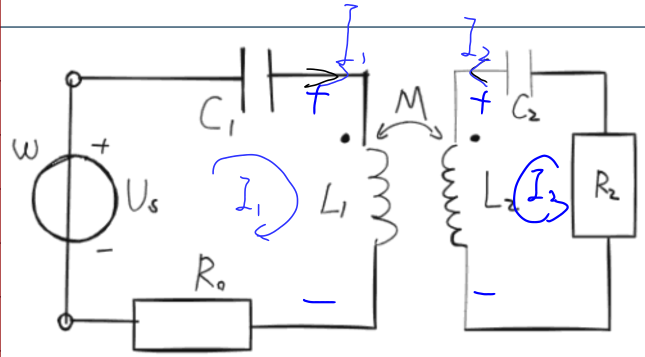
耦合谐振电路的等效变换

Saturday, November 25, 2023 2:46 PM



右图带有耦电感的电路：

1. 由KVL，有如下的方程，

同名端→相互增强。

① $\dot I_1\left(-j\frac{1}{\omega C_1}+j\omega L_1+R_0\right)+\dot I_2(j\omega M)=\dot U_s$

② $\dot I_1(j\omega M)+\dot I_2\left(j\omega L_2+R_2-j\frac{1}{\omega C_2}\right)=0$

显然，此时我们可以令

$X_1=\omega L-\frac{1}{\omega C_1}$　　$X_2=\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}$，　$X_m=\omega M$

则：$\begin{cases}(R_1+jX_1)\dot I_1+jX_m\dot I_2=\dot U_s\\ jX_m\dot I_1+(R_2+jX_2)\dot I_2=0\end{cases}$

此时取

$Z_1=R_1+jX_1$，　$Z_2=R_2+jX_2$，则：$\begin{cases}Z_1\dot I_1+jX_m\dot I_2=\dot U_s\\ jX_m\dot I_1+Z_2\dot I_2=0\end{cases}$

因此有：

$Z_1\dot I_1+jX_m\cdot\frac{-jX_m\dot I_1}{Z_2}=\dot U_s$

$\dot I_1\left(Z_1+\frac{X_m^2}{Z_2}\right)=\dot U_s$，从而有：$\dot I_1=\frac{\dot U_s}{Z_1+\frac{X_m^2}{Z_2}}=\frac{\dot U_s}{Z_1+Z_1'}$ ←2回路 ←1回路中

$\dot I_2=-\frac{jX_m}{Z_2}\dot I_1=-j\frac{\dot U_s X_m}{Z_1Z_2+X_m^2}$

显然其中：

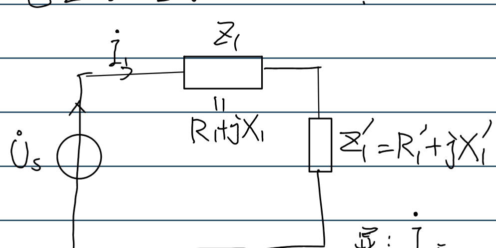
取 $\boxed{Z_1'}=\frac{X_m^2}{Z_2}=\frac{X_m^2}{R_2+jX_2}=\frac{X_m^2(R_2-jX_2)}{R_2^2+X_2^2}=\frac{X_m^2}{R_2^2+X_2^2}R_2-j\frac{X_m^2}{R_2^2+X_2^2}X_2$

不要与X_1看混。

$=R_1'+jX_1'$

则我们将Z_1'称为次级回路对初始回路的反射阻抗，其中R_1'为反射电阻，R_2'为反向电抗。

①：初级等效电路如右图：



其中：$Z_1=R_1+jX_1$，

显：$\dot I_1=\frac{\dot U_s}{R_1+R_1'+j(X_1+X_1')}$　$I_1=\frac{\dot U_s}{\sqrt{(R_1+R_1')^2+(X_1+X_1')^2}}$

以后、

显: $\dot I_1 = \frac{U_S}{R_1+R_1'+j(X_1+X_1')}$ $\quad I_1 = \frac{U_S}{\sqrt{(R_1+R_1')^2+(X_1+X_1')^2}}$

从而:

$$\dot I_2 = -j\frac{X_m}{Z_2}\dot I_1 \longrightarrow I_2 = \frac{\omega M}{\sqrt{R_2^2+X_2^2}} I_1$$

次级回路消耗功率:

$$P = I_2^2 R_2 = \frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2+X_2^2} I_1^2$$

又: $R_1' = \frac{X_m^2 R_2}{R_2^2+X_2^2}$ 则: $P = I_1^2 R_1'$

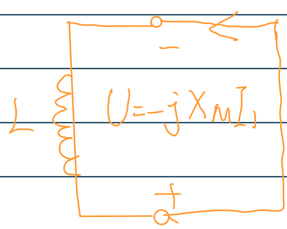
(数值上等于反射电阻消耗功率).

② 次级等效电路。

从上面得到:

$$\dot I_2 = -\frac{jX_m}{Z_2}\dot I_1 = -j\frac{\dot U_S X_m}{Z_1Z_2+X_m^2} = \frac{jX_mU_S}{Z_2(Z_1+\frac{X_m^2}{Z_2})} = \boxed{-j\frac{X_mU_S}{Z_1}}\cdot\frac{1}{Z_2+\frac{X_m^2}{Z_1}} = \frac{U_{oc}}{Z_2+Z_2'}$$

我们取 $U_{oc} = U_S\cdot -j\frac{X_m}{Z_1}$ $\quad$ (KVL: $\dot I_2=0$ 时: $U_2=-jX_mI_1$)

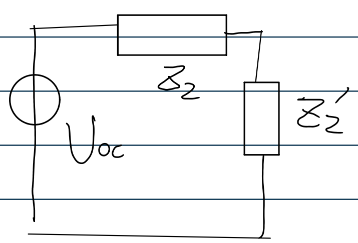


在路时$I_2=0$, 有: $I_1=\frac{U_S}{Z_1}$

故 $U_{oc}=U_S\cdot -j\frac{X_m}{Z_1}$ 为次级回路的开路电压,

U_S'

显然取 $Z_2' = \frac{X_m^2}{Z_1}$ 为初级回路对次级回路反射阻抗.



$$Z_2' = \frac{X_m^2}{R_1+jX_1} = \frac{X_m^2(R_1-jX_1)}{R_1^2+X_1^2}$$

$R_2' = \frac{R_1X_m^2}{R_1^2+X_1^2}$, $\quad X_2' = -\frac{X_1X_m^2}{R_1^2+X_1^2}$ 为反射电阻,电抗.