

Задача 1. По определению докажите, что

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2; \quad b) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \sin x = 1.$$

Задача 2. Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}.$$

Задача 3. Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9} - 2};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{(x+a)(x+b)} - x); \quad d) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x).$$

Задача 4. Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}; \quad d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x)\sin(a+2x) - \sin^2 a}{x}; \quad f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx}{\sqrt{1+2x} - 1}.$$

Задача 5. Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x}, \quad \alpha > 0;$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \sin \frac{x}{2}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi}}; \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}, \quad a, b > 0; \quad f) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{(x-4)e^x + xe^2}.$$

Задача 6. Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + e^x)}{\ln(1 + xe^x)}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2) + \arcsin 5x - 3x^3}{\sin 3x + \operatorname{tg}^2 x + (e^x - 1)^{10}}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin(ax) - \sin(bx)}.$$

Задача 7 (ДЗ). Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 12x + 16}{x^2 - 4}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^4 + 3x^3 - x^2}{x^4 - 6x^2 + 8x - 3}; \quad d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 8x^2 + 16}.$$

Задача 8 (ДЗ). Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}; \quad c) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 5x + x} + x);$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{4+2x+x^2} - \sqrt{x^2 - 4x + 1}); \quad e) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt{x^2 - 2x}).$$

Задача 9 (ДЗ). Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \frac{\pi x}{2}}{x}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x + \dots + \operatorname{tg} nx}{\operatorname{arctg} x}; \quad d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x^2}; \quad f) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}; \quad g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+2x) - 2\cos(a+x) + \cos a}{x^2}.$$

Задача 10 (ДЗ). Вычислите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x^2 + \cos \frac{\pi x}{2})}{\sqrt{x} - 1}; \quad b) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sqrt{1-e^{-x}} - \sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{\sin x}}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - x)}{\ln(x^4 + x^2 - x)};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x - a}, \quad \alpha > 0; \quad d) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln x - \ln a}{x - a}; \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + e^x)}{\ln(x^4 + e^{2x})}.$$