

# Funktionale und objektorientierte Programmierkonzepte

## Übungsblatt 10



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

### Entwurf

**Achtung:** Dieses Dokument ist ein Entwurf und ist noch nicht zur Bearbeitung/Abgabe freigegeben. Es kann zu Änderungen kommen, die für die Abgabe relevant sind. Es ist möglich, dass sich **alle** Aufgaben noch grundlegend ändern. Es gibt keine Garantie, dass die Aufgaben auch in der endgültigen Version überhaupt noch vorkommen und es wird keine Rücksicht auf bereits abgegebene Lösungen genommen, die nicht die Vorgaben der endgültigen Version erfüllen.

### Hausübung 10

#### Verzeigerte Strukturen

Gesamt: **25 Punkte**

Beachten Sie die Seite *Verbindliche Anforderungen für alle Abgaben* im Moodle-Kurs.

Verstöße gegen verbindliche Anforderungen führen zu Punktabzügen und können die korrekte Bewertung Ihrer Abgabe beeinflussen. Sofern vorhanden, müssen die in der Vorlage mit TODO markierten crash-Aufrufe entfernt werden. Andernfalls wird die jeweilige Aufgabe nicht bewertet.

Die für diese Hausübung relevanten Verzeichnisse sind `src/main/java/h10` und ggf. `src/test/java/h10`.

### Einleitung

In diesem Übungsblatt beschäftigen wir uns mit Referenzen und werden eine verzeigerte Listenstruktur implementieren. In der Vorlesung haben Sie bereits die verzeigerte Listenstruktur „LinkedList“ kennengelernt, wobei die Verkettung der Elemente mittels `ListItem` dargestellt wird. Ein `ListItem` (Knoten) „umhüllt“ ein einzelnes Element aus der Liste und hat einen Verweis auf seinen direkten Nachfolgerknoten, d.h. wir können über die die Nachfolgerknoten immer zum Nachfolgerelement gelangen. Dies stellt die Verkettung einer Liste dar.



Abbildung 1: Eigene Linked List-Klasse auf Basis der Vorlesung

Damit wir besser verstehen, wie eine verzeigerte Struktur funktioniert, werden wir eine eigene verzeigerte Struktur implementieren und `ListItem` als Grundlage verwenden. Wir implementieren in dieser Hausübung eine besondere Art von Liste, die Skip-Liste<sup>1</sup>. Sie unterscheidet sich von einer normalen Liste dahingehend, dass sie eine sortierte Liste und eine randomisierte Datenstruktur ist.

Wie ist nun eine Skip-Liste aufgebaut und was bedeutet randomisiert in diesem Kontext? Eine Skip-Liste ist eine mehrdimensionale Liste, d.h. Liste aus Listen. Wir bezeichnen die einzelnen Listen als „Ebene“ und die einzelnen Elemente als „Knoten“. Eine Ebene stellt eine Express-Liste dar und ermöglicht wie der Name schon sagt, eine ggf. schnelleren Zugriff auf die Elemente dar.

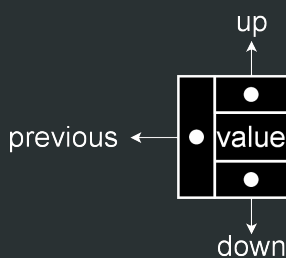
<sup>1</sup>[https://de.wikipedia.org/wiki/Liste\\_\(Datenstruktur\)#Skip-Liste](https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_(Datenstruktur)#Skip-Liste)

Eine Skip-List besitzt folgende Eigenschaften:

- (1) Die Elemente sind sortiert und Höhe  $h$  der Liste entspricht der Anzahl der Ebenen.
- (2) Die oberste Ebene wird mit dem Verweis `head` angesprochen und die unterste Ebene enthält alle Elemente.
- (3) Für eine Ebene  $E_i$  mit  $i \in \{0, \dots, h-1\}$  gilt:  $E_i \subseteq E_{i-1}$ .
- (4) Jede Ebene enthält als erstes Element einen Sentinel <sup>2</sup>-Knoten (Dummy-Knoten), um alle Ebenen miteinander zu verketten. Dieser Knoten hat als Wert `null` hat.
- (5) Alle Elemente bis auf dem Wert des Sentinel-Knotens sind ungleich `null`.
- (6) Ein Element in einem `ListItem` ist ein `ExpressNode` und enthält das Element, Verweise auf den Vorgänger-, unteren und oberen Knoten.
- (7) Ein Verweis nach oben/unten ist immer ein Verweis auf einen `ExpressNode` mit demselben Element.
- (8) Ein Element wird immer in der untersten Ebene eingefügt und basierend auf einer Wahrscheinlichkeit  $p$  in eine höhere Ebene übertragen, d.h. im Durchschnitt hat eine Ebene  $E_i$  mit  $i \in \{0, \dots, h-1\}$  ca.  $p^k \cdot n$  Elemente, wobei  $n$  die Anzahl der Elemente in der untersten Ebene ist und  $k = h - i$ .



Abbildung 2: Beispiel eigene Skip-List-Klasse auf Basis von ListItem mit Höhe 4, 6 Elementen und  $p = 0.5$



Eine Skip-Liste wird also als `ListItem<ExpressNode<T>>` dargestellt. Wie bereits erwähnt, enthält ein `ExpressNode` das umhüllende Element `value` vom generischen Typ `T` und Verweise zu dem Vorgänger, dem unteren und oberen Knoten namens `prev`, `up` und `down`. Sie sind alle vom Typ `ListItem<ExpressNode<T>>`. Um den Nachfolger zu erhalten, wird der Verweis `next` aus `ListItem` verwendet.

### Abbildung 3: Visualisierung von ExpressNode

<sup>2</sup>[https://de.wikipedia.org/wiki/Sentinel\\_\(Programmierung\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Sentinel_(Programmierung))

**H1: Überprüfen, ob Element in der Liste vorhanden ist****5 Punkte**

Implementieren Sie die Methode `contains` in der Klasse `SkipList`. Die Methode `contains` soll überprüfen, ob ein Element in der Liste vorhanden ist und gibt genau dann `true` zurück, wenn das Element in der Liste vorhanden ist. Ansonsten soll `false` zurückgegeben werden. Wir verwenden folgende Strategie, um zu überprüfen, ob ein Element in der Liste vorhanden ist:

- 1) Wir beginnen auf der obersten Ebene (head).
- 2) Wir prüfen, ob das nächste Element auf der aktuellen Ebene das gesuchte Element ist.
  - 2.1) Falls ja, geben wir `true` zurück.
  - 2.2) Falls das nächste Element **kleiner** als das gesuchte Element ist oder nicht existiert, gehen wir vom **aktuellen** Element eine Ebene **tiefer** und wiederholen Schritt 2. Es existiert kein Nachfolger Element, falls wir am Ende der Ebene angekommen sind. (Die Suche auf der nächsten Ebene wird nicht von vorne beginnen, sondern vom aktuellen Element aus!)
  - 2.3) Falls das nächste Element **größer** als das gesuchte Element ist, gehen wir zum **Nachfolger** des aktuellen Elementes und wiederholen Schritt 2.
- 3) Die Suche läuft so lange, bis wir auf der **untersten** Ebene angekommen sind. Falls wir auf der untersten Ebene angekommen sind und das gesuchte Element trotzdem **nicht gefunden** wird, geben wir `false` zurück.

In der Abbildung 4 wird ein beispielhafter Ablauf der Methode `contains` dargestellt.



Abbildung 4: Beispiel für die Suche nach dem Element 72

**Verbindliche Anforderungen:**

- i. Die Liste darf nur einmal durchlaufen werden.
- ii. Es dürfen keine neuen `ListItem`-Objekte erzeugt werden.
- iii. Die Anzahl an Vergleichen für die Suche nach dem Element soll minimal sein. Für die Suche nach dem Element 72 sind bspw. 2 Vergleiche notwendig.

**H2: Einfügen von Elementen****11 Punkte**

Implementieren Sie die Methode `add` in der Klasse `SkipList`. Die Methode `add` soll ein Element in die Liste einfügen. Wir verwenden folgende Strategie, um ein Element in die Liste einzufügen:

- 1) Wir beginnen auf der obersten Ebene (`head`).
- 2) Wir verwenden die Suchstrategie aus H1, um die passende Einfügeposition auf der untersten Ebene zu finden.
- 3) Haben wir die passende Einfügeposition gefunden, fügen wir das neue Element in der untersten Ebene hinzu.
- 4) Nun müssen wir schauen, ob das Element auf einer höheren Ebene eingefügt werden soll.
  - 4.1) Dazu verwenden wir das Interface `Probability`, das uns vorgibt, ob ein Element auf einer höheren Ebene eingefügt werden soll. Die Methode `nextBoolean` gibt genau dann `true` zurück, falls das Element auf einer höheren Ebene übertragen werden soll.
  - 4.2) Wiederhole Schritt 4.2 bis die Methode `nextBoolean` `false` zurückgibt.

In der Abbildung 5 wird ein beispielhafter Ablauf der Methode `add` dargestellt. Die durchgezogenen Pfeile visualisieren die Suche nach der passenden Einfügestelle und die gestrichelten Pfeile das Einfügen des Elements.

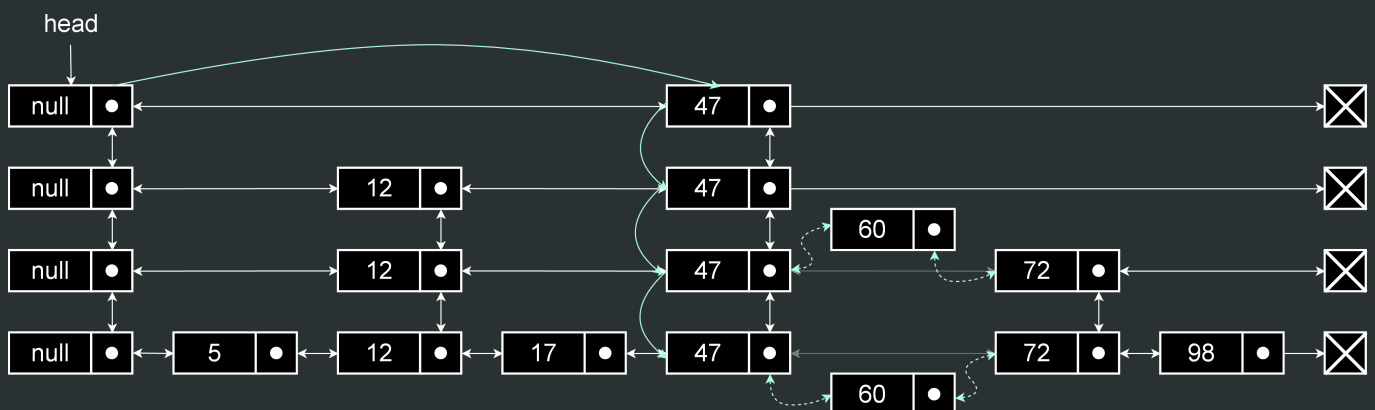


Abbildung 5: Beispiel für das Einfügen des Elements 60

**Verbindliche Anforderungen:**

- i. Die Liste darf nur einmal durchlaufen werden.
- ii. Die Anzahl an Vergleichen für die Suche nach der passenden Einfügeposition soll minimal sein. Für das Einfügen des Elements 60 sind bspw. 3 Vergleiche notwendig.

**Erinnerung:**

- Eine Skip-Liste besitzt eine maximale Höhe, d.h. es dürfen keine neuen Ebenen erzeugt werden, falls die maximale Höhe erreicht wurde.
- Beachten Sie, dass jede Ebene mit einem Sentinel-Knoten beginnt.
- Vergessen Sie ebenfalls nicht die Größe und die aktuelle Höhe der Liste anzupassen!

**H3: Entfernen von Elementen****9 Punkte**

Implementieren Sie die Methode `remove` in der Klasse `SkipList`. Die Methode `remove` soll das erste Vorkommen eines Elementes aus allen Ebenen entfernen und verwendet folgende Strategie:

- 1) Wir beginnen auf der obersten Ebene (`head`).
- 2) Wir verwenden die Suchstrategie aus H1, um das zu entfernende Element zu finden.
- 3) Entferne jedes Vorkommen des Elements aus der aktuellen und allen unteren Ebenen.
- 4) Falls eine Ebene keine Elemente (außer dem Sentinel-Knoten) mehr enthält, muss diese Ebene entfernt werden.

In der Abbildung 6 wird ein beispielhafter Ablauf der Methode `remove` dargestellt. Die durchgezogenen Pfeile visualisieren die Suche nach der passenden Löschposition und die gestrichelten Pfeile das Entfernen des Elements.



Abbildung 6: Beispiel für das Entfernen des Elements 72

**Verbindliche Anforderung:**

- i. Die Liste darf nur einmal durchlaufen werden.
- ii. Es dürfen keine neuen `ListItem`-Objekte erzeugt werden.
- iii. Die Anzahl an Vergleichen für die Suche nach der passenden Löschposition soll minimal sein. Für das Entfernen des Elements 72 sind bspw. 2 Vergleiche notwendig.

**Erinnerung:**

Vergessen Sie nicht die Größe und die aktuelle Höhe der Liste anzupassen!