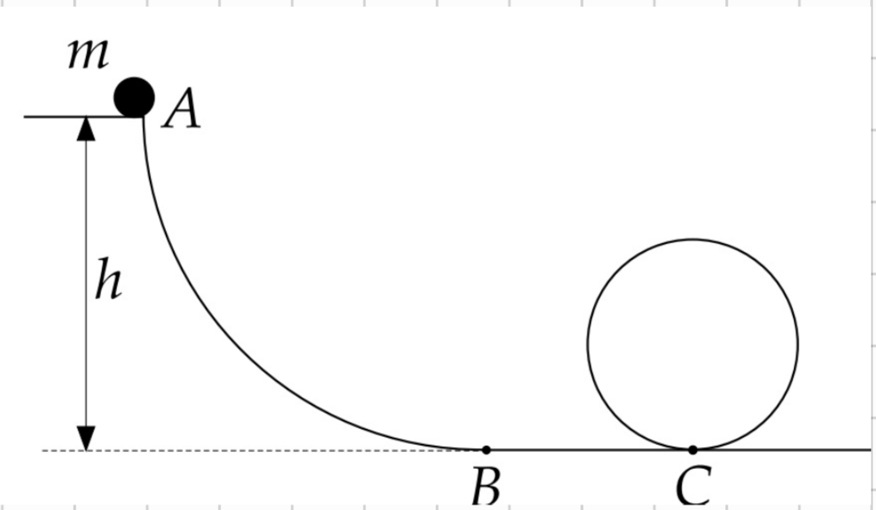
(a) Un corpo puntiforme di massa m viene lasciato scivolare da fermo dal punto A, ad un'altezza h dal suolo, lungo il tratto curvo AB. Nel punto C il corpo entra in una guida circolare di raggio R. Calcolare il valore minimo di h in funzione degli altri parametri del sistema affinché il corpo possa compiere il giro completo della guida circolare senza mai staccarsi da essa nei seguenti casi:

(i) la superficie di tutto il percorso è liscia (senza attrito);

(ii) il tratto rettilineo BC, di lunghezza $2R$, è scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.3$, mentre il resto del percorso non presenta attrito.



SENZA ATTRITO

prendo il punto c come punto di riferimento per il calcolo dell'Ep

$\Rightarrow E_p = 0$

$E_{mc} = \frac{1}{2} m v_c^2$

$E_{mA} = mgh$

punto da fermo

$E_{mA} = mgh$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_c^2$$

$$v_c^2 = 2gh$$

per fare il giro completo devo avere che $v_c^2 \geq \sqrt{5gl}$

$\sqrt{5gl}$ => velocità minima da dare ad un pendolo per compiere l'intera circonferenza

$$v_c \geq \sqrt{5gl}$$

$$v_c = \sqrt{2gh}$$

$$\cancel{\sqrt{}}2\cancel{g}h = \cancel{\sqrt{}}5\cancel{g}l \qquad h = \frac{5}{2}l$$

me perché mi trovo
in una circonferenza
avrei che la lunghezza
del filo corrisponde al
raggio R della circonferenza

$$h = \frac{5}{2} R$$

Con attrito BC (2R)

$$v_B^2 = 2gh$$

TRATTO BC con attrito

$$E_{mB} = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_{mC} = \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$\Delta E_M = \frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\Delta E_m = \mathcal{L}_{NC}$$

$$\mathcal{L}_{NC} = F\,ds\,\cos\alpha$$

$$F = \mu_d\, mg \qquad \alpha = 180$$

$$\mathcal{L}_{NC} = -\mu_d\, mg\cos\alpha \cdot 2R$$

$$\tfrac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 - \tfrac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 = -\mu_d\,\cancel{m}g\cos\alpha\, 2R$$

$$v_C^2 = -4\mu_d\, g\cos\alpha R + v_B^2$$

$$= -4\mu_d\, g\cos\alpha R + 2gh$$

$$= 2g\,(h - 2\mu_d\cos\alpha R)$$

$$v_c > \sqrt{5gl}$$

$$\sqrt{2\cancel{g}(h-2\mu_d R)} = \sqrt{5\cancel{g}l}$$

$$2h - 4\mu_d R = 5l$$

$$h = \frac{5l - 4\mu_d R}{2}$$

$$h = \frac{5}{2}l - \mu_d R$$

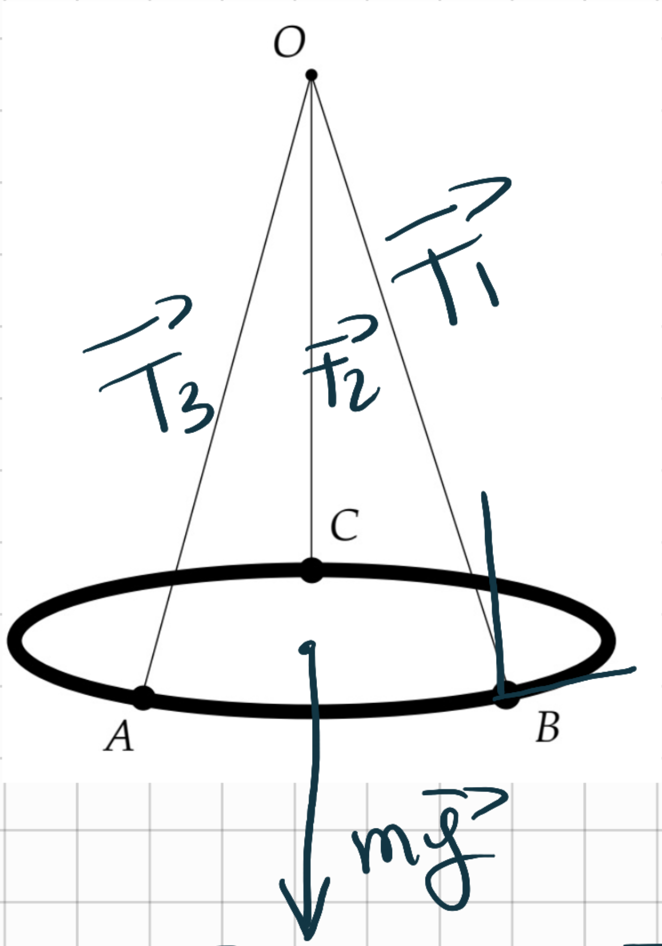
ma $l = R$

$$h = \frac{5}{2}R - \mu_d R$$

$$= R\left(\frac{5}{2} - \mu_d\right)$$

$$= R\left(\frac{5}{2} - 0.3\right)$$

(b) Una lampada a sospensione è costituita da un anello omogeneo di massa $M = 3$ kg e raggio $R = 50$ cm, supportato da tre identici fili di massa trascurabile lunghi $l = 1$ m, agganciati a tre punti equidistanti A, B e C posti sull'anello e a un quarto punto comune O posto sulla verticale passante per il centro di massa, come mostrato nella figura. Calcolare la tensione in ciascun filo una volta agganciata la lampada per il punto di sospensione.



$$\vec{T_1}+\vec{T_2}+\vec{T_3} = Mg$$

$$|T_1| = |T_2| = |T_3| = Mg$$

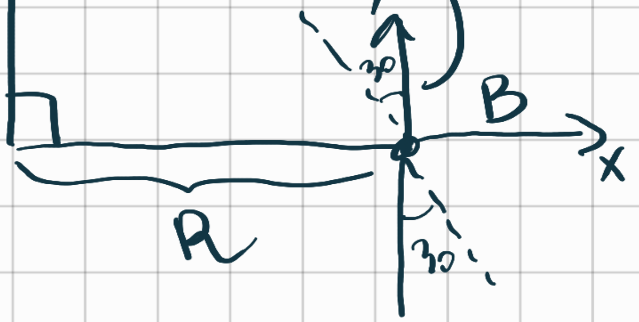
↳ pk equidistanti

Studio T_1

$\ell = 1$ m

$R = 0{,}5$ m

$R = \ell \sin\alpha$



$$\frac{R}{\ell} = \sin\alpha$$

$$0.5 = \sin\alpha$$

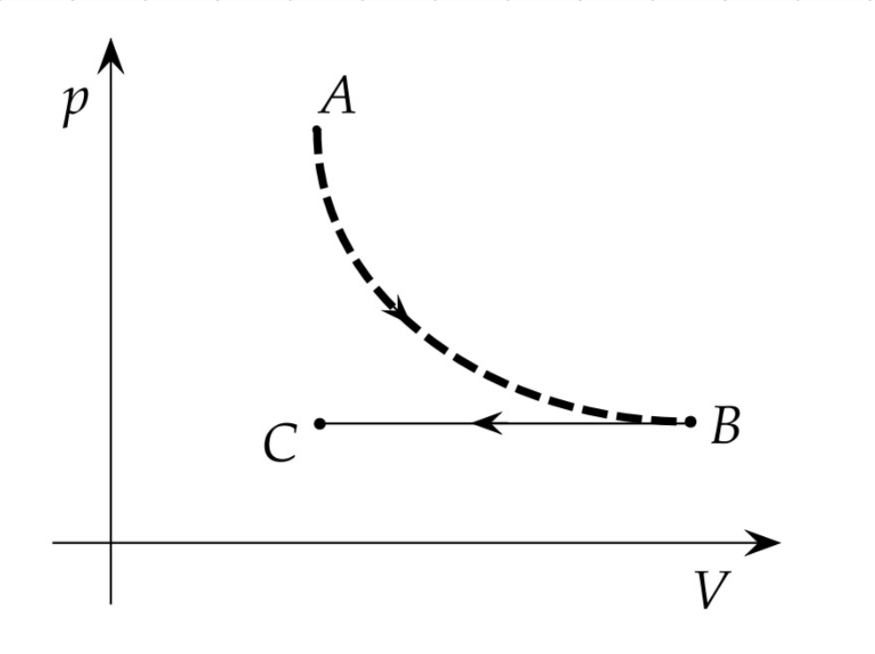
$$\alpha = 30^\circ$$

$$T_y = T\cos\alpha$$

$$T\cos\alpha = \frac{mg}{3}$$

$$T = \frac{mg}{3\cos\alpha} = \frac{2mg}{3\sqrt{3}} = \frac{2\cdot\cancel{3}g}{\cancel{3}\sqrt{3}} = \frac{20}{1.73} = 11.56\,N$$

(c) Una mole di gas perfetto biatomico alla temperatura $T = 300$ K compie un'espansione isoterma *irreversibile* (rappresentata dalla linea tratteggiata in figura), triplicando il suo volume iniziale dallo stato A allo stato B. Durante questa espansione il gas compie un lavoro L pari al 30% in meno rispetto a quello che avrebbe compiuto attraverso una isoterma reversibile tra gli stessi stati. Successivamente viene eseguita una compressione isobara reversibile sino a riottenere il volume iniziale nello stato C. Calcolare il calore totale Q scambiato dal gas e la variazione di entropia ΔS subita da esso durante la trasformazione. [$R = 8{,}3$ J/(mole K)]



TRASF REV

$$\Delta U = dQ - d\mathcal{L}$$

ISOTERMA $\Delta U = 0$

$$dQ = d\mathcal{L}$$

$$dQ = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$V_B = 3V_A$

$n = 1$

$$= RT \ln 3 = 2735\ J$$

$\mathcal{L}_{AC} = 0{,}7\ RT \ln 3 =$

$Q_{AC} =$ [illegible] $=$

$= 1914 \text{ J}$

CALCOLO ENTROPIA GAS

→ ENTROPIA è fz di stato quindi per calcolarla devo solo sapere lo stato iniziale e quello finale ma non mi serve la particolare trasformazione
↳ TUTTE le trasformazioni da A a B hanno la stessa entropia

$$\Delta S = \int \frac{\Delta Q}{T}$$

sfrutto l'isocora A → C

$$\Delta s = \int \frac{n c_v \, dt}{T} = n c_v \ln \frac{T_C}{T_A}$$

$$P_C V_C = N R T_C$$

$$P_B = P_C$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{N R} \qquad P_B V_B = N R T_B$$

$$P_B = \frac{N R T_B}{V_B}$$

$$T_C = \frac{P_B V_C}{N R}$$

$$V_B = 3 V_A$$
$$V_C = V_A$$
$$T_B = T_A$$

$$T_C = \frac{\cancel{NR} T_B}{V_B} \cdot \frac{V_C}{\cancel{NR}}$$

$$T_C = \frac{T_A}{V_B} \cdot V_C \Rightarrow T_C = \frac{T_A}{3 \cancel{V_A}} \cdot \cancel{V_A}$$

$$T_C = \frac{T_A}{3}$$

$$\Delta s = \int \frac{n c_v \, dt}{T} = n c_v \ln \frac{T_C}{T_A} =$$

$n = 1$

$$= c_v \ln\left(\frac{T_A}{3} \cdot T_A\right)$$

$$= C_v \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{5}{2} 8.3 (-1.09)$$

$$= -22.7 \text{ J}$$

$$\Delta S_{ISOT} = \frac{2735}{300} = -9.11 \text{ J}$$

$$\Delta Q_{\text{ISOBARA}} = n c_p \Delta T$$

$n = 1$
$T_B = 300K$
$T_C = 100K$

$$= \frac{7}{2} R (T_C - T_B)$$

$$= \frac{7}{2} R (-200)$$

$$= -5810$$

$$\Delta_{ISOB} \int \frac{\Delta Q}{T} = \frac{5810}{100} = 58.1 \text{ J}$$

$$58.1\,J \underbrace{-22.7\,J - 9.11}_{31.81} = 26.29\,J$$

$\Delta S > 0$