

## 17-18C

6. 质量为 $m$ 的质点在 $xOy$ 平面内运动, 质点的位置矢量为 $\vec{r} = a \cos \omega t \vec{i} + a \sin \omega t \vec{j}$ ,  $a$ 为正的常量, 则 $t$ 时刻质点的角动量 $\vec{L}$ 为 ( )

- A.  $ma^2 \omega \vec{k}$       B.  $2ma^2 \omega \vec{k}$       C.  $-3ma^2 \omega \vec{k}$       D.  $2ma^2 \cos^2 \omega t \vec{k}$

答案: A

7. 下列说法正确的是 ( )

- A. 刚体做匀速转动时, 各个点的速度相等;  
B. 刚体做匀速转动时, 各个点的加速度为零;  
C. 刚体做平动时, 刚体上各个点只能做直线运动;  
D. 刚体做定轴转动时, 刚体上各个点相对于转轴的角速度都相同。

答案: D

8. 两个均质圆盘 A 和 B 的质量密度分别为 $\rho_A$ 和 $\rho_B$ , 若 $\rho_A < \rho_B$ , 但两圆盘的质量与厚度相同。如两盘对通过盘心垂直于盘面轴的转动惯量各为 $J_A$ 和 $J_B$ , 则: ( )

- A.  $J_A > J_B$       B.  $J_A < J_B$   
C.  $J_A = J_B$       D.  $J_A, J_B$  哪个大, 不能确定。

答案: A

9. 悬挂与长度为 $l$ 的线绳末端的质量为 $m$ 的小球, 在竖直平面内以小角度摆动时做简谐震动, 其圆频率是: ( )

- A.  $\sqrt{\frac{g}{l}}$       B.  $\sqrt{\frac{l}{g}}$   
C.  $2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$       D.  $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

答案: A

10. 下列关于机械波的形成和传播的以下描述中哪项是正确的 ( )

- A. 机械波可以在真空中传输      B. 机械波的形成和传播须有波源和介质  
C. 横波可以在气体中传播      D. 纵波只能在固体中传播

答案: B

二、**填空题:** 本大题共 10 空, 每空 2 分, 共 20 分。请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无

分。

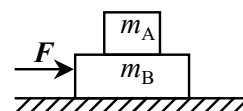
1. 一质量为  $m$  的质点以初速度  $v_0$  沿  $x$  轴正方向运动, 在运动过程中受到阻力  $f = -kv$ ,  $k$  为正常数。则初始的加速度为\_\_\_\_\_，质点的最大位移为\_\_\_\_\_。

答案:  $-kv/m$  (没负号扣一分);  $m v_0/k$

2. 在一直线上, 以  $F(t) = 6 - 2t$  的力 ( $t$  的单位为秒,  $F$  的单位为牛顿) 施于质量  $m = 2\text{kg}$ , 初速为  $12\text{m/s}$  的物体上, 则  $8\text{s}$  末的物体的速率为\_\_\_\_\_。

答案:  $v = 4\text{m/s}$

3. 已知  $m_A = 2\text{kg}$ ,  $m_B = 1\text{kg}$ ,  $m_A$  与  $m_B$  间及  $m_B$  与桌面间的摩擦系数均为  $\mu = 0.5$ , 今用水平力  $F = 10\text{N}$  推  $m_B$ , 则  $m_A$  与  $m_B$  的摩擦力  $f =$ \_\_\_\_\_,  $m_A$  的加速度  $a_A =$ \_\_\_\_\_。



答案: 0, 0

4. 刚体平动的特点: 刚体内所有质元具有相同的位移、\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。

答案: 速度, 加速度

5. 已知两同频率同方向的简谐振动  $x_1$ ,  $x_2$  振幅都为  $A$ ,  $x_1$  初始位置为  $-A$ ,  $x_2$  初始位置为  $0.5A$ , 初速度大于 0, 则两简谐振动初相位之差: \_\_\_\_\_, 以及合振动的振幅\_\_\_\_\_。

答案:  $\frac{2}{3}\pi$ ,  $A$

6. 质量为  $m$  的物体, 从高出弹簧上端  $h$  处静止自由下落到竖直放置在地面上的轻弹簧上, 弹簧的劲度系数为  $k$ , 则弹簧被压缩的最大距离为\_\_\_\_\_

答案:  $\frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2mgh}{k}}$

二、**计算题:** 本大题共 5 小题, 每小题 12 分, 共 60 分。请在答题纸上按题序作答, 并标明题号。

1. 一质点在  $xOy$  平面作曲线运动, 位置矢量沿  $x$  轴的分量  $x = 4t + 2$ , 位置矢量沿  $y$  轴的分量  $y = t^2 + t + 3$ 。求  $t$  时刻: (1) 质点的速度; (2) 质点的加速度; (3) 质点的轨道方程。

参考解答: (每小题 4 分)

(1) 质点的速度为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 4$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 2t + 1$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = 4\vec{i} + (t+1)\vec{j}$$

(2) 质点的加速度为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 2$$

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{j}$$

(3) 质点的轨道方程

$$y = \frac{1}{16}x^2 + \frac{11}{4}$$

2. 一光滑斜面的倾角为  $\theta=45^\circ$ , 将质量为  $1\text{kg}$  的物体挂在斜面顶端。

(1) 当斜面以加速度  $a = 3.0\text{m/s}^2$  沿如图所示的方向运动时, 求绳中的张力及小球对斜面的正压力。

(2) 当斜面的加速度至少为多大时, 小球将脱离斜面?

(其中重力加速度  $g = 10\text{m/s}^2$ )

**参考解答:** (第一小题 9 分; 第二小题 3 分)

(1) 受力分析如图所示。

对小球, 由牛顿第二定律有

$$x\text{方向: } T\cos\theta - N\sin\theta = ma$$

$$y\text{方向: } T\sin\theta + N\cos\theta - mg = 0$$

联立上述二式求解, 可得

$$T = \frac{13\sqrt{2}}{2} N = 9.19\text{N}$$

$$N = \frac{7\sqrt{2}}{2} N = 4.95\text{N}$$

由牛顿第三定律, 小球对斜面的压力  $N' = N = \frac{7\sqrt{2}}{2} N = 4.95\text{N}$

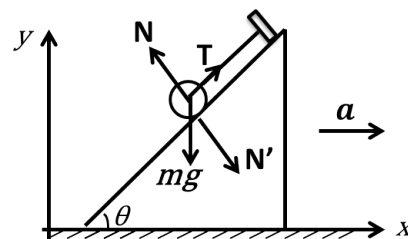
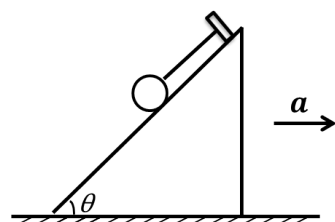
(2) 小球刚要脱离斜面时  $N=0$ , 则上面牛顿第二定律方程为

$$T\cos\theta = ma$$

$$T\sin\theta = mg$$

由此二式可解得

$$a = g / \tan\theta = 10 / \tan 45^\circ = 10\text{m/s}^2$$



3. 一列沿  $x$  轴正方向传播的入射波，其波动表达式为： $y_1 = A \cos 2\pi(t - x)$ 。该波在距坐标轴原点  $O$  为  $8\text{ m}$  的  $x_1$  处被一垂直面反射，反射点为一波节。求：
- (1) 反射波的波动表达式；
  - (2) 驻波的表达式；
  - (3) 原点  $O$  到  $x_1$  间各个波节和波腹的坐标。

参考解答：（第一小题 6 分；第二小题 2 分；第三小题 4 分）

根据波动表达式  $y(x, t) = A \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$ ,

可知  $\lambda = 1$ ，所以  $8\text{ m}$  处为  $8\lambda$  处。

令原点的振动表达式： $y_{10} = A \cos 2\pi t$

反射波在  $O$  点的振动相位比入射波在  $O$  点的振动相位要落后。）（考虑反射端有半波损失）

$$2\pi \frac{(2x_0)}{\lambda} + \pi = 2\pi \frac{(2 \times 8\lambda)}{\lambda} + \pi = 33\pi$$

反射波在  $O$  点的振动表达式为

$$y_{20} = A \cos(2\pi t - 33\pi) = A \cos(2\pi t - \pi)$$

反射波的波动表达式为

$$y_2 = A \cos[2\pi(t + x) - \pi]$$

(2) 驻波表达式为

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= A \cos[2\pi(t - x)] - A \cos[2\pi(t + x)] \\ &= 2A \sin(2\pi t) \sin(2\pi x) \end{aligned}$$

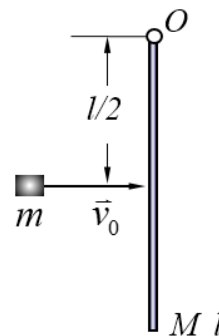
(3) 原点  $O$  和  $x_0 = 8\lambda$  处均为波节，相邻波节间距为  $\lambda/2$ ，故各波节点的坐标为

$$x_N = \frac{k}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, 16)$$

各波腹点的坐标为

$$x_L = \frac{1}{4} + \frac{k}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, 15)$$

4. 如图所示，质量为  $M$ ，长为  $l$  的均匀细棒静止于水平桌面上，细棒可绕通过其端点  $O$  的竖直固定光滑轴转动，棒与桌面间的滑动摩擦系数为  $\mu$ 。今有一质量为  $m$  的滑块在水平面内以  $v_0$  的速度垂直于棒长的方向与棒的中心端相碰，碰撞后滑块的速率不变且向相反运动。求：



- (1) 碰撞后细棒所获得的初始角速度大小；
- (2) 碰撞后细棒在转动过程中所受的摩擦力矩；
- (3) 碰撞后细棒到最后停止转动所需要的时间。

(1) 根据角动量守恒：

$$\frac{l}{2}mv_0 = -\frac{l}{2}mv_0 + J\omega_0$$

$$J = \frac{1}{3}Ml^2$$

将①②式联立可得：

$$\omega_0 = \frac{3mv_0}{Ml}$$

$$(2) dM = \lambda dx$$

单位长度受到的摩擦力矩为：

$$dM_f = x \cdot \mu \lambda dx g$$

所受摩擦力矩为

$$M_f = \int_0^l \mu \lambda g x dx = \frac{1}{2} \mu M g l$$

方向：顺时针方向

$$(3) M_f = J\alpha$$

$$\alpha = \frac{3\mu g}{2l}$$

$$\omega = \omega_0 - \alpha t = 0$$

$$t = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{2mv_0}{\mu M g}$$

5. 一沿  $x$  轴正方向传播的平面简谐波在  $0\text{ s}$  和  $0.01\text{ s}$  的波形图如图所示，假设该时段内波动向前传输的距离小于一个波长，

(1) 求该平面简谐波的波速和初相位；

(2) 写出该平面简谐波的波函数。

参考解答：（第一小题 4 分；第二小题 8 分）

解：(1) 根据图可知：波长  $\lambda=2\text{m}$ ，固在该时间段内的

$$u \cdot \Delta t = 1.25 - 0$$

$$u = 125\text{ m/s}$$

因为  $y_{O0} = 0$ ， $v_{O0} > 0$ ，所以  $\varphi_0 = \pi$

(2) 根据图可知： $A=2\text{ m}$

$$\text{周期 } T = \frac{\lambda}{u} = 0.016\text{ s};$$

$$\text{圆频率 } \omega = \frac{2\pi}{T} = 125\pi;$$

$$y(x, t) = 2 \cdot \cos \left[ 125\pi \left( t - \frac{x}{125} \right) + \pi \right]$$

