P253 练习12.1

1.

(1) C

(2) B

(3) C

(4) D

(5) D

(6) B

(7) B

(8) C

2

(1) 39

(2) Φ，S，S

(3) 0

(4) 0，无，-x

( 2.(4)第二空这里∞为错误答案，请几位同学注意，之前我都打勾了，包括第8题(5)小题，∞不可作为答案，因为∞不是数而是极限)

8

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 结合律 | 交换律 | 幺元 | 零元 | 有逆元的元素 |
| 1） | F | F | 无 | 无 | 无 |
| 2） | T | T | 0 | 1 | 0，2 |
| 3） | F | T | 无 | 无 | 无 |
| 4） | F | T | 无 | 无 | 无 |
| 5） | T | T | 0（无） | 无（0） | 0（无） |
| 6） | T | F | 无 | 无 | 无 |

11

(1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 。 | f1 | f2 | f3 | f4 |
| f1 | f1 | f1 | f4 | f4 |
| f2 | f1 | f2 | f3 | f4 |
| f3 | f1 | f3 | f2 | f4 |
| f4 | f1 | f4 | f1 | f4 |

(2) 幺元：f2 无零元

(3) f2，f3有逆元，逆元均等于它本身

P261 12.2

1.

f(x·y) = log2(x·y) = log2(x) + log2(y) = f(x) + f(y)

所以f是同态映射

又，显然f是双射，所以f是同构映射。

2.

（提示：列表f(x·y)与f(x)·f(y)对比）

另f不是单射，f是满射

5.

h(x\*y) = f(x\*y) \*’ g(x\*y)

= {f(x)\*’f(y)} \*’ {g(x)\*’g(y)} （由于f，g均是<S, \*>到<S\*, \*’>的同态）

= {f(x)\*’g(x)} \*’ {f(y)\*’g(y)} （由于满足交换律与结合律）

= h(x) \*‘ h(y)

所以h是<S, \*>到<S\*, \*’>的同态

7.

当f具有fp (x) = px(modi)形式时

fp (0) = p\*0(modi) = 0

fp (x+iy) = p(x+iy) (modi) = px (modi) +i py (modi) = fp (x) +i fp (y)

p>=i时

存在k，使得0<=p-ik<=i-1

有fp (x) = px(modi) = (p-ik)x(modi)

所以形如此形式的f共有i个

设g也是同态映射，g(0) = 0

不妨令g(1) = q

因为是同态映射，则g(1+i1) = g(1) +i g(1) = 2q(modi)

……递归到x，则有g(x) = qx(modi) = fq(x)，归入前述情况。

共有i个同态映射fp (x) = px(modi) （p=0,1,…,i-1）

8.

(1)

f1 = 0（modi），f2 = x（modi），f3 = 2x（modi）

(2)

f(x) = 0

(3)

f(x) = 0

f(x) = x(mod3)

f(x) = 2x(mod3)