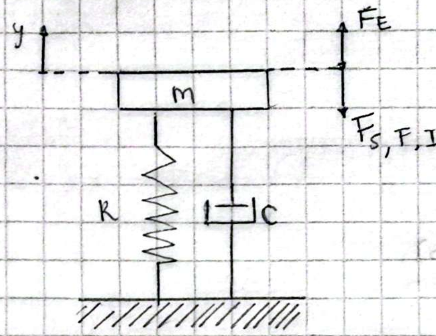
Parcial señales #2. Freyder Estiven Giraldo Villas.

1. Encontre la función de transferencia en lazo abierto que caracteriza el sistema masa, resorte, amortiguador, presentado en la siguiente figura (asuma condiciones iniciales 0)



- Planteamos la ecuacion diferencial del sistema

- Masa : m
- Amortiguador : b
- Resorte : k
- Entrada : F(t)
- Salida: X(t)

Fuerza neta = Masa · Aceleracion

Sumamos fuerzas

- Fuerza amortiguador $= -b\dfrac{dx(t)}{dt}$
- Fuerza Resorte $= -Kx(t)$
- Fuerza externa $= F(t)$

Ecuación

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + b\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t)$$

Aplicamos transformada de laplace

Usamos condicion inicial Cero

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2x(t)}{dt^2}\right\} = s^2X(s) \qquad \mathcal{L}\{x(t)\} = X(s)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\} = sX(s) \qquad \mathcal{L}\{F(t)\} = F(s)$$

La ecuacion es

$$ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

Despejamos la función de transferencia

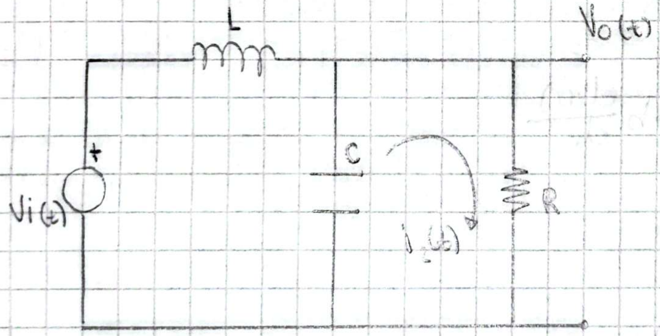
Factorizamos $X(s)$

$$X(s)(ms^2 + bs + k) = F(s)$$

Dividimos ambos lados entre el polinomio

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$ ⇒ Función de transferencia en el lazo abierto del sistema masa-resorte-amortiguador



Encontramos el sistema eléctrico equivalente

$$Lq''(t) + Rq'(t) + \frac{1}{C}q(t) = V(t)$$

- Entrada: Voltaje $V(t)$
- Salida: Carga $q(t)$

Comparacion en mecanico - electrico

Mecanico	Electrico
$m\ddot{x}(t) + b\dot{x} + kx(t) = F(t)$	$L\ddot{q}(t) + R\dot{q}(t) + \frac{1}{C}q(t) = V(t)$

Aplicamos Transformada de laplace

$$Q(s)\left(Ls^2+Rs+\frac{1}{C}\right)=V(s)$$

$$\Rightarrow \frac{Q(s)}{V(s)}=\frac{1}{Ls^2+Rs+\frac{1}{C}}$$ Ecuacion electrica

2). Consulte y presente el modelo matematico del proceso de modulacion y de modulación por amplitud en banda lateral unica (SSB-AM), tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia

- Señal mensaje

  $m(t)$

- frecuencia de la portadora.

  f_c

- Señal portadora

  $c(t)=\cos(2\pi f_c t)$

Modulo SSB-AM

- Dominio en el tiempo

la señal modulada en banda lateral unica (SSB-AM) se expresa como

$$S_{SSB}(t)=m(t)\cos(2\pi f_c t)\pm\hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$$

donde

- $\hat{m}(t)$ es la transformada de Hilbert de $m(t)$
- Signo + es para la banda lateral superior (USB)
- Signo - es para la banda lateral inferior (LSB)

Transformada de hilbert

$$\hat{m}(t)=\frac{1}{\pi t}*m(t)$$

- Donde * es la convolución.

Dominio de la frecuencia.

Sea $M(f)$ la transformada de fourier de $m(t)$

Transformada de Hilbert en frecuencia

$$F\{\hat{m}(t)\} = -j \cdot \mathrm{sgn}(f) \cdot M(f)$$

Aplico transformada de fourier para

$$s_{SSB}(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t) \pm \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$$

$$s_{SSB}(f) = \frac{1}{2}\left[M(f-f_c) \pm j \cdot \mathrm{sgn}(f-f_c) \cdot M(f-f_c) + M(f+f_c) \mp j \cdot \mathrm{sgn}(f+f_c) \cdot M(f+f_c)\right]$$

Para conservar solo la USB o solo la LSB se selecciona una parte del espectro

Demodulación SSB-AM

Dominio en el tiempo

Se multiplica la señal SSB recibida por una copia del portador

$$y(t) = s_{SSB}(t) \cdot \cos(2\pi f_c t)$$

Desarrollando

$$\left[m(t)\cos(2\pi f_c t) \pm \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)\right] \cdot \cos(2\pi f_c t)$$

Usando identidades trigonométricas

$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos(2\theta)}{2}$$

$$\sin(\theta)\cos(\theta) = \frac{\sin(2\theta)}{2}$$

Entonces.

$$y(t) = \frac{m(t)}{2}\left[1+\cos(4\pi f_c t)\right] \pm \frac{\hat{m}(t)}{2} \operatorname{Sen}(4\pi f_c t).$$

Se pasa por un filtro pasa-bajas que elimina los terminos en $2f_c$ y queda

$$y(t) = \frac{m(t)}{2}.$$

Dominio de la frecuencia.

La transformada de fourier de la señal demodulada es

$$Y(f) = \frac{1}{2}\left[S_{SSB}(f-f_c) + S_{SSB}(f+f_c)\right]$$

Luego de aplicar un filtro pasa-bajas de ancho $|f| \leq B$ donde B es el ancho de banda de la señal de mensaje

$$Y(f) = \begin{cases} \frac{1}{2} M(f), & |f| \leq B \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Propiedades utilizadas

- $F\{\cos(2\pi f_c t)\} = \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c)\right]$
- $F\{\hat{m}(t)\} = -j \cdot \operatorname{sgn}(f) \cdot M(f)$
- $F\{x(t) \cdot y(t)\} = X(f) * Y(f)$