厦门大学《概率统计I》课程
期末考试卷

________学院______系______年级______专业

主考教师：______　　试卷类型：（A卷）

可能用到的数值: 标准正态分布的分布函数值: $\Phi(1.84) = 0.9671, \Phi(2) = 0.9772$;
上侧分位数: $z_{0.05} = 1.645, z_{0.01} = 2.326$, $\chi^2_{0.05}(5) = 11.07, \chi^2_{0.05}(6) = 12.592, F_{0.05}(2,27) = 3.35$, $F_{0.05}(2,28) = 3.34, F_{0.05}(3,27) = 2.96, F_{0.025}(2,27) = 4.24, F_{0.025}(27,2) = 39.46, t_{0.05}(27) = 1.7033$, $t_{0.05}(28) = 1.7011, t_{0.025}(18) = 2.1009, t_{0.025}(19) = 2.0930$.

1.

分数	阅卷人

(12分) 假设甲乙两人同时去办某项业务. 现在有两个窗口A, B可选择, 对应为两个业务员A, B. 两个业务员办理该项业务的时间(单位:分钟)为随机变量, 相互独立, 期望分别为8.8, 10, 方差分别为30.4, 25(窗口屏幕显示). 现在窗口A已有10名人员排队(包含1名刚刚开始办理的, 下同), 窗口B已有9名人员排队. 采用中心极限定理近似, 考虑以下问题:

(i) 甲先选择, 甲要求120分钟内必须开始办理他的业务. 试分别求甲选择窗口A和B可以实现其要求的概率.

(ii) 甲按上述要求选择了概率大的那个窗口, 乙选择另外一个窗口. 试求甲比乙先开始的概率有多大.

2.

分数	阅卷人

(15分) 已知两个独立总体X,Y均服从指数分布, 参数分别为θ_1,θ_2. 现分别得到两个总体的两个独立样本$X_1,X_2,\dots,X_{n_1}$和$Y_1,Y_2,\dots,Y_{n_2}$. 引入枢轴量$W=\frac{\bar{X}/\theta_1}{\bar{Y}/\theta_2}$.

(i) 试求W的分布(提示: $2X_i/\theta_1\sim\chi^2(2), 2Y_i/\theta_2\sim\chi^2(2)$).

(ii) 从上述枢轴量的角度构造如下假设检验问题的拒绝域(显著性水平为α):

$$H_0:\theta_1=\theta_2;H_1:\theta_1\neq\theta_2.$$

(iii) 从上述枢轴量的角度构造参数θ_1/θ_2的$1-\alpha$水平的单侧置信上限.

3.

分数	阅卷人

(10分) 考虑抛骰子试验, 若独立重复进行60次, 点数1,2,3,4,5,6出现的次数如下: 5,5,7,13,15,15. 使用χ^2拟合检验法检验古典概型的等可能性假设(显著性水平$\alpha = 0.05$), 即设

$$H_0: p_i = 1/6, i = 1, 2, \ldots, 6, \text{其中} p_i \text{为点数} i \text{出现的概率.}$$

4.

分数	阅卷人

(16分) 假设某保险公司在过去的年份家庭用车得到如下的年索赔数据(索赔额单位为万元): 家庭用车司机主要为丈夫时(组别A)的样本数据, 样本容量为10, 样本均值为3, 样本方差为0.4; 家庭用车司机主要为妻子时(组别B)的样本数据, 样本容量为10, 样本均值为4, 样本方差为1; 家庭用车司机为夫妻轮流时(组别C) 的样本数据, 样本容量为10, 样本均值为5, 样本方差为4.

(i)试用方差分析的方法(请列出单因素方差分析表)分析司机情况是否对索赔额有显著影响(显著性水平$\alpha = 0.05$)?

(ii)分析司机主要为妻子时的索赔额是否显著大于司机主要为丈夫时的索赔额?
(设$H_0:\mu_B\leq\mu_A, H_1:\mu_B>\mu_A$, 显著性水平$\alpha=0.05$)

5.

分数	阅卷人

(13分) 考察某校大学女生进入大学学习一年体重变化情况. 在九月份份开学初随机抽取9名新生女生, 测量其体重(单位为公斤), 设为随机变量X_i, 一年后, 继续测量她们的体重, 设为Y_i. 数据如下:

大一开学初	40	50	55	42	40	52	55	53	50
大二开学初	42	51	55	41	38	49	51	48	44

假设$D_i = X_i - Y_i, i = 1, 2, \ldots, 9$相互独立, 且服从同一分布$N(\mu_D, 3^2)$. 试检验一年的大学学习, 女生体重是否显著变轻了, 此时的右边检验设为如下形式:

$$H_0 : \mu_D = 0, H_1 : \mu_D > 0.$$

(i) 设显著性水平$\alpha = 0.5$, 能否拒绝H_0?

(ii) 设显著性水平$\alpha = 0.1$, 能否拒绝H_0?

(iii) 试求此时Z检验的p值.

6.

分数	阅卷人

(14分)在某国, 某地区被称呼为“霾都”. 假设得到最近一次雾霾爆发期间该地区周边的20个城市的数据: 这些城市与该地区的距离(单位为百公里)为x, 污染指数为y(取值为0到20之间, 值越大, 污染越严重). 计算得到如下结果:

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 200, \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 2500, \sum_{i=1}^{20} y_i = 150, \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 1600, \sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 1000$$

(i) 试建立距离与污染指数的线性回归方程.

(ii) 检验回归效果是否显著(显著性水平$\alpha = 0.05$), 也即距离是否显著影响污染指数?(若显著, 则可以支持该地区被称呼为“霾都”的说法.)

7.

分数	阅卷人

(20分) 已知离散型总体

$$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \theta & 1-3\theta & 2\theta \end{pmatrix}$$

未知参数$\theta \in (0,1/3)$. 样本$X_1, X_2, \ldots, X_n$来自总体X. 现在得到θ的两个估计: $\hat{\theta}_1 = \bar{X}, \hat{\theta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{3n}$.

(i) 试分别从$EX, E(X^2)$角度证明$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$均为$\theta$的矩估计.

(ii) 证明$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$均为$\theta$的无偏估计; 并且判别哪个更有效?

(iii) 证明$\hat{\theta}_2$也为θ的最大似然估计.