厦门大学《概率统计 I》课程试卷

________学院________系________年级________专业

主考教师：________试卷类型：（B 卷）

以下解题过程可能需要用到以下数据：

$\Phi(1.65)=0.9500$, $\Phi(1.67)=0.9525$, $\Phi(1.96)=0.9750$, $\Phi(2.326)=0.99$, $\Phi(3)=0.9987$

$\chi^2_{0.025}(3)=9.348$, $\chi^2_{0.025}(4)=11.143$, $\chi^2_{0.05}(3)=7.815$, $\chi^2_{0.05}(4)=9.488$

$t_{0.025}(3)=3.182$， $t_{0.05}(3)=2.353$， $t_{0.025}(4)=2.776$, $t_{0.05}(4)=2.132$, $t_{0.025}(5)=2.571$，

$t_{0.05}(5)=2.015$， $t_{0.025}(9)=2.2622$， $t_{0.05}(9)=1.8331$， $t_{0.025}(10)=2.2281$， $t_{0.05}(10)=1.8125$，

$t_{0.025}(11)=2.2010$， $t_{0.05}(11)=1.7959$， $t_{0.025}(12)=2.1788$, $t_{0.05}(12)=1.7823$,

$F_{0.05}(5,5)=5.05$， $F_{0.025}(5,5)=7.15$， $F_{0.05}(6,6)=4.28$， $F_{0.025}(6,6)=5.82$

分数	阅卷人

1、（13 分）设随机向量（X,Y）的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}2-x-y, & 0<x<1,0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

求 X 与 Y 的相关系数。

分数	阅卷人

2、 (8 分) 已知生男孩的概率为 0.515，试求在 10000 个新生婴儿中男孩不多于女孩的概率 P.

分数	阅卷人

3、（8 分） 设总体 $X \sim N(0,2^2)$，而 $(X_1,X_2,\cdots,X_5)$ 是来自总体 X 的简单随机样本。令

$$Y = aX_1^2 + b(2X_2+3X_3)^2 + c(4X_4-5X_5)^2.$$

问常数 a,b,c 取何值时随机变量 Y 服从 χ^2 分布？自由度如何？

分数	阅卷人

4、 (11 分) 已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta^2}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

其中 $\theta(\theta>0)$ 为未知参数。设 $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本。求 θ 的矩估计量和最大似然估计量。

分数	阅卷人

5、（12 分）某车间生产的螺杆直径服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，今随机抽取 5 只测得直径（单位：mm）为：22.5, 21.5, 22.0, 21.8, 21.4。

（1） 已知$\sigma=0.3$，求μ的水平为 0.95 的置信区间；

（2）σ未知，求μ的水平为 0.95 的置信区间。

分数	阅卷人

6、(16 分) 由一台机床加工的零件中随机抽取 6 件，测得直径(cm)样本均值 $\overline{x}=20.08$, 样本均值 $s_1^2=0.26$，对机床改造后再抽查 6 件测得直径(cm)样本均值 $\overline{y}=20.13$, 样本方差 $s_2^2=0.49$。设改造前后零件直径都服从正态分布, 问

(1) 可否认为机床改造后加工精度不变？（显著性水平 $\alpha=0.05$）;

(2) 在（1）所做结论的基础上，检验机床改造前后加工零件直径是否相同？（显著性水平 $\alpha=0.05$）。

分数	阅卷人

7、(16 分) 随机地抽取了十一个城市居民家庭关于收入 x 与食品支出 y 的数据，计算得

$$\sum_{i=1}^{11} x_i = 2105,\quad \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 495273,\ \sum_{i=1}^{11} y_i = 1545,\ \sum_{i=1}^{11} y_i^2 = 246159,\ \sum_{i=1}^{11} x_i y_i = 346569.$$

（1）试求食品支出与收入之间的线性回归方程；

（2）检验回归效果是否显著（显著性水平 $\alpha = 0.05$ ）。

分数	阅卷人

8、(16 分) 设总体 $X \sim U(\theta, \theta+1)$，其中 $\theta > 0$ 为未知参数。$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为来自总体 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，$X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 是最小观测值。考虑参数 θ 的两个估计量

$$\hat{\theta}_1 = \overline{X} - \frac{1}{2} \quad \text{和} \quad \hat{\theta}_2 = X_{(1)} - \frac{1}{n+1}.$$

（1）证明 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 都是参数 θ 的无偏估计量；

（2）若 $n \geq 8$，证明 $\hat{\theta}_2$ 比 $\hat{\theta}_1$ 更有效。