

# 随机变量函数分布公式证明

Saturday, November 18, 2023 10:04 AM

设随机变量  $X$  具有概率密度  $f_X(x)$ , 且有:  
 $Y = g(X)$ , 设有  $X = h(Y)$  是  $g$  的反函数, 且  $g'(x) > 0$  (即递增)

设  $F_X(x) = P\{X \leq x\}$  为  $X$  的分布函数,  
则  $F_Y(x) = P\{Y \leq y\} = P\{g(X) \leq y\}$   
 $= P\{X \leq h(y)\} = F_X[h(y)]$

此时, 对  $y$  求导有:

$$f_Y(y) = \begin{cases} [h'(y)] F_X[h(y)] & g_{\min} < y < g_{\max} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

\* 需要说明: 这是  $g'(x) > 0$  情况

同样对于  $g'(x) < 0$  情况可得:

$$f_Y(x) = \int [-h'(y)] F_X[h(y)]$$

即有:

$$f_Y(y) = |h'(y)| F_X[h(y)]$$

( $g'(x)$  恒  $> 0$  或  
 $g'(x)$  恒  $< 0$ )