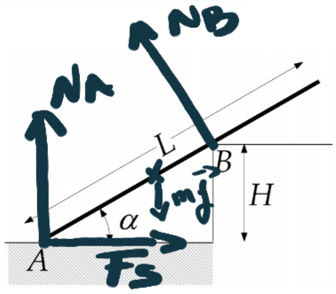
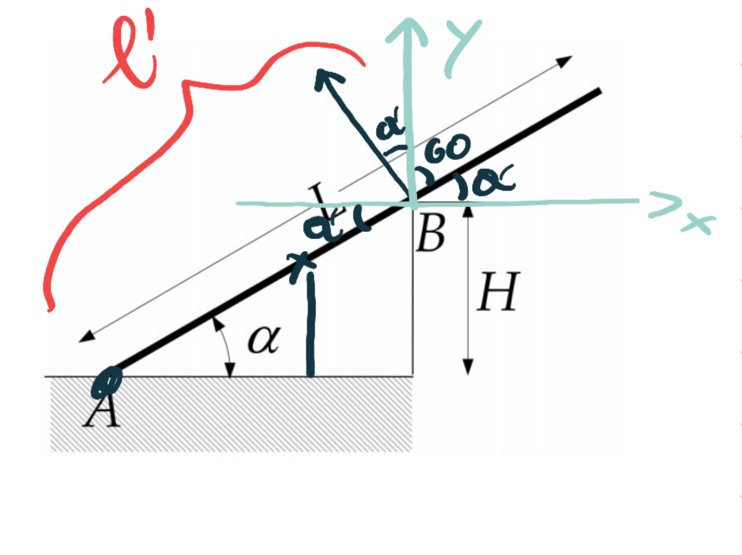
10.

Un'asta omogenea di lunga 100 cm è appoggiata a un pavimento scabro e allo spigolo perfettamente liscio di uno scalino alto 30 cm, come mostrato in figura. Si osserva che l'asta scivola non appena l'angolo $\alpha$ diventa minore di 30°. Determinare il coefficiente di attrito statico nel punto $A$.




$H = l' \sin\alpha$

$l' = \dfrac{H}{\sin\alpha}$

$l' = \dfrac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6$

lungo x

$F_S - N_B \sin\alpha = 0$

lungo y

$-mg + N_A + N_B \cos\alpha = 0$

Momenti rispetto ad A

$M_{mg} = \frac{1}{2}\ mg \sin 60$

$$M N_B = -\frac{H}{\sin\alpha} N_B \sin 90$$

$$\frac{1}{2} \quad mg \sin 60 = N_B \frac{H}{\sin\alpha}$$

$$\frac{1}{2} mg \sin 60 \frac{\sin 30}{H} = N_B = 0{,}73 mg$$

$$1{,}67$$

$$F_s - N_B \sin\alpha = 0$$

$$F_s = 0{,}73\, mg \sin\alpha$$

$$-mg + N_A + N_B \cos\alpha = 0$$

$$N_A = mg - N_B \cos\alpha$$

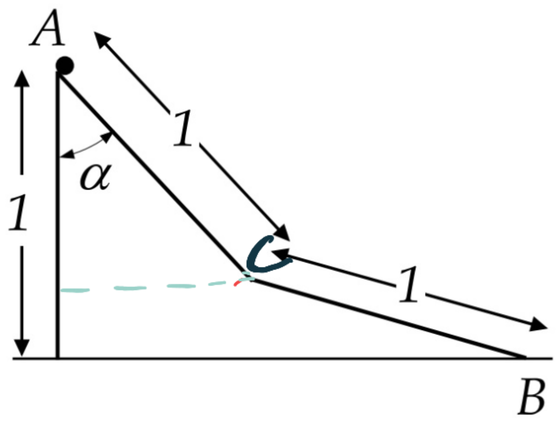
$$= mg - 0{,}73\, mg \cos\alpha$$

$$F_s = \mu_s mg(1 - 0{,}73 \cos\alpha)$$

$\mu_s \cancel{mg}(1-0,73\cos\alpha) = 0,73\cancel{mg}\sin\alpha$

$$\mu_s = \frac{0,73\sin\alpha}{1-0,73\cos\alpha} = 0,99$$

Lo scivolo perfettamente liscio mostrato in figura è costituito da due tratti rettilinei indentici lunghi 1 m. Sapendo che la quota del punto $A$ è pari a 1 m, calcolare il tempo necessario a un punto materiale per raggiungere la base $B$, partendo da fermo da $A$, in funzione dell'angolo $\alpha$.



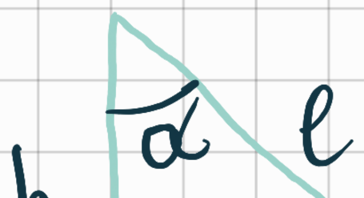

48

CONSIDERO B PUNTO DI RIFERIMENTO PER IL CALCOLO DI $E_p$

$E_{mA} = mgh_A + mv_A^2$

partito da fermo $\Rightarrow v_A = 0$

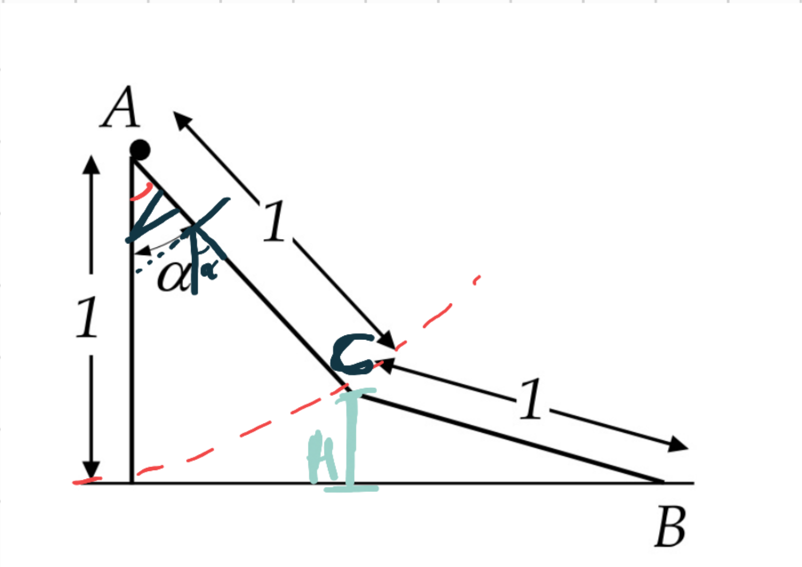
$E_{mA} = mgh_A$



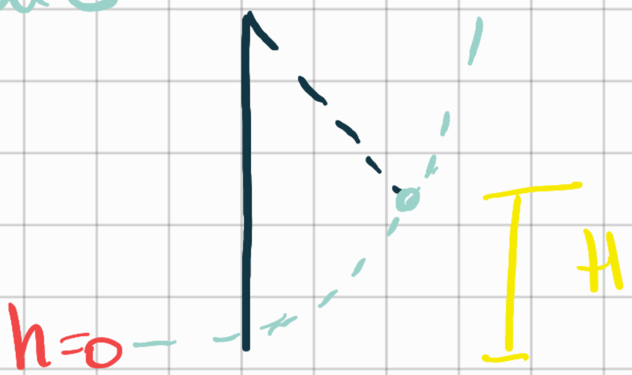

$h = l$


$$E_{mA} = mg\ell$$

Punto C




considero il primo tratto come il filo di un pendolo e calcolo H di C




$$H = \ell - \ell\cos\alpha$$
$$= \ell(1-\cos\alpha)$$

in C ho sia $E_c$ sia $E_p$

$E_{mC} = \frac{1}{2} m v_C^2 + mgl(1-\cos\alpha)$

$E_{mC} = E_{mA}$

$\frac{1}{2} \cancel{m} v_C^2 + \cancel{m} gl(1-\cos\alpha) = \cancel{m} gl$

$\frac{1}{2} v_C^2 = gl \qquad -gl(1-\cos\alpha)$

$\frac{1}{2} v_C^2 = gl \qquad -gl + gl\cos\alpha$

$\frac{1}{2} v_C^2 = g\cos\alpha$

$v_C^2 = 2g\cos\alpha$

$V = \frac{S}{T} \Rightarrow \frac{1}{V} = \frac{T}{S} \Rightarrow T = \frac{S}{V}$

$T_{AC} = \frac{1}{2g\cos\alpha}$

Calcolo velocità in B

$$E_B = \cancel{mgh_B} + \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$= \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_C = mgh_C + \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$E_C = E_B$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 = \cancel{m} g h_C + \frac{1}{2} \cancel{m} v_C^2$$

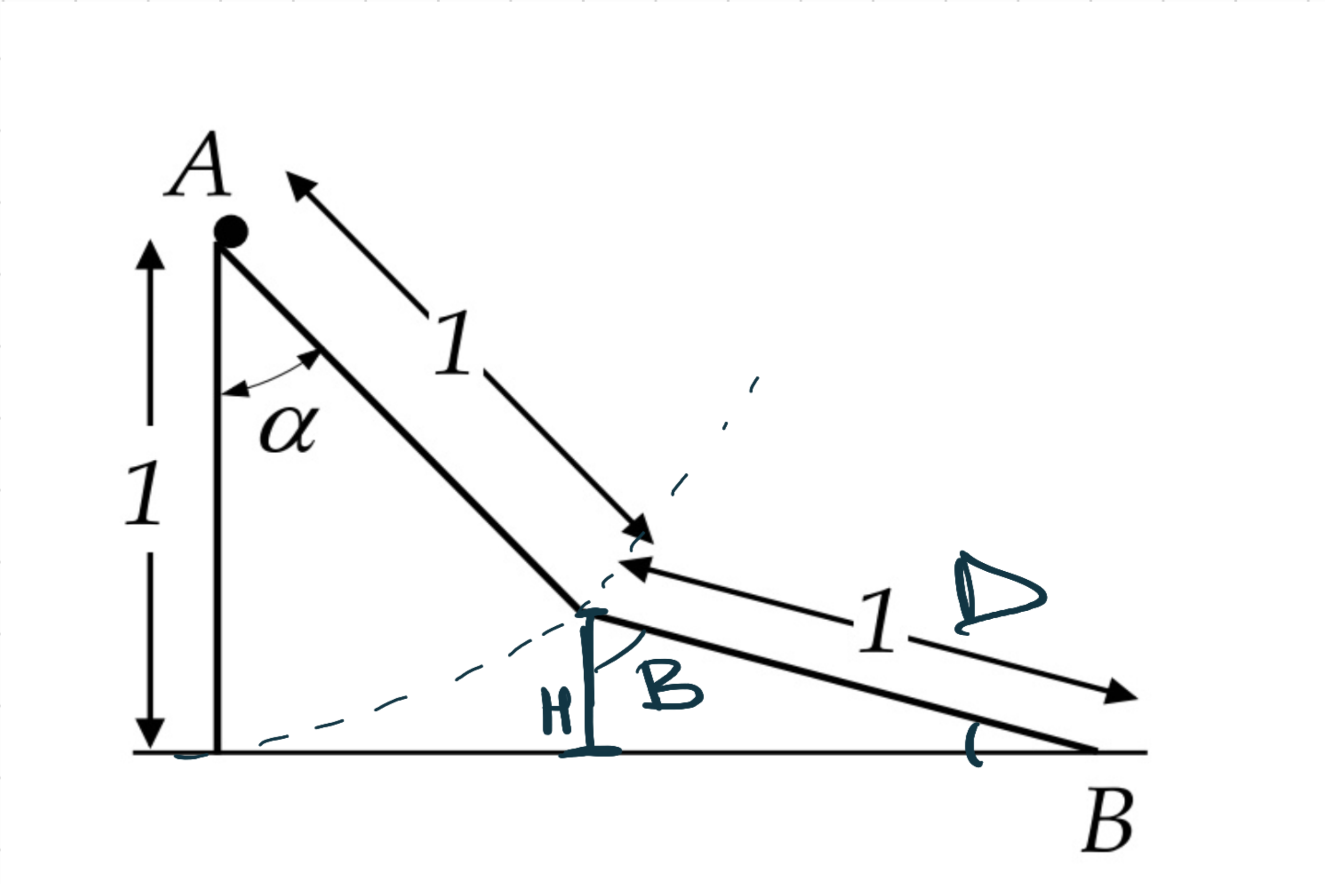
$$v_B^2 = 2gh_C + v_C^2$$

$$v_B^2 = 2g\ell(1-\cos\alpha) + 2g \quad \cos\alpha$$

$$= 2g$$

$$V(t) = V_0 + g\cos\alpha$$

$$t = \frac{\sqrt{2g\cos\alpha}}{g\cos\alpha}$$

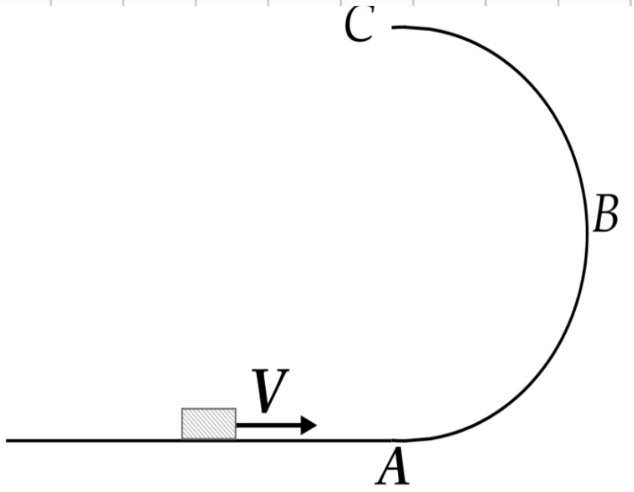



$$H = \frac{D}{\cos B} \qquad \cos B = 1 - \cos\alpha$$

$$t = \frac{\sqrt{2g}}{g(1-\cos\alpha)}$$ ??

L1

Una massa puntiforme viene lanciata con velocità iniziale $\boldsymbol{V}$ lungo un piano orizzontale perfettamente liscio che, nel punto $A$, si raccorda con la guida semicircolare verticale $ABC$ di raggio $R = 1$ m, anch'essa perfettamente liscia, come mostrato nella figura. Sapendo che il corpo deve percorrere l'intera traiettoria $ABC$, calcolare la minima distanza possibile da $A$ del punto di caduta.




$$V_A = \sqrt{5gl}$$

$$y(t) = y_0 + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v(t) = V_0 - gt$$

$$0 = 2 + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{-V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 4g}}{-g}$$

$$\frac{5\cancel{g}r \pm \sqrt{5\cancel{g}r + 4\cancel{g}}}{-\cancel{g}}$$

$$\frac{5r \pm \sqrt{5r + 4}}{-1}$$

$$\frac{5r \pm \sqrt{5r+4}}{-1}$$

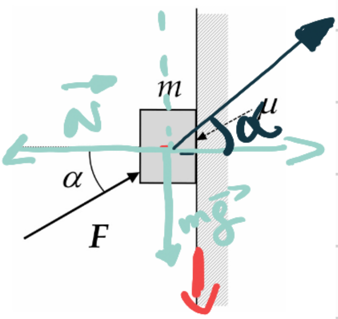
$$\frac{5 \pm \sqrt{9}}{-1} = \frac{5 \pm 3}{-1} =$$

43.

Un corpo di massa $m = 2$ kg è premuto contro una parete verticale da una forza $\boldsymbol{F}$ inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo $\alpha = 30°$, come mostrato nella figura. Sapendo che $F = 20$ N e che il coefficiente d'attrito statico tra corpo e parete è pari a $\mu = 1$,

(i) dimostrare che l'equilibrio statico di $m$ è possibile;

(ii) calcolare il minimo valore di $F$ necessario per evitare che $m$ scivoli verso il basso.




$$\vec{F} + \vec{F_s} + M\vec{g} + \vec{N} = 0$$

lungo x (Dia N)

$N - F\cos\alpha = 0$ $\qquad$ $N = F\cos\alpha = 17.3$

lungo y

$-mg + F\sin\alpha - F_s = 0$

$F_s = \mu_s N = \mu_s F\cos\alpha =$

$-\mu_s F\cos\alpha = -mg + F\sin\alpha$

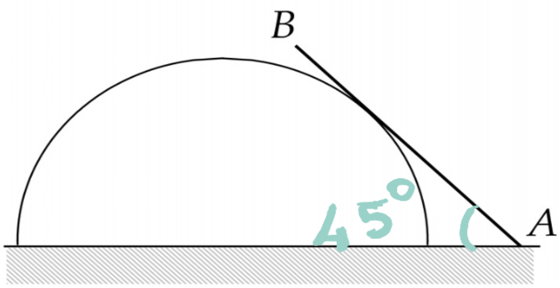
$-\mu_s F\cos\alpha - F\sin\alpha = -mg$

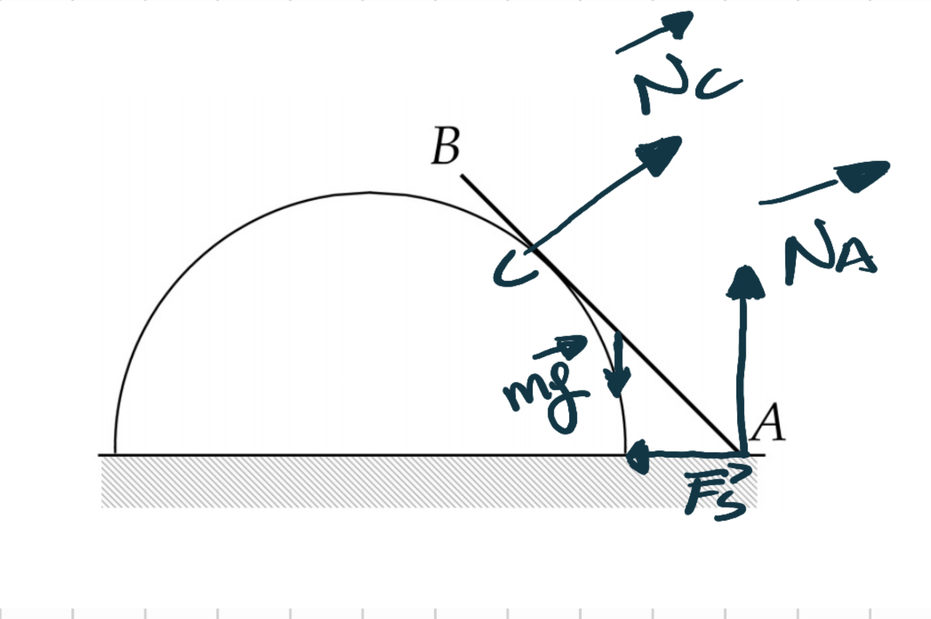
$F(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = mg$

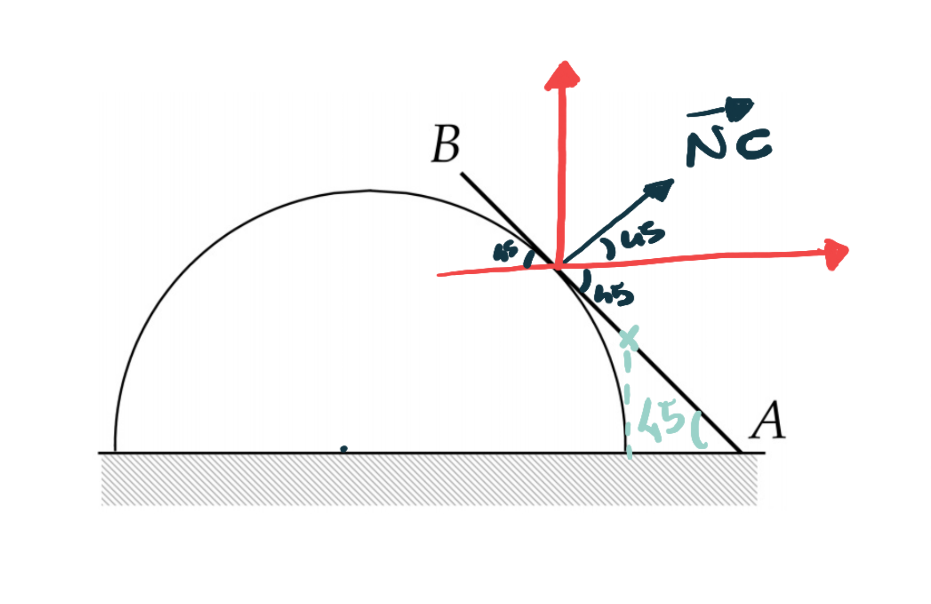
$$F = \frac{mg}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} \simeq 14\,N$$

$0.5 - 0.87$

Un'asta rettilinea e omogenea $AB$ è poggiata in equilibrio sulla superficie perfettamente liscia di una semisfera, il cui raggio è pari a 2/3 della lunghezza $\overline{AB}$ e su un pavimento orizzontale scabro, come mostrato in figura. Sapendo che l'asta forma con il piano un angolo di 45° e che il coefficiente di attrito statico in corrispondenza del punto $A$ è pari a uno, dimostrare che l'equilibrio è possibile. Determinare inoltre il valore minimo del coefficiente di attrito statico che consente all'asta di rimanere in equilibrio.






lungo y

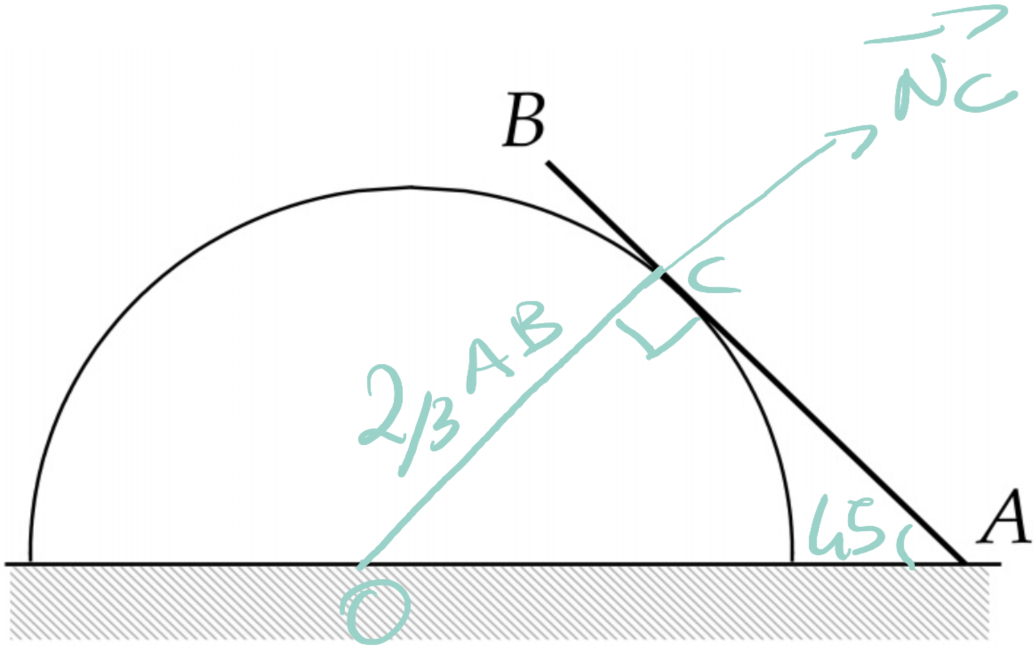
$$N_A - mg + N_C \sin 45 = 0$$

lungo x

$$-F_S + N_C \cos 45 = 0$$

MOMENTI RISPETTO A

$$M_{mg} = \frac{AB}{2} Mg \sin 45$$




$$AC = \frac{2}{3} AB$$

$$M_{N_C} = N_C \frac{2}{3} AB \sin 90$$

$$N_C \cdot \frac{2}{3} \cancel{AB} = \frac{\cancel{AB}}{2} mg \sin 45$$

$$N_C = mg \sin 45 \cdot 3/4$$

$$N_A - mg + N_C \sin 45 = 0$$

$$N_A = mg - mg \sin 45 \cdot 3/4$$

$$-F_s + N_C \cos 45 = 0$$

$$N_C = \frac{F_s}{\cos 45} \qquad F_s = \mu_s N_A$$

$$F_s = \mu_s (mg - mg \sin 45 \cdot 3/4)$$

$$N_C = \frac{\mu_s (mg - mg \sin 45 \cdot 3/4)}{\cos 45}$$

$$N_C = mg \sin 45 \cdot 3/4$$

$$\frac{\mu_s\left(\cancel{mg} - \cancel{mg}\sin 45 \cdot \frac{3}{4}\right)}{\cos 45} = \frac{3}{4}\cancel{mg}\sin 45$$

$$\frac{1 - 0.53}{\cos 45} \geq 0.53$$

$$0,74 > 0.53$$

$$\mu_s = \frac{\frac{3}{4}\cos 45 \sin 45}{1 - \sin 45 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{0.37}{0.47}$$

$$0.7$$

28.

Un'asta omogenea di lunghezza $l = 1$ m e massa $M = 1$ kg può ruotare senz'attrito attorno a un asse orizzontale passante per un estremo. Supponendo che venga lasciata partire, con velocità iniziale nulla, dalla posizione orizzontale, si calcoli:

(i) la velocità del centro di massa quando l'asta passa per la posizione verticale;

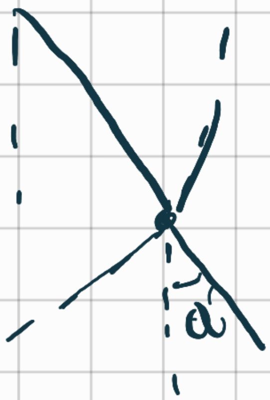
(ii) la reazione vincolare corrispondente;


$$E_A = \cancel{\frac{1}{2} m v_A^2} + mg\ell$$

$$E_B = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 = \cancel{m} g\ell$$

$$v_B = \sqrt{2g\ell} = 3,16 \text{ m/s}$$




$$T - mg = 5 \text{ kg}$$