Statystyka dla Inżynierów
Laboratorium 7
Rozkład Normalny oraz Centralne Twierdzenie Graniczne

1. Wzrost X ma rozkład normalny z średnią 170cm a wariancją 144cm^2.
   a) Wyznaczyć i) $(X < 164)$, ii) $P(X > 188)$, iii) $P(158 < X < 185)$.
   b) Wyznaczyć wzrost k, taki że 15% populacji ma wzrost większy od k.

2. (Generowanie liczb z rozkładu normalnego standardowego)
   i) Za pomocą odpowiedniego programu wylosować 10 000 realizacji następującej zmiennej losowej Z
   $$Z = \cos(2\pi U_1)\sqrt{-2\ln(U_2)}, \text{ gdzie } U_1,\ U_2 \sim U[0,1].$$
   ii) Sporządzić estymator jądrowy gęstości dla zmiennej Z. Porównać to z gęstością rozkładu normalnego standardowego.
   iii) Niech $Y = 100 + 15Z$. Sporządzić estymator jądrowy gęstości dla zmiennej Y. Porównać to z gęstością rozkładu normalnego o średniej 100 oraz odchyleniu 15.

3. (Rozkład normalny standardowy)
   Wzrost X ma rozkład normalny z średnią 170cm a odchyleniem standardowym 12cm.
   i) Za pomocą generatora wbudowanego w R wygenerować n=2000 realizacji z tego rozkładu.
   ii) Niech $Z = \dfrac{X - 170}{12}$. Sporządzić estymator jądrowy gęstości dla zmiennej Z. Porównać to z gęstością rozkładu normalnego standardowego.
   iii) Powtórzyć podpunkty i)-ii) dla n=500, n=100.

4. (Centralne twierdzenie graniczne): Niech X_i ma rozkład wykładniczy z parametrem intensywności $\lambda = 0.5$ (wartość oczekiwana oraz odchylenie standardowe $\mu = \sigma = 1/\lambda$).
   Niech $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$.
   i) Za pomocą generatora wbudowanego w R wygenerować 1000 realizacji z każdego z następujących zmiennych: a) S_1 b) S_{20} c) S_{200}. Dla każdej realizacji wyznaczyć Z_n, relatywne odchylenia od średniej, $Z_n = \dfrac{S_n - E(S_n)}{\sigma(S_n)}$, (czyli Z_n mierzy ile odchyleń standardowych realizacja się różni od wartości oczekiwanej).
   ii) Porównać estymator jądrowy dla realizacji zmiennej Z_n z gęstości rozkładu normalnego standardowego, $n \in \{1, 20, 200\}$.

5. Za pomocą generatora w R wygenerować 10000 realizacji z rozkładu Bin(n,p) dla a) $n = 30, p = 0.5,\ b)\ n = 1000, p = 0.5,\ c)\ n = 30, p = 0.05,\ d)\ n = 1000, n = 0.05$. W każdym przypadku za pomocą odpowiedniego wykresu porównać relatywne frekwencje realizacji o wartości $x \in \{0, 1, 2, \ldots, 2np\}$ z gęstością rozkładu normalnego o średniej np oraz odchyleniu standardowym $\sqrt{np(1-p)}$ w tych punktach.