

统计学原理 第四和第五章作业

黄勖 229920212204392

1. 某种零件长度服从正态分布,从该批产品中随机抽取 9 件,测得其平均长度为 21.4 mm。已知总体标准差 $\sigma = 0.15\text{mm}$,试建立该种零件平均长度的置信区间,给定置信水平为 0.95。

解: 已知 $X \sim N(\mu, 0.15^2)$, $\bar{x} = 21.4$, $n=9$, $1-\alpha = 0.95$, $Z_{\alpha/2}=1.96$

总体均值 μ 的置信区间为

$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(21.4 - 1.96 \frac{0.15}{\sqrt{9}}, 21.4 + 1.96 \frac{0.15}{\sqrt{9}} \right) = (21.302, 21.498)$$

结论: 我们可以 95% 的概率保证该种零件的平均长度在 21.302 ~ 21.498 mm 间。

当 $\frac{n}{N} > 5\%$ 时, 需要修正, $\mu: \left(\bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \right)$

2. 某大学从该校学生中随机抽取 100 人, 调查到他们平均每天参加体育锻炼的时间为 26 分钟。试以 95% 的置信水平估计该大学全体学生平均每天参加体育锻炼的时间 (已知总体方差为 36 分钟²)。

答: 解: 已知 $\bar{x} = 26$, $s^2 = 36$, $n=100$, $1-\alpha = 0.95$, $U_{\alpha/2} = 1.96$, $(\bar{x} - U_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n}, \bar{x} + U_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n}) = (26 - 1.96 \times 6 / \sqrt{100}, 26 + 1.96 \times 6 / \sqrt{100}) = (24.824, 27.176)$

3. 从一个正态总体中抽取一个随机样本, $n = 25$, 其均值为 50, 标准差 $s = 8$ 。建立总体均值 m 的 95% 的置信区间。

答: 已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\bar{x} = 50$, $s = 8$, $n = 25$ 为小样本, $1-\alpha = 0.95$, $t_{\alpha/2} = 2.0639$ 。

$$\begin{aligned} & \left(\bar{x} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \\ &= \left(50 - 2.0639 \frac{8}{\sqrt{25}}, 50 + 2.0639 \frac{8}{\sqrt{25}} \right) \\ &= (46.69, 53.3) \end{aligned}$$

4. 某企业在一项关于职工流动原因的研究中,从该企业前职工的总体中随机选取了 200 人组成一个样本。在对其进行访问时,有 140 人说他们离开该企业是由于同管理人员不能融洽相处。试对由于这种原因而离开该企业的人员的真正比例构造 95% 的置信区间。

答: 已知 $n=200$, $p=140/200=0.7$, 又已知 $1-\alpha=0.95$, 则根据 t 分布表, 与置信水平 95% 相对应的 $t=2.14$ 于是 $\Delta p = t \cdot \sqrt{p(1-p)/n} = 2.14 \cdot \sqrt{0.7 \times 0.3/200} = 6.93\%$ 所以, 由于这种原因离开该企业的人员的真正比例构造 95% 的置信区间为 $p - \Delta p \leq p \leq p + \Delta p$ 即: $70\% - 6.93\% \leq p \leq 70\% + 6.93\%$ 也即: $63.07\% \leq p \leq 76.93\%$ 故由于这种原因离开该企业的人员的真正比例构造 95% 的置信区间为 (63.07%, 76.93%)

5. 一家广告公司想估计某类商店去年所花的平均广告费用有多少。经验表明, 总体方差约为 1800000 元²。如置信度取 95%, 并要使估计处在总体平均值附近 500 元的范围内, 这家广告公司应抽多大的样本?

答: 已知 $\sigma^2 = 1800000$, $\alpha = 0.05$, $z_{\alpha/2} = 1.96$, $E = 500$

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{E^2} = \frac{(1.96)^2 (1800000)}{(500)^2} = 27.65 \approx 28$$

这家广告公司应抽选 28 个商店作样本。

6. 一家市场调研公司想估计某地区有彩色电视机的家庭所占的比例。该公司希望对比例 p 的估计误差不超过 0.05, 要求的可靠程度为 95%, 应抽多大容量的样本 (没有可利用的 p 估计值)。

答:

$$n = \frac{t^2 p(1-p)}{\Delta^2} = \frac{1.96^2 \times 0.5 \times 0.5}{0.05^2} = 384.16 = 385(\text{户})$$

7.选择

(1)假定样本容量增加 50%。则重复抽样平均误差:(甲)为原来的一半;(乙)为原来的 81.6%。在重复抽样时,为使误差减少 50%,则样本容量:(丙)应增加三倍;(丁)应增加四倍。

(C)

A.甲丙 B.甲丁 C.乙丙 D.乙丁

(2)抽样估计中的抽样误差 (ACDE)

- A.是不可避免的
- B.可以通过改进调查方法避免的
- C.是可以运用数学公式计算的
- D.误差大小是可以加以控制的
- E.包含了登记性误差

(3)抽样推断的置信度、概率度和精确度关系表现在 (AB)

- A.概率度增大,估计的可靠性也增大
- B.概率度增大,估计的精确度下降
- C.概率度缩小,估计的精确度也缩小
- D.概率度缩小,估计的可靠性也增大
- E.估计的可靠性增大,估计的精确度也增大

(4)从一个全及总体中可以抽取一系列样本,所以 (ABDE)

- A.样本指标的数值不是唯一确定的
- B.样本指标是样本变量的函数
- C.总体指标是随机变量
- D.样本指标是随机变量
- E.样本指标数值随着样本的不同而不同

(5)影响抽样数目(样本容量)的因素有 (ACDE)

- A.允许误差范围
- B.抽样指标的大小
- C.抽样方法
- D.总体标志变异程度
- E.概率保证程度

(6)从生产线上每隔 1 小时随机抽取 10 分钟的产品进行检验,这种方式属于 (C)

- A.等距抽样
- B.类型抽样
- C.整群抽样
- D.简单随机抽样

(7)是非标志不存在变异时,意味着: (BCD)

- A.各标志值 (1 或 0) 遇到同样的成数 (0.5)
- B.总体所有单位都只具有某属性——只运用变量值 “1”
- C.总体所有单位都只具有某属性——只运用变量值 “0”
- D.所计算的方差为 0
- E.所计算的方差为 0.25

8.从某大公司的 10000 女工中随机抽取 100 名,调查她们每天家务劳动时间,资料如下:试对以上资料计算:(1)平均每天家务劳动时间及其方差:

(2)每天家务劳动 2——5 小时女工的比重、比重方差、均方差系数。)

(3)试对公司女工每天平均家务劳动时间和每天家务劳动 2——5 小时女工比重做点估计。

(4)在重复抽样条件下,以 95.45%的置信度来估计公司女工平均每天家务劳动时间的区间估计。

(5)在不重复抽样条件下,以 $Z=1$ 的概率度估计该公司女工每天家务劳动时间 2——5 小时

的比重区间,指出这种区间的可信程度。

每天家务劳动小时数	女 工 人 数
1 以下	3
1—2	16
2—3	42
3—4	30
4—5	8
5—6	1
合计	100

答:

$$1.(1) \quad \bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = 2.77(\text{小时}) \quad (2) \quad p = \frac{42+30+8}{100} = 80\%$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f - 1} = 0.9264 \quad \sigma_p^2 = p(1-p) = 0.8 \times 0.2 = 0.16$$

$$(3) \quad \bar{X} = \bar{x} = 2.77 \quad V\sigma_p = \frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sqrt{0.16}}{0.8} = \frac{0.4}{0.8} = 50\%$$

$$P = p = 80\%$$

$$(4) \quad \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.9264}{100}} = 0.096(\text{小时})$$

$$\Delta_{\bar{x}} = z\sigma_{\bar{x}} = 2 \times 0.096 = 0.192(\text{小时})$$

公司女工平均每天家务劳动时间的区间为 (2.77-0.192, 2.77+0.192), 即 (2.578, 2.962) 小时, 概率保证程度为 95.45%。

$$(5) \sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{100} \left(1 - \frac{100}{10000}\right)} = 3.98\%$$

$$\Delta_p = z\sigma_p = 1 \times 3.98\% = 3.98\%$$

公司女工家务劳动时间 2—5 小时的比重区间为 (80%-3.98%, 80%+3.98%) 即 (76.02%, 83.98%)

9. 一家公司随机抽取了 100 个坏帐, 经计算, 其平均余额为 5570 元, 样本标准差为 725 元, 试以 90% 的概率保证程度估计该公司的平均坏帐余额区间。

另一家公司也为估计坏帐而抽出了 100 个坏帐, 这些坏帐的标准差为 285.3。如今公司希望坏帐极限误差不超过 35 元, 置信度 95%, 则应抽取多少份坏帐?

$$(1) z = 1.645 \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{725}{10}$$

$$\Delta_{\bar{x}} = z \cdot \sigma_{\bar{x}} = 1.645 \times 72.5 = 119.26$$

$$(2) \quad n = \frac{z^2 \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2} = \frac{1.96^2 \times 285.3^2}{35^2} = 256$$