厦门大学《概率统计》期末试卷

考试日期：2016 （B） 信息学院自律督导部整理

自律督导部

一、 选择题（在各小题的四个备选答案中选出一个正确答案，填在题后的括号中，本大题共 5 个小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 为独立同分布随机变量序列，且均服从参数为 $\lambda(\lambda>1)$ 的指数分布，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布，$S_n=X_1+X_2+\cdots+X_n$，则 （ ）

（A） $\lim\limits_{n\to\infty}P\{\dfrac{S_n-n\lambda}{\lambda\sqrt{n}}\le x\}=\Phi(x).$ （B） $\lim\limits_{n\to\infty}P\{\dfrac{S_n-n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}\le x\}=\Phi(x).$

（C） $\lim\limits_{n\to\infty}P\{\dfrac{\lambda S_n-n}{\sqrt{n}}\le x\}=\Phi(x).$ （D） $\lim\limits_{n\to\infty}P\{\dfrac{S_n-\lambda}{\sqrt{n\lambda}}\le x\}=\Phi(x).$

2. 设随机变量列 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 相互独立，则根据辛钦大数定理，当 $n\to\infty$ 时，$X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 依概率收敛于其共同的数学期望，只要 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ （ ）

（A）有相同的数学期望. （B）服从同一离散型分布.

（C）服从同一均匀分布. （D）服从同一连续型分布.

3. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自正态总体 N(0，1)的一个样本，则统计量 $\dfrac{X_1-X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}$ 服从_______分布。 （ ）

（A） t(2) （B） t(3) （C） F(1,2) （D） F(2,2)

4. 设总体 $X\sim N(\mathrm{u},\sigma^2)$,其中u已知而$\sigma^2$未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的容量为 n 的样本，对于给定的显著性水平 a(0<a<1)，检验假设 H_0: $\sigma^2=\sigma_0^2$; H_1: $\sigma^2=\sigma_0^2$时，使用的统计量为（ ）。 （ ）

（A）标准正态分布 （B） χ^2(n-1) （C） χ^2(n) （D） $F(\mathrm{n}-1,\mathrm{n})$

5. 设$\hat{\Theta}$是未知参数θ的一个估计量，若$E\hat{\Theta}\neq\theta$，则$\hat{\Theta}$是θ的　（　）

（A）最大似然估计.　　（B）矩估计.

（C）有效估计.　　（D）有偏估计.

二、 填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

6. 设$E(X)=\mathrm{u},\mathrm{D(X)}=\sigma^2$,则由切比雪夫不等式可知$P\{|X-\mathrm{u}|\geq 3\sigma\}\leq$_______。

7. 设随机变量 X 的 2 阶原点矩为$\frac{15}{4}$,4 阶原点矩为$\frac{99}{4}$,则X^2的方差为_______。

8. 设总体X的二阶矩存在，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一个样本，记

$$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad \sigma_n^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2,$$

则EX^2的矩估计量是______。

9. 设σ是总体X的标准差，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的简单随机样本，则样本标准差S是总体标准差σ的_______。

10. 设总体 X 服从正态分布$N(\mathrm{u},\sigma^2)$，方差σ^2未知。对假设H_0：$\mathrm{u}=\mathrm{u}_0$;H_1：$\mathrm{u}\neq\mathrm{u}_0$进行假设检验时，通常采用统计量是______ ，服从______分布，自由度是______。

三、 计算题（本大题共 5 小题，每小题 12 分，共计 60 分）

11. 设X_1,X_2,X_3,X_4是来自均值θ的指数总体的样本，其中θ未知，设有估计量

$$T_1=\frac{1}{6}(X_1+X_2)+\frac{1}{3}(X_3+X_4),\quad T_2=\frac{1}{5}(X_1+2X_2+3X_3+4X_4),$$

$$T_3=\frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$$

（1）指出T_1，T_2，T_3中哪几个是θ的无偏估计量；

（2）在上述的无偏估计中指出哪一个较为有效。

12. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的简单随机样本，其中总体X有密度:

$$f\left(x;\theta\right)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & others\end{cases}$$

试求未知参数$\theta(\theta>-1)$的矩估计量和最大似然估计量。

13. 对于一个学生而言，来参加家长会的家长人数是一个随机变量，设一个学生无家长、1 名家长、2 名家长来参加会议的概率分别为 0.05、0.8、0.15。若学校共有 400 名学生，设各学生来参加会议的家长人数相互独立，且服从同一分布。

（1）求参加会议的家长人数X超过 450 的概率；

（2）求有 1 名家长来参加会议的学生人数不多于 340 的概率。

（$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1.147)=0.8749$，$\Phi(2.5)=0.9938$，$\Phi(3)=0.9987$）

14. 某种元件的寿命X（以 h 计）服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\mu,\sigma^2$均未知，现测得 16 只元件的寿命如下：

159	280	101	212	224	379	179	264
222	362	168	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于 225h？（$t_{0.05}\left(15\right)=1.7531$）

15. 设总体 $X \sim b(1,p)$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的样本.

（1）求 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 的分布律；

（2）求 $\sum_{i=1}^{n} X_i$ 的分布律；

（3）求 $E\left(\bar{X}\right),D\left(\bar{X}\right),E\left(S^2\right)$。

四. 证明题（本大题共 1 小题，共 10 分）

16. 利用棣莫弗一拉普拉斯定理证明伯努利大数定理。