

## 例题 F矩阵的RU, VR分解

Monday, June 26, 2023 8:38 PM

对于一个简单例子, 取:

$$x_1 = \bar{x}_1 \quad x_2 = -3\bar{x}_3 \quad x_3 = 2\bar{x}_2$$

$$\text{有: } \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -3 & \\ & & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & & -3 \\ & 2 & \end{bmatrix}$$

∴ 有

$$C = F^T F = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & -3 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -3 & \\ & & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 4 & \\ & & 9 \end{bmatrix}$$

则: 通过 C 可求出 U,  $\rightarrow F = RU$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 3 \end{bmatrix}, R = FU^T = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -3 & \\ & & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \frac{1}{2} & \\ & & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \text{ 为对应的正交矩阵.}$$

$$B = FF^T = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -3 & \\ & & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -3 & \\ & & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 9 & \\ & & 4 \end{bmatrix} = V^2$$

$$\text{则 } V = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 3 & \\ & & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{由: } F = VR \rightarrow R = V^{-1}F = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1/3 & \\ & & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -3 & \\ & & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{由: } F = VR \rightarrow R = V^{-1}F = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1/3 \\ & & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \\ & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 & -1 \end{bmatrix}$$