厦门大学《微积分 I-2》课程
期中试题

考试日期：2014.4　　信息学院自律督导部整理

自律督导部

一、计算下列各题：（每小题 5 分，共 30 分）

1．设α与β均为单位向量，其夹角为$\dfrac{\pi}{4}$，求以$\alpha+2\beta$与$2\alpha-\beta$为邻边的平行四边形的面积.

2．设点$P(2,8,-1)$为从原点到一平面的垂足，求该平面的方程.

3．求曲面$\sin xy+\sin yz+\sin zx=1$在$(1,\dfrac{\pi}{2},0)$处的切平面方程.

4．计算二重积分$\iint\limits_D (x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是以$y=x, y=x+a, y=a, y=3a\,(a>0)$为边的平行四边形.

5．计算二次积分$\int_0^1 \mathrm{d}y\int_y^1 \sin x^2\mathrm{d}x$.

6．设$\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 1\}$，计算三重积分$\iiint\limits_\Omega |z|\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$.

二、计算下列各题：（每小题 6 分，共 30 分）

1．**求**函数$u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$在点$A(1,0,1)$处沿点A指向点$B(3,-2,2)$的方向导数.

2．设函数$z=f(x+\mathrm{e}^y, x^2y)$的二阶偏导连续，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$和$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3．计算二重积分$\iint\limits_D |x^2+y^2-1|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是由$x=1, y=0, y=x$所围成的区域.

4． 求直线 $L:\begin{cases}2x-y-3z+2=0\\ x+2y-z-6=0\end{cases}$ 在平面 $x-y-2z+1=0$ 的投影直线方程.

5． 求点 $M(3,2,1)$ 关于平面 $x+2y-z=0$ 的对称点坐标.

三、计算下列各题：（每小题 8 分，共 40 分）

1． 设 $z=\sqrt{|xy|}$，1）求 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,0)}$， $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(0,0)}$；2）证明该函数在点 $(0,0)$ 处不可微.

2． 求曲线 $x^2+y^2-z^2=1$， $x+y-2z=0$ 在点（1,1,1）处的切线方程和法平面方程.

3． 设平面 Π 经过点 $(0,-1,0)$ 和 $(0,0,-1)$，且与平面 $\Pi_1: y+z=7$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，求平面 Π 的方程.

4． 求曲面 $\Sigma: x^2+y^2-2z=0$ 上的点到点 $P(2,2,0)$ 的最短距离.

5． 计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 为球体 $x^2+y^2+z^2\le 4$ 介于 $z=0$ 与 $z=1$ 之间的部分.

附加题：

（10 分）从原点到曲面 $z=xy$ 的切平面做垂线，求垂足的轨迹方程.