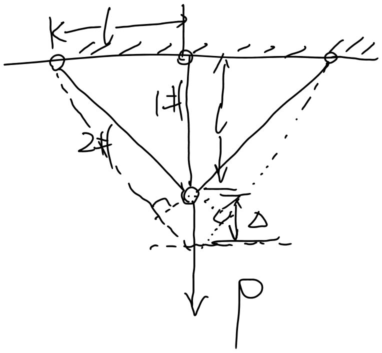
# 作业1.1

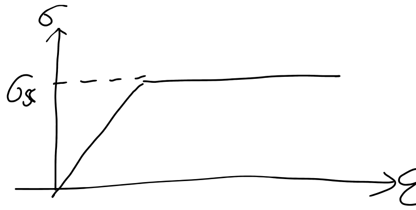
Wednesday, February 22, 2023 7:36 PM



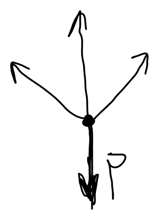

如图所示，三根杆材料相同，横截面积均为A，为理想弹塑性材料①按弹性设计，即任何一根杆达屈服$\sigma_s$的载荷$P_e$。

②按塑性设计的载荷$P_p$。

解：设有伸长Δ，则：$\varepsilon_1=\frac{\Delta}{l}$，$\varepsilon_2=\varepsilon_3=\frac{\frac{\Delta}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}l}=\frac{\Delta}{2l}$.




则 $\sigma_1=E\frac{\Delta}{l}$，$\sigma_2=\sigma_3=\frac{E\Delta}{2l}$，则：$\sigma_1$先到$\sigma_s$，




此时 $P=\sigma_1A+\frac{\sqrt{2}}{2}(\sigma_2A+\sigma_3A)$

$=(1+\frac{\sqrt{2}}{2})\frac{E\Delta}{l}A$ $(\Delta<\frac{\sigma_s l}{E})$

$\frac{E\Delta}{l}=\sigma_s$

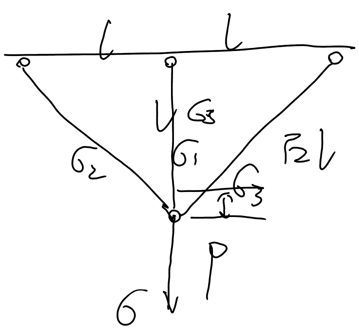

Δ

令 $\sigma_1=\sigma_s$ 则：$P=(1+\frac{\sqrt{2}}{2})\sigma_sA$

∴ 当 $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=\sigma_s$ 时完全屈服，则有 $P_p=(1+\sqrt{2})\sigma_sA$，

有：$1-\frac{P_p}{P_e}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}=0.414$

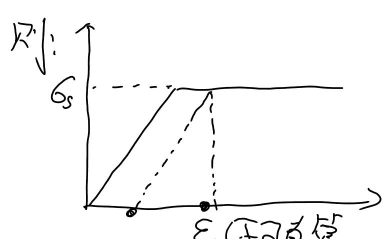
②：$P<P_e$ 时，卸载，结构中残留的变形的应力为0，求$P_e<P<P_p$时，结构中残留变形。




解：有：设Δ，则中间杆为$\sigma_s$，

左右两杆为 $\varepsilon=\frac{\frac{\Delta}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}l}=\frac{\Delta}{2l}\rightarrow F=\frac{E\Delta}{2l}A$

则：




则有：$P=\sigma_sA+\frac{\sqrt{2}E\Delta}{2l}A$，

则有：∴ $\Delta=\frac{\sqrt{2}(P-\sigma_sA)l}{EA}$ 即：$\varepsilon=\frac{\Delta}{l}$；

$\varepsilon=\frac{\sqrt{2}(P-\sigma_sA)}{E}$ 则：卸载时：反向叠加一个P

并假设P造成的均为弹性，

∴ $P(1+\sqrt{2})\ A$ 其中

并假设1达成的材料特性。

$\because \quad P = (1+\frac{\sqrt{2}}{2})\sigma_1 A$，其中：

由 $\Delta l_1 = \frac{\sigma_1}{E} l$，$\Delta l_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\Delta l_1 = \frac{\sigma_2 \sqrt{2} l}{E} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sigma_1}{E} l$

$\left(\frac{1}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)\cdot\left(\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)$

$\therefore$ 我们只需算 $\Delta l_1$

$\therefore P = (1+\frac{\sqrt{2}}{2})\frac{E\Delta l_1}{l}\cdot A \rightarrow \Delta l_1 = \frac{P}{(1+\frac{\sqrt{2}}{2})}\cdot\frac{l}{EA}$，

$(2-\sqrt{2})$

则：$\Delta - \Delta l_1 = \frac{\sqrt{2}(P_0 - \sigma_s A)l}{EA} - \frac{(2-\sqrt{2})Pl}{EA}$，

$= \frac{(2\sqrt{2}-2)Pl}{EA} - \frac{\sqrt{2}\sigma_s l}{EA}$ 残留变形。

---

线性强化弹塑性 $\longrightarrow$ 随动强化模型。

$f(\sigma_{ij} - C\varepsilon_{ij}^p) = \sigma_s$，

$\therefore \quad \frac{3}{2}(S_{ij} - C\varepsilon_{ij}^p)(S_{ij} - C\varepsilon_{ij}^p) = \sigma_s^2$

$\therefore$ 利用单轴拉伸，采用单拉进行证明，$\rightarrow \sigma_i = \sqrt{\sigma^2+\sigma^2} = \sigma$，

$S_1 = \frac{2}{3}\sigma$，$S_2 = -\frac{\sigma}{3}$，$S_3 = -\frac{\sigma}{3}$，$\quad \sigma_i = \sigma_s + E_p\varepsilon_p$

有：$\varepsilon_1 = \varepsilon_p$，$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\nu\varepsilon^p = -\frac{1}{2}\varepsilon^p$，

则 $\frac{3}{2}\left[\left(\frac{2}{3}\sigma - C\varepsilon_p\right)^2 + 2\left(\frac{1}{3}\sigma + \frac{C}{2}\varepsilon_p\right)^2\right] = \sigma_s^2$

$\therefore \cancel{\frac{3}{2}}\left[\cancel{6}\, 9\left(\frac{1}{3}\sigma - \frac{C}{2}\varepsilon_p\right)^2\right] = \sigma_s^2$

$9\left(\frac{1}{3}\sigma - \frac{C}{2}\varepsilon_p\right)^2 = \sigma_s^2$

$\sigma - \frac{3}{2}C\varepsilon_p = \sigma_s \rightarrow \sigma = \sigma_s + \underbrace{\frac{3}{2}C}_{E_p}\varepsilon^p$，

$\sigma - \frac{3}{2} C \varepsilon_p = \sigma_s$

在