一、**选择题**：本题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。请把正确答案填写在答题纸的正确位置。每小题给出的四个选项中只有一个选项正确。错选、多选或未选的得 0 分。

1. 一质点作直线运动，某时刻的瞬时速度 $v=2\ m/s$，若一秒钟后质点的速度为零，则能确定的是（　　　　）

（A）该时刻的瞬时加速度$-2\ m/s^2$　　（B）该时刻的瞬时加速度 $2\ m/s^2$

（C）该一秒间隔内的平均加速度为$-2\ m/s^2$　　（D）该一秒间隔内的平均加速度为 $2\ m/s^2$

答案：C;考查平均速度，瞬时速度，平均加速度，瞬时加速度的概念。

2. 关于质点的运动，以下说法正确的是（　　　　）

（A）若质点的加速度为恒矢量，它一定作匀变速率运动

（B）若质点作匀速率运动，其总加速度必为零

（C）若质点作曲线运动且任意时刻速率不为零，切向加速度有可能为零

（D）运动质点在某时刻位于矢径 $\vec{r}(x,y)$ 的端点处，其速度大小为 $d\left|\vec{r}\right|/dt$

答案：C

推理过程：A.速率变化只和切向加速度有关，反例有平抛运动;B.反例有匀速圆周运动; C. 在运动轨迹为圆时，切向加速度为零，正确; D. 速度大小为 $|d\vec{r}/dt|$ ,故选 C。

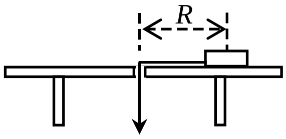
3. 质量为 $m$ 的质点在 $Oxy$ 平面内运动，运动方程为 $\vec{r}=a\cos\omega t\vec{i}+b\sin\omega t\vec{j}$ ，则质点在 $t$ 时刻的动量为（　　　　）

（A） $-m\omega a\sin\omega t\vec{i}+m\omega b\cos\omega t\vec{j}$　　（B） $-m\omega a\cos\omega t\vec{i}+m\omega b\sin\omega t\vec{j}$

（C） $m\omega a\sin\omega t\vec{i}-m\omega b\cos\omega t\vec{j}$　　（D） $m\omega a\cos\omega t\vec{i}-m\omega b\sin\omega t\vec{j}$

答案：A

4. 如图所示，一个小物体，位于光滑的水平桌面上，与一绳的一端相连结，绳的另一端穿过桌面中心的小孔 $O$。该物体原以角速度 $\omega$ 在半径为 $R$ 的圆周上绕 $O$ 旋转，今将绳子从小孔缓慢往下拉。则物体（　　　　）




（A）动能不变，动量改变;

（B）动量不变，动能改变;

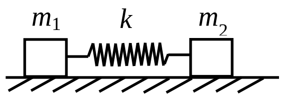
（C）角动量不变，动量不变;

（D）角动量改变，动量改变;

（E）角动量不变，动能和动量都改变。

答案：E

5. 质量分别为 $m_1$、$m_2$ 的两个物体用一劲度系数为 $k$ 的轻弹簧相连，放在水平光滑桌面上，如图所示。当两物体相距 $x$ 时，系统由静止释放。已知弹簧的自然长度为 $x_0$，则当物体相距 $x_0$ 时，$m_1$ 的速度大小为（　　　　）




（A） $\sqrt{\dfrac{k(x-x_0)^2}{m_1}}$　　（B） $\sqrt{\dfrac{k(x-x_0)^2}{m_2}}$

（C） $\sqrt{\dfrac{k(x-x_0)^2}{m_1+m_2}}$　　　（D） $\sqrt{\dfrac{km_2(x-x_0)^2}{m_1(m_1+m_2)}}$　　　（E） $\sqrt{\dfrac{km_1(x-x_0)^2}{m_2(m_1+m_2)}}$

答案：D

6. 质量、外形完全相同的生鸡蛋和熟鸡蛋放在桌上，当它们以相同的角速度沿着相同的轴旋转时，以下说法正确的是（　　　　）

（A） 生鸡蛋先停下来；

（B） 熟鸡蛋先停下来；

（C） 两者同时停下来；

（D） 无法判断停下来的先后顺序。

答案：（B）。因为熟鸡蛋的转动惯量小，所以角动量小，因此先停下来。

7. 地球绕着太阳中心做椭圆运动，则在运动的过程中地球相对太阳中心的（　　　　）

（A） 角动量守恒，动能守恒；

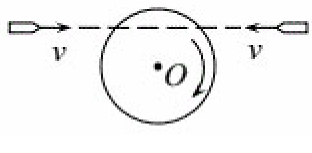
（B） 角动量守恒，机械能守恒；

（C） 角动量守恒，动量也守恒；

（D） 角动量不守恒，动量也不守恒。

答案：（B）。因为只受向心力的作用，所以 B 正确。

8. 对一个绕固定水平轴 O 匀速转动的转盘，沿图示的同一水平直线从相反方向射入两颗质量相同，速率相等的子弹，并停留在盘中，则子弹射入后转盘的角速度应（　　　　）




（A） 增大　　　（B）减小　　　（C）不变　　　（D）无法确定。

答案：（B）。根据角动量守恒可以推出。

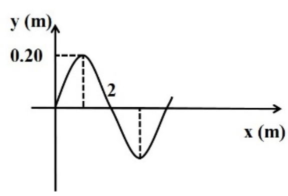
9. 同一弹簧振子悬挂相同的质量，分别按水平、竖直和倾斜三种方式放置，摩擦力都忽略不计，它们的振动周期分别为 $T_1$、$T_2$ 和 $T_3$，则三者之间的关系为（　　　　）

（A）$T_1=T_2=T_3$　　（B）$T_1=T_2>T_3$　　（C）$T_1>T_2>T_3$　　（D）$T_1<T_2<T_3$

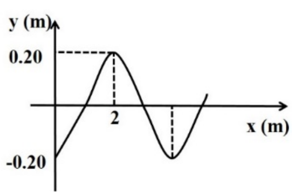
答案：A

10. 一平面简谐波沿 $x$ 正方向传播，波动方程为 $y=0.2\cos\left[2\pi\left(\dfrac{t}{2}-\dfrac{x}{4}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right]$，则 $t=0.5\ s$ 时刻的波形图是（　　　　）

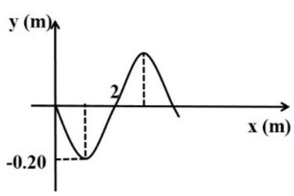
（A）



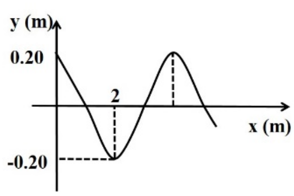

（B）




（C）




（D）




答案：B

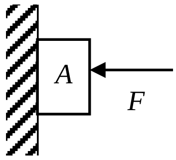
分析：t=0.5s，代入波动方程，得到波形图。

二、**填空题：**本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。请把正确答案填写在答题纸的正确位置。错填、不填均无分。

1. 一质点沿 $x$ 方向运动，其加速度随时间变化关系为 $a$=3+2$t$ $m/s^2$，如果初始时质点的速度 $v_0$ 为 5$m/s$，当 $t$ 为 3$s$ 时，质点的速度 $v$=__________________。

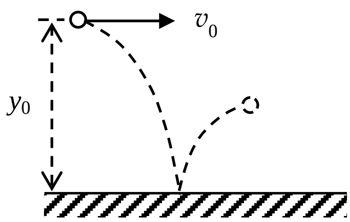
答案：23 m/s

2. 沿水平方向的外力 $F$ 将物体 $A$ 压在竖直墙上，由于物体与墙之间有摩擦力，此时物体保持静止，如图所示。设其所受静摩擦力大小为 $f_0$，若外力增大至 2$F$，则此时物体所受静摩擦力大小为______________。




答案：$f_0$

3. 质量为 $m$ 的小球自高为 $y_0$ 处沿水平方向以速率 $v_0$ 抛出，与地面碰撞后跳起的最大高度为 0.5$y_0$，如图所示。则碰撞过程中，地面对小球的竖直方向冲量大小为__________。（重力加速度为 $g$，小球与地面碰撞时间忽略不计）




答案：$(1+\sqrt{2})m\sqrt{gy_0}$

4. 某质点在 $\bar{F}=(4+5x)\bar{i}$ （SI）的作用下沿 $x$ 轴作直线运动，在从 $x$=0 移动到 $x$=10$m$ 的过程中，力 $\bar{F}$ 所做的功为____________。

答案：290$J$

5. 刚体的转动惯量与刚体的形状、大小、质量的分布以及___________都有关系。

答案：转轴的位置

6. 长为 $l$ 的匀质细棒质量为 $m$，可绕其端点的水平轴在竖直平面内自由转动。若细棒开始时处于水平位置，然后让其由静止开始自由下摆，则细棒转到竖直位置时的角速度为_______。

答案：$\sqrt{3g/l}$。根据机械能守恒定律既可以得到。

7. 假设一弹簧振子作简谐振动，其总能量为 $E_1$，如果简谐振动振幅增加到原来的两倍，重物的质量增加到原来的四倍，则它的总能量变为________

答案：4$E_1$

解：原来弹簧振子的总能量 $E_1=\frac{1}{2}kA_1^{\ 2}=\frac{1}{2}m_1\omega_1^{\ 2}A_1^{\ 2}$，如果振幅增加为 $A_2=2A_1$，质量增加为 $m_2=4m_1$，$k$ 不变，角频率变为 $\omega_2=\sqrt{\frac{k}{m_2}}=\sqrt{\frac{k}{4m_1}}=\frac{1}{2}\omega_1$,所以总能量

$$E_2=\frac{1}{2}m_2\omega_2A_2=4E_1$$

8. 传播速度为 100 $m/s$、频率为 50 $Hz$ 的平面简谐波，在波线上相距为 0.5 $m$ 的两点之间的相位差是____________.

解：$\Delta\varphi=\omega\frac{\Delta x}{u}=2\pi\times 50\times\frac{0.5}{100}=0.5\pi$

9. 平面简谐波沿 $x$ 轴负方向传播，其波函数为 $y=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$ 在原点处发生反射，反射点为固定端。则反射波的函数为________________________.

解：反射波与入射波传播方向相反，因此 x 前的符号相反；反射端固定不动，产生半波损失，两波在反射端即原点处的相位差为π.

$$y=\mathrm{A}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+\pi\right)$$

10. 轮船在水上以相对于水的速度 $\vec{V}_1$ 航行，水流速度为 $\vec{V}_2$，一人相对于甲板以速度 $\vec{V}_3$ 行走。若人相对于岸的速度是水相对于人的速度的 2 倍，则 $\vec{V}_1$、$\vec{V}_2$ 和 $\vec{V}_3$ 的关系是__________________。

答案：$3\vec{V}_1+\vec{V}_2+3\vec{V}_3=0$，因为按题意，$\vec{V}_1+\vec{V}_2+\vec{V}_3=-2(\vec{V}_1+\vec{V}_3)\Rightarrow 3\vec{V}_1+\vec{V}_2+3\vec{V}_3=0$

三、**计算题：**本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

一质点沿 $x$ 轴运动，运动方程为 $x=3t^2-t^3$（SI）。求：(1)质点位置何时到达最大的正 $x$ 值？(2)在最初的 4 $s$ 内质点所经过的总路程和位移大小? (3)在 $t$ = 2.0 $s$ 到 $t$ = 4.0 $s$ 的时间内，质点的平均速度为多大？

解：

(1) 4 分

当质点位置达到最大时，有 $\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left(3t^2-t^2\right)=6t-3t^2=0\to t=2$，即当 t=2s 时，质点位置到达最大的正值.

(2)4 分

2s 末时的位移：$x_1=\left(3t^2-t^3\right)_{t=2}=3\times(2)^2-2^3=4.0(m)$

4s 末时的位移：$x_2=\left(3t^2-t^3\right)_{t=4}=3\times(4)^2-4^3=-16(m)$

2s 末质点改变运动方向，所以最初 4s 内经过的路程为：$S=2|x_1|+|x_2|=24(m)$

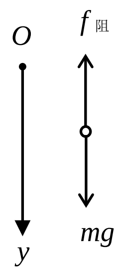
(3)4 分

$t$=2s,$x_1$=4m;$t$=4s,$x_2$=-16m,平均速度 $\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-16-4}{2}=-10(m/s)$

四、**计算题：**本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

一个质量为 $m$ 的雨滴有静止开始下落，假设该雨滴作直线运动，下落过程中受到的空气阻力与其下落速率成正比，比例系数为 $k$，方向与运动速度方向相反。以开始时为计时零点，以地面为参考系，开始时雨点所处位置为坐标原点，竖直向下为正方向。试求：（1）雨点下

落速率为 $v$ 时，其加速度；（2）雨点的运动方程；（3）假设雨点下落距离足够大，则雨点落地时速率趋于多少？




参考解答：

（1）5 分

视下落雨滴为一质点，它在空中受到的作用力有竖直向下的重力 $mg$ 和竖直向上的空气阻力 $f_{阻}$，如图所示。则空气阻力为：

$$f_{阻}=-kv$$

根据牛顿第二定律有：

$$mg-kv=ma=m\frac{dv}{dt}$$

则有：

$$dt=\frac{mdv}{-kv+mg}$$

两边分别进行积分：

$$\int_0^t dt=\int_{v_0}^{v}\frac{m}{mg-kv}dv$$

由于初始时刻速度 $v_0$=0，可得：

$$v=\frac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

（2）5 分

根据速度定义有：$v=\frac{dy}{dt}$，结合下落速度与时间关系可得：

$$\int_{y_0}^{y}dy=\int_0^t\frac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)dt$$

由初始条件 $y_0$=0 可得雨点的运动方程：

$$y=\frac{mg}{k}\left(\frac{m}{k}e^{-\frac{k}{m}t}+t-\frac{m}{k}\right)$$

（3）2 分

当下落距离足够长，即时间趋于无穷大，则下落的最终速度趋于：

$$v_{终} = \frac{mg}{k}$$

五、**计算题：**本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

在一竖直轻弹簧下端悬挂质量 $m$ = 5$g$ 的小球，弹簧伸长 $\Delta l = 1cm$ 而平衡。经推动后，该小球在竖直方向作振幅为 $A$ = 4$cm$ 的振动，求：（1）小球的振动周期；（2）若选择平衡位置为势能零点，振动的总能量；（3）小球运动的最大速度。

解：（1）4 分

$k\Delta l = mg$, 得 $k = mg / \Delta l = 5N / m$

所以周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.199s$

（2）4 分

振幅为 $A$=4cm，振动的总能量为 $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(mg / \Delta l)A^2 = 0.004J$

（3）4 分

小球运动的最大速度

由 $E = \frac{1}{2}m{v_m}^2$, 得 $v_m = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 0.004}{0.005}} = 1.26m / s$

六、**计算题：**本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

绳索上的波以波速 $v$=25 $m/s$ 传播，若绳的两端固定，相距 2 $m$，在绳上形成驻波，且除端点外其间有 3 个波节。设驻波振幅为 0.1 $m$，$t$=0 时绳上各点均经过平衡位置。试写出：

（1）驻波的表示式；

（2）形成该驻波的两列反向进行的行波表示式。

解：

设绳索的一端为坐标原点，沿着绳索指向另一端为 $x$ 轴的正方向。

(1) 8 分

根据驻波的定义，相邻两波节(腹)间距：$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$,

绳的两端固定，那么两个端点上都是波节，根据题意除端点外其间还有 3 个波节，可见两端点之间有四个半波长的距离，

$\Delta x = 4 \times \frac{\lambda}{2} = 2$，故$\lambda = 1$ m,

又$v = \frac{25\text{m}}{\text{s}}$，故 $\omega = \frac{2\pi u}{\lambda} = 50\pi$ Hz,

又已知驻波振幅为 0.1 m，t=0 时绳上各点均经过平衡位置，故初相位为$\pm\frac{\pi}{2}$,

时间部分的余弦函数应为：$\cos\left(50\pi t \pm \frac{\pi}{2}\right)$,

因为坐标原点（$x$=0）是波节，空间部分的余弦函数应为：$\cos\left(2\pi t \pm \frac{\pi}{2}\right)$

驻波方程为：$0.1\cos\left(2\pi x \pm \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(50\pi t \pm \frac{\pi}{2}\right)$

(2) 4 分

由合成波的形式为：$y = y_1 + y_2$

该驻波的两列波的波动方程为：

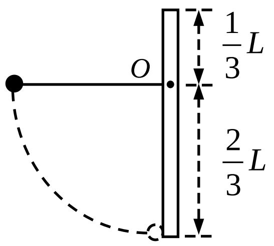
$y_1 = 0.05\cos(50\pi t - 2\pi x)$ $\qquad y_2 = 0.05\cos(50\pi t + 2\pi x \pm \pi)$

或者

$y_1 = 0.05\cos(50\pi t - 2\pi x \pm \pi)$ $\qquad y_2 = 0.05\cos(50\pi t + 2\pi x)$

七、**计算题：**本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

长为 $L$ 的均质细杆，可绕过 $O$ 点的转轴转动，$O$ 点位于细杆的 $\frac{1}{3}$ 处，紧挨 $O$ 点悬挂一单摆，轻质摆线的长度为 $\frac{2}{3}L$，摆球的质量为 $m$。初始时刻，细杆自由下垂，单摆从水平位置由静止开始自由下摆，如图所示。摆球与细杆做完全弹性碰撞。碰撞后，单摆正好停止。若不计轴承的摩擦，试求：（1）细杆的转动惯量；（2）细杆的质量；（3）碰撞后，细杆的最大摆角。




参考解答：

（1）4 分

设细杆的转动惯量为 $J$。

单摆从水平位置下摆到最低位置满足机械能守恒：

$$mg\frac{2}{3}L = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \frac{2\sqrt{3gL}}{3}$$

摆球与细杆发生完全弹性碰撞，即满足机械能守恒和角动量守恒：

$$\begin{cases} \frac{2}{3}mvL = J\omega \\ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}J\omega^2 \end{cases}$$

可得细杆的转动惯量：

$$J = \frac{4}{9}mL^2$$

（2）4 分

设细杆的质量为 $M$，则过质心，且与杆垂直转轴的细杆转动惯量为 $\frac{1}{12}ML^2$。

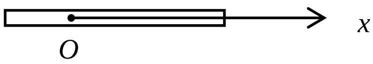
根据平行轴定理则有过 $O$ 点时，细杆的转动惯量为：

$$J = \frac{1}{12}ML^2 + M(\frac{1}{2} - \frac{1}{3})^2 L^2 = \frac{1}{9}ML^2$$

所以，细杆的质量为：

$M = 4m$

或者




以 $O$ 点为原点，沿细棒方向为 $x$ 轴正方向，建立坐标系如图所示。

则细棒的转动惯量为：

$$J = \int_{-\frac{1}{3}L}^{\frac{2}{3}L} \frac{M}{L} x^2 dx = \frac{1}{9} ML^2$$

所以，细杆的质量为：

$M = 4m$

（3）4 分

从单摆下摆到细杆摆到最大摆角处，整个过程机械能守恒。设细杆的质心变化的高度为 $h$，则有：

$$\frac{2}{3} mgL = 4mgh \Rightarrow h = \frac{1}{6} L$$

而 $O$ 点到质心的距离为 $\frac{1}{6} L$，所以最大摆角为：

$\theta$=90$^{\circ}$