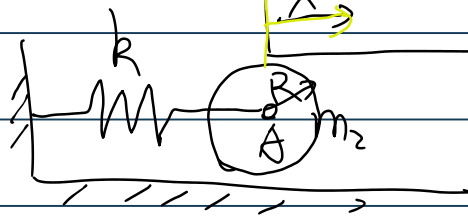


1章滑轮重物例题

Friday, March 17, 2023

5:26 PM



如图:物块C质量 m_1 , 均质轮A, B均为 m_2 , 半径 R 且均纯滚动, 求系统运动微分方程

解:对系统:

1 自由度: 广义坐标仅 x

势能 $V = \frac{1}{2} k x^2 - m_1 g x$

圆盘 转动惯量 $\frac{1}{2} m R^2$

动能:
$$\begin{cases} T_A = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_2 R^2 \right) \left(\frac{\dot{x}}{R} \right)^2 \\ T_B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_2 R^2 \right) \left(\frac{\dot{x}}{R} \right)^2 = \frac{1}{4} m_2 \dot{x}^2 \\ T_C = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 \end{cases}$$

由于保守系统 \rightarrow 仅计算 Lagrange 函数

则令:

故

$$L = T - V$$

有:
$$L = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2 + 2 \times \frac{1}{4} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2 + m_1 g x$$

$$= m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2 + m_1 g x$$

代入 Lagrange 方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} (2 m_2 \dot{x} + m_1 \dot{x}) - (k x + m_1 g) = 0$$

有:
$$(2 m_2 + m_1) \ddot{x} = m_1 g - k x$$

系统运动方程

有: $(2m_2 + m_1) \ddot{x} = m_1 g - kx$ 为系统运动方程