



# 厦门大学《概率统计 I》期末试卷

\_\_\_\_学院\_\_\_\_系\_\_\_\_年级\_\_\_\_专业

主考教师： 试卷类型：(A 卷)

一、(14 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  在以  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$  为顶点的三角形区域上服从均匀分布, 求  $\text{Cov}(X, Y)$ ,  $\rho_{XY}$ .

二、(10 分) 甲乙两个剧院在竞争 1000 名观众。假定每个观众完全随意地选择一个剧院, 且观众选择剧院是彼此独立的, 用中心极限定理计算, 每个剧院应设置多少个座位, 才能保证因缺少座位而使观众离去的概率小于 1%?  $\Phi(2.33) = 0.99$

三、(14 分) (1) 设总体  $X$  的概率分布为

$X$	0	1	2	3
$P$	$\theta^2$	$2\theta(1-\theta)$	$\theta^2$	$1-2\theta$

其中  $\theta(0 < \theta < \frac{1}{2})$  是未知参数，利用总体的如下样本值 3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3 求  $\theta$  的矩估计值

(2) 设总体  $X \sim N(1, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  ( $\sigma^2 > 0$ ) 未知,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为一相应的样本值。求  $\sigma^2$  的最大似然估计。

四、(12 分) 10, 以  $X$  表示耶路撒冷新生儿的体重 (以克计), 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$  均未知。现测得一容量为 30 的样本, 得样本均值为 3189, 样本标准差为 488。试检验假设 ( $\alpha = 0.1$ ):

$$(1) H_0: \mu \geq 3315 \quad H_1: \mu < 3315. \quad t_{0.1}(29) = 1.3114$$

$$(2) H'_0: \sigma \leq 525 \quad H'_1: \sigma > 525. \quad \chi^2_{0.1}(29) = 42.557$$

五、(10 分) . 为比较两个学校同一年级学生数学课程的成绩，随机地抽取学校 A 的 9 个学生，得分数的平均值为  $\bar{x}_A = 81.31$ ，方差为  $s_A^2 = 60.76$ ；随机地抽取学校 B 的 15 个学生，得分数的平均值为  $\bar{x}_B = 78.61$ ，方差为  $s_B^2 = 48.24$ 。设样本均来自正态总体且方差相等，参数均未知，两样本独立。求均值差  $\mu_A - \mu_B$  的置信水平为 0.95 的置信区间。

$$t_{0.025}(22) = 2.0739$$

六、(14 分) 随机抽取了 10 个家庭，调查了他们的家庭月收入  $x$  (单位：百元) 和月支出  $y$  (单位：百元)，记录于下表：

$x$	20	15	20	25	16	20	18	19	22	16
$y$	18	14	17	20	14	19	17	18	20	13

经计算可得  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 191, \sum_{i=1}^{10} y_i = 170, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 3731, \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 3310, \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 2948,$

求：(1) 求  $y$  与  $x$  的一元线性回归方程。

(2) 对所得的回归方程作显著性检验. ( $\alpha=0.05$ )  $F_{0.05}(1,8) = 5.32, t_{0.025}(8) = 2.306$

七、(10 分) 灯泡厂用 4 种不同的材料制成灯丝，检验灯线材料这一因素对灯泡寿命的影响。若灯泡寿命服从正态分布，不同材料的灯丝制成的灯泡寿命的方差相同，试根据表中试验结果记录，在显著性水平 0.05 下检验灯泡寿命是否因灯丝材料不同而有显著差异？

		试验批号							
		1	2	3	4	5	6	7	8
灯丝材料	A <sub>1</sub>	1600	1610	1650	1680	1700	1720	1800	1820
	A <sub>2</sub>	1580	1640	1640	1700	1750			
水平	A <sub>3</sub>	1460	1550	1600	1620	1640	1660	1740	
	A <sub>4</sub>	1510	1520	1530	1570	1600	1680		

计算得到  $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 x_{ij}^2 = 69895900, T_{.1} = 11760, T_{.2} = 8310, T_{.3} = 13090, T_{.4} = 9410, F_{0.05}(3, 22) = 3.05.$

八. (10 分)统计了日本西部地震在一天中发生的时间段，共观察了 527 次地震，这些地震在一天中的四个时间段的分布如下表

时间段	0 点—6 点	6 点—12 点	12 点—18 点	18 点—24 点
次 数	123	135	141	128

试取  $\alpha = 0.05$  检验假设：地震在各个时间段内发生时等可能的。 $\chi^2_{0.05}(3) = 7.815$

九、(6 分) 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{2n}$  ( $n \geq 2$ ) 是总体  $X$  的一个样本,  $\bar{X} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$ ,

令  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i + X_{n+i} - 2\bar{X})^2$ , 求  $E(Y)$ .