厦门大学《概率论与数理统计》课程

期中试题·答案

考试日期：2009　　　信息学院自律督导部整理

一 设 A:“A 有效”，B:“B 有效”

$$P(B|\overline{A})=\frac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=0.85,\text{得到}P(AB)=0.862.$$ （2 分）

（1）$P(A|\overline{B})=\dfrac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}\approx 0.8264.$ （4 分）

(2)$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.988$ （4 分）

二（1）设 B:“取到红球”

$$P(B)=\frac{a+c}{a+b+c+d}$$ （5 分）

(2) 设 B:“取到红球”,A:“取到甲袋”

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=\frac{1}{2}\frac{a}{a+b}+\frac{1}{2}\frac{c}{c+d}.$$ （5 分）

(3) 设 B:“从乙袋中取到的是红球”,A:“从甲袋中取出的是红球”

$$P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})}=\frac{\dfrac{a}{a+b}\times\dfrac{c+1}{c+d+1}}{\dfrac{a}{a+b}\times\dfrac{c+1}{c+d+1}+\dfrac{b}{a+b}\times\dfrac{c}{c+d+1}}$$

$$=\frac{a(c+1)}{a(c+1)+bc}.$$

(5分)

三 （1）

X	-1	1	3
	0.4	0.3	0.3

(3 分)

（2）$P\{X>1\}=0.3$ （3 分）

(3)

Y	1	9
	0.7	0.3

（4 分）

四

（1） $F(x)=\begin{cases} 0 & x<-1 \\ \int_{-1}^{x}(1+t)dt=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2} & -1\le x<0 \\ \int_{-1}^{0}(1+t)dt+\int_{0}^{x}(1-t)dt=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2} & 0\le x<1 \\ 1 & x\ge 1 \end{cases}$ （5 分）

（2） $P\{-2\le X\le \frac{1}{2}\}=F(\frac{1}{2})-F(-2)=\frac{7}{8}$. （5 分）

$$E(X)=\int_{-1}^{0}x(1+x)dx+\int_{0}^{1}x(1-x)dx=0$$

（3） $E(X^2)=\int_{-1}^{0}x^2(1+x)dx+\int_{0}^{1}x^2(1-x)dx=\frac{1}{6}$

$$D(X)=\frac{1}{6}$$

（5 分）

(4) $F_Y(y)=P\{e^{|Y|}\le y\}=\begin{cases} 0 & y<1 \\ F_X(Iny)-F_X(-Iny)=-In^2y+2Iny & 1\le y<e \\ 1 & y\ge e \end{cases}$

$$f_Y(y)=\begin{cases} \frac{2-2Iny}{y} & 1<y<e \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

（5 分）

五（1）（5 分）

X \ Y	1	2	3
0	0.1	0.2	0.1
1	0.3	0.1	0.2

(2) （5 分）

不独立。 $P\{X=0,Y=1\}\ne P\{X=0\}P\{Y=1\}$。

（3）（5 分）

X	0	1
P{X|Y=1}	0.25	0.75

六（1）（5 分）

$$F_X(x)=\lim_{y\to+\infty}F(x,y)=\begin{cases} 1-e^{-x} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}.$$

$$F_Y(y)=\lim_{x\to+\infty}F(x,y)=\begin{cases} 1-e^{-y} & y>0 \\ 0 & y\le 0 \end{cases}.$$

（2）（5 分）

$F_X(x)F_Y(y)=F(x,y),\forall x,y\in R, X和Y独立$。

（3）（5 分）

$P\{X\le 1, Y\le 2\}=F(1,2)=1-e^{-1}-e^{-2}+e^{-3}$。

七　（10 分=4+3+3）

$$f(x,y)=\begin{cases}2 & 0<x<1, 0<y<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}。$$

（1）$$f_X(x)=\begin{cases}\int_0^2 2dy=2x & 0<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}。$$

$$f_Y(y)=\begin{cases}\int_y^1 2dx=2(1-y) & 0<y<1\\ 0 & 其它\end{cases}.$$

（2）（5 分）

当 0 <y<1 时， $f_Y(y)>0$，

$$f_{X|Y}(x|y)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-y} & y<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}。$$