



厦门大学《概率统计》期末试卷

考试日期：2008.1 信息学院自律督导部整理



以下解题过程可能需要用到以下数据：

正态分布的上 α 分位点： $z_{0.025}=1.96$ ， $z_{0.05}=1.645$ 。

t分布的上 α 分位点： $t_{0.025}(8)=2.3060$ ， $t_{0.05}(8)=1.8595$ ， $t_{0.025}(18)=2.101$ ， $t_{0.05}(18)=1.734$ 。

F分布的上 α 分位点： $F_{0.975}(9, 9)=0.248$ ， $F_{0.025}(9, 9)=4.026$ 。

一、填空题（共26分）。

1. 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本，则在样本容量趋于无穷大

时，统计量 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 依概率收敛于_____。

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_{15} 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，若随机变量

$Y = c \frac{X_1^2 + \dots + X_{10}^2}{(X_{11}^2 + \dots + X_{15}^2)}$ 服从F分布，则实数 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ，此F分布的自由度为
(_____ , _____)。

3. 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，则

$E \left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设随机变量 $X \sim t(m)$ ，对给定的 α ($0 < \alpha < 1$)，数 $t_\alpha(m)$ 满足 $P \{X > t_\alpha(m)\} = \alpha$ ，若

$P \{|X| < x\} = \alpha$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 若显著性水平为 α 的假设检验问题 $H_0: \theta \leq \theta_0 \leftrightarrow H_1: \theta > \theta_0$ 的拒绝域为 $\theta_0 \leq 2$ ，则参数 θ

的置信水平为 $1-\alpha$ 的单侧置信区间为_____。

6. 若 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自正态总体 $N(\theta, 1)$ 的简单随机样本, 则假设检验问题 $H_0: \theta \leq 0 \leftrightarrow H_1: \theta > 0$ 的拒绝域 $C = \{\bar{x} \geq 0.49\}$ 的显著性水平为_____, 在 $\theta^* = 0.49$ 处的功效为_____。
7. 为检验一粒骰子是否均匀, 进行 n 次投掷试验, 记 f_i 为 n 次试验中出现点数为 i 的次数 ($i = 1, \dots, 6$), 则检验零假设“ H_0 : 骰子是均匀的”的 χ^2 统计量 $\chi^2 = 6 \sum_{i=1}^6 \frac{f_i^2}{n} - n$ 的极限分布为_____ (需写出自由度)。
8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自分布函数为 $F(x)$ 的总体的简单随机样本, $F_n(x)$ 为样本经验分布函数, 则 $P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{-\infty < x < +\infty} |F_n(x) - F(x)| = 0\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、解答题

1. (8 分) 正常人的脉搏平均为 72 次/分, 某医生测得 9 例慢性四乙基铅中毒患者的脉搏的平均值为 67 (次/分), 标准差为 6 (次/分)。已知这些患者的脉搏服从正态分布, 问: 四乙基铅中毒患者的脉搏与正常人的脉搏有无显著差异? ($\alpha=0.05$)。
2. (16 分) 假定有两种制造方法都可以用来装配某个器具。为确定这两种方法是否存在耗费时间上的显著差异, 对这两种方法进行试验, 试验结果用数据归纳如下:

方 法	装配数	装配平均时间	标 准 差
第一种方法	10	4.43 小时	0.41 小时
第二种方法	10	4.48 小时	0.39 小时

如果装配时间遵循正态分布, 用以上试验结果检验:

- (1) 两种装配方法耗费时间分布的方差是否有显著差异 (取显著性水平 $\alpha=0.05$) ?

(2)两种装配方法在平均耗费时间上是否有显著差异（取显著性水平 $\alpha=0.05$ ）？

3. (16 分) 设 0.5, 1.25, 0.8, 2 是来自总体 X 的简单随机样本值, 已知 $Y=\ln(X)$ 服从正态分布 $N(\mu, 1)$ 。

(1). 求 μ 的 95%置信区间; (2). 求 $b=E(X)$ 的 95%置信区间。

4. (16 分) 对一元线性回归模型: $Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$, 若 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ 独立同分布, 共同分布为 $N(0, \sigma^2)$ 。

(1)求参数 β 的最小二乘估计 $\hat{\beta}$; (2)求 β 的最小二乘估计量 $\hat{\beta}$ 的分布。

5. (18 分) 设总体 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\beta}{x}\right)^3 & x > \beta \\ 0 & x \leq \beta \end{cases} \quad \beta > 0,$$

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本。

(1)求 β 的矩估计量;

(2)求 β 的最大似然估计量;

(3)证明 β 的最大似然估计量是有偏性估计量;