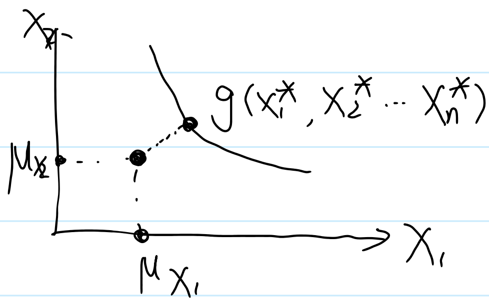
正态空间下的样本点推导

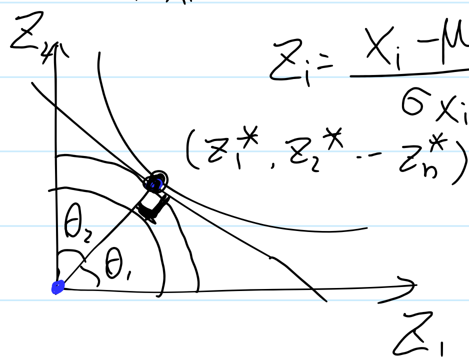
Friday, March 1, 2024   3:53 PM

在标准正态空间内，设计点满足在直线上：



$$\lambda_i z_i - \beta = 0,$$

$$Y = g(x_1^*, \cdots x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{P^*}(X_i - x_i^*)$$



$$Z_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}$$

由于标准正态空间中，Z_i 均为标准正态分布，因此，最有可能失效点即为与原点距离最近的点。

由于失效直线 $\lambda_i z_i - \beta = 0$，$\vec{n} = (\lambda_1, \lambda_2 \cdots \lambda_n)$

我们可以以垂线作为设计点，而三维状态则是点到平面垂线距，因而使用：$\Rightarrow$ 法线相同.

$$\frac{x-0}{\lambda_1} = \frac{y-0}{\lambda_2} = \frac{z-0}{\lambda_3} \Longrightarrow$$

$$\alpha = \frac{z_1^*}{\lambda_1} = \frac{z_2^*}{\lambda_2} = \frac{z_3^*}{\lambda_3} \Longrightarrow$$ 代入方程：$(\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2)\alpha = \beta$. $\alpha = \frac{\beta}{\sqrt{\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2}}$.

$$\therefore z_1^* = \frac{\beta \cdot \lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2}} \Longrightarrow$$ 由于 $\lambda_i = \cos\theta_i = \frac{a_i \sigma_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \sigma_{x_i}^2}} = \cos\theta$.

显然：$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i^2 = 1$，即有：$z_i^* = \beta \cdot \lambda_i$