

# 张量的商法则证明

Saturday, May 4, 2024

4:03 PM

证：对九分量  $T_{ij}$ ，若与任意一阶张量点乘结果均为一阶张量，则九分量为二阶张量。

证明：

$$\vec{a} \cdot \vec{T} = \vec{b}$$

由于  $a^i T_{ij} = b_j$ ，将其在新坐标系中分解

由  $a^i = a^{i'} \beta^i_{j'}$ ， $b_j = b_{k'} \beta^k_{j'}$  代入有：

$$a^{i'} \beta^i_{j'} T_{ij} = b_{k'} \beta^k_{j'}$$

两端同乘  $\beta^j_{j'}$ ，代入有：

$$a^{i'} T_{ij} \beta^i_{j'} \beta^j_{j'} = b_{k'} \beta^k_{j'} \beta^j_{j'} \text{，得：}$$

$a^{i'} T_{ij'} = b_{j'}$ ，即在  $i'j'$  中，分量仍然满足分系  $\Rightarrow$  九分量为张量

以此定义的张量例如：

$$dF^i = \sigma^{ij} dA_j$$