厦门大学《概率论与数理统计》课程期末试卷

信息学院信息与通信工程系 19 级计算机类专业

学年学期：2019-2020 学年春季学期

主考教师：王 琳　试卷类型：B 卷( )C 卷(√)

一、 选择题（在各小题的四个备选答案中选出一个正确答案，填在题后的括号中，本大题共 5 个小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1. 设 A,B,C 为三个事件，用 A,B,C 的运算关系表示“三个事件恰好一个发生”为（　　）。

A. $A\cup B\cup C$　　B. $A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$

C. $\Omega-ABC$　　D. $\overline{A}\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$

2. 设 $X\sim N(1,2^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为 X 的样本，则　　（　　）

A. $\dfrac{\bar{X}-1}{2}\sim N(0,1)$　　B. $\dfrac{\bar{X}-1}{4}\sim N(0,1)$

C. $\dfrac{\bar{X}-1}{\sqrt{2}}\sim N(0,1)$　　D. $\dfrac{\bar{X}-1}{2/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$

3. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$（ ）。

A. 单调增大　B. 单调减少　C. 保持不变　D. 增减不定

4. 设X~N(μ,σ^2)，其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3 为样本，则下列选项中不是统计量的是（）。

A. $X_1+X_2+X_3$　　B. $\max\{X_1,X_2,X_3\}$

C. $\sum_{i=1}^{3}\dfrac{X_i^2}{\sigma^2}$　　D. $X_1-\mu$

5. 在假设检验中，显著性水平表示（　　）

A. $P\{接受H_0|H_0不真\}=\alpha$　　B. $P\{拒绝H_0|H_0真\}=\alpha$

C. $P\{接受H_0|H_0真\}=\alpha$　　D. $P\{拒绝H_0|H_0不真\}=\alpha$

二、 计算题（本大题共 5 小题，每小题 15 分，共计 75 分）

1.（1）设一批混合麦种中，一、二、三等品分别占 80%、15%、5%，三个等级的发芽率依次为 0.98、0.95、0.8 求这批麦种的发芽率

（2）设有一箱同类产品是由三家工厂生产得，其中$\frac{1}{2}$是第一家工厂生产的，其余两家各生产$\frac{1}{4}$。又知第一、二、三家工厂生产的产品分别有 2%、4%、5%的次品。现从箱子种任取一件产品，若取到的是次品，它是第一家工厂生产的概率是多少？

2.（1）随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{e^{-(x+y)}}{1-e^{-1}}, & 0<x<1, 0<y<\infty \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

证明随机变量X和Y的独立性并求函数$U=\max(X,Y)$的分布函数。

（2）某种计算器在进行加法时，将每个加数的小数部分删去，设所有这部分操作导致的误差相互独立且在（0，1）上服从均匀分布。若将 4800 个数相加，运用中心极限定理求：误差总和的超过 2414 的概率是多少？

（$\Phi(0.7)=0.7580, \Phi(0.8)=0.7881, \Phi(0.9)=0.8159$）

3. 设总体X的概率密度为$f(x;\sigma)=\frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, -\infty<x<+\infty$，其中$\sigma\in(0,+\infty)$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体$X$的简单随机样本。记$\sigma$的最大似然估计量为$\hat{\sigma}$。

（1）求$\hat{\sigma}$；（2）证明：$\hat{\sigma}$是σ的无偏估计；（3）求$D\left(\hat{\sigma}\right)$.

4. 设某种清漆的 9 个样品，其干燥时间（以 h 计）分别为

6.0　5.7　5.8　6.5　7.0　6.3　5.6　6.1　5.0

设干燥时间总体服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$. 求$\mu$的置信水平为 0.95 的置信区间.

（1）　若由以往经验知$\sigma=0.6(\mathrm{h})$.

（2）　若σ为未知.

（已知　$z_{0.025}=1.96, z_{0.05}=1.645, t_{0.025}(8)=2.306, t_{0.05}(8)=1.860$）

5.（1）某机器生产的零件长度（单位：cm）$X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，今抽取容量为 16 的样本，测得样本均值 $\overline{X}=10$，样本方差 $S^2=0.16$。规定该零件平均长度不能超过 9.8cm，问在显著性水平 0.05 下，这批零件是否合格？

（2）某种导线，要求其电阻的标准差不得超过 0.005Ω，今在生产的一批导线中取样品 10 根，测得 $s=0.006\Omega$， 设总体为正态分布，参数均未知，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下能否认为这批导线的标准差显著地偏大？

（$t_{0.05}(16)=1.746$，$t_{0.05}(15)=1.753$，$t_{0.025}(15)=2.132$；

$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.05}(10)=18.307$，$\chi^2_{0.05}(11)=19.675$）

三、 证明题（本大题共 1 小题，每小题 10 分，共计 10 分）

设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是独立同分布的随机变量，其数学期望 $E(X_k)=\mu$ 和方差 $D(X_k)=\sigma^2$ 存在且有限，令 $Y_n=\dfrac{X_n+X_{n-1}}{2},n=1,2,\cdots$，证明：$Y_1,Y_2,\cdots Y_{\mathrm{n}}$ 服从大数定律.