{2} a v_0 = 1$$

$$\Rightarrow \qquad \therefore a = \frac{2}{3v_0} \quad ;$$

（2）$\Delta N = N\int_0^{v_0} f(v)dv = N\int_0^{v_0} \dfrac{a}{v_0} v dv = \dfrac{1}{2} a N v_0 = \dfrac{N}{3}$ ；

（3）$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v)dv = \int_0^{v_0} \dfrac{a}{v_0} v^2 dv + \int_{v_0}^{2v_0} a v dv = \dfrac{11}{6} a v_0^2 = \dfrac{11}{9} v_0$ ；

（4）$\overline{v'} = \dfrac{\int_0^{v_0} v dN}{\int_0^{v_0} dN} = \dfrac{\int_0^{v_0} v f(v)dv}{\int_0^{v_0} f(v)dv} = \dfrac{\int_0^{v_0} \frac{a}{v_0} v^2 dv}{\int_0^{v_0} \frac{a}{v_0} v dv} = \dfrac{\frac{1}{3} a v_0^2}{\frac{1}{2} a v_0} = \dfrac{2}{3} v_0$ 。

（4* 4=16 分）

4.　（15 分）

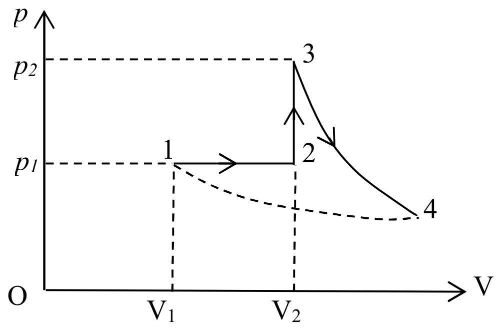
容器中有一定量的某单原子分子理想气。已知气体的初始压强 $p_1 = 1atm$ ，体积 $V_1 = 1L$ 。先将该气体在等压下加热到体积为原来的 2 倍，然后在等体积下加热到压强为原来的 2 倍，

最后做绝热膨胀，直到温度下降到初始温度为止。设整个过程可视为准静态过程。

（1）绘出此过程的 P-V 图；

（2）求整个过程中气体内能的改变量、气体所做的功和吸收的热量。

（答案保留 3 位有效数字）



解：根据题意有：$T_1 = T_4$ ，$P_2 = 2P_1$ ，$V_2 = 2V_1$ ，

（1）过程曲线如图所示；　（ 6 分）

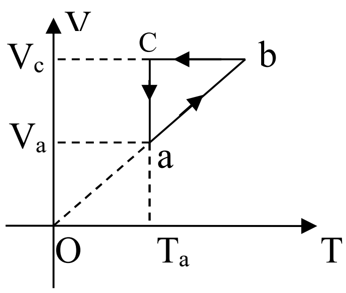
（2）　$\Delta E_{14} = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R(T_4 - T_1) = 0$；　（ 4 分）

$\because \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_4 V_4}{T_4} \quad \Rightarrow \quad P_1 V_1 = P_4 V_4$ ，

$$\therefore W_{14} = W_{12} + W_{23} + W_{34}$$
$$= P_1(V_2 - V_1) + 0 + \frac{P_3 V_3 - P_4 V_4}{\gamma - 1}$$
$$= P_1(V_2 - V_1) + 0 + \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$$
$$= 1.013\times10^5 (2-1)\times10^{-3} + \frac{2\times1.013\times10^5\times2\times10^{-3} - 1.013\times10^5\times10^{-3}}{\frac{5}{3} - 1}$$
$$= 555J = Q_{14}$$

5.（15 分）

设有 1 摩尔单原子分子理想气体，进行一热力学循环过程，过程曲线的 **V-T** 图如图所示，其中 $V_c = 2V_a$。

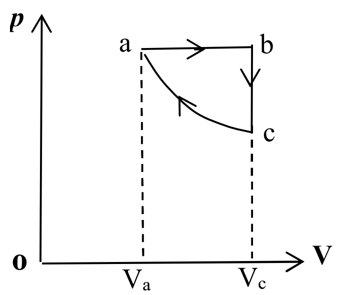


（1）绘出此循环的 P-V 图；

（2）分别求出 $a \to b$、$b \to c$、$c \to a$ 各阶段系统与外界交换的热量；

（3）求该循环的效率。

（答案保留 **3** 位有效数字）



解：　（1）此循环的 P-V 图如图所示；　（ 3 分）

（2）$\because T_a = T_c$ ，$T_b = \frac{V_b}{V_a} T_b = 2T_a$ ，$V_c = V_b = 2V_a$ ，

$$a \to b: Q_{ab} = \nu C_{mp}(T_b - T_a) = \nu C_{mp} T_a > 0$$ ；

$$b \to c: Q_{bc} = \nu C_{mv}(T_c - T_b) = -\nu C_{mv} T_a < 0$$ ；

$$c \to a: Q_{ca} = \nu R T_a \ln\frac{V_a}{V_c} = -\nu R T_a \ln 2 < 0$$ ；（ 2*3=6 分）

（3）$\because Q_1 = Q_{ab} = \nu C_{mp} T_a$ ，$Q_2 = |Q_{bc} + Q_{ca}| = \nu C_{mv} T_a + \nu R T_a \ln 2 = \nu(C_{mv} + R\ln 2)T_a$ ，

$$\therefore \eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{\nu(C_{mv} + R\ln 2)T_a}{\nu C_{mp} T_a} = 1 - \frac{\frac{3}{2} + \ln 2}{\frac{5}{2}} = 12.3\%$$ （2*3=6 分）

6.（12 分）

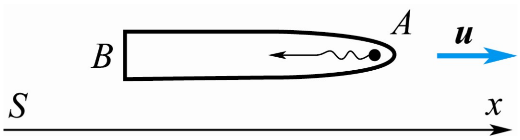
一静止长度为 l_0 的火箭以恒定速度 u 相对参照系 S 运动，如图。从火箭头部 A 发出一光信号，问：

（1）对火箭上的观测者；

（2）对 S 系中的观测者；

光信号从 A 传到火箭尾部 B 所需经历的时间各是多少？

（列出表达式，并化简）



解：**解法一**：（1）以火箭为参考系，A 到 B 的距离等于火箭的静止长度，所需时间为

$$\Delta t' = \frac{l_0}{c}$$ （4 分）

（2）对 S 系中的观测者，测得火箭的长度为

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$ （4 分）

光信号也是以 c 传播.设从 A 到 B 的时间为 Δt，在此时间内火箭的尾部 B 向前推进了 $u\Delta t$ 的距离，所以有

$$\Delta t = \frac{l - u\Delta t}{c} = \frac{l_0\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - u\Delta t}{c}$$ （2+3=5 分）

$$\Delta t=\frac{l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{c+u}=\frac{l_0}{c}\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}=\Delta t'\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$$ （1+1=2 分） ；

解法二：设与火箭相对静止的参考系为 S' 系，

（1）以火箭为参考系，A 到 B 的距离等于火箭的静止长度，所需时间为

$$\Delta t'=\frac{l_0}{c}$$ （4 分）

（2）在 S' 系中：发射光信号为事件 $P_1'(x_1',t_1')$ ，接收光信号为事件 $P_2'(x_2',t_2')$ ，（ 2 分）

在 S 系中：发射光信号为事件 $P_1(x_1,t_1)$ ，接收光信号为事件 $P_2(x_2,t_2)$ ，（ 2 分）

根据洛伦茨变换：$$x_2-x_1=\frac{x_2'+ut_2'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}-\frac{x_1'+ut_1'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{(x_2'-x_1')+u(t_2'-t_1')}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$ ，（ 4 分）

即：$$-l=\frac{-l_0+u\frac{l_0}{c}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$ ，$$\therefore \Delta t=\frac{l}{c}=\frac{l_0-u\frac{l_0}{c}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{l_0}{c}\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}=\Delta t'\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$$ （ 3 分）

7．（15 分）

两个静止质量均为 m_0 的粒子 A 和 B，以速率 $v=0.500c$ 相对 S 系沿相反方向运动，求：

（1）在 S 系中粒子 A 和 B 的**动量和能量**大小各是多少？

（2）在相对 B 粒子静止的参考系中观测，A 粒子的**速率和动能**是多少？

（用 m_0 和 c 表示各物理量；答案保留 4 位有效数字）

解：（1）相对 S 系，两个粒子的速率都是 $v=0.500c$ ，则

质量：$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{(0.5c)^2}{c^2}}}$$ （3 分）

动量大小：$$p=mv=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}v=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{(0.5c)^2}{c^2}}}0.5c=0.577m_0c$$ （2 分）

能量大小：$$E=mc^2=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{(0.5c)^2}{c^2}}}c^2=1.154m_0c^2$$ （2 分）

（2）设 S' 系为 B 粒子处于静止的惯性参考系。若 A 粒子相对 S 系的速率 $v_x=0.500c$ ， S'系相对 S 系的速率为 $u = -0.500c$。

A 粒子相对于 S'系（即相对 B）的速率：

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} = \frac{0.500c - (-0.500c)}{1 - \frac{(-0.500c)}{c^2} 0.500c} = 0.800c$$ （4 分）

动能：

$$E_k' = m'c^2 - m_0 c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x'^2}{c^2}}} - 1\right) m_0 c^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.800c)^2}{c^2}}} - 1\right) m_0 c^2 = (1.667 - 1) m_0 c^2 = 0.667 m_0 c^2$$ （4 分）