刚体的定轴转动（一）参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	C	AD	D	ABCD	A

二、填空题

1．位移、速度和加速度，角位移、角速度和角加速度

2．形状、大小、质量的分布、转轴的位置

3．$\dfrac{1}{12}ml^2$

4．合外力矩，转动惯量

5．平动惯性，转动惯性

三、计算题

1．*AB* 边与 *Ox* 轴重合，因此它对 *Ox* 轴的转动惯量为 0。*BC* 与 *AC* 相对 *Ox* 轴对称，因此它们对 *Ox* 轴的转动惯量相等。在 *AC* 边上取一质元 $\mathrm{d}m=\dfrac{m}{l}\mathrm{d}l,\mathrm{d}l=\dfrac{\mathrm{d}y}{\cos 30^\circ}$，由转动惯量的定义式可得

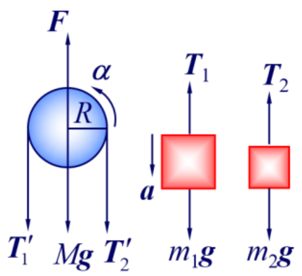
$$J_{Ox}=2\int y^2\mathrm{d}m=2\int_0^{\frac{l}{3}\cos 30^\circ}y^2\frac{m}{l\cos 30^\circ}\mathrm{d}y=\frac{2m}{l\cos 30^\circ}\cdot\frac{y^3}{3}\bigg|_0^{\frac{l}{3}\cos 30^\circ}=\frac{1}{54}ml^2$$

类似的，三角形对 *Oy* 轴的转动惯量为

$$J_{Oy}=J_{AB}+J_{BC}+J_{AC}=\frac{1}{12}\cdot\frac{m}{3}\left(\frac{l}{3}\right)^2+2\int_0^{\frac{l}{3}\sin 30^\circ}x^2\frac{m}{l\sin 30^\circ}\mathrm{d}x=\frac{1}{108}ml^2$$

三角形对 *Oz* 轴的转动惯量可应用垂直轴定理

$$J_{Oz}=J_{Ox}+J_{Oy}=\frac{1}{54}ml^2+\frac{1}{108}ml^2=\frac{1}{36}ml^2$$



2．隔离每个物体，每个物体的受力分析如图所示，由牛顿第二定律方程和转动定律方程可得

$$\begin{cases} m_1 g - T_1 = m_1 a \\ T_2 - m_2 g = m_2 a \\ T_1' R - T_2' R = J\alpha \\ a = R\alpha \\ T_1' = T_1 \\ T_2' = T_2 \end{cases}$$

解得 $a = \dfrac{(m_1 - m_2)gR^2}{(m_1 + m_2)R^2 + J} = \dfrac{(2m_2 - m_2)gR^2}{(2m_2 + m_2)R^2 + \dfrac{1}{2}4m_2R^2} = \dfrac{g}{5}$

（2）初始物体的速度为$v_0 = 0$，因此物体下落速度与时间的关系$v = at = \dfrac{1}{5}gt$

当$t = 1s$时，m_1下落的距离$h = \dfrac{1}{2}at^2 = \dfrac{1}{5}gt^2 = \dfrac{1}{5}\times 9.8\times 1^2 = 1.96\mathrm{m}$

（3）m_1和m_2之间绳子的张力$T_1 = m_1 g - m_1 a = 0.8m_1 g$