

第二章

动力学基本定律

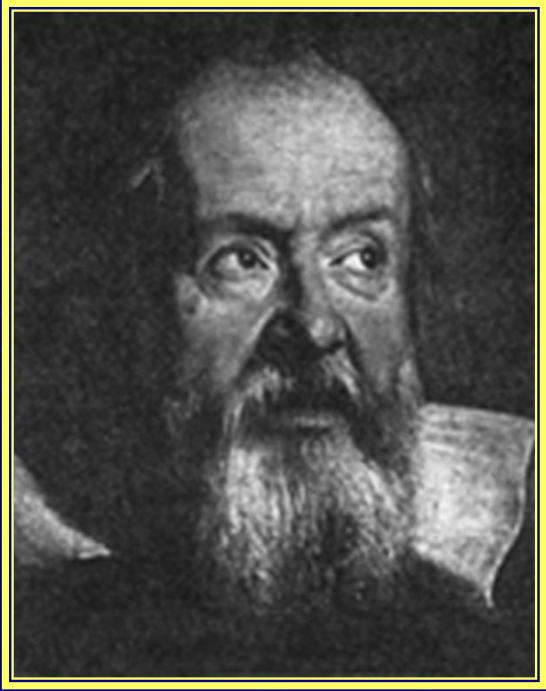
§ 2-1 牛顿定律



古希腊哲学家亚里士多德 (Aristotle, 公元前384至公元前322) 认为:

力是维持物体运动的原因。

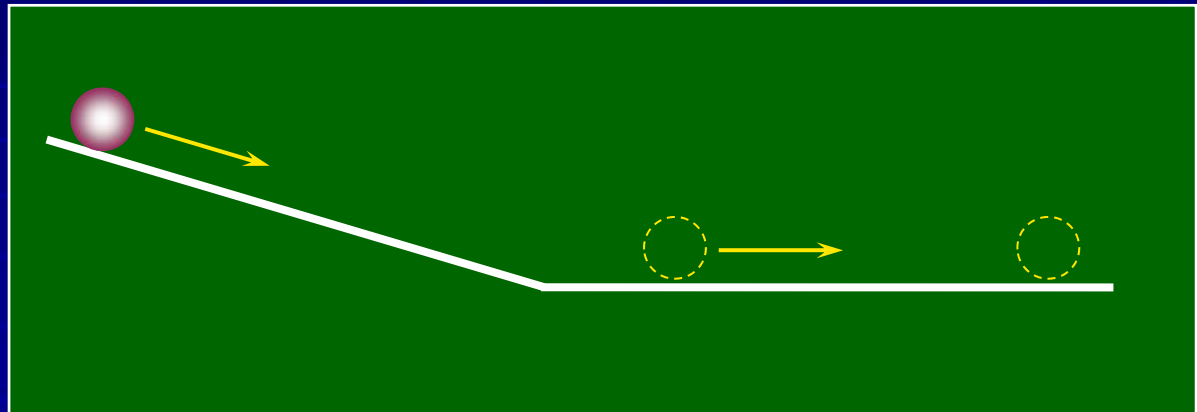
古代物理学形式是属于经验总结性的, 对事物的认识主要是凭直觉的观察, 凭猜测和臆想。



伽利略 (Galileo, 1564 -1642) —— 近代科学的先驱。

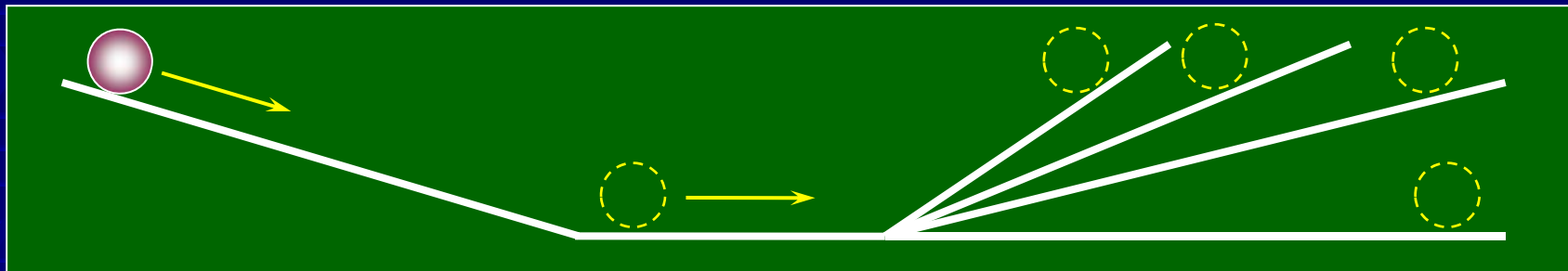
伽利略的斜面实验：

实验一



如果把水平面制作得越光滑，则小球会滚得越远。

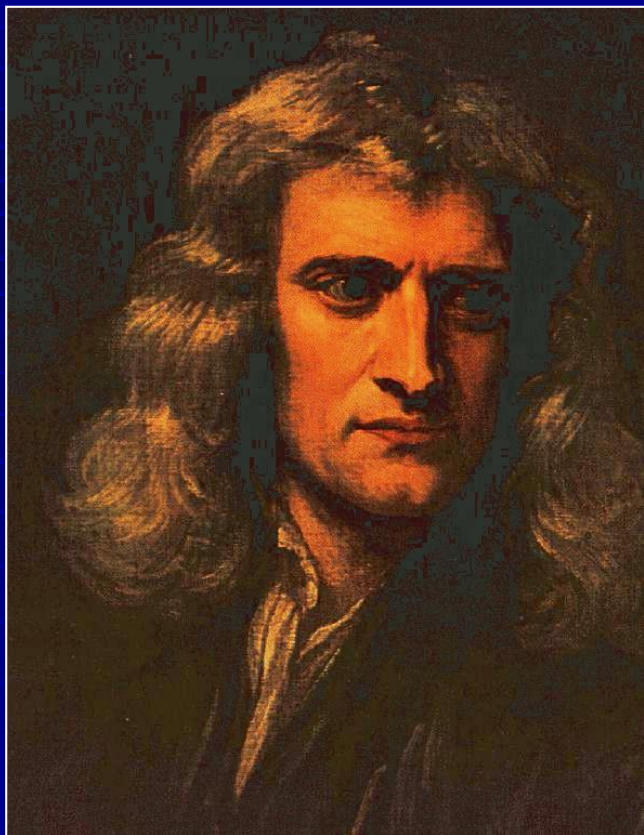
实验二



如果斜面的倾角无限小（平面），那么小球将沿平面几乎可以一直滚动过下去。

力不是维持运动的原因。

伽利略对力学的贡献在于把有目的的实验和逻辑推理和谐地结合在一起，构成了一套完整的科学研究方法。



2-1-1 牛顿定律

牛顿 (Isaac Newton, 1642 - 1727)，英国伟大的物理学家，一生对科学事业所做的贡献，遍及物理学、数学和天文学等领域。在物理学上，牛顿在伽利略、开普勒等人工作的基础上，建立了牛顿三定律和万有引力定律，并建立了经典力学的理论体系。

牛顿第一定律（惯性定律）

任何物体都将保持静止或匀速直线运动的状态直到其他物体所作用的力迫使它改变这种状态为止。

数学形式： $\vec{v} = \text{恒矢量}$, $\vec{F} = 0$

惯性： 任何物体保持其运动状态不变的性质。

牛顿第二定律（牛顿运动方程）

物体受到外力作用时，它所获得的加速度的大小与合外力的大小成正比，与物体的质量成反比，加速度的方向与合外力的方向相同。

数学形式： $\vec{F} = m\vec{a}$

或 $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

力的叠加原理：几个力同时作用在一个物体上所产生的加速度 a ，等于各个力单独作用时所产生的加速度的矢量和。

在直角坐标系 $Oxyz$ 中：

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = ma_x \\ \sum F_{iy} = ma_y \\ \sum F_{iz} = ma_z \end{cases}$$

在自然坐标系中：

$$\begin{cases} F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt} \\ F_n = ma_n = m \frac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

说明：

- (1) 牛顿运动方程只适用于质点的运动。
- (2) 牛顿第二定律中 \vec{F} 和 \vec{a} 的关系为瞬时关系。

牛顿第三定律（作用力和反作用力定律）

当物体A以力 \vec{F} 作用在物体B上时，物体B也必定同时以力 \vec{F}' 作用在物体A上，两力作用在同一直线上，大小相等，方向相反。

数学形式： $\vec{F} = -\vec{F}'$

说明：（1）作用力和反作用力总是成对出现，任何一方不能单独存在。

（2）作用力和反作用力分别作用于两个物体，因此不能平衡或抵消。

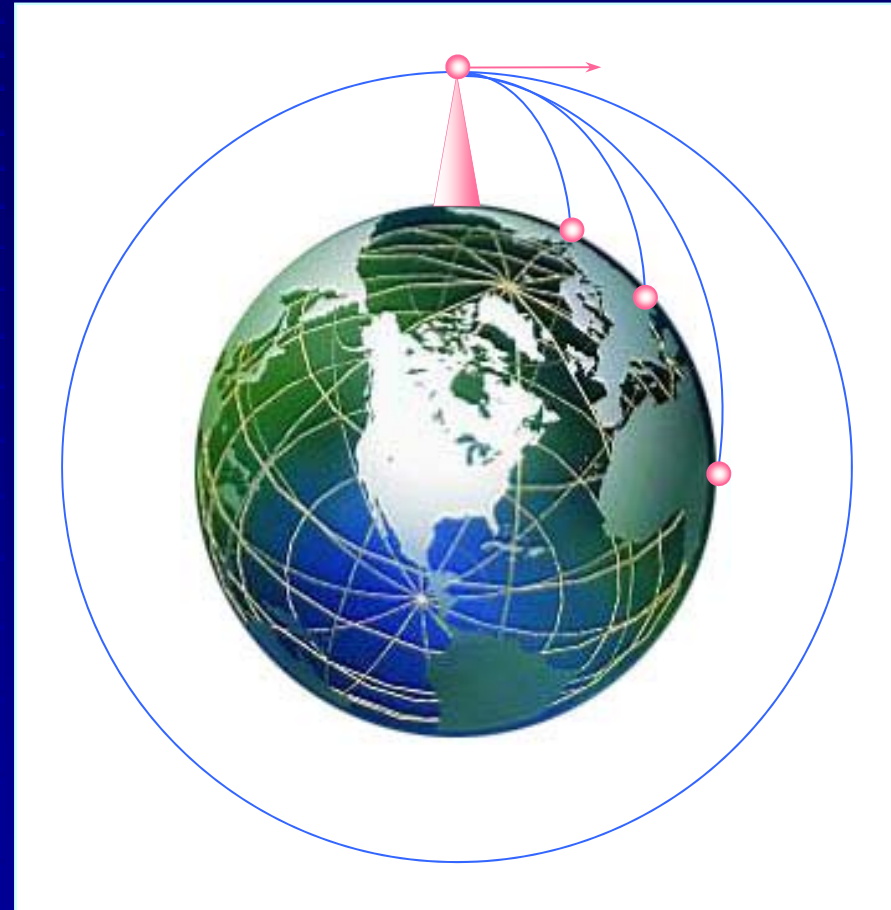
（3）作用力和反作用力属于同一种性质的力。

2-1-2 力学中常见的几种力

1. 万有引力

行星绕太阳的运动

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi R)^2}{R \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$



如果抛射速度足够大，则物体将绕地球转动，而永不落地。

行星1：轨道半径为 R_1 ，加速度为 a_1 ，运行周期为 T_1

行星2：轨道半径为 R_2 ，加速度为 a_2 ，运行周期为 T_2

$$a_1 : a_2 = \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2} : \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2} = \frac{R_1 T_2^2}{R_2 T_1^2}$$

根据开普勒第三定律：

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

$$a_1 : a_2 = R_2^2 : R_1^2 \quad \text{引力与距离的平方成反比。}$$

万有引力定律:

任何两个质点之间都存在互相作用的引力,引力的方向沿着两个质点的连线方向;其大小与两个质点质量 m_1 和 m_2 的乘积成正比,与两质点之间的距离 R 的平方成反比。

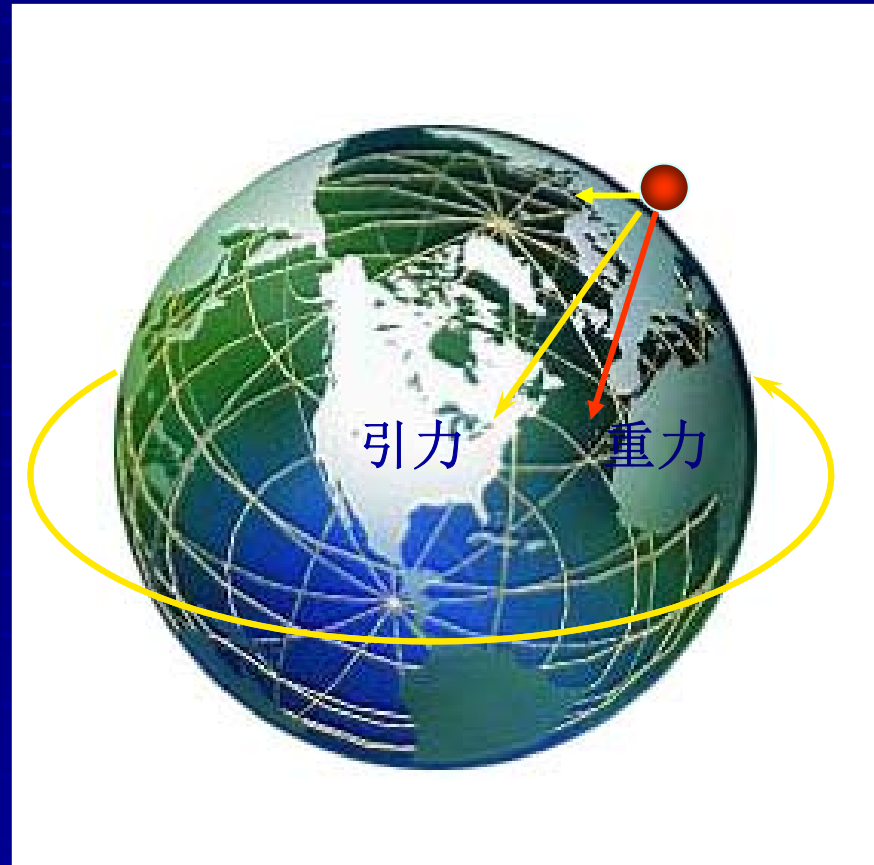
$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

引力常量: $G = 6.6726 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

2. 重力

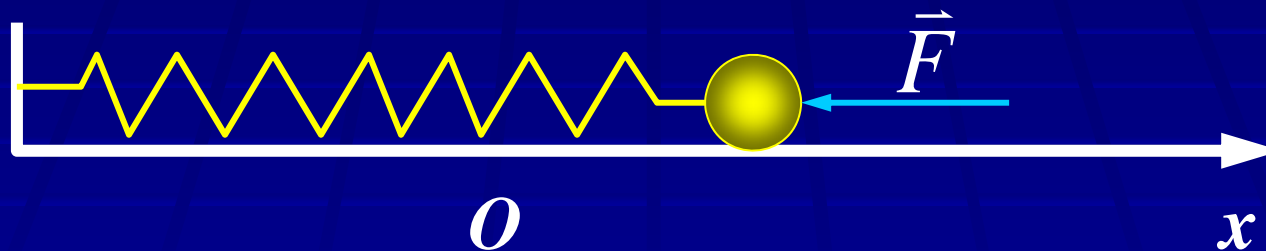
重力是物体所受地球引力的一个分量。

$$\vec{F} = m\vec{g}$$



3. 弹性力

物体在外力作用下因发生形变而产生欲使其恢复原来形状的力。



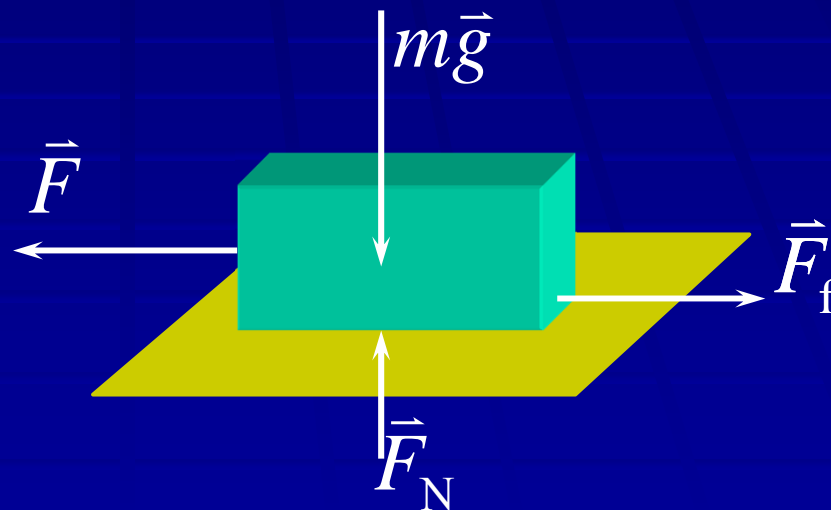
$$\vec{F} = -k \vec{x} \quad (k \text{ 称为劲度系数})$$

4. 摩擦力

(1) 静摩擦力

当物体与接触面存在相对滑动趋势时，物体所受到接触面对它的阻力。其方向与相对滑动趋势方向相反。

$$\vec{F}_f = -\vec{F}$$



静摩擦力的大小随外力的变化而变化。

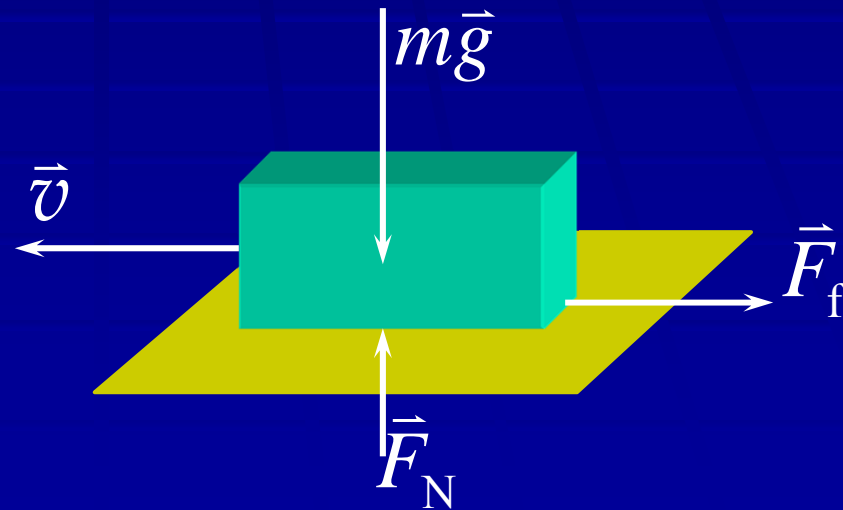
最大静摩擦力: $F_{\max} = \mu F_N$ μ 为静摩擦因数

(2) 滑动摩擦

当物体相对于接触面滑动时，物体所受到接触面对它的阻力。其方向与滑动方向相反。

$$F_f = \mu F_N$$

μ 为滑动摩擦因数



2-1-3 牛顿定律的应用

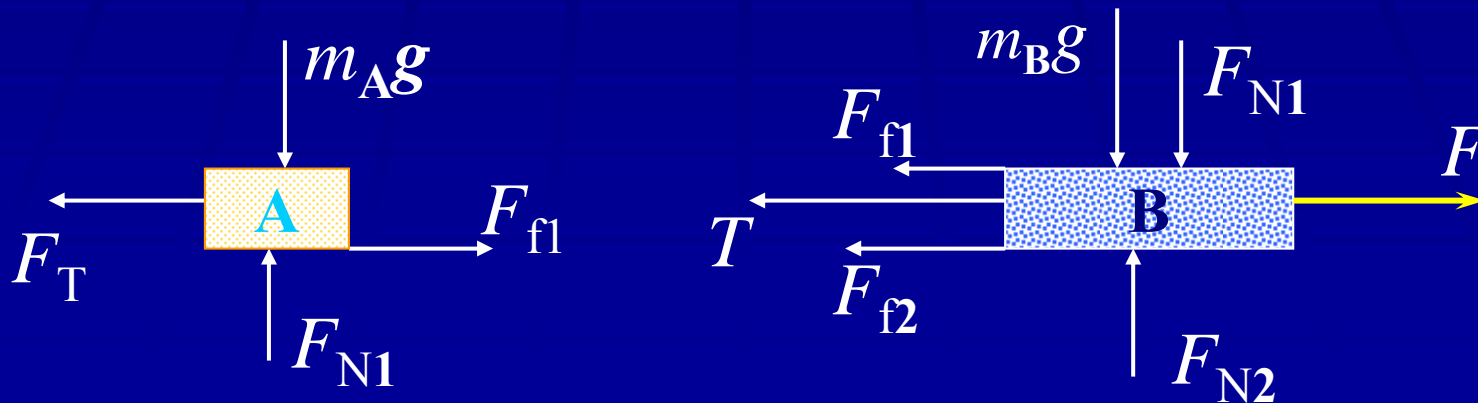
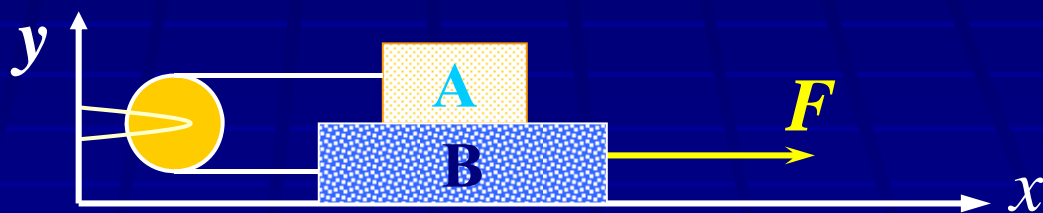
质点动力学基本运动方程 $\vec{F} = m\vec{a}$

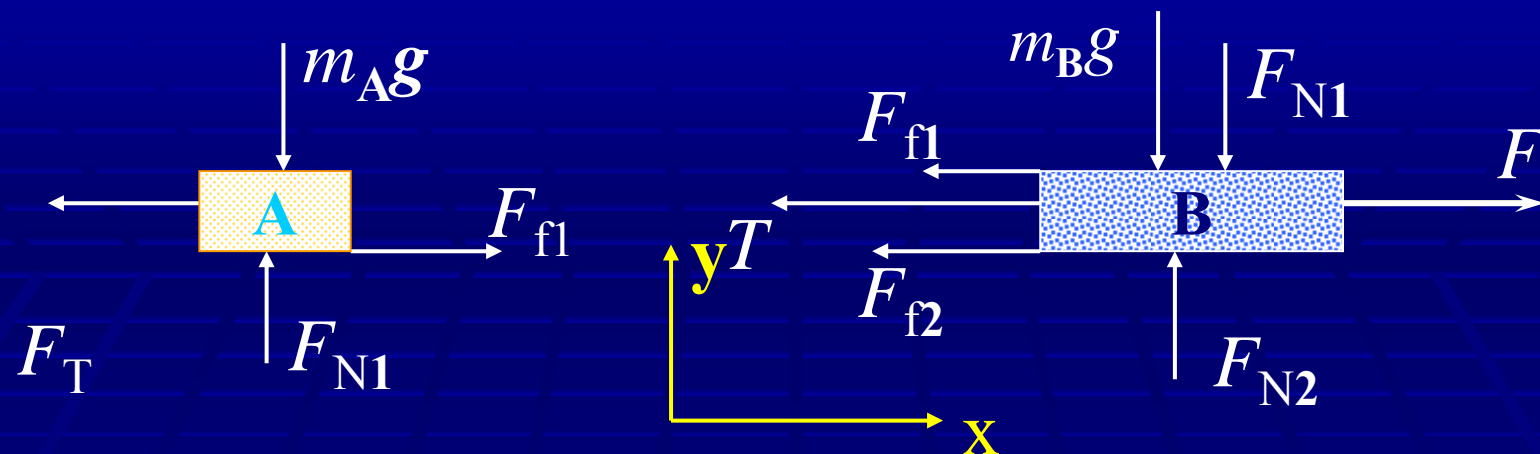
解题步骤：

- (1) 确定研究对象。对于物体系，画出隔离图。
- (2) 进行受力分析，画出受力图。
- (3) 建立坐标系。
- (4) 对各隔离体建立牛顿运动方程（分量式）。
- (5) 解方程，进行符号运算，然后代入数据。

例1 如图所示，两木块质量分别为 $m_A=1.0\text{kg}$, $m_B=2.0\text{kg}$ 。A、B间的摩擦因数 $\mu_1=0.20$ 。B与桌面的摩擦因数 $\mu_2=0.30$ 。若木块滑动后它们的加速度大小均为 $0.15\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ 。求作用在B物上的拉力？

解：





A: $F_{f1} - F_T = -m_A a$ **B:** $F - F_{f1} - F_{f2} - F_T = m_B a$

$$F_{N1} - m_A g = 0$$

$$F_{N2} - F_{N1} - m_B g = 0$$

$$f_1 = \mu_1 N_1$$

$$f_2 = \mu_2 N_2$$

由A式: $\mu_1 m_A g - F_T = -m_A a$

由B式: $F - \mu_1 m_A g - \mu_2 (m_A + m_B) g - F_T = m_B a$

解得: $F = 13.2 \text{ N}$

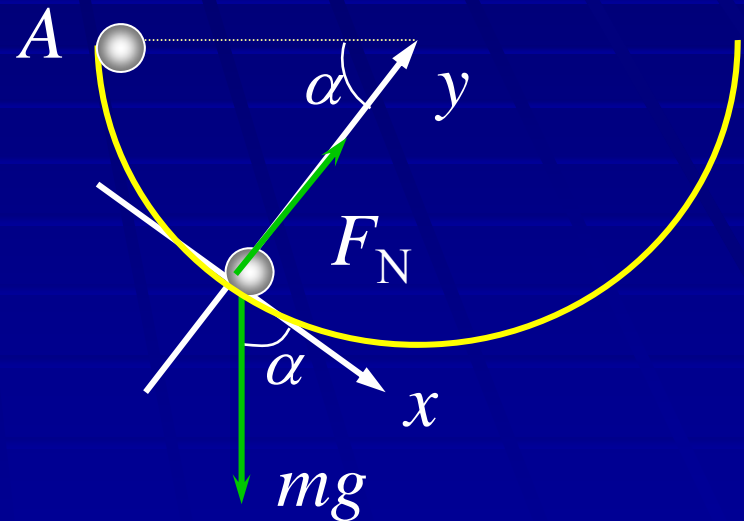
例2 质量为 m 的小球最初位于A点，然后沿半径为 R 的光滑圆弧面下滑。求小球在任一位置时的速度和对圆弧面的作用。

解: $mg \cos \alpha = m \frac{dv}{dt}$

$$F_N - mg \sin \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv ds}{ds dt} = v \frac{dv}{R d\alpha}$$

$$v dv = Rg \cos \alpha d\alpha$$



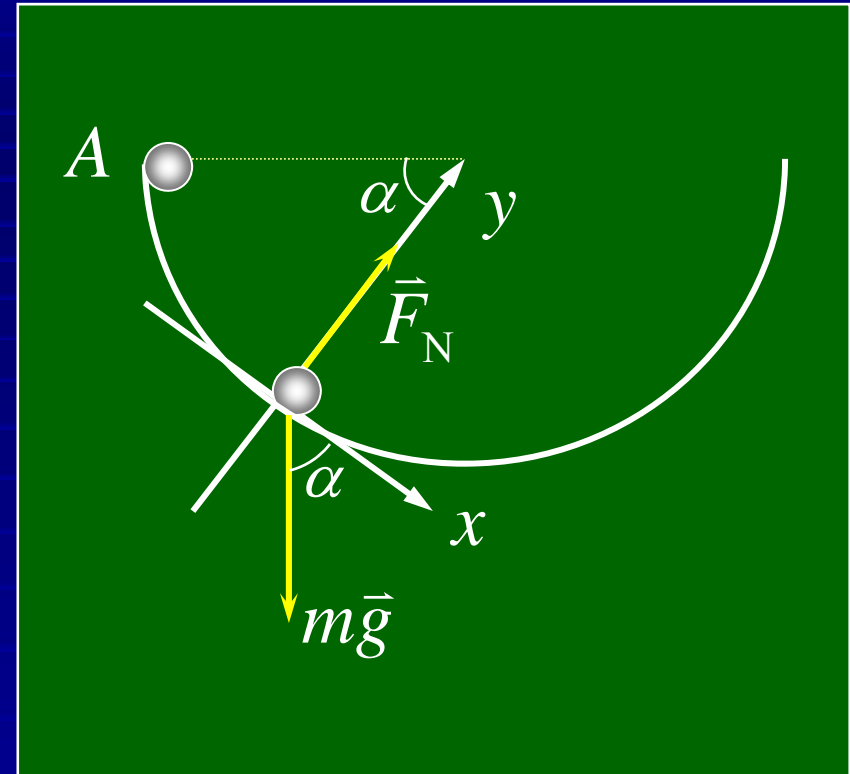
$$\int_0^v v dv = \int_0^\alpha Rg \cos \alpha d\alpha$$

$$\frac{1}{2}v^2 = Rg \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{2Rg \sin \alpha}$$

$$F_N - mg \sin \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$F_N = mg \sin \alpha + m \frac{2Rg \sin \alpha}{R} = 3mg \sin \alpha$$



例3 由地面沿铅直方向发射质量为 m 的宇宙飞船。求宇宙飞船能脱离地球引力所需的最小初速度。（不计空气阻力及其他作用力，设地球半径为6378000m）

解：设地球半径为 R ，地球表面的重力近似等于引力：

$$G \frac{mM}{R^2} \approx mg$$

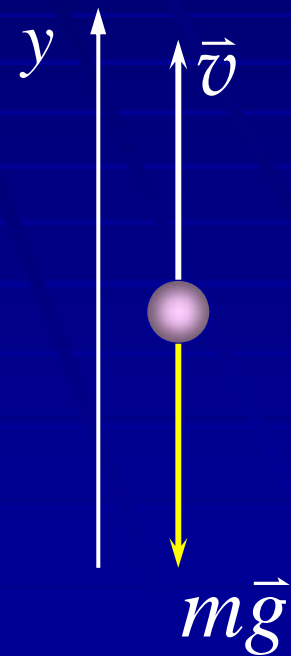
$$GM = gR^2$$

宇宙飞船受的引力： $F = G \frac{mM}{y^2} \approx \frac{mgR^2}{y^2}$

运动方程： $m \frac{dv}{dt} = -\frac{mgR^2}{y^2}$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv dy}{dy dt} = v \frac{dv}{dy}$$

$$v dv = -gR^2 \frac{dy}{y^2}$$



两边积分: $\int_{v_0}^v v dv = \int_R^y -R^2 g \frac{dy}{y^2}$

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = gR^2 \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{R} \right)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gR^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{y} \right)$$

飞船脱离地球引力时: $y \rightarrow \infty$, $v \geq 0$

$$v_0 = \sqrt{2gR} = 11.2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

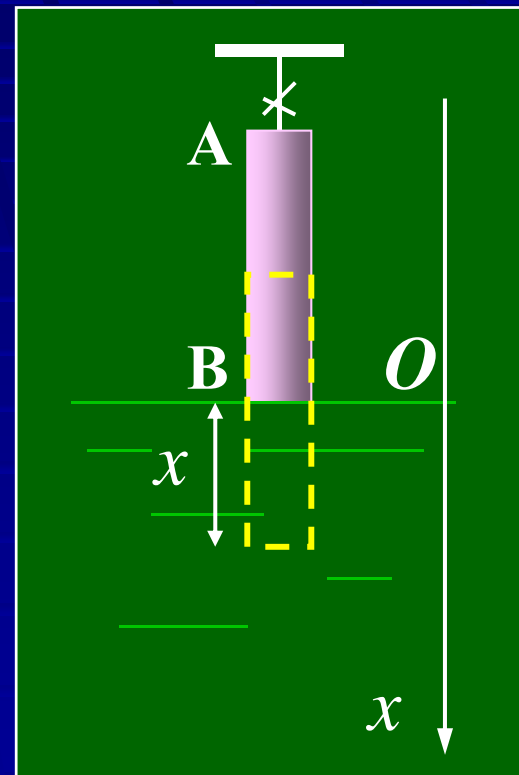
例4 密度为 ρ_1 的液体，上方悬一长为 l ，密度为 ρ_2 的均质细棒AB，棒的B端刚好和液面接触。今剪断绳，并设棒只在重力和浮力作用下下沉，求：

- (1) 棒刚好全部浸入液体时的速度。
- (2) 若 $\rho_2 < \rho_1 / 2$ ，棒浸入液体的最大深度。
- (3) 棒下落过程中能达到的最大深度。

解： (1) $mg - F = ma$

$$\rho_2 l s g - \rho_1 x s g = \rho_2 s l \frac{dv}{dt} = \rho_2 l s v \frac{dv}{dx}$$

$$v dv = \left(1 - \frac{\rho_1 x}{\rho_2 l}\right) g dx \quad \int_0^v v dv = \int_0^x \left(1 - \frac{\rho_1 x}{\rho_2 l}\right) g dx$$



$$\frac{1}{2}v^2 = \left(x - \frac{\rho_1 x^2}{2\rho_2 l}\right) g \Big|_0^x \quad v = \sqrt{2gx - \frac{\rho_1 g x^2}{\rho_2 l}}$$

$$x = l \text{ 时: } \quad v = \sqrt{\frac{(2\rho_2 - \rho_1)gl}{\rho_2}}$$

(2) 最大深度时有 $v = 0$

$$0 = \sqrt{2gx - \frac{\rho_1 g x^2}{\rho_2 l}} \quad x = \frac{2\rho_2 l}{\rho_1}$$

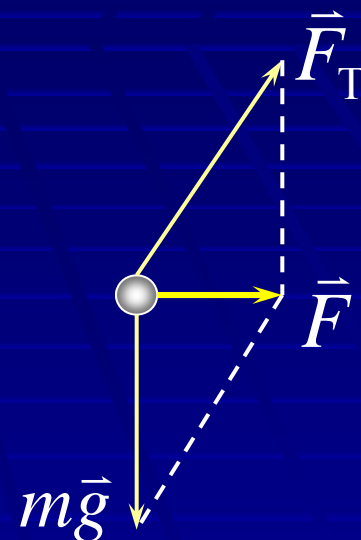
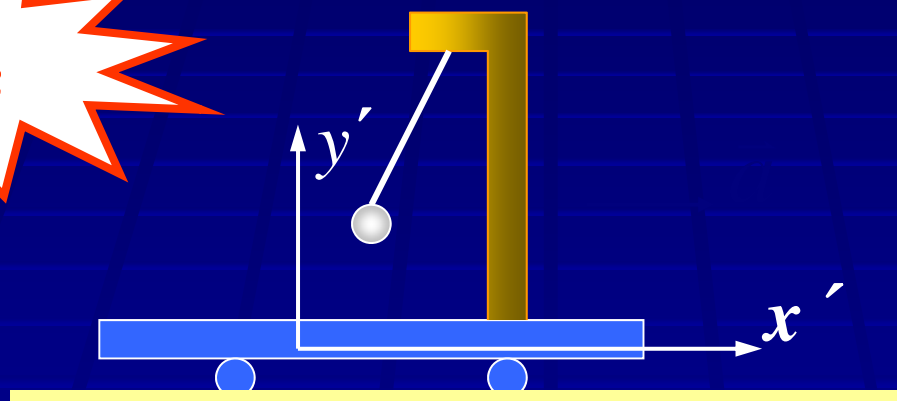
(3) 求极值

$$\frac{dv}{dx} = \frac{2g - 2\frac{\rho_1 g}{\rho_2 l} x}{2\sqrt{2gx - \frac{\rho_1 g x^2}{\rho_2 l}}} = 0$$

$$2g - \frac{2\rho_1 g}{\rho_2 l} x = 0 \quad x = \frac{\rho_2 l}{\rho_1}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{\rho_2 g l}{\rho_1}}$$

2-1-4 惯性系与非惯性系

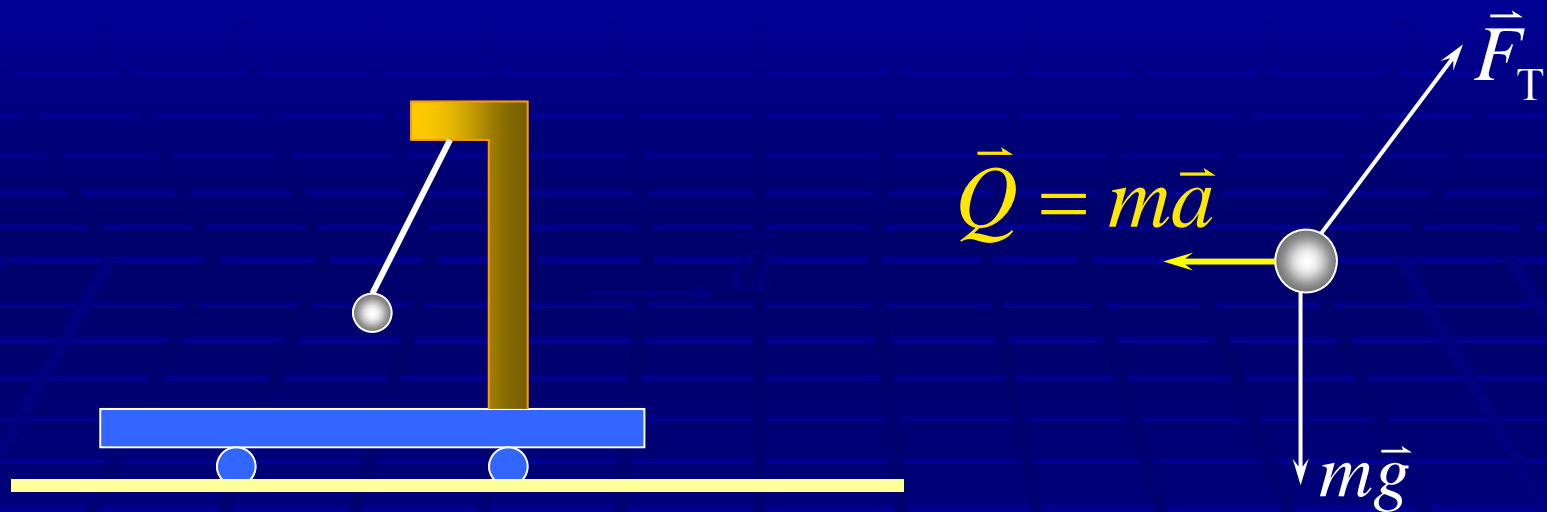


惯性系

牛顿定律成立的参考系。一切相对于惯性系作匀速直线运动的参考系也是惯性系。

非惯性系

相对于惯性系做加速运动的参考系。
在非惯性系内牛顿定律不成立。



惯性力： 为了要使牛顿第二定律在非惯性系内成立而引进的一个虚构的力。

惯性力大小： 大小等于运动质点的质量 m 与非惯性系加速度 a 的乘积。

惯性力方向： 与非惯性系加速度的方向相反。

$$\vec{Q} = -m\vec{a}$$

在非惯性系中，牛顿运动定律表示为：

$$\vec{F} + \vec{Q} = m\vec{a}$$

说明：

惯性力没有施力者，不存在“力是物体之间的相互作用”这一特性。它和真实力有区别。惯性力的实质是物体的惯性在非惯性系中的表现。

例5 升降电梯相对于地面以加速度 a 沿铅直向上运动。电梯中有一轻滑轮绕一轻绳，绳两端悬挂质量分别为 m_1 和 m_2 的重物（ $m_1 > m_2$ ）。求：（1）物体相对于电梯的加速度；（2）绳子的张力。

解： $m_1 g + m_1 a - F_T = m_1 a_r$

$$F_T - m_2 g - m_2 a = m_2 a_r$$

消去 \vec{F}_T $a_r = \frac{(m_1 - m_2) \cdot (g + a)}{m_1 + m_2}$

$$F_T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} (g + a)$$

\vec{F}_T

