

# 大学物理期中考试

- **考试：闭卷**
- 4月26日晚上7：00-9:00
- 考试地点：1号楼C305
- 力学（质点运动学，动力学，刚体，机械振动和波）第1，2，3，5，6章
- 课程网站：<http://l.xmu.edu.cn/course/view.php?id=408>  
自助选课密码：1415，去年和前年考题已经上载。
- 答疑：本周五，3:00pm-4:30pm

# 矢量乘法

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\vec{S} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{大小: } S = AB \sin \theta [\theta = (\vec{A}, \vec{B})] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{方向: } \vec{S} \perp \vec{A}, \vec{S} \perp \vec{B}, \text{ 满足右螺旋定则} \end{array} \right.$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \vec{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \vec{k}$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

# 运动方程→轨迹方程

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \xrightarrow{\text{消去}t} \begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

轨迹方程：描述运动轨迹的形状

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \xrightarrow{\text{消去}t} F(x, y) = 0$$

1. 已知运动方程，求质点任意时刻的位置、速度以及加速度

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

2. 已知运动质点的速度函数（或加速度函数）以及初始条件求质点的运动方程

$$\vec{a} = \vec{a}(t) \quad \vec{v} = \int \vec{a} dt + \vec{c}_1 \quad \vec{r} = \int \vec{v} dt + \vec{c}_2$$

$$\begin{cases} \vec{v}|_{t=0} = \vec{v}_0 \\ \vec{r}|_{t=0} = \vec{r}_0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \vec{c}_1, \vec{c}_2$$

- 自然坐标

$$\vec{r} = \vec{r}(s)$$

$$\vec{v} = v \hat{\tau} = \frac{ds}{dt} \hat{\tau}$$

$$\vec{a} = a_t \hat{\tau} + a_n n = \frac{dv}{dt} \hat{\tau} + \frac{v^2}{\rho} n$$

切向加速度，  
法向加速度（向心加速度）

# 圆周运动的角量描述

角位置:  $\theta = \theta(t)$

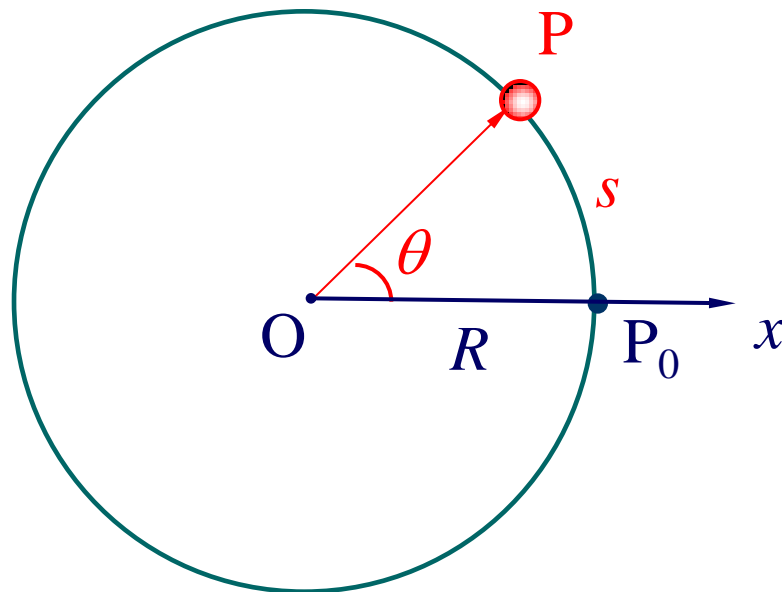
角速度:  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

角加速度:  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

角量和线量的关系

$$v = R\omega$$

$$\begin{cases} a_n = R\omega^2 \\ a_t = R\alpha \end{cases}$$



# 牛顿第二定律的应用

矢量式：

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

分量式：

直角坐标系：

$$\begin{cases} F_x = ma_x = m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ F_y = ma_y = m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2 y}{dt^2} \\ F_z = ma_z = m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2 z}{dt^2} \end{cases}$$

自然坐标系：

$$\begin{cases} F_n = ma_n = m \frac{v^2}{\rho} \\ F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt} \end{cases}$$

# 用牛顿第二定律解质点动力学问题

1) 已知运动，求受力：求导过程

2) 已知受力，求运动：积分过程

## 解题要点：

(1) 受力分析，画出示力图（隔离法）

(2) 对各隔离体建立牛顿运动方程的矢量式

(3) 建立坐标系，化矢量式为分量式

(4) 解方程



# 动量定理—牛顿第二定律的积分形式

牛顿第二定律:  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$\vec{F} dt = d\vec{p}$$

积分:  $\int_{t_0}^t \vec{F} dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$

定义力的冲量:

$$\vec{I} = \int_{t_0}^t \vec{F} dt$$

$$\vec{I} = \vec{p} - \vec{p}_0$$

➤ 动量定理反映了力对时间的积累效应

# 质点的动能定理

$$W = \int_{P_0}^P \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

定义质点的动能：

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

动能定理：

$$W = E_k - E_{k0}$$

# 刚体定轴转动的描述

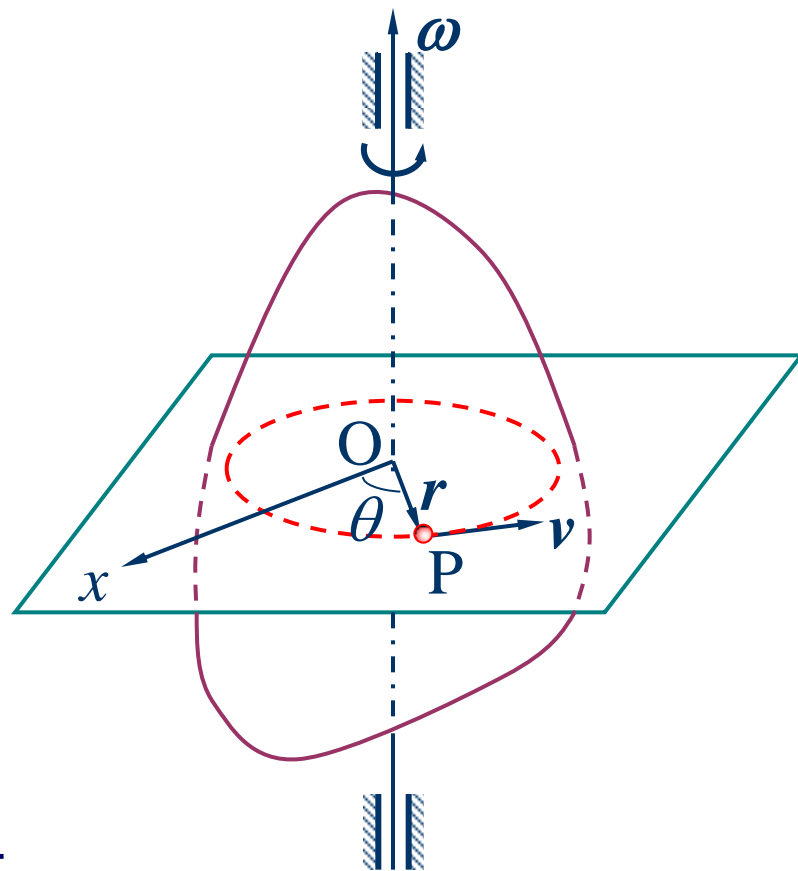
## 定轴转动的角量描述

角位置:  $\theta = \theta(t)$

角位移:  $\Delta\theta = \theta(t) - \theta(t_0)$

角速度:  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

角加速度:  $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$



# 角量和线量的关系

$r$ 为质点到转轴的垂直距离,  $\vec{r}$  为垂直于转轴, 由转轴指向质点的矢量。

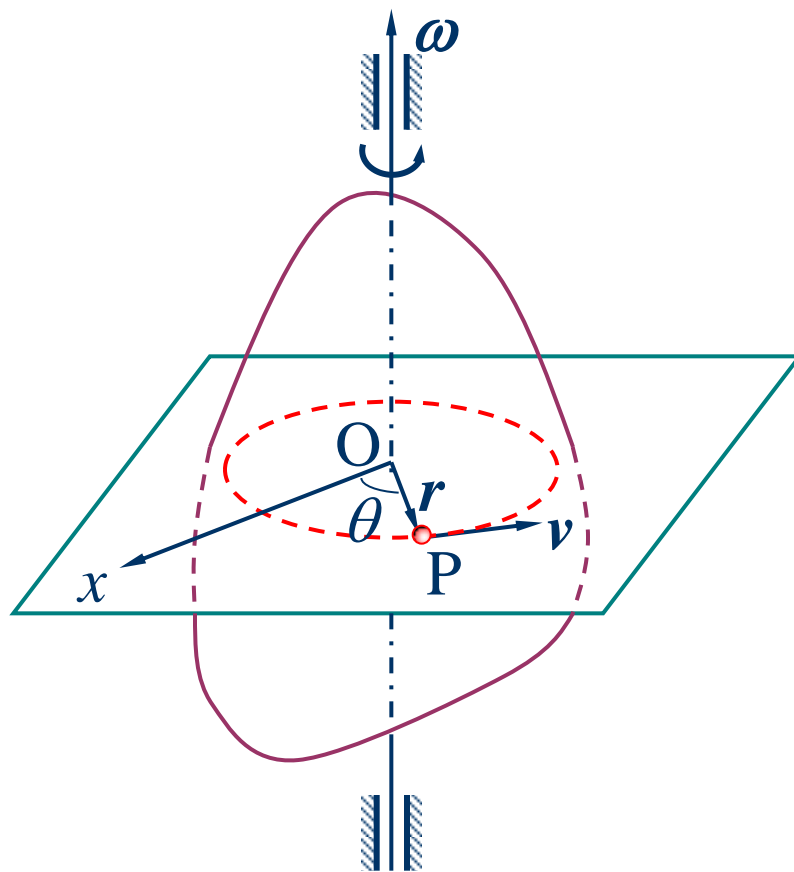
$$v = r\omega$$

$$\begin{cases} a_t = r\alpha \\ a_n = r\omega^2 \end{cases}$$

矢量表示:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

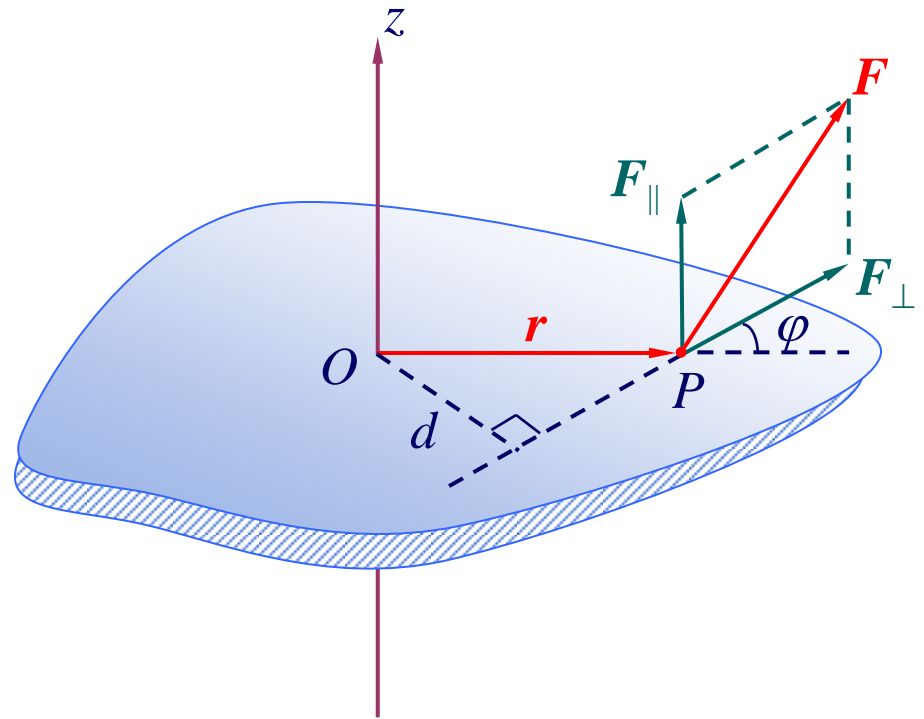
$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} - \omega^2 \vec{r}$$



# 力对转轴的力矩

$$\vec{M}_z = \vec{r} \times \vec{F}_\perp$$

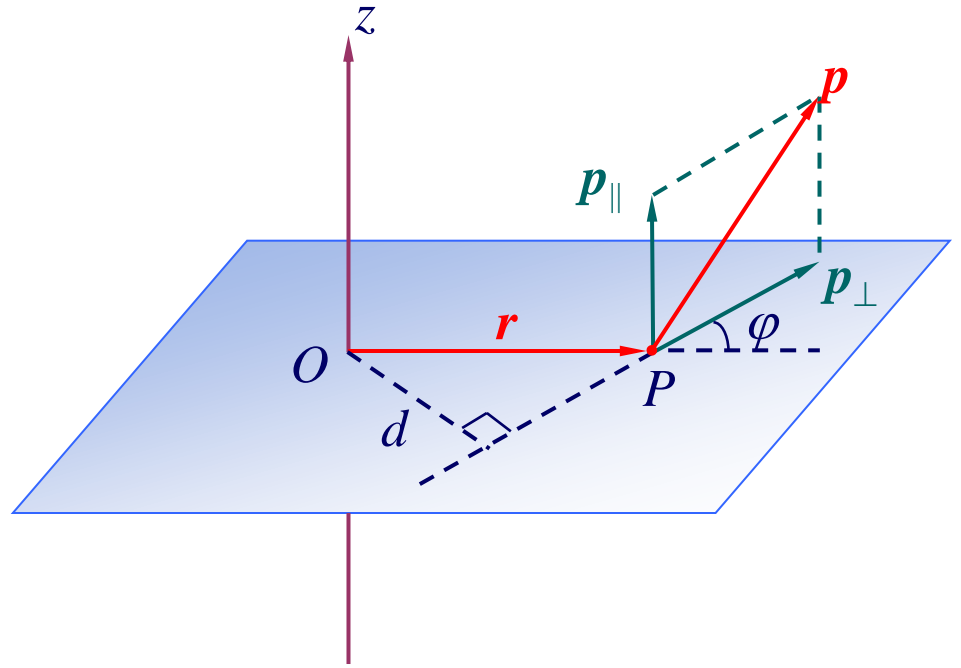
$$M_z = F_\perp r \sin \varphi = F_\perp d$$



# 质点对转轴的角动量：

$$\vec{L}_z = \vec{r} \times \vec{p}_\perp$$

$$L_z = p_\perp r \sin \varphi = p_\perp d$$



- 作用在质点上的力对固定点的力矩：

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- 作用在质点上的力对转轴的力矩：

$$M_z = F_{\perp} r \sin \varphi = F_{\perp} d$$

- 质点对固定点的角动量：

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

- 质点对转轴的角动量：

$$L_z = p_{\perp} r \sin \varphi = p_{\perp} d$$

- 转动惯量：

$$J = \int r^2 dm = \sum \Delta m_i r_i^2$$

- 刚体对转轴的角动量：

$$L_z = J_z \omega$$

- 转动定律：

$$M_z = J_z \alpha$$

刚体定轴转动的动能：

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

动能定理：

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} M d\theta = E_k - E_{k0}$$

角动量定理： $M_z = \frac{dL_z}{dt} \rightarrow$

$$\int_{t_0}^t M dt = L - L_0$$



# 描述简谐振动的物理量

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

圆频率（角频率）： $\omega$

周期和频率： $T = \frac{2\pi}{\omega}, \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

振幅： $A$

初相： $t=0$ 时刻的相位 $\varphi_0$

➤ 周期和频率：由振动系统的固有性质决定，弹簧振子

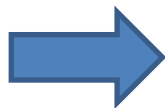
$$\omega = \sqrt{k / m}$$

➤ 振幅和初相：由初始条件决定

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\begin{cases} x_0 = A \cos(\varphi_0) \\ v_0 = -A\omega \sin(\varphi_0) \end{cases}$$



$$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \cos \varphi_0 = \frac{x_0}{A} \\ \sin \varphi_0 = \frac{v_0}{-A\omega} \end{cases}$$

# 简谐振动的描述，速度，和加速度

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi)$$

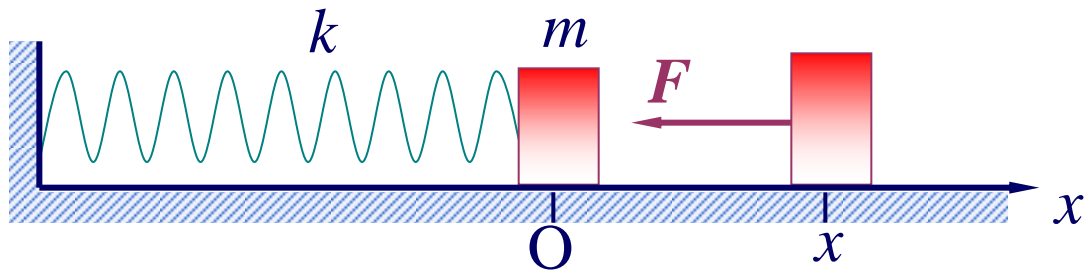
# 简谐振动的能量

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

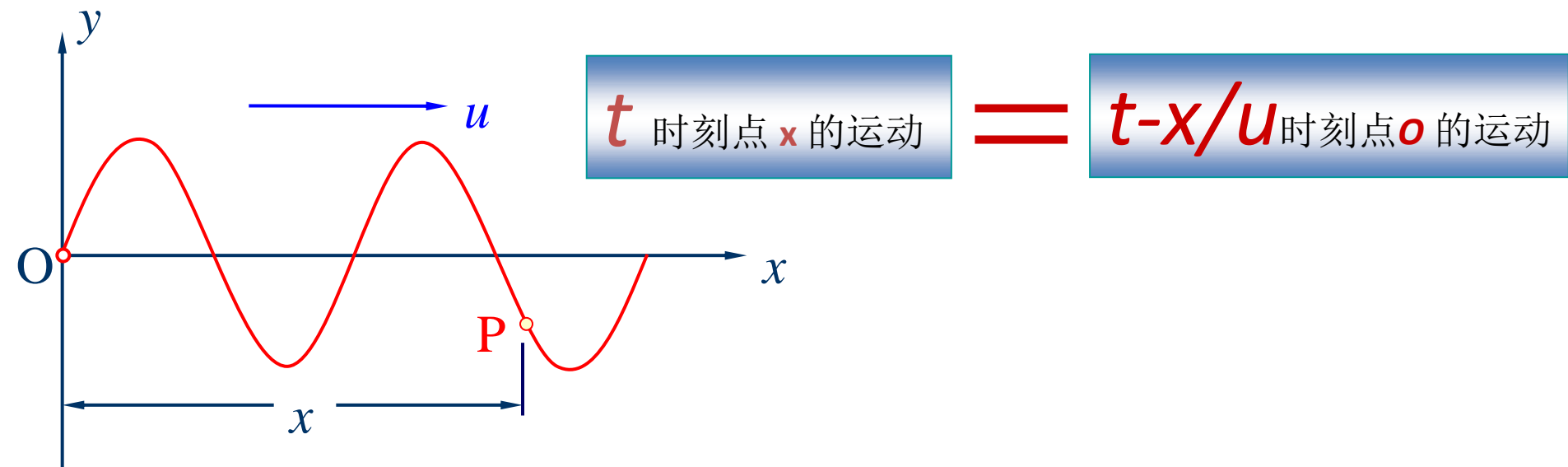
$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2$$



# 平面简谐波的波动表达式（波函数）

O点的振动是简谐振动（单一频率，单一振动方向，固定相位）： $y_o(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$



平面简谐波波动表达式  
（波函数）：

$$y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$

# 波函数

$$y = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right] \quad \text{波速沿x轴正向}$$

$$y = A \cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right] \quad \text{波速沿x轴负向}$$

平面简谐波波函数的其它形式:

$$y = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

## 3.2 驻波的表达式

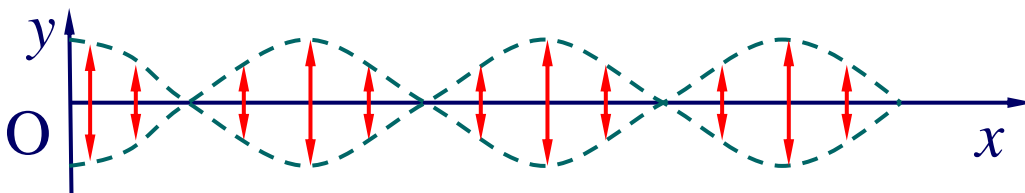
正向传播:  $y_1 = A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$

反向传播:  $y_2 = A_0 \cos(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda})$

$$y = y_1 + y_2 \qquad \cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

$$= 2A_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t$$

驻波的振幅  
与位置有关



# 反射波的半波损失

波阻： $\rho u$ ，密度和波速的乘积。

当波从波疏媒质（ $\rho u$  较小）入射到波密媒质（ $\rho u$  较大）时，在媒质界面反射时产生  $\pi$  的位相突变，相当于多传播了半个波长的波程。反射波与入射波形成的驻波在界面上为波节。

驻波经常由**入射波**与在界面上的**反射波**干涉形成。

由于两种介质的不同性质，在界面上有时是**波节**，有时是**波腹**。

