厦门大学《线性代数I》课程期中试卷

试卷类型：　A　　考试日期　2016.11.12

得　分	
评阅人	

一（10分）．假设矩阵 A 和矩阵 B 可交换，其中 $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\0 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}x & y\\z & w\end{bmatrix}$，求所有满足交换条件的矩阵 B．

得　分	
评阅人	

二（10分）．设 $|A|=\begin{vmatrix}3 & -5 & 2 & 1\\1 & 1 & 0 & -5\\-1 & 3 & 1 & 3\\2 & -4 & -1 & -3\end{vmatrix}$ 的第 i 行第 j 列元素 a_{ij} 的代数余子式为 A_{ij}，计算 $A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}$．

得　分	
评阅人	

三（10 分）．已知 $A=\begin{bmatrix}1&2&3&0\\2&2&1&0\\3&4&3&0\\0&0&0&8\end{bmatrix}$,求 A^{-1}.

得　分	
评阅人	

四（10 分）当参数 a,b 满足什么条件时，方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=-1,\\4x_1+3x_2+5x_3-x_4=-1,\\ax_1+x_2+3x_3+bx_4=3\end{cases}$ 无解.

得　分	
阅卷人	

五（10 分）设行列式 $D_n=\begin{vmatrix} 2a & 1 & & & & \\ a^2 & 2a & 1 & & & \\ & a^2 & 2a & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & a^2 & 2a & 1 \\ & & & & a^2 & 2a \end{vmatrix}$，证明 $D_n=(n+1)a^n$.

得　分	
评阅人	

六（10 分）. 已知 A 和 B 均为三阶矩阵，将 A 的第三行的-2 倍加至第 2 行得到矩阵 A_1，将 B 中第 2 列加至第 1 列得到矩阵 B_1，又知

$A_1B_1=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$，求 AB.

得　分	
评阅人	

七（15 分）.　设 $A=\begin{bmatrix}\lambda & 1 & 1\\ 0 & \lambda-1 & 0\\ 1 & 1 & \lambda\end{bmatrix}, \beta=\begin{bmatrix}a\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$，已知线性方程组 $Ax=\beta$ 有无穷多解.（1）求 λ，a 的值；（2）求线性方程组 $Ax=\beta$ 通解.

得　分	
评阅人	

八（15 分）．已知 A，B 为三阶矩阵，且满足 $2A^{-1}B = B - 4E$，其中 E 是 3 阶单位矩阵.

（1）　证明矩阵 $A-2E$ 可逆；

（2）　若 $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，求矩阵 A.

得　分	
评阅人	

九（10 分）（1）设 $A=\left[a_{ij}\right]_{3\times 3}$ 是 3 阶非零矩阵，若 $a_{ij}+A_{ij}=0, i, j=1,2,3$，求 $\left|A\right|$.

（2）设 A 为 $m\times n$ 矩阵，证明 $R\left(A\right)=1$ 的充分必要条件是存在非零 m 维列向量 α 和非零的 n 维列向量 β，使得 $A=\alpha\beta^T$.