厦门大学《微积分 I-1》课程期末试卷

试卷类型：（理工类 A 卷）　考试日期　2020.01.08

得　分	
评阅人	

一、求下列的定积分（每小题 6 分，共 18 分）：

1. $\int_{-1}^{0} \frac{x^2}{(x+2)^3} \mathrm{d}x$；

2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin x} \mathrm{d}x$；

3. $\int_{-\pi}^{\pi} (x+x^2)\sin^3 x \,\mathrm{d}x$。

二、求下列的不定积分（每小题 6 分，共 12 分）：

得　分	
评阅人	

1. $\int \frac{\mathrm{d}x}{e^x(1+e^x)}$；

2. $\int \frac{\mathrm{d}x}{(1+2x^2)\sqrt{1+x^2}}$。

三、（6 分）求反常积分 $\int_0^{+\infty}[\frac{1}{(x+1)\ln^2(1+x)}-\frac{1}{x^2}]\mathrm{d}x$。

得　分	
评阅人	

四、（8 分）设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\dfrac{\cos(\ln x)}{x}$，试求 $\int x^2 f(x)\,\mathrm{d}x$。

得　分	
评阅人	

五、（10 分）求函数 $y=(x-5)\,x^{\frac{2}{3}}$ 的极值，以及其图形的凹凸区间和拐点。

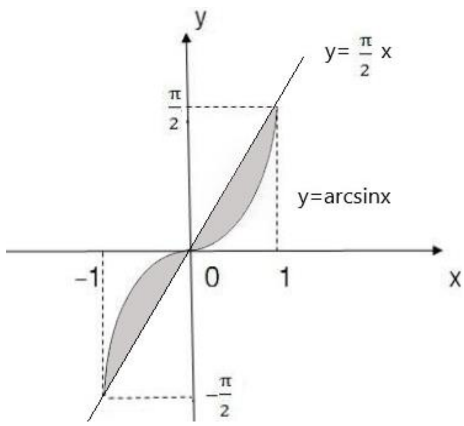
得　分	
评阅人	

六、（8 分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x t\,(e^{(x-t)^2}-1)\,\mathrm{d}t}{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}$。

得　分	
评阅人	

七、（8 分）求由反正弦曲线 $y=\arcsin x$ 和直线 $y=\dfrac{\pi}{2}x$ 所围成的平面图形的面积 A。

得　分	
评阅人	



八、（8 分）求极坐标下的对数螺线 $\rho = e^{2\theta}$ 相应于 $0 \le \theta \le \ln 3$ 的一段弧长 s。

得　分	
评阅人	

九、（8 分）由曲线 $y = x\ln x\ (x \ge 1)$ 与直线 $y = x$， $y = 0$ 围成了一个平面图形，求此平面图形绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积 V。

得　分	
评阅人	

十、（8 分）设 $f(x)$ 为区间 $[a,b]$ 上单调增加的连续函数，证明：对于任意的 $x\in[a,b]$，都有 $(b-a)\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t \le (x-a)\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ 。

得　分	
评阅人	

十一、（6 分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上连续，在 $(0,\pi)$ 内可导，并且 $\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$，证明在区间 $(0,\pi)$ 上存在两个不同的点 $x=\xi_1$ 和 $x=\xi_2$，使得 $f'(x)+2f(x)\cot x = 0$。

得　分	
评阅人	