



厦门大学《微积分 I-1》课程试卷

_____学院_____系_____年级_____专业

试卷类型：(A 卷)

考试时间：2018.01.17

一、计算下列各题：(每小题 5 分，共 35 分)

1. 求函数 $y = x - 2\ln(1+x)$ ($x > -1$) 的极值.

得 分	
评阅人	

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} e^{-t^2} dt}{\sin^2 x}$.

得 分	
评阅人	

3. 求不定积分 $\int \frac{1-2x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

得 分	
评阅人	

4. 求不定积分 $\int x \arctan x dx$.

得 分	
评阅人	

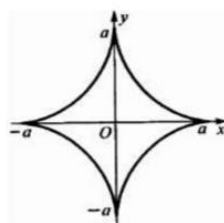
5. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{\sqrt{n^2+n}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}})$.

得 分	
评阅人	

6. 设 $e^x \sin x$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int e^{-x} f(x) dx$.

得 分	
评阅人	

7. 求星形线 $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ ($a > 0, 0 \leq t \leq 2\pi$) 的长度 s .



得 分	
评阅人	

二、计算下列各题：（每小题 7 分，共 35 分）

1. 求定积分 $\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{(1+x)\sqrt{1-x^2}} dx$.

得 分	
评阅人	

2. 求反常积分 $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$.

得 分	
评阅人	

3. 求不定积分 $\int \frac{3\sin x + 4\cos x}{2\sin x + \cos x} dx$.

得 分	
评阅人	

4. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上连续, 且满足

$$f(x) = \sin^3 x + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin x dx,$$

试求 $f(x)$.

得 分	
评阅人	

5. 计算 $\int_{-1}^1 (1+x+\sqrt{1-x^2})^2 dx$.

得 分	
评阅人	

三、(本题 12 分) 求直线 $y = x + 2$ ，抛物线 $y = x^2$ ($x \geq 0$) 及 y 轴所围图形的面积 A 和该图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积 V 。

得 分	
评阅人	

四、(本题 8 分) 设 $f(x)$ 为 $[a, b]$ 上连续的单调增加函数，证明：

$$\int_a^b xf(x)dx > \frac{a+b}{2} \int_a^b f(x)dx.$$

得 分	
评阅人	

五、(本题 10 分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx,$$

并由此计算 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x}{x(\pi-2x)} dx$.

得 分	
评阅人	