

静电场中的导体与电介质（一）参考答案

一、选择题

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 答案 | C | C | D | C | C |

二、填空题

1. $-2q/3$
2. 减小
3. $QR(R+r)$ 、 $Qr/(R+r)$
4. $\frac{q_2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0}$
5. $(1-\frac{1}{\epsilon_r})\frac{q}{4\pi R^2}$

三、计算题

1.

(1) 设 A 、 B 和 C 三块板上的电荷分别是 q_A 、 q_B 、 q_C 。

则 A 、 B 板间电场为：

$$\frac{q_A}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_B}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_C}{2\epsilon_0 S}, \text{ 也可表示为 } \frac{q_A}{\epsilon_0 S} \text{ (取向右方向为正)}$$

$$\text{说明: } q_A + q_B + q_C = 0 \quad (1)$$

$$\text{考虑: } V_B = 100V$$

$$\text{所以: } \frac{q_A}{\epsilon_0 S} \times d_{AB} = -100V \quad (2)$$

类似地：

C 、 B 板间电场为：

$$-\frac{q_C}{\epsilon_0 S} \text{ (取向右方向为正)}$$

$$\text{且: } -\frac{q_C}{\epsilon_0 S} \times d_{BC} = 100V \quad (3)$$

联立 (1) (2) (3)，得：

$$q_A = -100V \times \frac{\epsilon_0 S}{d_{AB}} = -4.425 \times 10^{-9} C$$

$$q_C = -100V \times \frac{\epsilon_0 S}{d_{BC}} = -2.2125 \times 10^{-9} C$$

$$q_B = -q_A - q_C = 6.6375 \times 10^{-9} C$$

(2) 若在 A 、 B 和 C 之间充满相对介电常数为 ϵ_r 的均质电介质,

$$q_A + q_B + q_C = 0$$

$$\frac{q_A}{\epsilon_0 \epsilon_r S} \times d_{AB} = -100V$$

$$-\frac{q_C}{\epsilon_0 \epsilon_r S} \times d_{BC} = 100V$$

得:

$$q_A = -100V \times \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d_{AB}} = -1.77 \times 10^{-8} C$$

$$q_C = -100V \times \frac{\epsilon_0 S}{d_{BC}} = -8.85 \times 10^{-9} C$$

$$q_B = -q_A - q_C = 2.655 \times 10^{-8} C$$

2.

(1) 根据高斯定理: $E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{q}{\epsilon_0}$ ($R_2 > r > R_1$)

$$E = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r L} \quad (R_2 > r > R_1) \text{ 方向沿矢径向外}$$

$$\text{或: } \vec{E} = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r L} \vec{e}_r$$

(2) 外圆筒内表面电荷为 $-q$, 外表面电荷为 q 。

$$E = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r L} \quad (r > R_2)$$

$$V_{\text{外}} = \int_{R_2}^{\infty} E dx = \int_{R_2}^{\infty} \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r L} dx = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2}$$

(3) 外圆筒接地, 其内表面电荷仍为 $-q$, 外表面电荷变为 q' 。

$$V_{\text{外}} = \frac{q'}{2\pi \epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} = 0$$

$$q' = 0$$

外圆筒所带总电荷： $-q$

(4) 然后把内圆筒接地，内筒电荷变成 q'' ：

$$V_{\text{内}} = \int_{R_1}^{R_0} E dx = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q''}{2\pi\epsilon_0 r L} dx + \int_{R_2}^{R_0} \frac{q'' - q}{2\pi\epsilon_0 r L} dx = 0$$

$$\frac{q''}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_1} - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} = 0$$

$$\text{内筒电荷： } q'' = q \ln \frac{R_0}{R_2} \bigg/ \ln \frac{R_0}{R_1}$$

$$\text{外筒电势： } V_{\text{外}} = \frac{\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} \ln \frac{R_1}{R_2}}{\ln \frac{R_0}{R_1}}$$