静电场中的导体与电介质（二）参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	D	C	C	A	C

二、填空题

1． 5 μF；20 μF

2． 11/6；11/6

3． $\ln(1.2)/\ln(1.1)$；$\ln(1.1)/\ln(1.2)$

4．减小；ε_{r}

5． $\dfrac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$

三、计算题

1． 设 A、B 两极板分别带电 Q 和-Q，利用电介质中的高斯定理 $\oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q$ 得球壳内的电位移矢量 $\vec{D}$ 为

$$\vec{D}=\frac{Q}{4\pi r^3}\vec{r} \qquad (R_{\mathrm{A}}<r<R_{\mathrm{B}})$$

由此得

$$\vec{E}_1=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 r^3}\vec{r} \qquad (R_{\mathrm{A}}<r<R_{\mathrm{C}})$$

$$\vec{E}_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 r^3}\vec{r} \qquad (R_{\mathrm{C}}<r<R_{\mathrm{B}})$$

此时 A、B 两极板间的电势差 U_{AB} 为

$$U_{\mathrm{AB}}=\int_{R_{\mathrm{A}}}^{R_{\mathrm{C}}}\vec{E}_1\cdot d\vec{r}+\int_{R_{\mathrm{C}}}^{R_{\mathrm{B}}}\vec{E}_2\cdot d\vec{r}=\int_{R_{\mathrm{A}}}^{R_{\mathrm{C}}}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 r^2}dr+\int_{R_{\mathrm{C}}}^{R_{\mathrm{B}}}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 r^2}dr$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1}\left(\frac{1}{R_{\mathrm{A}}}-\frac{1}{R_{\mathrm{C}}}\right)+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2}\left(\frac{1}{R_{\mathrm{C}}}-\frac{1}{R_{\mathrm{B}}}\right)=\frac{Q}{24\pi\varepsilon_0 R_{\mathrm{A}}}\left(\frac{2}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}\right)$$

故，

$$C=\frac{Q}{U_{\mathrm{AB}}}=\frac{24\pi\varepsilon_0 R_{\mathrm{A}}}{\left(\dfrac{2}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\right)}=\frac{24\pi\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 R_{\mathrm{A}}}{2\varepsilon_2+\varepsilon_1}$$

2．先利用利用电介质中的高斯定理$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q$得球壳内的电位移矢量$\vec{D}$

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\vec{r_0} \qquad (R_{\mathrm{A}} < r < R_{\mathrm{B}})$$

$$\vec{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 r^2}\vec{r_0} \qquad (R_{\mathrm{A}} < r < R_{\mathrm{C}})$$

$$\vec{E}_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r_0} \qquad (R_{\mathrm{C}} < r < R_{\mathrm{B}})$$

$$dW_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}DEdV = \frac{1}{2}DE4\pi r^2 dr$$

$$W_{\mathrm{e}} = \int_V dW = \int_{R_{\mathrm{A}}}^{R_{\mathrm{C}}} \frac{1}{2}\frac{q}{4\pi r^2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 r^2}4\pi r^2 dr + \int_{R_{\mathrm{C}}}^{R_{\mathrm{B}}} \frac{1}{2}\frac{q}{4\pi r^2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}4\pi r^2 dr$$

$$= \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_1}\left(\frac{1}{R_{\mathrm{A}}} + \frac{\varepsilon_1 - 1}{R_{\mathrm{C}}} - \frac{\varepsilon_1}{R_{\mathrm{B}}}\right)$$