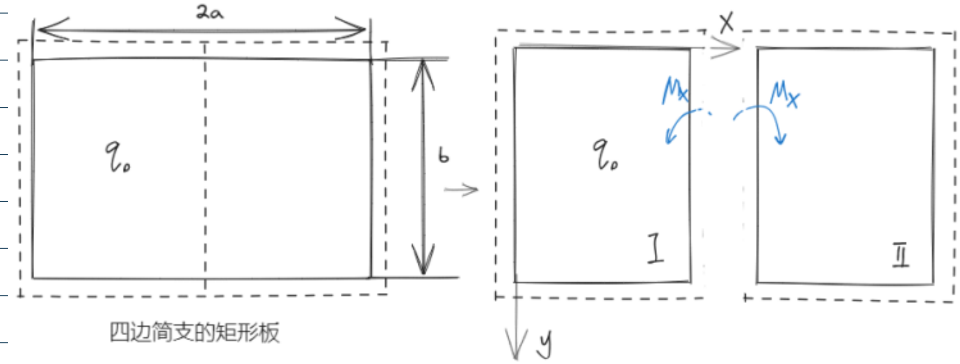
连续简支矩形薄板的挠度计算

Wednesday, October 4, 2023 9:29 AM



四边简支的矩形板

对于上图的左侧受载矩形板，首先我们已经求出四边简支矩形板的挠度为：

$$w_1=\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty}\left(A_n\cosh\frac{n\pi x_1}{b}+B_n\sinh\frac{n\pi x_1}{b}+C_n\frac{n\pi x_1}{b}\cosh\frac{n\pi x_1}{b}+D_n\frac{n\pi x}{b}\sinh\frac{n\pi x_1}{b}\right)\sin\frac{n\pi y}{b}$$

其中 $A_n \sim D_n$ 由边界条件确定，微分方程：$\nabla^4 w=\frac{q(x,y)}{D}$

有：x=0处 $\begin{cases} w|_{x=0}=0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\Big|_{x=0}=0 \end{cases}$ x=a处：$\begin{cases} w|_{x=a}=0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\Big|_{x=a}=-\frac{M_x}{D}. \end{cases}$ 将公共边上 M_x 展开为三角级数：$M_x=\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} M_n\sin\frac{n\pi y}{b}$.

边界条件

联立解方程组解得：(过程略去)，

$$\begin{cases} A_n=-\frac{4q_0b^4}{(n\pi)^4D} \qquad B_n=\frac{a^2}{bD}\left\{\frac{\coth\beta_n}{\sinh\beta_n}\left[-\frac{bM_n}{2\beta_n}+\frac{2q_0a^3}{\beta_n^4}(-1+\coth\beta_n)\right]\right. \\ C_n=-\frac{a^2\operatorname{csch}\beta_n}{\beta_nD}\left[\frac{M_n}{2\beta_n}+\frac{2q_0a^3}{\beta_n^4b}(-1+\cosh\beta_n)\right] \\ D_n=\frac{2q_0a^5}{\beta_n^5bD} \qquad 其中\ \beta_n=\frac{n\pi a}{b}. \end{cases}$$

同理：板2的挠度也可以使用四边简支公式得到，同样设解出四个未知量

$$\begin{cases} w|_{x_2=0}=0. \qquad \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}\Big|_{x_2=0}=-\frac{M_x}{D}, \\ w|_{x_2=a}=0, \qquad \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}\Big|_{x_2=a}=0, \end{cases}$$

另外：在板中间支承上要求两板的转角相等

$\frac{\partial w_1}{\partial x}\Big|_{x_1=a}=\frac{\partial w_2}{\partial x}\Big|_{x_2=0}$，可以确定挠度解。