厦门大学《微积分 I-1》课程期中试卷

_________学院_________系_________年级_________专业

试卷类型:(理工类A卷)　　　　考试时间:2018.11.24

一、计算下列极限：（每小题 5 分，共 25 分）

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} x(\sqrt{x^2+2}-x)$；

得　分	
评阅人	

2. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x^3)^{\frac{1}{\tan x - x}}$；

得　分	
评阅人	

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arctan x}{x+\sin x}$；

得　分	
评阅人	

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x^2+x^4)+\ln(1+x^2+x^4)}{(\sqrt{1+x^2}-1)\cdot\arcsin x^2}$；

得　分	
评阅人	

5. 求数列的极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{2}{n^2+2}+\dfrac{3}{n^2+3}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n})$。

得　分	
评阅人	

二、（本题 6 分）求函数 $y=x\sqrt{1-x^2}+\arcsin x+(\sec x)^x$ 的一阶导数。

得　分	
评阅人	

三、（本题 10 分）设数列$\{x_n\}$满足：$x_1=\sqrt{2}$，$x_{n+1}=\sqrt{2+x_n}$，证明$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$存在，并求其极限值。

得　分	
评阅人	

四、（本题 10 分）设方程$\ln(x^2+y^2)=2\arctan\dfrac{y}{x}$确定了隐函数$y=y(x)$，求此隐函数在点$(1,0)$处的一阶导数和二阶导数。

得　分	
评阅人	

得　分	
评阅人	

五、（本题 10 分）计算由摆线的参数方程$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$　$(0 < t < 2\pi)$

所确定的函数 $y = y(x)$ 的一阶导数和二阶导数。

得　分	
评阅人	

六、(本题 10 分)设函数 $f(x) = \begin{cases} b(1+\sin x) + a + 2 & x > 0 \\ e^{ax} - 1 & x \le 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$

上处处可导，求 a, b。

得　分	
评阅人	

七、（本题 9 分）求函数 $f(x)=\dfrac{x\ln|x|}{|x^2-3x+2|}$ 的间断点，并判断其间断点类型（说明理由）。

得　分	
评阅人	

八、（本题 10 分）设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域上单调、二阶可导，其反函数为 $g(x)$。已知 $f(0)=1$，$f'(0)=2$，$f''(0)=3$，求 $g(x)$ 在 $x=1$ 处的一阶导数和二阶导数。

得　分	
评阅人	

九、（本题共 10 分，第一小题 4 分，第二小题 6 分）

设函数 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续，在 $(0,3)$ 内可导，且有 $f(0)=0$，$f(1)+f(2)=2$，$f(3)=4$。证明:

⑴ 至少存在一点 $\xi\in[1,2]$，使得 $f(\xi)=1$；

⑵ 至少存在一点 $\eta\in(0,3)$，使得 $f'(\eta)=1$。