

等价向量组的相关定理证明

Thursday, September 14, 2023

9:08 PM

①: 定理4.9.

我们设 $T_1 = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$, $T_2 = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$, 且 $r \leq s$
其中 T_1 无关且可由 T_2 表示

\therefore 由 T_1 线性无关, 显然

$\text{rank}(T_1)$ 至少为 r 又: $\text{rank}(T_2) \geq \text{rank } T_1$,

又: T_1 可以由 T_2 进行线性表示:

则: $\text{rank}(T_1) \leq \text{rank}(T_2) \leq s$, 又: $\text{rank } T_1 = r$,

则 $r \leq s$ 成立。

②: 由于向量组 T_1 和 T_2 可以互相表示出
由类似证法有:

$$\text{rank}(T_1) \leq \text{rank}(T_2)$$

$$\text{rank}(T_2) \leq \text{rank}(T_1)$$

$$\longrightarrow \text{则: } r(T_2) = r(T_1)$$