

ESEMPIO 1)

Si supponga che un'azienda produca una certa quantità di output sulla base di due fattori produttivi (x,y) . La funzione di produzione è la seguente

$$f(x,y) = (y-2)x, \text{ con } y \geq 2.$$

- 1) Indicare se la funzione data presenta rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti, definendo in modo esaustivo il concetto
 - 2) Determinare i prodotti marginali dei singoli fattori e discutere la loro relazione con la scelta ottima dei fattori produttivi.
- La funzione di produzione presenta rendimenti di scala crescenti. Infatti $f(tx,ty) = (ty-2)tx > t^2 f(x,y)$ se $t > 1$
 - I prodotti marginali dei fattori x e y sono, rispettivamente $MP_x = y-2$ e $MP_y = x$.

ESEMPIO 2)

Supponiamo che una azienda sia caratterizzata dalla seguente funzione di produzione $f(x,y) = x^{1/3} y^{1/3}$ dove x è la quantità di materia prima necessaria alla produzione del bene e y le ore di lavoro.

- 1) Si valuti la tipologia di rendimento di scala presentata dalla funzione (decrescenti)
- 2) Se il prezzo della materia prima è pari a 20 ed il prezzo orario della manodopera è pari a 10, all'ottimo quante ore di lavoro occorrerà fare per ogni unità di materia prima utilizzata? (2 ore di lavoro per ogni unità di materia prima utilizzata)

ESEMPIO 3)

Un'impresa possiede due impianti di produzione in una certa area, che usa per servire una domanda pari a $y = 120 - 2p$.

I due impianti hanno i seguenti costi

$$TC_1 = 2y_1^2 + 3y_1$$

$$TC_2 = 3y_2^2 + y_2$$

Si calcolino le quantità y_1 e y_2 di output prodotte all'ottimo da ciascun impianto;

SOLUZIONE

- a) Il profitto dell'impresa può essere scritto a partire dalla funzione di domanda inversa, che, essendo $y = y_1 + y_2$, ha la seguente espressione

$$P = 60 - (y_1 + y_2)/2$$

I costi marginali sono invece dati da

$$MC1=4y1+3$$

$$MC2=6y2+1$$

$$\text{Profitto} = (60 - (y1+y2)/2) * (y1+y2) - TC1-TC2$$

Le condizioni del primo ordine per i due impianti sono

$$\partial \Pi / \partial y1 = 60 - (y1+y2) - 4y1 - 3 = 0$$

$$\partial \Pi / \partial y2 = 60 - (y1+y2) - 6y2 - 1 = 0$$

(Essendo i costi marginali pari a $MC1=4y1+3$; $MC2=6y2+1$)

Risolvendo il sistema si ottiene $y1=10$ e $y2=7$.