

Программа второго коллоквиума по курсу
«Математический анализ»
I курс, осенний семестр, 2020
лектор Е.Д. Косов

1. Определения предела функции (по множеству) по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Свойства предела функции (единственность, линейность, предел произведения и отношения, предел и неравенства, ограниченность, делимость). Замечательные пределы.

2. Критерий Коши. Односторонние пределы и теорема Вейерштрасса о существовании односторонних пределов монотонной ограниченной функции.

3. Непрерывные функции: три эквивалентных описания. Основные свойства (линейность, непрерывность произведения и отношения, ограниченность, делимость). Непрерывность композиции непрерывных функций. Классификация точек разрыва.

4. Свойства непрерывных на отрезке функций. Теорема Вейерштрасса. Равномерная непрерывность и теорема Кантора.

5. Теорема Коши о промежуточном значении. Точки разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции.

6. Теорема об обратной функции. Построение $\arctg x$ и построение показательной функции. Свойства показательной функции.

7. Дифференцируемая в точке функция, дифференциал. Вычисление дифференциалов функций $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$, $f_3(x) = x^3$. Пропорциональность дифференциала произвольной функции и дифференциала функции f_1 . Производная функции и ее связь с дифференциалом, обоснование соотношения $df = f'(a)dx$, единственность дифференциала. Геометрическая интерпретация производной и дифференциала. Касательная к графику функции.

8. Свойства дифференцируемых функций: непрерывность, линейность, производная произведения и отношения. Производная сложной функции. Инвариантность первого дифференциала. Производная обратной функции.

9. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Характеризация монотонности функции на интервале в терминах производной.

10. Правило Лопиталя. Производные старших порядков. Формула производной n -го порядка произведения функций. Формула Тейлора и ряд Тейлора. Достаточное условие сходимости ряда Тейлора к функции на интервале. Ряд Тейлора для e^x .