总体均值的区间估计

（正态总体：σ^2 已知实例）

【1】某种零件长度服从正态分布，从该批产品中随机抽取 9 件，测得其平均长度为**21.4 mm**。已知总体标准差 σ **=0.15mm**，试建立该种零件平均长度的置信区间，给定置信水平为**0.95**。

解：已知 $X \sim N(\mu, 0.15^2)$， $\bar{x}=2.14$，$n=9$，
$1-\alpha = 0.95$， $Z_{\alpha/2}=1.96$
总体均值μ的置信区间为

$$\left(\bar{x}-Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$=\left(21.4-1.96\frac{0.15}{\sqrt{9}},21.4+1.96\frac{0.15}{\sqrt{9}}\right)$$

$$=(21.302,21.498)$$

我们可以95％的概率保证该种零件的平均长度在**21.302～21.498 mm**之间

总体均值的区间估计

（非正态总体：实例）

【2】某大学从该校学生中随机抽取100人，调查到他们平均每天参加体育锻炼的时间为26分钟。试以95％的置信水平估计该大学全体学生平均每天参加体育锻炼的时间（已知总体方差为36分钟^2）。

解：已知 $\bar{x}=26$，$\sigma=6$，$n=100$，

$1-\alpha = 0.95$，$Z_{\alpha/2}=1.96$

$$\left(\bar{x}-Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$=\left(26-1.96\frac{6}{\sqrt{100}},26+1.96\frac{6}{\sqrt{100}}\right)$$

$$=(24.824,27.176)$$

我们可以95％的概率保证平均每天参加锻炼的时间在24.824～27.176 分钟之间

总体均值的区间估计
（σ^2 未知实例）

【3】从一个正态总体中抽取一个随机样本，$n = 25$，其均值 $\bar{x} = 50$，标准差 $s = 8$。建立总体均值 μ 的95%的置信区间。

解：已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$\bar{x}=50$，$s=8$，$n=25$，$1-\alpha=0.95$，$t_{\alpha/2}=2.0639$。

$$\left(\bar{x}-t_{\alpha/2}\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}, \bar{x}+t_{\alpha/2}\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$$

$$=\left(50-2.0639\frac{8}{\sqrt{25}},\ 50+2.0639\frac{8}{\sqrt{25}}\right)$$

$$=(46.69,\ 53.3)$$

我们可以95％的概率保证总体均值在46.69～53.30 之间

总体比例的置信区间
（实例）

【4】某企业在一项关于职工流动原因的研究中，从该企业前职工的总体中随机选取了200人组成一个样本。在对其进行访问时，有140人说他们离开该企业是由于同管理人员不能融洽相处。试对由于这种原因而离开该企业的人员的真正比例构造95%的置信区间。

解：已知 $n=200$ ，$\hat{p}=0.7$ ，$n\hat{p}=140>5$，$n(1-\hat{p})=60>5$，α= 0.95，$Z_{\alpha/2}=1.96$

$$\hat{p} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= 0.7 \pm 1.96\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{200}}$$

$$(0.636, 0.764)$$

我们可以95％的概率保证该企业职工由于同管理人员不能融洽相处而离开的比例在63.6%~76.4%之间

估计总体均值时样本容量的确定
（实例）

【5】一家广告公司想估计某类商店去年所花的平均广告费用有多少。经验表明，总体方差约为 1800000 元 ^{2}。如置信度取95%，并要使估计处在总体平均值附近500元的范围内，这家广告公司应抽多大的样本？

解： 已知 $\sigma^2=1800000$， $\alpha=0.05$，$Z_{\alpha/2}=1.96$，$\Delta=500$

应抽取的样本容量为

$$n=\frac{Z_{\alpha/2}^2\sigma^2}{\Delta^2}=\frac{(1.96)^2(1800000)}{500^2}=27.65\approx 28$$

估计总体比例时样本容量的确定

（实例）

【6】一家市场调研公司想估计某地区有彩色电视机的家庭所占的比例。该公司希望对比例*p*的估计误差不超过**0.05**，要求的可靠程度为**95%**，应抽多大容量的样本（没有可利用的*p*估计值）。

解： 已知 $\Delta=0.05$，$\alpha=0.05$，$\hat{Z}_{\alpha/2}=1.96$，当*p*未知时用最大方差0.25代替

应抽取的样本容量为:

$$n=\frac{Z_{\alpha/2}^{2}\,p(1-p)}{\Delta^{2}}$$

$$=\frac{(1.96)^{2}(0.5)(1-0.5)}{(0.05)^{2}}$$

$$\approx 385$$

7.选择：

(1)假定样本容量增加50%。则重复抽样平均误差：（甲）为原来的一半；（乙）为原来的81.6%。在重复抽样时，为使误差减少50%，则样本容量：（丙）应增加三倍；（丁）应增加四倍。（ C ）

A.甲丙 B.甲丁 C.乙丙 D.乙丁

(2)抽样估计中的抽样误差（ **ACD** ）

A.是不可避免的 B.可以通过改进调查方法避免的

C.是可以运用数学公式计算的

D.误差大小是可以加以控制的

E. 包含了登记性误差

(3)抽样推断的置信度、概率度和精确度关系表现在（ AB ）

- A.概率度增大，估计的可靠性也增大
- B.概率度增大，估计的精确度下降
- C.概率度缩小，估计的精确度也缩小
- D.概率度缩小，估计的可靠性也增大
- E.估计的可靠性增大，估计的精确度也增大

(4)从一个全及总体中可以抽取一系列样本，所以（ ABDE ）

A.样本指标的数值不是唯一确定的
B.样本指标是样本变量的函数
C.总体指标是随机变量
D.样本指标是随机变量
E.样本指标数值随着样本的不同而不同

(5)影响抽样数目（样本容量）的因素有（**ACDE**　　）

A.允许误差范围　B.抽样指标的大小　C.抽样方法

D.总体标志变异程度　**E.**概率保证程度

(6)从生产线上每隔1小时随机抽取10分钟的产品进行检验，这种方式属于（C　　）

A.等距抽样　　B.类型抽样

C.整群抽样　　D.简单随机抽样

(7) 是非标志不存在变异时，意味着：（ BCD ）

A.各标志值（1或0）遇到同样的成数（0.5）

B.总体所有单位都只具有某属性——只运用变量值“1”

C.总体所有单位都只具有某属性——只运用变量值“0”

D.所计算的方差为0

E. 所计算的方差为0.25

- 计算： 9.从某大公司的10000女工中随机抽取100名，调查她们每天家务劳动时间，资料如下：

每天家务劳动小时数	女 工 人 数
1 以下	3
1——2	16
2——3	42
3——4	30
4——5	8
5——6	1
合计	100

- 试对以上资料计算：(1)平均每天家务劳动时间及其方差：
- (2)每天家务劳动2——5小时女工的比重、比重方差、均方差系数。）

- (3)试对公司女工每天平均家务劳动时间和每天家务劳动2——5小时女工比重做点估计。
- (4)在重复抽样条件下，.以95.45%的置信度来估计公司女工平均每天家务劳动时间的区间估计。
- (5)在不重复抽样条件下，以Z=1的概率度估计该公司女工每天家务劳动时间2——5小时的比重区间，指出这种区间的可信程度。

9.(1) $\bar{x}=\frac{\sum xf}{\sum f}=2.77$(小时)

$$S^2=\frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f-1}=0.9264$$

(2) $p=\frac{42+30+8}{100}=80\%$

$$\sigma_p^2=p(1-p)=0.8\times0.2=0.16$$

$$V_{\sigma_p}=\frac{\sigma_p}{p}=\frac{\sqrt{0.16}}{0.8}=\frac{0.4}{0.8}=50\%$$

(3) $\bar{X}=\bar{x}=2.77$

$$P=p=80\%$$

(4) $\sigma_{\bar{x}}=\frac{S}{\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{0.9264}}{\sqrt{100}}=0.0963$（小时） $\Delta_x=z\cdot\sigma_{\bar{x}}=2\times0.0964=0.193$(小时)

公司女工平均每天家务劳动时间的区间为（2.77−0.193，2.77+0.193），即（2.577，2.963）小时，概率保证程度为 95.45%。

(5) $\mu_p=\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}(1-\frac{n}{N})}=\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{100}(1-\frac{100}{10000})}=3.98\%$

$$\Delta_p=z\mu_p=1\times3.98\%=3.98\%$$

公司女工家务劳动时间 2——5 小时的比重区间为（80%−3.98%，80%+3.98%）即（76.02%，83.98%）

- 10.一家公司随机抽取了100个坏帐，经计算，其平均余额为5570元，样本标准差为725元，试以90%的概率保证程度估计该公司的平均坏帐余额区间。
- 另一家公司也为估计坏帐而抽出了100个坏帐，这些坏帐的标准差为285.3。如今公司希望坏帐极限误差不超过35元，置信度95%，则应抽取多少份坏帐？

10. $\bar{x} = 5570 \qquad \sigma = 725 \qquad n = 100$

$$(1)\, z = 1.645 \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{725}{10} = 72.5$$

$$\Delta_x = z \cdot \sigma_{\bar{x}} = 1.645 \times 72.5 = 119.26$$

$$(2) \qquad n = \frac{z^2 \sigma^2}{\Delta_x^2} = \frac{1.96^2 \times 285.3^2}{35^2} = 256$$