期末考试通知

时间: 1月8日 (下周周三)

早 8:00-10:00

地点: 1号楼 C103

内容:振动和波，波动光学（第4，12章）

期末复习

第四章 振动和波

1. 简谐振动的动力学特征

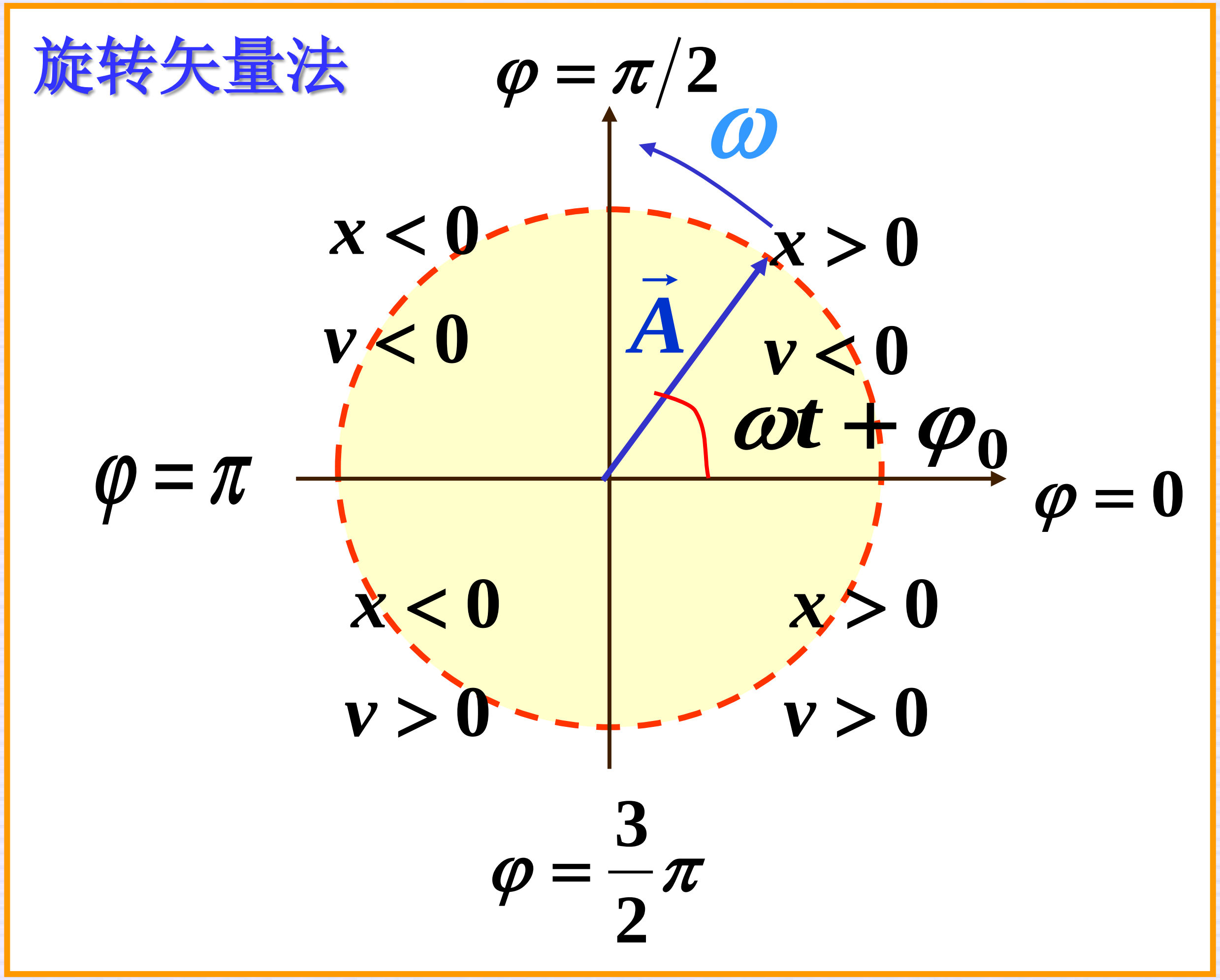
$$F=-kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$$

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

第四章 振动和波

2. 简谐振动的描述（要求会计算相位，写振动方程）



$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

特征量	ω, T, ν	A	$\omega t+\varphi, \varphi$
表达式	$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ $T=\frac{2\pi}{\omega}$ $\nu=\frac{1}{T}$	$A=\sqrt{x_0^2+\frac{\upsilon_0^2}{\omega^2}}$	$\varphi=\arctan(-\frac{\upsilon_0}{\omega x_0})$
物理意义	**ω**：振动的快慢，单位时间的相位变化。 **T:** 单位时间完成全振动的次数。 **ν**：单位时间内完成全振动的次数。	**A:**最大位移的 大小。	φ ：振动的初始状态。

3. 简谐振动的能量

$$E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E = E_{\mathrm{k}} + E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}kA^2 \propto A^2$$

4. 简谐振动的合成

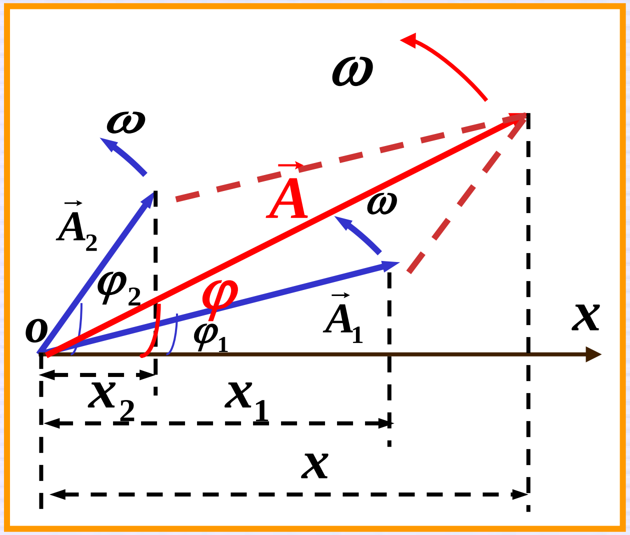
$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

合振动:

振幅: $$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

初相: $$\varphi = \mathrm{arctg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$



$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

5. 平面简谐波 （要求会写波函数）

$$y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]$$

$$=A\cos[\omega t+\varphi-2\pi\frac{x}{\lambda}]$$

$$=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi]$$

$$=A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut-x)+\varphi]$$

$$u=\frac{\lambda}{T}=\nu\lambda$$

6. 波的能量

能量密度: $w = w_p + w_k = \rho\omega^2 A^2 \sin^2\left[\omega(t - \frac{x}{u})\right]$

平均能量密度: $\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w dt = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$

能流密度: $\vec{J} = w\vec{u}$

平均能流密度（波的强度）：

$$I = \overline{w}u = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 u$$

$$I \propto A^2$$

7. 波的干涉

➢ 波源的相干条件

1）频率相同；

2）振动方向平行；

3）相位相同或相位差恒定.

$$\begin{cases} A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \\ \Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\dfrac{r_2-r_1}{\lambda} \end{cases}$$

8. 驻波

➢ 驻波方程 $$y = y_1 + y_2 = 2A_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos \omega t$$

相邻波腹（节）间距 $= \lambda/2$

相邻波腹和波节间距 $= \lambda/4$

9. 半波损失

波疏->波密介质->反射半波损失(相位变化 π，波程损失 $\lambda/2$)

波密->波疏介质->无半波损失

要求会计算由入（反）射波波函数和反射点坐标写反（入）射波波函数；会写由此叠加形成的驻波方程。

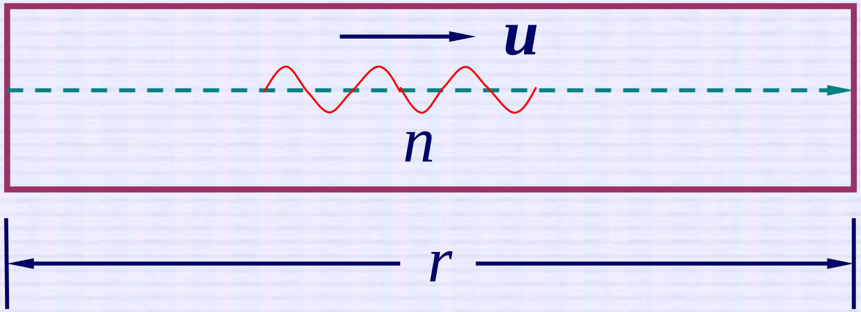
第十二章 波动光学

1. 光程

光通过某一媒质的光程等于光在相同时间里在真空中所传播的几何路程:

$$l = c\Delta t = c(r/u) = (c/u)r = nr$$

$$\boxed{l = nr}$$



第十二章 波动光学

2. 干涉明暗条纹条件

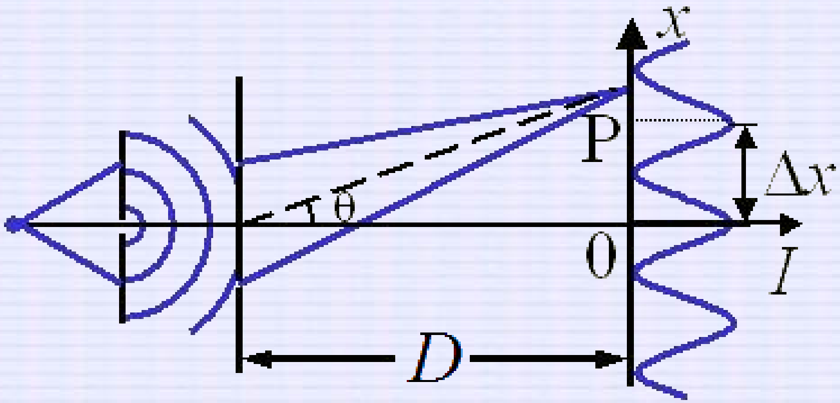
光程差

$$\delta = l_2 - l_1 = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{明} \\ \pm (k + \dfrac{1}{2})\lambda & \text{暗} \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \begin{cases} \pm 2k\pi & \text{明} \\ \pm(2k+1)\pi & \text{暗} \end{cases}$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \qquad I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

杨氏双缝干涉



波面分割 → 相干光

$$\delta = r_2 - r_1 = d \cdot \frac{x}{D}$$

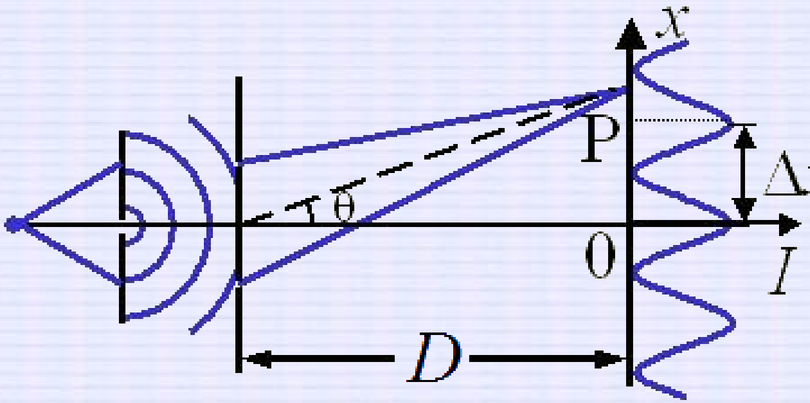
明纹： $\delta = \pm k\lambda$ $\quad x_{\pm k} = \pm k \frac{D}{d}\lambda \quad (k = 0,1,2....)$

条纹间距： $\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$

➢ 波长对条纹的影响

3. 杨氏双缝干涉

波面分割 → 相干光



$$\delta = r_2 - r_1 = d \cdot \frac{x}{D}$$

明、暗条纹的位置

$$x = \begin{cases} \pm k\dfrac{D}{d}\lambda & \text{明纹} \\ \pm\dfrac{D}{d}(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k = 0,1,2,\cdots$$

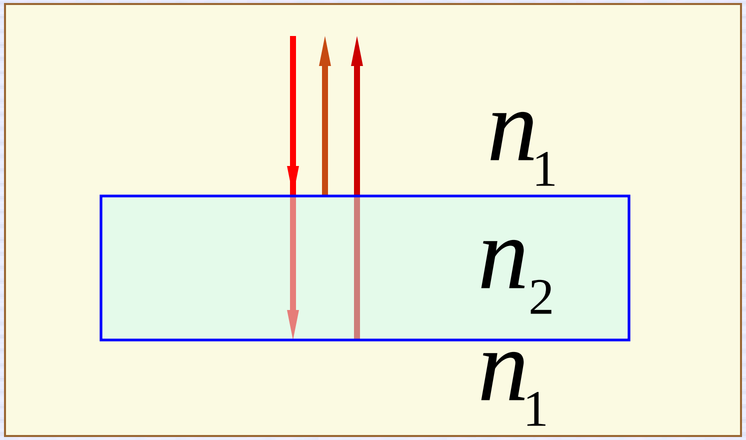
条纹间距：$\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

4. 薄膜干涉

- 当光线垂直入射时 $i = 0^\circ$

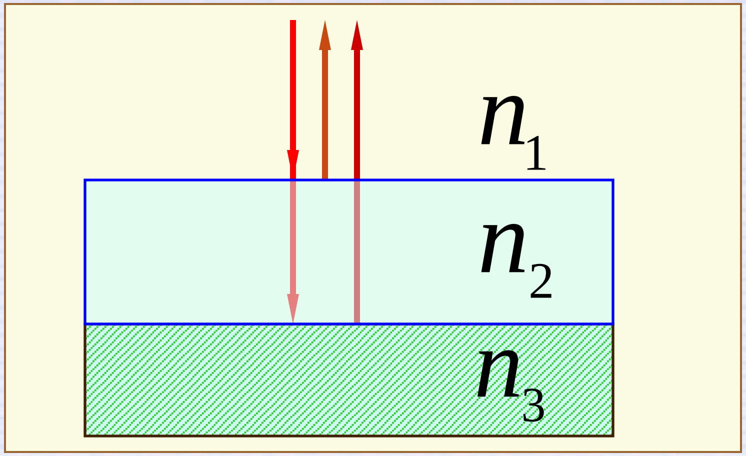
当 $n_2 > n_1$ 时

$$\Delta_r = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2}$$



当 $n_3 > n_2 > n_1$ 时

$$\Delta_r = 2dn_2$$



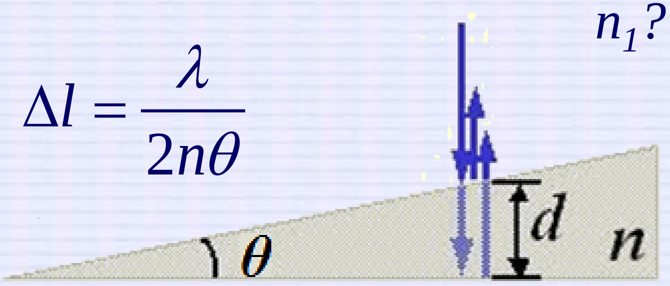
注意 半波损失

5. 等厚干涉

劈尖干涉

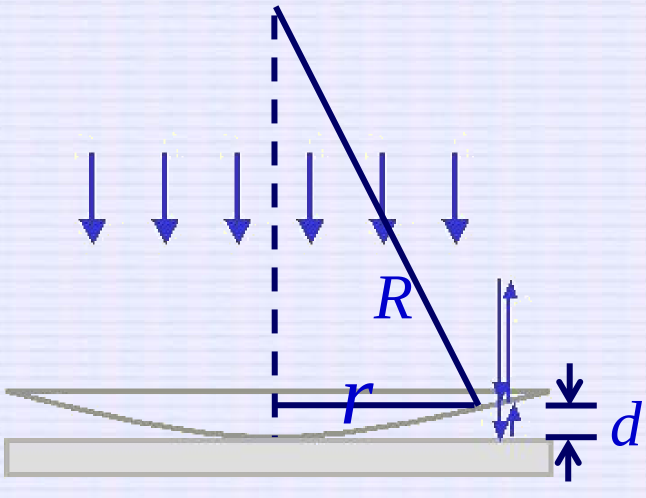
$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2n\theta}$$



牛顿环

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}; \qquad d = \frac{r^2}{2R}$$

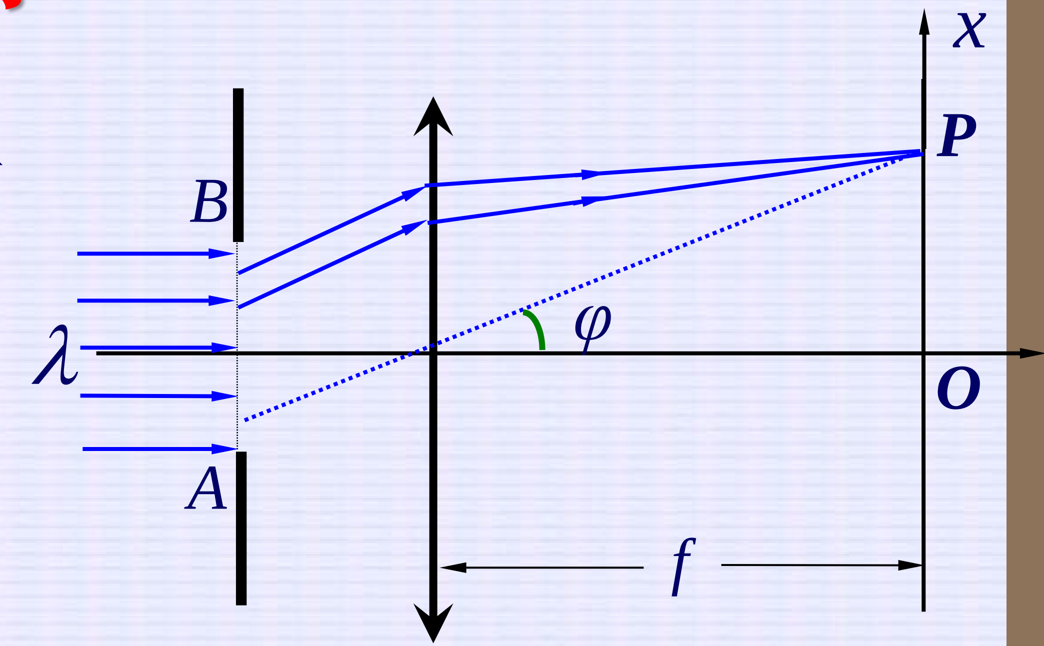


光程差和半波损失：

要注意**具体问题具体分析.**

6. 夫琅禾费单缝衍射

明暗分布—半波带法



$$\delta = b\sin\varphi = 0$$

— 中央明纹中心

$$b\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \quad (k = 1,2,3,\ldots)$$ — 暗纹

$$b\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1,2,3,\ldots)$$— 明纹中心

6. 夫琅禾费单缝衍射

2. 光强分布—振幅矢量法（旋转矢量法）

$$I = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$$

其中 $u = \dfrac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}$,

$\boldsymbol{I_0}$— 中央明纹中心光强

3. 中央明纹的宽度

—两个第一级暗纹间的距离

角宽度 $\Delta\varphi_0 \approx 2\dfrac{\lambda}{b}$

线宽度 $\Delta x_0 \approx 2f\dfrac{\lambda}{b}$

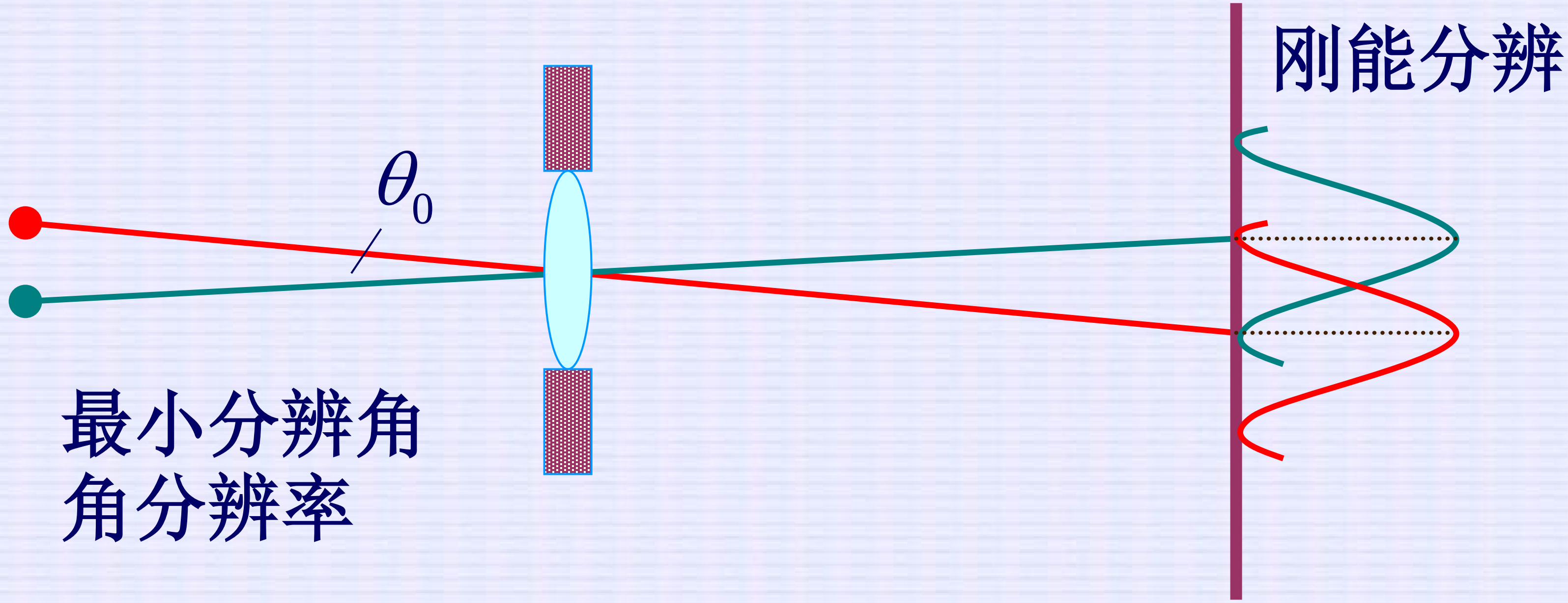
7. 光学仪器的分辨本领

最小分辨角：

$$\boxed{\theta_0 = \theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D}}$$

分辨率：

$$\boxed{M = 1/\theta_0}$$



8. 光栅衍射图样

1）当P点的位置（由θ决定）满足光栅方程：

$$\boxed{d\sin\theta = \pm k\lambda \qquad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots)}$$

则P点为第k级主极大。在此处形成一亮而细的条纹。

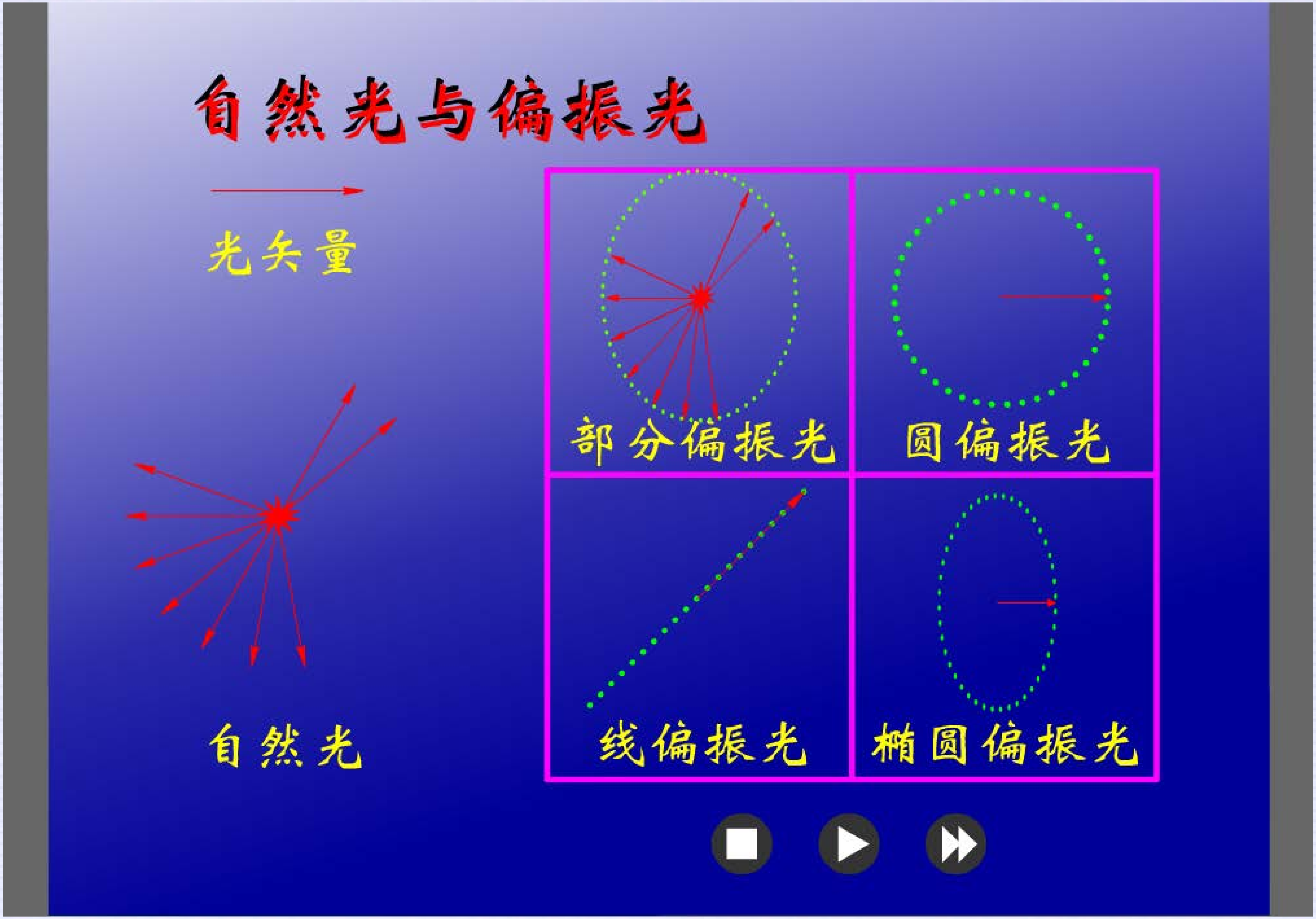
2）相邻两主极大之间有N-1个暗纹中心，N-2个次极大，次极大的亮度比主极大小得多。

3）缺级条件

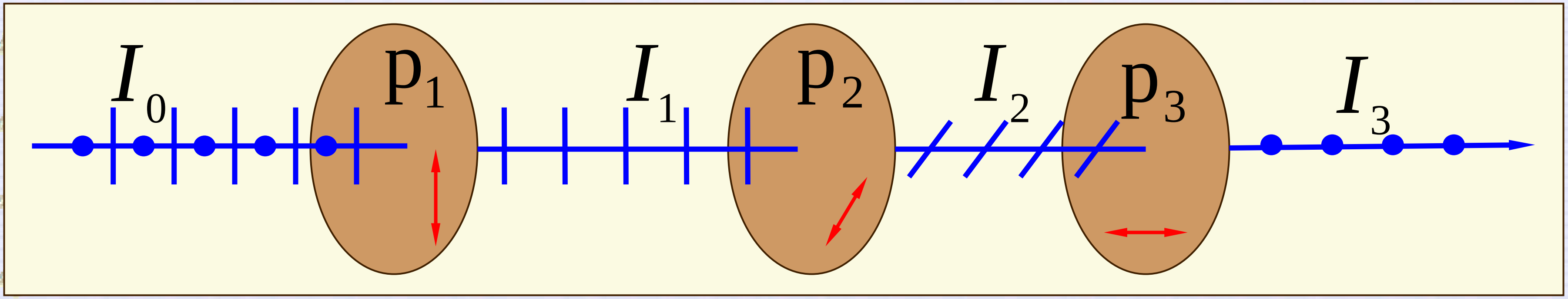
$$\boxed{\begin{cases} d\sin\theta = \pm k\lambda & (k = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots) \\ b\sin\theta = \pm k'\lambda & (k' = 1,\ 2,\ \cdots\cdots) \end{cases}}$$

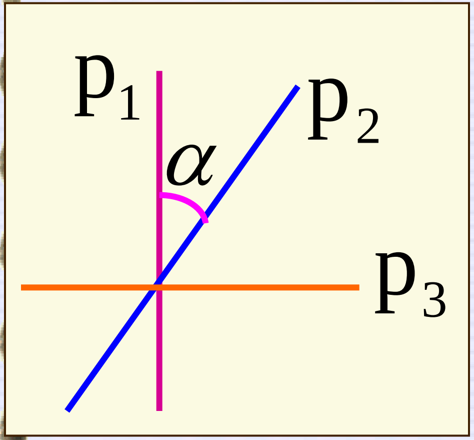
$$\frac{d}{b} = \frac{k}{k'} \quad k, k'\text{均取整数}$$

9. 偏振光



马吕斯定律（对线偏振光） $I_{出} = I_{入}\cos^2\alpha$





$$I_2 = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha \quad I_3 = I_2\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$I_3 = I_2\sin^2\alpha = \frac{1}{2}I_0\cos^2\alpha\sin^2\alpha$$

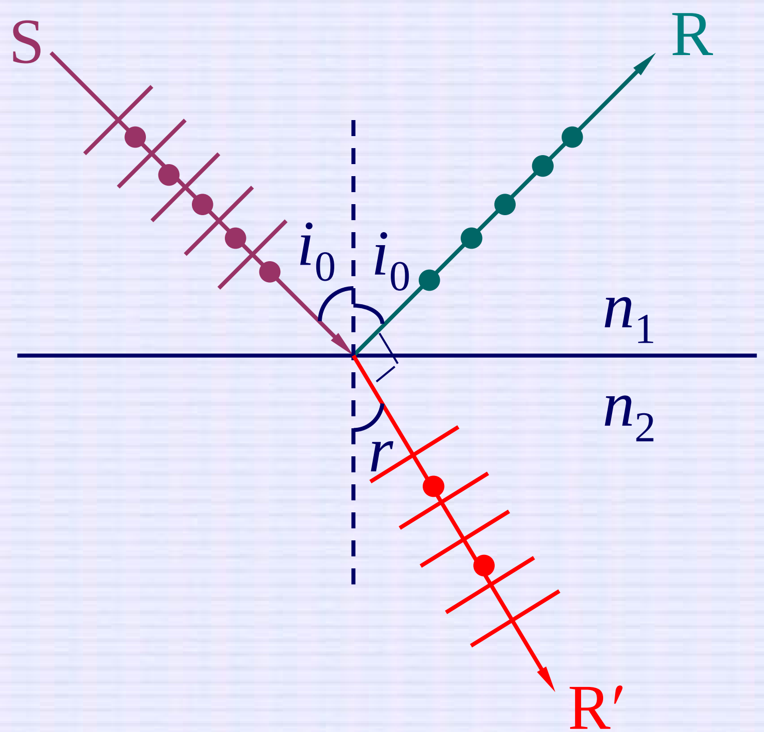
$$I_3 = \frac{1}{8}I_0\sin^2 2\alpha$$

10. 布儒斯特定律

当入射角满足： $i_0+r=\pi/2$

$$\boxed{\tan i_0=\frac{n_2}{n_1}}$$

时，反射光为线偏振光，振动方向垂直入射面；折射光为部分偏振光，平行入射面的振动占优势。i_0 称为布儒斯特角。



往年试卷结构（参考）

- 1. 简谐振动证明，求振动表达式，周期，频率，相位
- 2. 波动表达式，入（反）射波，驻波方程，波腹波节
- 3. 杨氏双缝干涉，条纹位置，间距，明暗，条数
- 4. 薄膜干涉，等厚膜，劈尖，牛顿环
- 5. 单缝衍射，条纹位置，间距，明暗，条数
- 6. 光栅衍射，主极大条纹，缺级
- 7. 偏振光，马吕斯定律
- 8. 布儒斯特定律，布儒斯特角

1、（15 分）一轻质弹簧连接一小物体放置于光滑的水平桌面上，弹簧的劲度系数为 $0.72N\cdot m^{-1}$，小物体质量为 $20g$，以系统平衡位置为坐标原点，

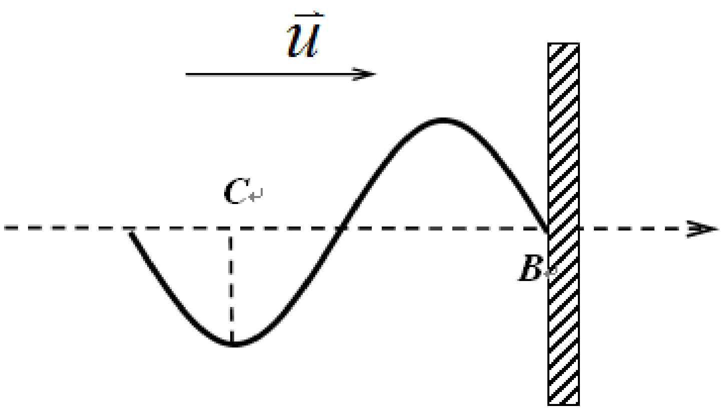
（1） 证明物体作简谐振动；

（2） 将物体自平衡位置拉至 $x=5cm$ 处停止后释放，以物体的初位移为 x 轴正方向，求物体的运动方程；

（3） 求物体从初始位置第一次运动到 $A/2$ 位置时速度的大小和方向。

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{k}{m}x=0$ （2） $x=0.05\cos(6t)m$ （3） $v=\dfrac{dx}{dt}=-A\omega\sin\omega t=-0.26\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

2、（15 分）一平面简谐波沿 x 轴正方向传播，$t=0$ 时刻的波形图如图所示，设波的振幅为 A，频率为 ν，波速为 u，



（1）以 C 为坐标原点，写出该列波的波函数；

（2）若波在 B 处被反射，且 B 点为波节，以 B 为坐标原点，分别写出入射波和反射波波函数；

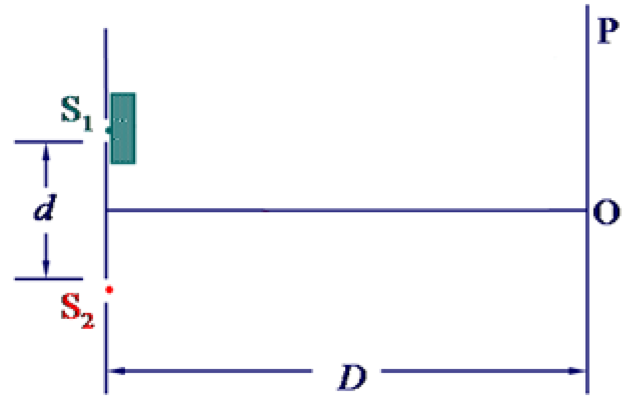
（3）以 B 为原点，求合成波的波函数，并分析波节与波腹位置。

波腹 $x=\dfrac{2k+1}{4}\lambda$ 波节 $x=\dfrac{k}{2}\lambda$

（1） $y(x,t)=A\cos[2\pi\nu(t-\dfrac{x}{u})+\pi]$ （2） $y_{入}(x,t)=A\cos[2\pi\nu(t-\dfrac{x}{u})-\dfrac{\pi}{2}]$ $y_{反}(x,t)=A\cos[2\pi\nu(t-\dfrac{x}{u})+\dfrac{\pi}{2}]$

3、（15 分）

已知杨氏双缝干涉实验中，双缝间距 $d=0.2mm$，观察屏到双缝的距离 $D=0.5m$，入射光波长 $\lambda=600nm$。今用一厚度 $e=1.8\times10^{-3}mm$、折射率 $n=1.5$ 的云母片覆盖上面的一条缝。求：



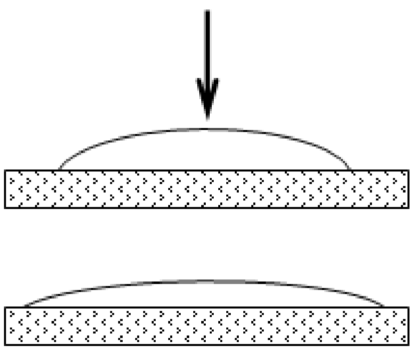
（1）零级明条纹的位置； （1）$x_0 \approx D\varphi_0 = 2.25\times10^{-3}m$

（2）观察屏上 O 点处是明条纹还是暗条纹？ （2）暗条纹

（3）相邻两明条纹的距离是多少？ （3）$\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda = 1.5mm$

4、（12 分）

在平面玻璃片上放一油滴，并展开成圆形油膜，在波长 $\lambda=600nm$ 的单色光垂直入射下，从反射光中可观察到油膜所形成的干涉条纹。玻璃和油膜的折射率分别为1.5和1.2。



（1）当油膜中心最高点与玻璃片的上表面相距 $e=800nm$ 时，可以看到几个明环？ （1）能看到0,1,2,3, —— 共4条明纹（环）；

（2）当油膜展开之后，干涉条纹如何变化？（2）条纹间距变大，条纹数减少，边缘依然还是明纹

5（14 分）两块玻片构成一空气劈尖，$\theta=1\times10^{-4}rad$，用 $\lambda=600nm$ 单色光垂直照射，观察反射光的干涉条纹。

（1）将下面的玻片向下平移，使某处有 10 条条纹移过，求玻片向下平移的距离；

（2）将某种液体均匀地注入劈尖中，发现第 10 条明纹移动了 $0.66cm$ 的距离，求该液体的折射率 n（假设液体的折射率 n 小于玻片的折射率）。

（1）$d=\Delta e=3000nm=3\mu m$

（2）$n=\dfrac{e}{e-\Delta e}=\dfrac{2.85}{2.85-0.66}=1.3$

6、（15 分）波长为 $600nm$ 的单色光垂直入射一光栅，第二级明纹出现在 $\sin\varphi=0.2$ 处，第四级缺级，问：

（1）光栅常数 d 多大？ （1）$d=6.0\times10^{-6}m$

（2）光栅上狭缝的最小宽度 b 是多大？ （2）$b_{\min}=1.5\times10^{-6}m$

（3）按照上述选定的 d,b 值，在观测屏上最多能看到几条明纹？

(3)能看到的条纹为：$0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm7,\pm9$ 共 15 条。

7.　（14 分）两偏振片 A 和 B 平行放置，A 与 B 的通光方向成 $\theta = 45^\circ$ 角。一束强度为 I_0 的线偏振光垂直入射，且光矢量的振动方向与偏振片 A 的通光方向平行。求：

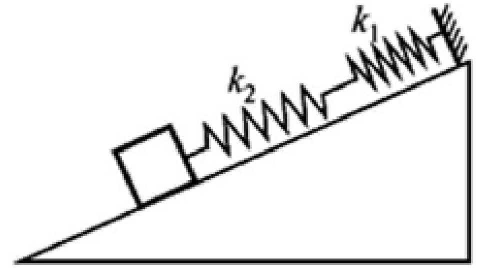
（1）　入射光沿从 A 至 B 的方向透过两个偏振片后的光强；

（2）　若入射光为自然光，光强仍为 I_0，欲使透射光光强为入射光光强的 $1/8$，则两偏振片的夹角 θ 角应为多大？

（1）$I_2 = I_1 \cos^2 45^0 = I_0 \cos^2 45^0 = \dfrac{I_0}{2}$

（2）　$\theta = 60^\circ$

1、（15 分）如图所示，两个轻弹簧的劲度系数分别为k_1、k_2，与一质量为 m 的物体联系一起，在光滑的斜面上运动，



（1）写出系统的动力学方程，证明物体的运动是简谐振动；

（2）若计时开始时，系统处于平衡位置，使物体具有斜向下的初速度v_0，以沿斜面向下为 x 轴的正方向，求物体的运动方程。

（1）$\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}x=0$　　（2）$x=v_0\sqrt{\dfrac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\cos\left(\sqrt{\dfrac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}t-\dfrac{\pi}{2}\right)$

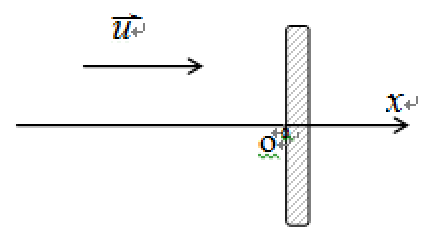
2、（15 分）

设一列入射波的表达式为$y_1(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})]$，在 $x=0$ 处发生反射，反射点固定不动，

求：（1）反射波的表达式；

（2）合成的驻波的表达式；

（3）各波腹和波节的位置。



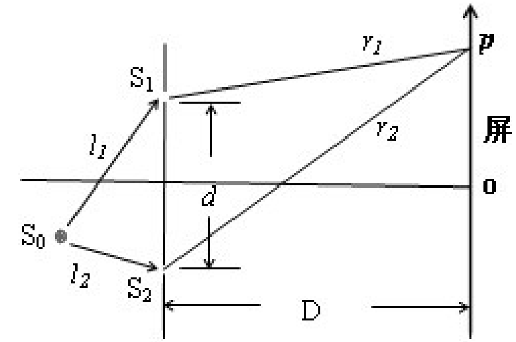
1

$$(1)\,y_2=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})-\pi]\quad (2)\,y=y_1+y_2=2A\sin(\frac{\omega}{u}x)\sin(\omega t)$$

(3)波腹$x_k=-(2k+1)\dfrac{\pi u}{2\omega}$

波节$x=-k\dfrac{\pi u}{2\omega}$

3、(12 分)在真空中的双缝干涉实验中，单色光源 S_0 到两缝 S_1 和 S_2 的距离分别为 l_1 和 l_2，并且 $l_1 - l_2 = 3\lambda$，λ 为入射光的波长，双缝之间的距离为 d，双缝到屏幕的距离为 D ($D \gg d$)，如图所示。求：



(1) 零级明纹到屏幕中央 O 点的距离；

(2) 相邻两明条纹间的距离。

(1) $x_0 = Dtg\varphi_0 \approx D\sin\varphi_0 = \dfrac{3\lambda D}{d}$　　(2) $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \dfrac{\lambda D}{d}$

4、(12 分)用波长为 $500nm$ 的单色光垂直照射到由两块光学平玻璃构成的空气劈形膜上。在观察反射光的干涉现象中，距劈形膜棱边 $L = 1.56cm$ 的 A 处，是从棱边算起的第四条暗条纹中心。

(1) 求此空气劈形膜的劈尖角 θ；

(2) 改用 $600nm$ 的单色光垂直照射到此劈尖上，仍观察反射光的干涉条纹，问 A 处反射光的干涉情况如何？

(1) $\theta \approx \sin\theta \approx tg\theta = \dfrac{d_A}{L} = 4.81\times10^{-5} rad$　　(2) $d_A = (2\times3-1)\dfrac{\lambda_2}{4} = 1.25\lambda_2$（明条纹）

5、（10 分）在夫琅禾费单缝衍射实验中，如果缝宽 a 与入射光波长 λ 的关系分别为：

（a） $a=\lambda$ ；（b） $a=5\lambda$；（c） $a=10\lambda$ ，

（1）试分别计算中央明条纹边缘所对应的衍射角分别是多大？

（2）讨论计算的结果说明什么问题。

(1) （a） $a=\lambda$ ， $\sin\varphi=\dfrac{\lambda}{\lambda}=1 \quad\Rightarrow\quad \varphi=90^0$；

（b） $a=5\lambda$ ， $\sin\varphi=\dfrac{\lambda}{5\lambda}=\dfrac{1}{5} \quad\Rightarrow\quad \varphi=11.54^0=11^0 32'$

（c） $a=10\lambda$， $\sin\varphi=\dfrac{\lambda}{10\lambda}=\dfrac{1}{10} \quad\Rightarrow\quad \varphi=5.73^0=5^0 44'$ ；

（2）这说明，比值 $\dfrac{\lambda}{a}$ 变小的时候，所求的衍射角变小，中央明纹变窄，其它明纹也相应地变为更靠近中心点，因此，衍射效应越来越不明显。

6、（16 分）波长 $\lambda=600\ nm$ 的单色平行光垂直入射到一平面衍射光栅上，发现有两个相邻的主极大分别出现在 $\sin\varphi=0.20$ 和 $\sin\varphi=0.30$ 的方向上，且第四级缺级，问：

（1）光栅常数 d 是多大？

（2）光栅上狭缝的最小宽度 a 是多大？

（3）按上述选定的 d 、 a 值，求在屏幕上可能呈现的全部主极大的级次。

（1） $d=\dfrac{\lambda}{0.1}=6\times10^{-6}$ m

（2） $a=\dfrac{d}{4}=1.5\times10^{-6}$ m

(3) 全部主极大的级次为 $0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm5, \pm6, \pm7, \pm9$

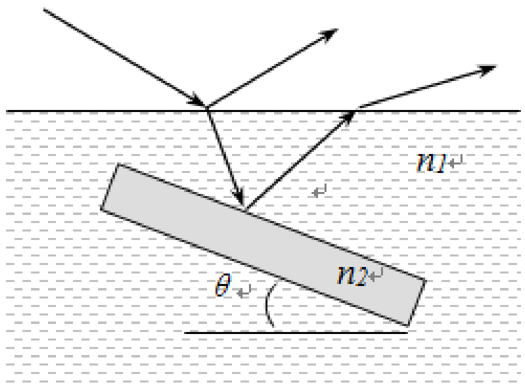
7、（10 分）一束光强为I_0的自然光垂直入射在三个平行放置的偏振片 P_1、P_2、P_3 上，已知 P_1 与 P_3 的偏振化方向相互垂直。求：

（1）P_2 与 P_1 的偏振化方向之间夹角为多大时，穿过第三个偏振片的透射光强最大？

（2）此时光强最大值为多少？

（1）$I_3 = \frac{1}{8} I_0 \sin^2 2\theta$　　（2）$I_3 = \frac{1}{8} I_0$

8、（10 分）如图所示，一块折射率为$n_2 = 1.50$的平面玻璃浸在折射率为$n_1 = 1.30$的水中，已知一束光入射到水面时反射光是完全线偏振光。若要使玻璃表面的反射光也是完全线偏振光，则玻璃表面与水平面的夹角θ应为多大？



$$\because tgi_{10} = n_1 = 1.30 \quad \Rightarrow \quad i_{10} = 52.4^0$$

$$又\because tgi_{20} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.50}{1.30} \quad \Rightarrow \quad i_{20} = 49.1^0$$

$$i_{20} = (\frac{\pi}{2} - i_{10}) + \theta \quad \Rightarrow \quad \theta = i_{10} + i_{20} - \frac{\pi}{2} = 11.5^0$$