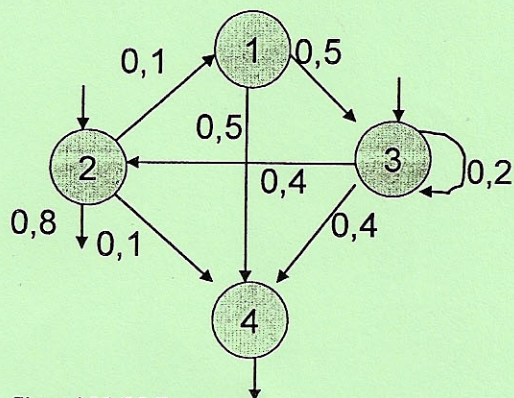


23 aprile 2009

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

**Problema 1**

Il sistema manifatturiero che si vuole esaminare è rappresentato in figura. Gli arrivi dall'esterno alle stazioni sono poissoniani con parametro  $\lambda_3 = 2\lambda_1$ , tutti i tempi di servizio sono esponenzialmente distribuiti. Le velocità di servizio dei vari centri sono rispettivamente 20 pezzi/minuto per il centro 1, 30 pezzi/minuto per 2, 15 pezzi/minuto per 3, 25 pezzi al minuto per il centro 4. Il centro 3 è l'unico dotato di tre serventi (gli altri sono monoserventi).



Supponendo che il sistema lavori alla metà della sua produttività massima

- 1\_ Dire quanto tempo mediamente un pezzo trascorre in coda nel sistema?
- 2\_ Scrivere l'eq. di equilibrio per lo stato (0,3,4,2)
- 3\_ Quali parametri variereste e di quanto per aumentare la produttività reale e teorica.

**Sistemi M/M/1**

$$N = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

**Sistemi M/M/1/K**

$$N = \frac{\frac{\gamma}{\mu}}{1 - \frac{\gamma}{\mu}} - \frac{(K+1) \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{K+1}}{1 - \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{K+1}} \quad \varepsilon = \frac{1 - \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^K}{1 - \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{K+1}}$$

**Sistemi M/M/S**

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i + \frac{1}{s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{s\mu}{s\mu - \lambda}}$$

$$L = \frac{1}{s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s P_0 \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \quad \rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

**Reti APERTE**

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{\phi_i^{n_i}}{n_i!} f_i(0) & n_i \leq s_i \\ \frac{\phi_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} f_i(0) & n_i \geq s_i \end{cases}$$

**Reti CHIUSE**

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{x_i^{n_i}}{n_i!} & n_i \leq s_i \\ \frac{x_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} & n_i \geq s_i \end{cases}$$

$$Pr(n_M=k) = f_M(k) \frac{G(M-1; N-k)}{G(M; N)}$$



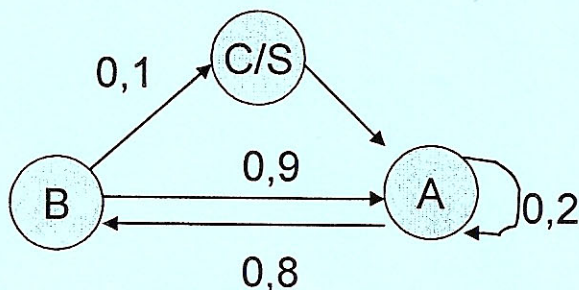
23 aprile 2009

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO**

Il sistema manifatturiero che si vuole esaminare è rappresentato in figura. Nel sistema sono presenti 4 pezzi; tutti i tempi di servizio sono esponenzialmente distribuiti. Il tempo/velocità di servizio dei vari centri sono rispettivamente 3 ore per il centro C/S, 4 ore per A, 0,4 pezzi/ora per B.

Il centro B è l'unico dotato di tre serventi, tutti gli altri centri sono monoserventi.



1\_ Quanti pezzi produce e quanti sarebbe in grado di produrre il sistema in un minuto? Quali parametri variereste per aumentare la produttività reale e di quanto?

2\_ Con che probabilità nel centro C/S ci sono 4 clienti?

3\_ Quanti clienti ci sono mediamente nella coda del centro B?

**Sistemi M/M/1**

$$N = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

**Sistemi M/M/1/K**

$$N = \frac{\frac{\gamma}{\mu}}{1 - \frac{\gamma}{\mu}} - \frac{(K+1) \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^{K+1}}{1 - \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^{K+1}} \quad \varepsilon = \frac{1 - \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^K}{1 - \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^{K+1}}$$

**Sistemi M/M/S**

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{1}{i!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^i + \frac{1}{s!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^s \frac{s\mu}{s\mu - \lambda}}$$

$$L = \frac{1}{s!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^s P_0 \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \quad \rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

**Reti APERTE**

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{\phi_i^{n_i}}{n_i!} f_i(0) & n_i \leq s_i \\ \frac{\phi_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} f_i(0) & n_i \geq s_i \end{cases}$$

**Reti CHIUSE**

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{x_i^{n_i}}{n_i!} & n_i \leq s_i \\ \frac{x_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} & n_i \geq s_i \end{cases}$$

$$Pr(n_M=k) = f_M(k) \frac{G(M-1; N-k)}{G(M; N)}$$



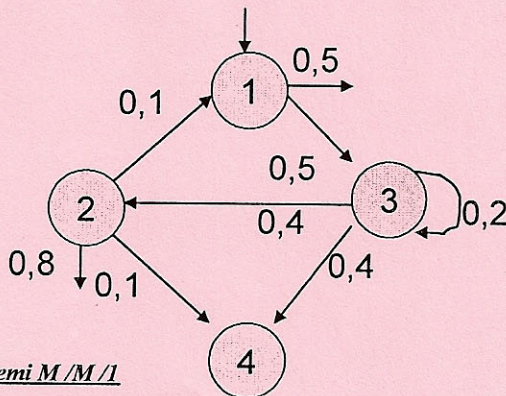
23 aprile 2009

Nome e Cognome

Matricola:

**Problema 1**

Il sistema manifatturiero che si vuole esaminare è rappresentato in figura. Gli arrivi dall'esterno alle stazioni sono poissoniani con parametro  $\lambda_1 = 4$  pezzi/ora; tutti i tempi di servizio sono esponenzialmente distribuiti. Le velocità di servizio dei vari centri sono rispettivamente 10 pezzi/minuto per il centro 1, 20 pezzi/minuto per 2, 30 pezzi/minuto per 3, 8 pezzi al minuto per il centro 4. Il centro 4 è l'unico dotato di quattro serventi (gli altri sono monoserventi).



- 1\_ Dire quanto produce il sistema in un minuto e quanto potrebbe produrre se lavorasse alla sua massima capacità?
- 2\_ Calcolare la probabilità di trovarsi nello stato lo stato (3,0,5,2)
- 3\_ Quanto tempo spende un cliente nell'intero sistema

Sistemi M/M/1

$$N = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

Sistemi M/M/1/K

$$N = \frac{\frac{\gamma}{\mu}}{1 - \frac{\gamma}{\mu}} - \frac{(K+1) \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{K+1}}{1 - \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{K+1}} \quad \varepsilon = \frac{1 - \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^K}{1 - \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{K+1}}$$

Sistemi M/M/S

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i + \frac{1}{s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{s\mu}{s\mu - \lambda}}$$

$$L = \frac{1}{s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s P_0 \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \quad \rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

Reti APERTE

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{\phi_i^{n_i}}{n_i!} f_i(0) & n_i \leq s_i \\ \frac{\phi_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} f_i(0) & n_i \geq s_i \end{cases}$$

Reti CHIUSE

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{x_i^{n_i}}{n_i!} & n_i \leq s_i \\ \frac{x_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} & n_i \geq s_i \end{cases}$$

$$Pr(n_M=k) = f_M(k) \frac{G(M-1; N-k)}{G(M; N)}$$



23 aprile 2009

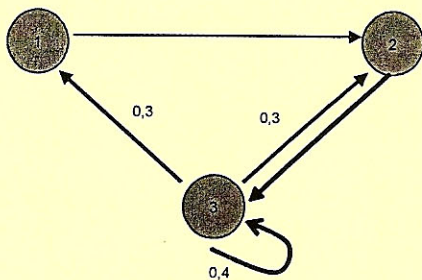
Nome e Cognome

Matricola:

**ESERCIZIO**

Il sistema manifatturiero che si vuole esaminare è rappresentato in figura. Nel sistema sono presenti 4 pezzi; tutti i tempi di servizio sono esponenzialmente distribuiti. Il tempo di servizio dei vari centri sono rispettivamente 3 minuti per il centro 1, 2 minuti per 2, 50 pezzi/ora per 3.

Il centro 1 è l'unico dotato di tre serventi ed è il centro di riferimento.



- 1\_ Quanto tempo spende in attesa un cliente nel centro 3?
- 2\_ Scrivere l'equazione di equilibrio dello stato (4,1,2)
- 3\_ Quanto tempo mediamente un cliente spende in coda nell'intero sistema?

Sistemi M/M/1

$$N = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

Sistemi M/M/1/K

$$N = \frac{\frac{\gamma}{\mu}}{1 - \frac{\gamma}{\mu}} - \frac{(K+1) \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^{K+1}}{1 - \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^{K+1}} \quad \varepsilon = \frac{1 - \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^K}{1 - \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^{K+1}}$$

Sistemi M/M/S

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{1}{i!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^i + \frac{1}{s!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^s \frac{s\mu}{s\mu - \lambda}}$$

$$L = \frac{1}{s!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^s P_0 \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \quad \rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

Reti APERTE

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{\phi_i^{n_i}}{n_i!} f_i(0) & n_i \leq s_i \\ \frac{\phi_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} f_i(0) & n_i \geq s_i \end{cases}$$

Reti CHIUSE

$$f_i(n_i) = \begin{cases} \frac{x_i^{n_i}}{n_i!} & n_i \leq s_i \\ \frac{x_i^{n_i}}{s_i! s_i^{n_i-s_i}} & n_i \geq s_i \end{cases}$$

$$Pr(n_M=k) = f_M(k) \frac{G(M-1; N-k)}{G(M; N)}$$