厦门大学《概率统计》期末试卷

考试日期:2012.1 (A) 信息学院自律督导部整理

1. (15 分) 一生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的.假设每箱平均重 50 千克，方差为 25 千克，若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保障不超载的概率大于 0.977. $(\Phi(2)=0.997)$

2. (15 分) 设 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$，并且相互独立，基于分别来自总体 X 和 Y 容量相应为 9 和 11 的简单随机样本，得样本均值 $\overline{X}$ 和 $\overline{Y}$，样本方差 S_X^2 和 S_Y^2。

记 $\xi=\dfrac{1}{2}(S_X^2+S_Y^2), \eta=\dfrac{1}{18}(8S_X^2+10S_Y^2)$，证明：(1) 统计量 S_X^2, S_Y^2, ξ，η 都是 σ^2 的无偏估计量；(2) η 在四个估计量 S_X^2, S_Y^2, ξ，η 中方差最小.

3. (15 分) 测量某种溶液中的水分，从它的 10 个测定值得出 $\overline{x}$=0.452(%),s=0.037(%).设测定值总体为正态，μ 为总体均值，σ 为总体标准差，试在水平 α=0.05 下检验.
(1) H_0：$\mu\geq 0.5$(%)；H_1：$\mu<0.5$(%).(2) H_0：$\sigma\geq 0.04$(%)；H_1：$\sigma<0.04$(%).

4. (15 分) 两台机床加工同一种零件，分别各取 8 个零件，量其长度得 $\overline{x}=81.625$，$\overline{y}=75.875$，$S_1^2=145.60$, $S_2^2=102.13$，假定零件长度服从正态分布，
(1) 检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$？ $(\alpha=0.05)$

（2）若认为两总体方差未知但相等，试求$\mu_1-\mu_2$在置信度为 0.95 下的置信区间.

5．(15 分)设$X_1, X_2, \cdots, X_n$来自几何分布

$$P(X=k)=p(1-p)^{k-1},\ k=1,2,\cdots,\quad 0<p<1,$$

试求未知参数p的极大似然估计.

6. (10 分)设总体X具有密度

$$f(x;\ \theta)=\begin{cases} C^{\frac{1}{\theta}}\dfrac{1}{\theta}x^{-(1+\frac{1}{\theta})}, & x>C, \\ 0\ , & \text{其他}. \end{cases}$$

其中参数$0<\theta<1,\ C$为已知常数，且$C>0$，从中抽得一个样本，$X_1, X_2, \cdots, X_n$，求θ的矩估计

7. (15 分) 在硝酸钠($NaNO_3$)的溶解度试验中，对不同的温度$t°C$测得溶解于 100ml 水中的硝酸钠质量Y的 9 次观测数据算得

$$\sum t=234,\ \sum y=811.8,\ \sum t^2=10144,\ \sum y^2=76317.82,\ \sum ty=24646.6$$

从理论知Y与t满足线性回归模型

（1）求Y对t的回归方程$y=a+\hat{b}t$；

（2）检验回归方程的显著性$(\alpha=0.01)$；($F_{0.01}(1,\ 7)=12.25$)

（3）求Y在$t=25$℃时的预测区间（置信度为 0.95）.($t_{0.025}(7)=2.3646$)