# 厦门大学《概率论与数理统计》课程

# 期中试题 2

考试日期：　　　　信息学院自律督导部整理

1. （**6 分**）设 $A, B$ 都出现的概率与 $A, B$ 都不出现的概率相等，且 $P(A) = p$，求 $P(B)$.

2. （**6 分**）设某光学仪器厂制造的透镜，第一次落下时打破的概率为 1/2，若第一次落下未打破，第二次落下打破的概率为 7/10，若前两次落下未打破，第三次落下打破的概率为 9/10. 试求透镜落下三次而未打破的概率.

3. （**8 分**）人们为了解一支股票未来一定时期内价格的变化，往往会去分析影响股票价格的基本因素，比如利率的变化. 现假设人们经分析估计利率下调的概率为 60%，利率不变的概率为 40%. 根据经验，人们估计，在利率下调的情况下，该支股票价格上涨的概率为 80%，而在利率不变的情况下，其价格上涨的概率为 40%，求该支股票将上涨的概率.

4. （**12 分**）一条自动生产线上的产品，次品率为 4%，求解以下两个问题:

   (1) 从中任取 10 件，求至少有两件次品的概率;

   (2) 一次取 1 件，无放回地抽取,求当取到第二件次品时，之前已取到 8 件正品的概率.

**5．（14 分）**设随机变量 $X$ 具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}kx, & 0\le x<3,\\ 2-\dfrac{x}{2}, & 3\le x\le 4,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

(1)确定常数$k$;　　(2)求$X$的分布函数$F(x)$;　　(3)求$P\{1<X\le 7/2\}$.

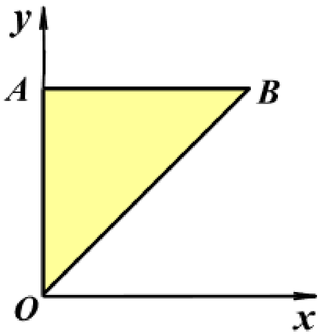
**6．（12 分）**设二维随机变量$(X,Y)$具有概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-(2x+y)}, & x>0, y>0,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

(1) 求分布函数 $F(x,y)$;　　(2) 求概率 $P\{Y\le X\}$.

**7.** **（12 分）**设店主在每日开门营业时，放在柜台上的货物量为 $Y$，当日销售量为 $X$ 假定一天中不再往柜台上补充货物，于是 $X \le Y$. 根据历史资料，$(X,Y)$ 的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1/200, & \text{当} 0 \le x \le y,\quad 0 \le y \le 20 \text{时}, \\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$




即 $(X,Y)$ 服从直角三角形区域 $OAB$ 上的均匀分布，见右图. 求

(1) 给定 $Y=y$ 条件下, $X$ 的条件分布.

(2)假定某日开门时, $Y=10$ 件,求这天顾客买走 $X \le 5$ 件的概率. 如果 $Y=20$ 件呢?

**8.** **（10 分）**某商店对某种家用电器的销售采用先使用后付款的方式. 记使用寿命为 $X$ (以年计), 规定:

$$\begin{aligned} X \le 1, &\quad \text{一台付款1500元;} \\ 1 < X \le 2, &\quad \text{一台付款2000元;} \\ 2 < X \le 3, &\quad \text{一台付款2500元;} \\ X > 3, &\quad \text{一台付款3000元.} \end{aligned}$$

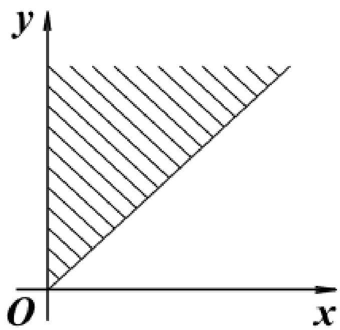
设寿命 $X$ 服从指数分布, 概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{10}e^{-x/10}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0.\end{cases}$$

试求该类家用电器一台收费 $Y$ 的数学期望.

9.（**20 分**）设随机变量 $(X,Y)$ 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$




(1) 求 $X$ 与 $Y$ 的边际概率密度，并判断 $X$ 与 $Y$ 是否相互独立;

(2) 求在 $Y=y$ 的条件下，$X$ 的条件概率密度;

(3) 求概率

$P\{X+2Y\le 1\}$， $P\{0\le X\le 1/2\,|\,Y\le 1\}$ $P\{X\ge 2\,|\,Y=4\}$.