

Proprietà colligative

1)

Alla temperatura di 25°C, l'acqua e l'acetone puri hanno rispettivamente le seguenti pressioni di vapore: $p^\circ_{\text{acqua}} = 21 \text{ Torr}$; $p^\circ_{\text{acet.}} = 200 \text{ Torr}$. Una miscela liquida formata da 100 g di acqua (H_2O) e 100 g di acetone ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$) è in equilibrio col suo vapore a 25°C. Si calcoli quanti grammi di acqua e quanti grammi di acetone sono contenuti nel volume $V = 1 \text{ litro}$ di questo vapore.

Calcoliamo per prima cosa la composizione della fase liquida mediante le frazioni molari:

$$x_{\text{H}_2\text{O}}^L = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{H}_2\text{O}} + n_{\text{acetone}}} = \frac{50/18}{50/18 + 50/58} = 0,76$$

$$x_{\text{acetone}}^L = 1 - x_{\text{H}_2\text{O}}^L = 0,24$$

Tramite la legge di Raoult ci calcoliamo la composizione del vapore saturo in equilibrio con la fase liquida:

$$x_{\text{H}_2\text{O}}^V = \frac{x_{\text{H}_2\text{O}}^L}{x_{\text{H}_2\text{O}}^L + x_{\text{acetone}}^L \cdot \frac{p_{\text{acetone}}^0}{p_{\text{H}_2\text{O}}^0}} = \frac{0,76}{0,76 + 0,24 \cdot \frac{200}{21}} = 0,25$$

$$x_{\text{acetone}}^V = 1 - x_{\text{H}_2\text{O}}^V = 0,75$$

Tramite nuovamente la legge di Raoult ci calcoliamo la pressione totale (in atmosfere) di vapore saturo all'equilibrio della soluzione:

$$p_{\text{tot}} = p_{\text{H}_2\text{O}}^0 \cdot x_{\text{H}_2\text{O}}^L + p_{\text{acet}}^0 \cdot x_{\text{acet}}^L = \frac{21}{760} \cdot 0,76 + \frac{200}{760} \cdot 0,24 = 0,084 \text{ atm}$$

quindi il numero di moli totali in fase vapore (supponendo un comportamento ideale) si ricava dalla legge del gas ideale;

$$pV = n_{\text{TOT}}RT \quad n_{\text{TOT}} = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{0,084 \cdot 1}{0,0821 \cdot 298} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ moli}$$

$$n_{\text{acetone}}^V = x_{\text{acetone}}^V \cdot n_{\text{TOT}}^V = 0,75 \cdot 3,4 \cdot 10^{-3} = 2,55 \cdot 10^{-3} \text{ moli}$$

$$q_{\text{acetone}}^V = n_{\text{acetone}}^V \cdot PF_{\text{acetone}} = 0,145 \text{ g} ; \text{ analogamente per l'acqua nel vapore si trova:}$$

$$q_{\text{H}_2\text{O}}^V = n_{\text{H}_2\text{O}}^V \cdot PF_{\text{H}_2\text{O}} = 0,0153 \text{ g}$$

2)

La tensione di vapore saturo ad una certa temperatura del CCl_4 (tetracloruro di carbonio, liquido) vale $p^\circ = 100$ Torr. Alla stessa temperatura, una soluzione composta da 15,0 g di CCl_4 e da 1,5 g di un soluto incognito (non volatile, non elettrolita), ha una tensione di vapore saturo pari a $p = 94$ Torr. Calcolare il peso formula del soluto incognito.

L'abbassamento relativo della pressione di vapor saturo si ottiene dalla legge di Raoult:

$$\frac{\Delta p}{p^\circ} = \frac{p^\circ - p}{p^\circ} = x_{\text{soluto}} = \frac{q_{\text{soluto}} / PF_{\text{soluto}}}{q_{\text{soluto}} / PF_{\text{soluto}} + q_{\text{solvente}} / PF_{\text{solvente}}}$$

Sostituendo i valori dati si ottiene:

$$\frac{100 - 94}{100} = \frac{1,5 / PF_{\text{soluto}}}{1,5 / PF_{\text{soluto}} + 15 / 153,82}$$

da cui si ricava $PF_{\text{soluto}} = 241,3$

3)

Un composto organico (non volatile, non elettrolita) ha la seguente composizione percentuale in peso: 59,0% di C, 5,0% di H, 22,9% di N, 13,1% di O. L'aggiunta di 3,88 g di questo composto a 30 ml di nitrobenzene (solvente liquido, $d = 1,204 \text{ g/ml}$) ne abbassa il punto di congelamento da 5,7 a $-1,4^\circ\text{C}$. Qual è la formula molecolare di questo composto? (k_{cr} del nitrobenzene è $8,1^\circ\text{C Kg/mol}$)

$$\Delta T_{cr} = 5,7 - (-1,4) = 7,1^\circ\text{C}$$

$$m = \frac{\Delta T_{cr}}{K_{cr}} = \frac{7,1^\circ\text{C}}{(8,1^\circ\text{C Kg mol}^{-1})} = 0,88 \text{ mol/Kg}$$

Massa di solvente (nitrobenzene) (nota la densità e il volume):

$$30 \text{ ml} \times 1,204 \text{ g/ml} = 36,12 \text{ g} = 0,03612 \text{ Kg}$$

$$\text{Moli di soluto: } m \times \text{Kg}_{(\text{solvente})} = 0,88 \times 0,03612 = 0,032 \text{ mol}$$

$$\text{Massa molare} = 3,88 \text{ g} / 0,032 \text{ mol} = 121,25 \text{ g/mol}$$

Quindi determiniamo la formula empirica del composto con la massa molare per determinare la formula molecolare:

$$59,0 \text{ g di C} / 12,01 = 4,91 \text{ mol C} \Rightarrow 4,91/0,819 = 6 \text{ mol C}$$

$$5,0 \text{ g di H} / 1,01 = 5,0 \text{ mol H} \Rightarrow 5,0/0,819 = 6 \text{ mol C}$$

$$22,9 \text{ g di N} / 14,01 = 1,63 \text{ mol N} \Rightarrow 1,63/0,819 = 2 \text{ mol C}$$

$$13,1 \text{ g di O} / 16,00 = 0,819 \text{ mol O} \Rightarrow 0,819/0,819 = 1 \text{ mol C}$$

La formula empirica è $\text{C}_6\text{H}_6\text{N}_2\text{O}$, con una massa di 122 g/mol. Dato che questa è pari alla massa molare sperimentalmente determinata, la formula molecolare del composto è $\text{C}_6\text{H}_6\text{N}_2\text{O}$.

4)

Calcolare la temperatura di ebollizione e di congelamento di una soluzione formata da 500 grammi di acqua e da 12 grammi di urea (CON_2H_4 , soluto non volatile non elettrolita). Le costanti sono: $k_{\text{eb}} = 0,52 \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{kg/mol}$ e $k_{\text{cr}} = 1,86 \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{kg/mol}$

Per le proprietà colligative si ha:

$$T_{\text{cong. (soluzione)}} = T_{\text{cong. (solvente)}} - \Delta T_{\text{cr}} \quad \text{con} \quad \Delta T_{\text{cr}} = i \cdot k_{\text{cr}} \cdot m$$

$$T_{\text{eb. (soluzione)}} = T_{\text{eb. (solvente)}} + \Delta T_{\text{eb}} \quad \text{con} \quad \Delta T_{\text{eb}} = i \cdot k_{\text{eb}} \cdot m$$

Quindi

$$T_{\text{cong}} = 0 - i \cdot k_{\text{cr}} \cdot m = 0 - 1 \cdot 1,86 \cdot \frac{12/60}{0,5} = 0 - 1,86 \cdot 0,4 = - 0,74 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{eb}} = 100 + i \cdot k_{\text{eb}} \cdot m = 100 + 1 \cdot 0,52 \cdot \frac{12/60}{0,5} = 100 + 0,52 \cdot 0,4 = + 100,21 \text{ } ^\circ\text{C}$$

5)

Calcolare i grammi di saccarosio ($C_{12}H_{22}O_{11}$, soluto non volatile non elettrolita) **oppure** di NaCl (soluto non volatile, elettrolita forte) da aggiungere a 3 kg di acqua per ottenere una soluzione che congela alla temperatura $t = -3,0^{\circ}C$. ($k_{cr} = 1,86^{\circ}C \cdot kg/mol$)

In generale

$$T_{cong. (soluzione)} = T_{cong. (solvente)} - \Delta T_{cr}$$

$$\Delta T_{cr} = T_{cong. (solvente)} - T_{cong. (soluzione)}$$

$$\text{Per l'esercizio } \Delta T_{cr} = 0 - (-3) = 3^{\circ}C$$

Per il saccarosio:

$$\Delta T_{cr} = i \cdot k_{cr} \cdot m \quad (i = 1)$$

$$m = \frac{\Delta t_{cr}}{i \cdot k_{cr}} = \frac{3}{1 \cdot 1,86} = 1,6 \text{ mol / kg} \quad \text{ma} \quad m = \frac{n_{saccarosio}}{Q(kg)_{solvente}} = \frac{q_{saccarosio} / PF_{saccarosio}}{Q(kg)_{solvente}}$$

$$\text{quindi } q_{saccarosio} = m \cdot Q_{(solv)} \cdot PF_{saccarosio} = 1,6 \cdot 3 \cdot 342 = 1642 \text{ g}$$

Per il NaCl: $NaCl \rightarrow Na^{+} + Cl^{-}$ numero complessivo di ioni formati = 2

$$\Delta T_{cr} = i \cdot k_{cr} \cdot m \quad (i = v = 2)$$

$$m = \frac{\Delta t_{cr}}{i \cdot k_{cr}} = \frac{3}{2 \cdot 1,86} = 0,8 \text{ mol / kg} \quad \text{ma} \quad m = \frac{n_{saccarosio}}{Q(kg)_{solvente}} = \frac{q_{NaCl} / PF_{NaCl}}{Q(kg)_{solvente}}$$

$$\text{quindi } q_{NaCl} = m \cdot Q_{(solv)} \cdot PF_{NaCl} = 0,8 \cdot 3 \cdot 58,44 = 140,3 \text{ g}$$

6)

Calcolare la temperatura di ebollizione di una soluzione acquosa formata da 300 grammi di acqua, 13 grammi di glucosio ($C_6H_{12}O_6$, soluto non volatile, non elettrolita) e da 15 grammi di Na_2SO_4 (soluto non volatile, elettrolita forte). ($k_{eb} = 0,52 \text{ } ^\circ C \cdot kg/mol$)

Per l'elettrolita forte si ha:



quindi

$$T_{eb.}(\text{soluzione}) = T_{eb}(\text{solvente}) + \Delta T_{eb}$$

l'innalzamento ebullioscopico è dovuto alla presenza dei due soluti:

$$\begin{aligned} \Delta T_{eb} &= k_{eb} \cdot \frac{1}{Q_{solv}} \cdot (i_1 \cdot n_1 + i_2 \cdot n_2) = \\ &= 0,52 \cdot \frac{1}{0,3} \cdot \left(1 \cdot \frac{13}{180} + 3 \cdot \frac{15}{142} \right) = 0,67^\circ C \end{aligned}$$

Perciò:

$$T_{eb.}(\text{soluzione}) = T_{eb}(\text{solvente}) + \Delta T_{eb} = 100 + 0,67 = 100,67 \text{ } ^\circ C$$

7)

Calcolare la pressione osmotica alla temperatura di 24 °C di una soluzione acquosa di $Mg_3(AsO_4)_2$ (soluti non volatile, elettrolita forte) a concentrazione $M = 1,25 \cdot 10^{-3}$ mol/litro.

La dissociazione in acqua del sale è:



$$\pi = i \cdot M \cdot R \cdot T = 5 \cdot 0,00125 \cdot 0,0821 \cdot (273,15 + 25) = 0,153 \text{ atm}$$

8)

La pressione osmotica del plasma sanguineo umano vale $\pi = 7,7$ atm a 25 °C.

Calcolare i grammi di glucosio ($C_6H_{12}O_6$, soluto non volatile, non elettrolita) che bisogna aggiungere in 1 litro di acqua per ottenere una soluzione che, sempre a 25°C, sia isotonica con il plasma.

Isotonico = soluzioni con la stessa pressione osmotica

Inoltre, per un soluto non elettrolita $i = v = 1$

$$\pi = M \cdot R \cdot T = \frac{n_{\text{soluti}}}{V_{\text{soluzione}}} \cdot R \cdot T = \frac{q_{\text{soluti}}}{PF_{\text{soluti}} \cdot V_{\text{soluzione}}} \cdot R \cdot T$$

quindi

$$q_{\text{soluti}} = \frac{\pi \cdot PF_{\text{soluti}} \cdot V_{\text{soluzione}}}{R \cdot T} = \frac{7,7 \cdot 180 \cdot 1}{0,0821 \cdot 298,15} = 57,4 \text{ g}$$