2.1基本方程组的分类

Monday, May 22, 2023 4:11 PM

1. 流体力学的控制方程是拟线性微分方程，

偏微分方程中出现的导数最高阶数称为方程的阶，

$$u_y - a u_x = 0$$

2. 方程的分类：

对：$a u_{xx} + b u_{xy} + c u_{yy} + d u_x + e u_y + f u + g = 0$

其中若a,b,c是 x,y，u,u_x,u_y 函数，则是拟线性的。

其中：b^2-4ac
- <0 椭圆 ⟶ 无特征线
- $=0$ 抛物 ⟶ 1特征线
- >0 双曲 ⟶ 2特征线

对 xoy 面上的曲线：可设：$x = \varphi_1(s), y = \varphi_2(s)$

若满足条件：

$$a[\varphi_2'(s)]^2 - b\varphi_2'(s)\varphi_1'(s) + c[\varphi_1'(s)]^2 = 0$$ 称为特征曲线，

其中有：
特征曲线斜率：$\frac{dy}{dx} = \frac{b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{\varphi_2'(s)}{\varphi_1'(s)}$

一般地，对于n个自变量的二阶微分方程，

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + H = 0$$

① 椭圆型方程：

其第一类边值问题 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y)$，$(x,y) \in D$

$u(x,y) = g(x,y)$ $((x,y) \in \partial D)$