厦门大学《概率统计I》课程试卷

________学院________系________年级________专业

主考教师：________试卷类型：（A卷）

解题过程中可能用到以下数据：

$\Phi(0.6)=0.7257$，$\Phi(1.65)=0.9500$，$\Phi(1.96)=0.9750$，$\Phi(2)=0.977$，$\Phi(3)=0.9987$

$\chi^2_{0.05}(5)$=11.070，$\chi^2_{0.05}(6)$=12.592，$\chi^2_{0.025}(24)$=39.364，$\chi^2_{0.025}(25)$=40.646，$\chi^2_{0.05}(24)$=36.415，$\chi^2_{0.05}(25)$=37.652，$\chi^2_{0.975}(24)$=12.401，$\chi^2_{0.975}(25)$=13.120，$\chi^2_{0.95}(24)$=13.848，$\chi^2_{0.95}(25)$=14.611，

$t_{0.025}(5)$=2.571，$t_{0.05}(5)$=2.015，$t_{0.025}(6)$=2.4469，$t_{0.05}(6)$=1.9432，$t_{0.025}(7)$=2.3646，$t_{0.05}(7)$=1.8946，$t_{0.025}(18)$=2.1009，$t_{0.025}(19)$=2.0930，$t_{0.025}(20)$=2.0860，$t_{0.025}(24)$=2.0639，$t_{0.05}(24)$=1.7109，$t_{0.025}(25)$=2.0595，$t_{0.05}(25)$=1.7081，$F_{0.05}(3,6)$=4.76，$F_{0.05}(4,6)$=4.53，$F_{0.05}(8,7)$=3.73，$F_{0.025}(8,7)$=4.9，$F_{0.05}(9,8)$=3.39，$F_{0.025}(9,8)$=4.36

分数	阅卷人

1、(8分) 一生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的，假设每箱平均重 为 50 kg，标准差为 5 kg，若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保证不超载的概率大于0.977.

分数	阅卷人

2、（8 分） 设总体 $X\sim N(20,3/2)$，从 X 中分别抽取容量为 10，15 的两个相互独立的样本，求两样本均值之差的绝对值大于 0.3 的概率.

分数	阅卷人

3、 (8分) 设总体X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\theta x^{-(\theta+1)}, & x>1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

其中$\theta>0$。设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X 的简单随机样本 。求参数θ的最大似然估计。

分数	阅卷人

4、（12 分）在某大学中，随机抽取 25 名男同学测量身高数据，算得平均高为 170 cm ，标准差为 12 cm ，试分别求该大学全体男同学平均身高 μ 和身高标准差 σ 的 0.95 置信区间（假设所测身高服从正态分布）.

分数	阅卷人

5、(10 分) 已知某类材料的强度 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 且 $EX = 52$. 今改变配方，利用新配方生产材料，从新生产的材料中抽取 7 根，测得其强度为(单位: M Pa) 52.45 , 48.51 , 56.02 , 51.53 , 49.02 , 53.38 , 54.04 , 问用新配方生产的材料强度的均值是否有显著提高 ?($\alpha = 0.05$)

分数	阅卷人

6、（8分）设某零件厂生产的零件的直径服从正态分布．为了减小方差，提高生产精度，工厂试用了新工艺．现分别抽测了采用新、旧工艺生产的零件的直径（单位：mm），结果如下：

旧工艺的样品数量为9件，样本方差为0.1950（mm^2）；

新工艺的样品数量为8件，样本方差为0.0486（mm^2）。

试问抽样结果是否有充分理由支持工厂采用新工艺（$\alpha = 0.05$）？

分数	阅卷人

7、（10分）考虑抛骰子试验，若独立重复进行60次，点数 1, 2, 3, 4, 5, 6 出现的次数如下：5, 5, 7, 13, 15, 15. 使用 χ^2 拟合检验法检验该骰子是否为均匀的？(显著性水平 $\alpha = 0.05$)，即检验假设

$$H_0: p_i = 1/6,\ i = 1, 2, \ldots, 6,\qquad \text{其中 } p_i \text{ 为点数 } i \text{ 出现的概率.}$$

分数	阅卷人

8、（12 分） 某食品公司对一种食品设计了四种新包装.为了考察哪种包装最受顾客欢迎,选了 10 个地段繁华程度相似且规模相近的商店做试验，其中两种包装各指定了两个商店销售，另两个包装各指定三个商店销售.在试验期内各店货架摆放的位置和空间都相同，营业员的促销方法也基本相同,经过一段时间,记录其销售量数据. 问：四种包装是否存在显著差异？（$\alpha = 0.05$）

四种包装的销售量

A_1	12	18	
A_2	14	12	13
A_3	19	17	21
A_4	24	30	

分数	阅卷人

9、(12分)　在某国，某地区被称呼为“霾都”．假设得到最近一次雾霾爆发期间该地区周边的20个城市的数据：这些城市与该地区的距离(单位为百公里)为x，污染指数为y(取值为0到20之间，值越大，污染越严重)．计算得到如下结果：

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 200,\ \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 2500,\ \sum_{i=1}^{20} y_i = 150,\ \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 2775,\ \sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 1000$$

（1）　试建立污染指数 y 对距离 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$.

（2）　检验回归效果是否显著(显著性水平 $\alpha = 0.05$)？（若显著，则可以支持该地区被称呼为“霾都”的说法.）

分数	阅卷人

10、（12分）已知两个总体 X,Y 均服从指数分布，参数分别为 θ_1,θ_2 . 现分别得到两个总体的两个独立样本 $X_1,X_2,\ldots,X_{n_1}$ 和 $Y_1,Y_2,\ldots,Y_{n_2}$. 记其样本均值分别为 $\bar{X}$ 和 $\bar{Y}$. 引入枢轴量 $W=\dfrac{\bar{X}/\theta_1}{\bar{Y}/\theta_2}$.

（1）试求 W 的分布(已知: $2X_i/\theta_1\sim\chi^2(2)$, $2Y_i/\theta_2\sim\chi^2(2)$);

（2）从上述枢轴量的角度构造参数 θ_1/θ_2 的 $1-\alpha$ 水平的单侧置信上限;

（3）从上述枢轴量的角度构造如下假设检验问题的拒绝域(显著性水平为 α):

$$H_0:\theta_1=\theta_2;H_1:\theta_1\neq\theta_2.$$