Appunti di economia applicata all'ingegneria AA2010/2011: Indice

- **Microeconomia**

• Introduzione	**2**
• Teoria della domanda	**3**
• Teoria delle preferenze	**4**
• Curva di domanda	**7**
• Elasticità	**9**
• Teoria dell'offerta	**11**
• Minimizzazione dei costi	**13**
• Economie e diseconomie di scala	**17**
• Esercizi	**19**

Microeconomia

martedì 5 ottobre 2010

Nell'analisi microeconomica studiamo gli agenti economici all'interno del mercato. Si definiscono "agenti" quegli attori del marcato che intervengono sulla quantità o sul modo in cui i beni vengono scambiati.

MERCATO

CONSUMATORI: Se al consumatore il bene non piace il costo per tale bene scende.

PRODUTTORI: Definiscono il prezzo non solo in base al costo di produzione ma anche in base alla richiesta di un bene. Se il costo massimo a cui riesco a vendere il bene è troppo basso meglio non produrlo.

GOVERNI: Possono calmierare i prezzi e attraverso investimenti, incentivi, tasse o leggi modificano il mercato.

AUTORITA' DI REGOLAMENTAZIONE: Regolano i rapporti tra i produttori. Un esempio è l'AGICOM, il garante delle comunicazioni.

Ci sono varie tipologie di mercato in base al numero di produttori che incorrono in quel mercato e sono:

MonoPolio	1
DuoPolio	2
OlioPolio	3
Concorrenziale	+

Nel monopolio il produttore sceglie il prezzo sempre però in base a quanto il consumatore è disposto al massimo a pagare, ovviamente se il prezzo è esorbitante si rischia di non vendere.

Ci sono 3 esoneri, 3 esami durante il corso tipicamente l'ultimo giorno di lezione prima della pausa. Vanno superati tutti e 3 gli esoneri di 2/3 domande in 30 minuti.

Teoria della domanda

martedì 5 ottobre 2010

Adesso cercheremo di modellare come agisce il consumatore, cioè modelleremo la domanda. Va tenuto conto del fatto che non sempre il consumatore agisce in base al costo o alla quantità. Nella teoria della domanda l'individuo massimizza la propria felicità.
La teoria della domanda può essere modellata come un problema di massimo dove la funzione obbiettivo è la soddisfazione del consumatore mentre i vincoli possono essere ad esempio il bilancio.

Vettore dei prodotti $[1,2,3 \dots\ n\ (beni)]$

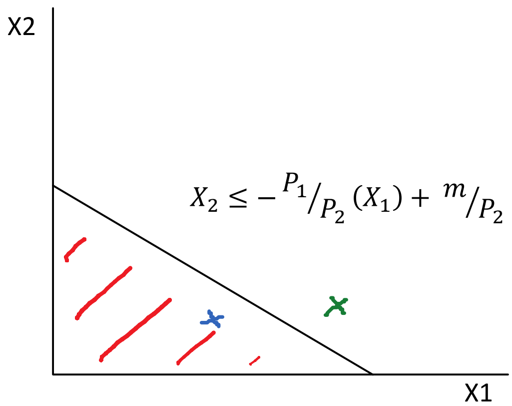
Vettore dei costi $[P_1, P_2\ , P_3\ \dots n\ (\ prezzo)]$

Vettore quantità $[X_1, X_2, X_3\ \dots n\ (quantità)]$

Ovviamente i vincoli sono approssimati, ad esempio se si parla di prezzo si indica il prezzo medio della totalità di un gruppo di beni.

Vincolo di bilancio $\sum_{i=1}^{n} P_i X_i \leq m\ (money)$

Si nota come la sommatoria dei prezzi medi per la quantità dei prodotti debba essere minore del reddito.

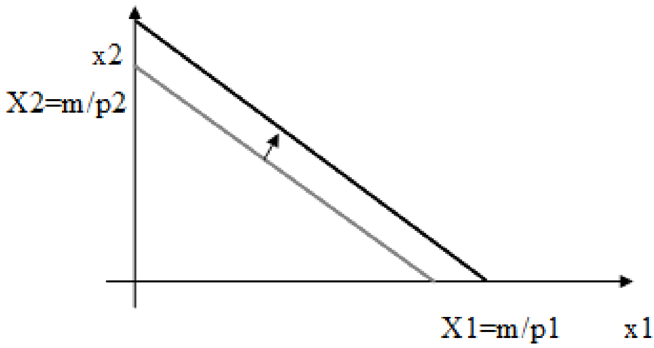


$$\begin{cases} X_1 \geq 0 & \textit{Se scendo sotto lo zero} \\ X_2 \geq 0 & \textit{è come se stessi vendendo} \end{cases}$$

Nel grafico sopra abbiamo considerato solo due beni dove il bene 1 è il bene considerato (ad esempio libri) e il bene numero due sono tutti gli altri come un bene solo (ad esempio cinema). Il vincolo di bilancio ci restituisce l'insieme di tutti i panieri acquistabili (area tratteggiata in rosso).
Ad esempio il la X in blu appartiene all'insieme dei panieri acquistabili mentre la X in verde non la posso acquistare perché non ci arrivo con il reddito.
I due punti di intersezione tra la retta del vincolo di bilancio e i due assi sono detti **punti di frontiera**, cioè i punti dove spendo tutto quello che ho per il primo e nulla per il secondo e viceversa. Lo spostamento verso un bene o l'altro è dato dalla preferenza del singolo consumatore, pertanto l'ottimo sarà variabile in base ai singoli consumatori. Inoltre in generale gli acquisti e la preferenza verso un prodotto o l'altro è data anche dal costo dei beni, il coefficiente angolare della retta detto anche
il tasso $\frac{-P_1}{P_2}$.
Si nota quindi come il coefficiente angolare della retta è il rapporto tra i prezzi dei due singoli prodotti, per questo viene appunto definito tasso di sostituzione, risponde quindi alla domanda: *se faccio variare il prezzo del primo bene quando mi varia il secondo?*

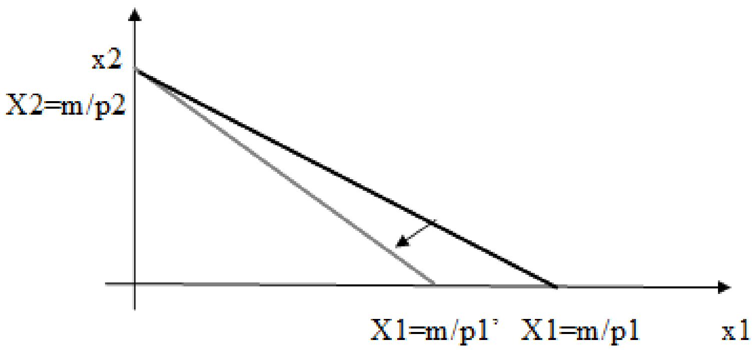
Ma che succede se subentrano delle condizioni che variano il vincolo di bilancio apportando modifiche di

prezzo o di reddito?
La retta del vincolo di bilancio ovviamente cambierà la sua configurazione. Nel primo caso è come se avessi più soldi (grazie a sussidi, diminuzione di aliquota fiscale ecc..) per tanto al retta verrà traslata, in alto se "ho più soldi", in basso se "ho meno soldi".



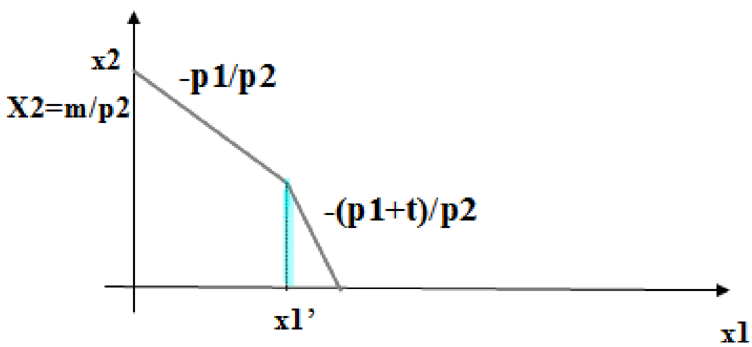
Aumento
Del
Reddito

Nel secondo caso invece aumenta il prezzo del singolo bene (viene introdotta una tassa sul bene) pertanto si sposterà il punto di frontiera relativo al bene in oggetto.



Variazione
Di
Prezzo

Oltre ai casi sopra citati ci può essere anche il caso in cui un determinato bene viene razionato, cioè il governo impone che, dopo una determinata quantità di bene, non è più possibile acquistarne oltre. Oppure, poiché il razionamento non è molto tollerato, dopo una certa quantità di bene acquistato viene introdotta una tassazione supplementare che aumenta il costo del bene. Nel caso del razionamento il grafico apparirà con un fronte di discesa netto nel valore X del bene considerato, nel secondo caso invece apparirà così:



Rappresentazione di una tassazione sui consumi superiori al valore x1.

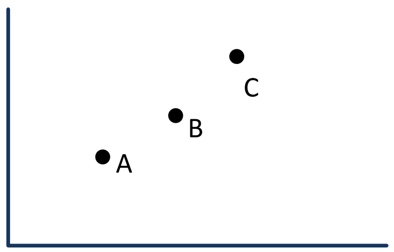
In celeste il fronte di discesa nel caso di razionamento.

Teoria delle preferenze

martedì 5 ottobre 2010

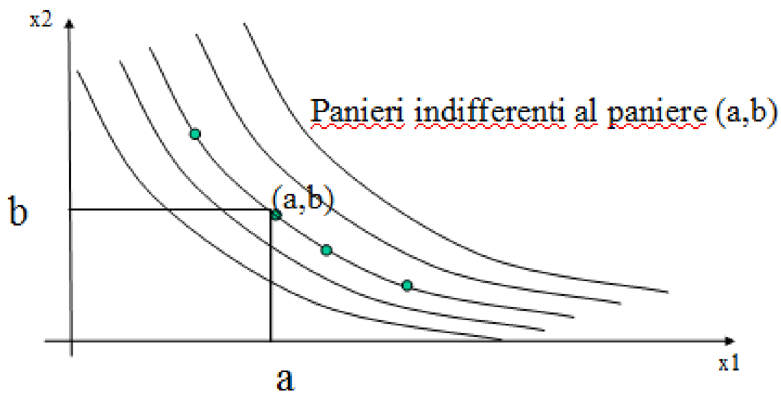
La scelta ottima del consumatore varia in base al consumatore preso in considerazione. La branca dell'economia che studia le preferenze dei consumatori è detta appunto teoria delle preferenze, un algebra che mette in relazione tra loro i panieri scelti dai singoli consumatori.

Preferenza stretta = In assenza di vincoli scelgo sempre A rispetto a B.
Indifferenza = Non cambia nulla se acquisto A o B.
Preferenza debole = Scelgo di più A rispetto a B.

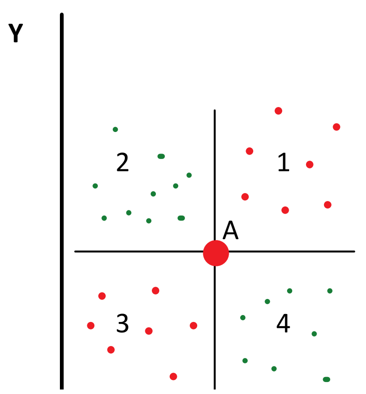


Osserviamo ad esempio il grafico a sinistra. Supponiamo che i due beni in oggetti siano i soliti cinema e libri. Se dal paniere A mi sposto al paniere B ovviamente la soddisfazione del consumatore sarà comunque maggiore, a prescindere dalle singole preferenze, perché in ogni caso avrò una quantità maggiore sia del primo bene che dell'altro. Lo stesso ragionamento può essere fatto anche per il punto C, ovviamente però se mi sposto nel punto C la mia soddisfazione non aumenta del triplo ma di un po' di meno visto che dopo una certa quantità inizio ad accontentarmi.

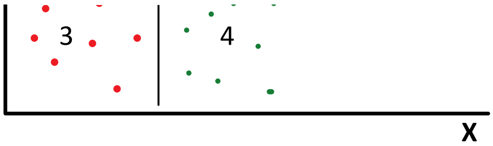
La soddisfazione del consumatore va immagina come una collina. Infatti se poniamo su un ipotetico asse Z la soddisfazione vediamo che assumo una forma collinare, cioè una funzione convessa. Questo perché più saliamo si sale con la quantità dei beni meno è soddisfatto il consumare in rapporto ad aumenti precedenti. La rappresentazione tramite un terzo asse è però sconveniente pertanto si è cercato di formulare un modo alternativo, questo modalità di raffigurazione della soddisfazione avviene tramite **curve di indifferenza.** Si nota come le curve di indifferenza mantengono la proprietà di convessità.



Le curve di indifferenza si possono capire facilmente analizzando la distribuzione dei vari panieri in correlazione con la soddisfazione del consumatore. Si prenda il grafico seguente.

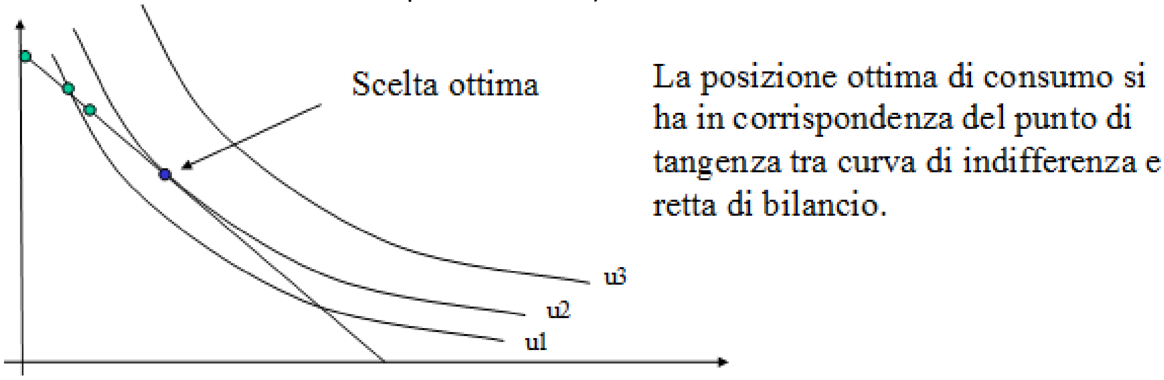


Se dal punto A mi sposto nei quadrati 1 e 3 avrò comunque dei panieri migliori o peggiori rispetto al punto A (in rosso). Questo perché avrò, a prescindere dalle preferenze più di tutte e due i beni o meno. Se invece mi sposto nei quadranti 2 e 4 il fatto di avere più o meno soddisfazione dipenderà dal consumatore in esame (in verde). Questo ci fa capire perché tipicamente le curve di indifferenza assumono tali forme(dette regolari) e del perché rispondono alla proprietà di convessità. Ovviamente esistono numerose altre forme per le curve di indifferenza. Le varie curve si



proprietà di convessità. Ovviamente esistono numerose altre forme per le curve di indifferenza. Le varie curve si equivalgono tra loro in termini di soddisfazione, variano principalmente in base al reddito.

Va inoltre detto che il consumatore medio difficilmente si sposta agli estremi della curva, nei punti di frontiera, perché si cerca di avere sempre un po’ di tutto. **Tanto minore è la quantità di bene detenuto tanto più difficilmente il consumatore sarà disposto a scambiarlo**. SI dice quindi che il **tasso marginale di sostituzione** tende a zero: $MRS = \frac{dy}{dx}$.
Inoltre analizzando Le curve si nota come la soluzione ottima al problema, la scelta ottima, cadrà nel punto in cui la curva di indifferenza tange con la retta del vincolo di bilancio (questo è dovuto al fatto che si tende ad avere sempre il massimo).

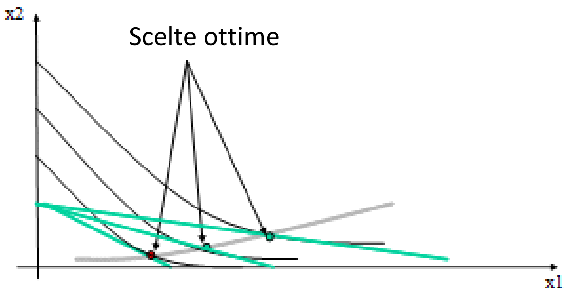


Ovviamente in caso di preferenza stretta la scelta ottima può ricadere anche sui punti di frontiera.

Per concludere elenchiamo alcuni casi che non verranno studiati nel corso ma che è bene conoscere. Un esempio è il caso di scelte totalmente indifferenti (beni perfetti sostituti); in tale frangente la curva di indifferenza si trasformerà in una retta che si sovrapporrà completamente alla retta di bilancio. La scelta ottima nel caso di scelte totalmente indifferenti ricadrà sicuramente su un punto di frontiera poiché punterò ad avere il più possibile di un dato bene indifferentemente da quale dei due beni dovrò fare a meno (questo è concorde con la teoria della programmazione lineare nella quale la soluzione ottima è un vertice del poliedro).
Un altro esempio di curve di indifferenza è quello che si ha nel caso di beni complementari, come lo zucchero e il caffè. Non mi interessa avere un kg di zucchero se non ho il caffè in cui metterlo.

Curva di domanda

martedì 12 ottobre 2010



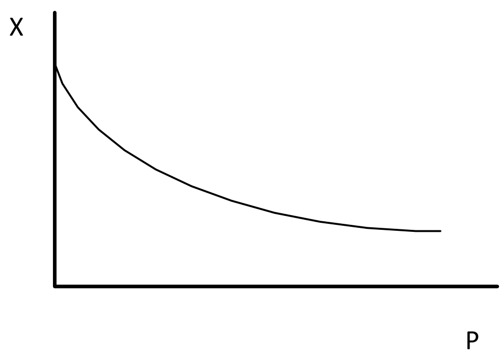
Supponiamo di avere due beni ed una retta di bilancio del tipo:

$$P_1x_1 + P_2x_2 = m$$

Ponendo all'uguaglianza ho l'insieme di bilancio.
Supponiamo inoltre di far aumentare gradualmente il prezzo del primo bene. Notiamo come la quantità acquistabile del primo bene scenda in modo inversamente proporzionale all'aumento di prezzo (le rette verdi indicano i diversi insiemi di panieri acquistabili al variare del prezzo) e come la scelta ottima del consumatore ricade sempre in punti diversi.
L'insieme della variazione dei punti in cui ricadono le scelte ottime è detto **curva prezzo consumo.**

La curva prezzo consumo descrive l'andamento dei panieri ottimi al variare del prezzo di uno dei due beni presi in considerazione. Bisogna però fare una considerazione: il punto ottimo, che indicheremo con (X_1^*, X_2^*), è una funzione $f(m, P_1, P_2)$ se aumento il prezzo del primo bene automaticamente l'insieme dei panieri acquistabili diminuisce ma non è detto che la quantità acquistabile del secondo bene rimanga invariata (come nel disegno). La quantità del secondo bene può anche diminuire, questo dipende sempre dalle curve di indifferenza dettate dai consumatori.

Avendo stabilito la curva prezzo consumo posso relazionare tra loro il prezzo del bene con la sua quantità ottenendo una nuova curva chiamata **curva di domanda** che indica come varia la quantità ottima del bene rispetto al prezzo.
Tale curva è molto importante per le aziende che vogliono studiare l'andamento del mercato per aiutare a decidere i prezzi dei loro prodotti. Ad esempio, nel caso in cui una azienda stia immettendo un nuovo prodotto sul mercato, per decidere il prezzo di lancio verranno studiate le curve di domanda(o un insieme) di beni simili.



CURVA DI DOMANDA (INDIVIDUALE)

"Un bene si dice ordinario quando la domanda diminuisce all'aumentare del suo prezzo"
Quasi tutti i beni in commercio sono ordinari.

La curva di domanda individuale calcolata su n consumatori, o classi di consumatori, viene detta **domanda di mercato** o **domanda aggregata.**

$$\sum \boldsymbol{X_{1i}(P_1, P_2, m_i)}$$

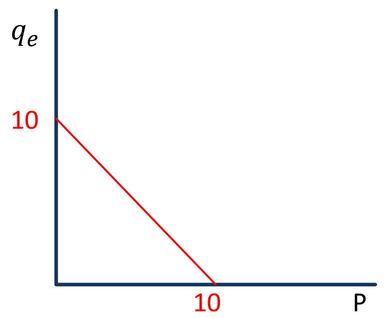
Un esempio caratteristico in quest'ambiente è quello delle tariffe aeree dove vengono distinte principalmente due classi di consumatori, quella business e quella economy.
Cerchiamo ora di capire bene come si sviluppa una curva di domanda aggregata, supponiamo di avere le seguenti curve di domanda per due classi di consumatori, quella economy e quella business:

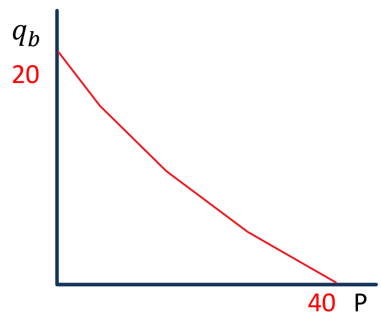
q_e $= quantità\ domandata\ dalla\ classe\ economy$
q_b $= quantità\ domandata\ dalla\ classe\ business$

$$q_e = \begin{cases} 10 - P & ,se\ P \leq 10 \\ 0 & ,se\ P > 10 \end{cases} \qquad\qquad q_b = 20 - 0.5P$$

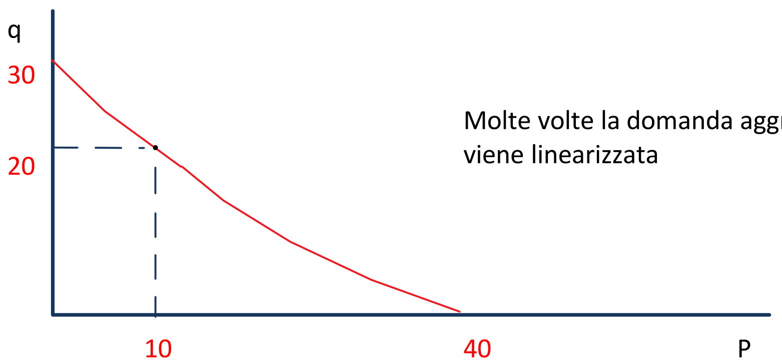
Nel caso in esame parliamo dello stesso prodotto con lo stesso prezzo. Si nota come la curva della classe

economy abbia un fronte di discesa più ripido e come la quantità massima acquistabile sia molto minore della curva business.
I grafici relativi alle due curve saranno di conseguenza:





Per poter costruire la domanda aggregata dobbiamo considerare le singole curve e sommarle, la somma va però effettuata a tratti, cioè studiamo prima la domanda aggregata da P ≥ 40 poi per 10 ≤ P ≤ 40 ed infine per 0 ≤ P ≤ 10. Infatti nel primo caso notiamo come nessuna delle due classi sia disposta ad acquistare il prodotto, per cui la domanda aggregata sarà pari a 0; dopo di che, nel secondo caso, assumerà semplicemente i valori dettati dalla curva della classe business, l'unica disposta ad acquistare il prodotto per quel prezzo; infine sarà la vera e proprio somma tra le due, cioè $q = 30 - 1{,}5P$. La domanda aggregata avrà quindi un grafico così fatto:



Molte volte la domanda aggregata viene linearizzata

• **La** **domanda aggregata dipende dai prezzi e dalla distribuzione dei redditi.** **Si semplifica però facendo riferimento ad un** ***consumatore rappresentativo*****, ossia un ipotetico consumatore il cui** **reddito è pari alla somma di tutti i redditi.**

• **Sotto tale ipotesi semplificatrice la** **domanda aggregata ha la forma X1(p1,p2,M) dove M è la somma dei redditi dei consumatori individuali.** **In altri termini è la curva di domanda d un generico individuo di reddito M di fronte ai prezzi p1,p2.**

Elasticità

martedì 12 ottobre 2010

Supponiamo adesso di essere a capo di un azienda che produce tastiere per computer e di poter produrre al massimo 40 tastiere al giorno, vogliamo aumentare i nostri guadagni, come facciamo?

- Aumentiamo la produzione
- Aumentiamo il prezzo (scelta insana in un mercato concorrenziale)
- Diminuiamo il prezzo (nel mercato concorrenziale si cerca avere prezzi minori dell'avversario)

Ma chi mi dice quale di queste tre strategie di prezzo applicare? In particolare chi mi dice se è meglio aumentare o diminuire il prezzo dei miei prodotti? Questa informazione ci viene data dalla funzione di domanda ed in particolare da quella che viene definita **elasticità.**

Elasticità della domanda rispetto al prezzo

•Data la funzione di domanda x=x(p), **l'elasticità della domanda rispetto al prezzo p**, si definisce come il rapporto

$$\boxed{\varepsilon = (dx/x) / (dp/p) = p*dx/ x*dp}$$

in termini percentuali, date variazioni finite di domanda e di prezzo **Δx e Δp, l'elasticità può essere anche espressa come**

$$\varepsilon = (\Delta x/x) / (\Delta p/p)$$

ossia il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata rispetto alla variazione percentuale del prezzo.

Vediamo come arrivarci e cerchiamo di capire per bene il significato dell'elasticità.
Supponiamo di conoscere la domanda aggregata q, la pendenza ci dirà come varia la quantità venduta rispetto alle variazioni di prezzo. Ad esempio: $\frac{dq}{dp} = -3$il che equivale a dire che se aumento di un euro il prezzo vendo 3 pezzi in meni del prodotto.
La pendenza da sola però non mi può aiutare a capire completamente come si comporta il mercato di fronte a variazione di prezzo, per cui devo cercare di capire quanto varia la quantità rispetto alla quantità di partenza fratto quanto varia il prezzo rispetto al prezzo di partenza, in altre parole l'elasticità.

$$\varepsilon = \frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dp}{p}} \rightarrow \text{che nel nostro esempio diventa} \rightarrow \varepsilon = \frac{\frac{-3}{400}}{\frac{1}{10}}$$

Ossia per un aumento di un euro sul prezzo totale, che va da 10 a 11 euro, pari al 10%, ho una variazione di quantità di vendita pari allo -0.75%, una quantità irrisoria. L'esempio appena fatto era un esempio di domanda **ana elastica.**

Un esempio di domanda **elastica** invece può essere:$\varepsilon = \frac{\frac{-100}{400}}{\frac{1}{10}}$, dove ad un aumento di prezzo del 10% ho una diminuzione di prodotto venduto del 25%.
L'elasticità della domanda misura la sensibilità degli acquisti dei consumatori alle variazioni di prezzo di un bene. Se l'elasticità ha in modulo valori elevati (in modulo perché per va ricordato che per i bene ordinari è negativa) vuol dire che ci saranno forti variazioni di richiesta all'aumentare del prezzo , cioè il mercato è elastico, questo accade specialmente ne l mercato concorrenziale.

$\varepsilon < 0$

RICAVO= prodotto tra il prezzo di un bene e la quantità venduta
GUADAGNO(o utile, o profitto, o margine)= ricavo - costo

Supponiamo di avere un certo ricavo:
$R = P\,q$
$R^1 = (P + \Delta P)(q + \Delta q)$

$R^1 - R = (p * \Delta q + \Delta P * P + \Delta P * \Delta q)$ *(differenza fra il ricavo iniziale e quello dopo l'aumento)*

Calcolando che l'ultima parte dell'equazione sopra può essere ignora essendo una moltiplicazione tra dei delta molto piccoli posso dire che io aumento il ricavo se:

- $P\Delta q + q\Delta P > 0$ → parte a destra della differenza dei ricavi
- $P\Delta q > - q\Delta P$ → isolo P per delta q
- $1 > -{}^{q\Delta P}/_{P\Delta q}$ → moltiplico e divido per il valore a sinistra dell'operatore
- $1 > {}^{-1}/_{\varepsilon}$ → il valore a destra non è altro che l'inversa di epsilon (elasticità)
- $-\varepsilon < 1$ → moltiplico sia destra che a sinistra per epsilon e cambio di segno
- $|\varepsilon| < 1$ → poiché epsilon è una quantità negativa

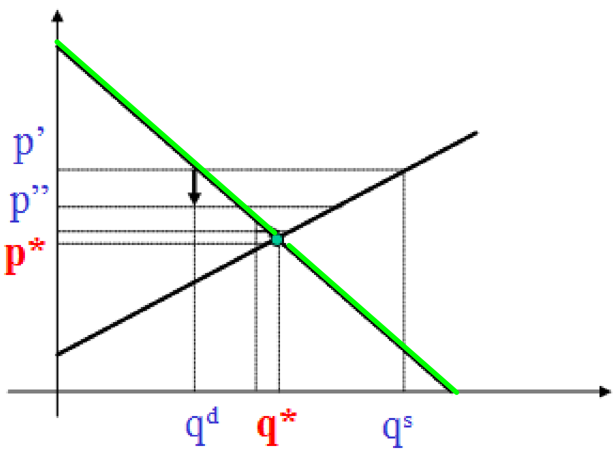
Cioè la domanda è ana elastica, se aumento il prezzo mi aumenta anche il ricavo.

Teoria dell'offerta

martedì 19 ottobre 2010

Con la teoria dell'offerta ci spostiamo dal punto di vista del produttore. Così come la domanda era rappresentata da una curve anche l'offerta altro non è che una curva specificata dalla quantità dei beni immessi sul mercato da parte del produttore.
E' rappresentata dal termine inglese **supply: S = S(P)**

Si definisce **equilibrio tra domanda e offerta** il valore tale che q = S, cioè la domanda uguaglia l'offerta.
Si definisce **prezzo di equilibrio** $P^*eq = S(P^*) = q(P^*)$, cioè il prezzo al quale la domanda uguaglia l'offerta.

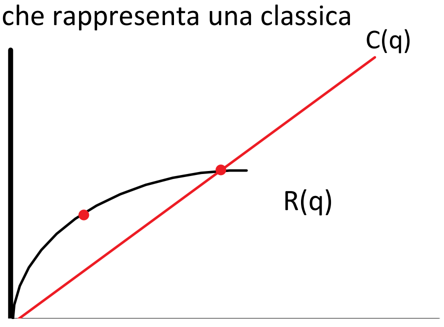


<u>In verde la curva di domanda.</u>
<u>In nero la curva di offerta.</u>
Se il prezzo è alto il produttore vuole vendere una determinata quantità di bene indicata con q^s.
Il consumatore d'altro canto non è disposto a comprare il bene ad un prezzo così alto, per cui comprerà una quantità di bene minore q^d. L'intersezione tra le due rette è l'ottimo per entrambi.

Ma da cosa dipende il prezzo di un prodotto? Ci sono due vincoli principali che rispondono a tale domanda:
- Vincoli tecnologici
- Vincoli di mercato

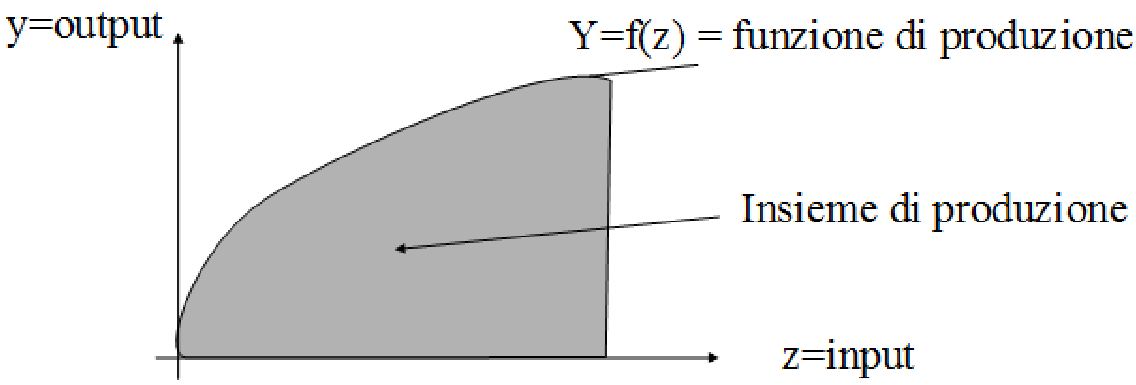
<u>Vincoli tecnologici</u>: lo stato della tecnologia farà sì che solo alcune combinazioni di input consentono di produrre una determinata quantità di output, quindi l'impresa deve limitarsi a prendere in considerazione **piani di produzione tecnicamente realizzabili.**
Ad esempio se produco delle magliette dovrò reperire del cotone (input) che utilizzato in una certa maniera, con dati macchinari e con soluzioni ottimali si trasformerà in magliette (output).
Ovviamente al giorno d'oggi l'output dipende molto dalla tecnologia. Torniamo infatti sempre all'esempio delle magliette: se ho una sarta riuscirò ad avere un output, ad esempio di 1 maglietta ogni 30 minuti, se ho un macchinario non proprio all'avanguardia di 10, se ho un macchinario di ultima generazione di 20.
Quello che posso produrre effettivamente è ciò che viene definito piano di produzione tecnicamente realizzabile, sempre con riferimento alle magliette (0,30') = 1 maglia , è il piano di produzione, tecnicamente realizzabile, nel caso in cui utilizzo solo la forza lavoro uomo (30 minuti per una maglia).

L'obbiettivo di un'azienda è quello di massimizzare il profitto e non il ricavo. Infatti poiché il profitto è dato dal ricavo meno il costo allo stesso tempo tengo d'occhio i miei ricavi e sto attento a non aumentare troppo i costi. Guardando infatti il grafico notiamo che rappresenta una classica curva di costo C(q) e una curva di ricavo R(q).
Il ricavo, dopo una certa quantità, diventa inferiore ai costi, a causa di ristagni o altri motivi. Il profitto massimo per cui si ha nel punto in cui la distanza della curva di ricavo è massima da quella dei costi. Questo fa si che molte volte le aziende tendano a non inflazionare più di tanto il mercato con i loro prodotti, al fine di aumentare i profitti.



tendano a non inflazionare più di tanto il mercato con i loro prodotti, al fine di aumentare i profitti.

Dati determinati vincoli tecnologici, l'insieme di input ed output tecnicamente realizzabili viene detto **Insieme di produzione**.
La **funzione di produzione** misura il massimo livello di output ottenibile in corrispondenza di un determinato livello di input.



Posso fare 20 maglie al giorno al max, ma volendo ne posso fare anche 8. Questo è l'insieme di produzione. La funzione di produzione sono invece solo 20 maglie al giorno, il limite massimo.

Se $Y \leq Y_{max} = f(z), Y \geq 0$ l'impresa si dice output efficiente.

Supponiamo ora che l'impresa possa variare i suoi fattori di produzione, cioè in termini matematici possa moltiplicare gli input per un fattore t, che cosa succederà all'output? Dipende di così detti rendimenti di scala:

- Costanti = al crescere di t allo stesso modo cresce $f(z_1, z_2)$
  $$f(t * z_1, t * z_2) = t * f(z_1, z_2)$$
- Crescenti = quando si ha una crescita più che proporzionale
  $$f(t * z_1, t * z_2) > t * f(z_1, z_2)$$
- Decrescenti = quando si ha una crescita meno che proporzionale
  $$f(t * z_1, t * z_2) < t * f(z_1, z_2)$$

All'esame non mettere mai i rendimenti di scala minori di 1. Ad esempio un rendimento dello 0.5 dimezza la produzione. Non ha senso

Il problema dei rendimenti di scala è un tipico problema di economia industriale: data una certa rappresentazione della funzione di produzione, è più efficiente implementare una produzione su larga scala o una su piccola scala?
Se ad una variazione positiva dei fattori produttivi corrisponde una variazione più che proporzionale dell'output è opportuno produrre su larga scala.

<u>Vincoli di mercato:</u> Finora abbiamo visto un'impresa che sceglie come produrre dati i vincoli tecnologici tra i fattori produttivi. Ora affrontiamo il secondo vincolo, il vincolo di mercato(le condizioni dei mercati in cui l'impresa opera come venditore di output e come acquirente di input determineranno, attraverso i prezzi, la profittabilità di ciascun piano di produzione).
Supponiamo di aver fissato i prezzi di input e output, cioè ci troviamo in un mercato concorrenziale dove non possiamo decidere noi come variare i prezzi. Come possiamo fare a massimizzare il profitto? Il profitto π è dato da

$$\pi = \underbrace{\sum_i P_i * Y_i}_{\text{ricavi}} - \underbrace{\sum_j W_j * Z_j}_{\text{costi}}$$

P = prezzo beni
Z = input
Y = output
W = prezzi fattori di produzione

Si definisce costo opportunità il valore dell'impiego alternativo cui l'impresa rinuncia usando una unità addizionale dell’input, è quindi il valore dell'impiego alternativo cui l'impresa rinuncia utilizzando input per un altro scopo. In altre parole i soldi cui rinuncio facendo questo e non quello.

Problema della minimizzazione dei costi

martedì 19 ottobre 2010

Il problema della minimizzazione dei costi è legato al seguente problema di minimo:
$min_{z1\ z2} w_1 z_1 + w_2 z_2\ con\ f(z_1, z_2) = y$
Scelgo cioè di minimizzare le quantità Z per minimizzare il costo, sempre però soddisfacendo i vincoli.
La soluzione a tale problema è la funzione di costo minimo:
$C = c(w_1, w_2, y)$

Cerchiamo di spiegarlo meglio con il seguente esempio:
Un'azienda ha a disposizione due fattori produttivi rispettivamente
Z_2 e Z_2 (ore macchina e ore uomo). L' azienda può attivare 3 piani di produzione:

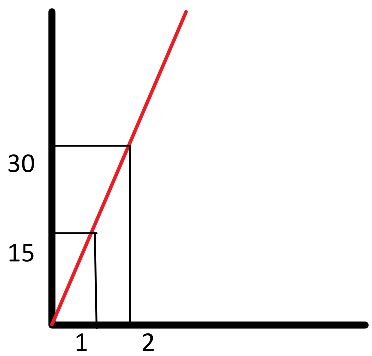
1. y=1 se z1=2 e z2=15
2. y=1 se z1=0 e z2=30
3. y=1 se z1=5 e z2=0

Siano rispettivamente 3€/h e 15€/h il costo orario di z1 e z2. Si supponga che la produzione abbia rendimenti di scala costanti. Calcolare il costo minimo di produzione di 10 unità.

PIANO	COSTO(1 unità)	
1	(3*2+15*15)=231	2310 per 10 maglie
2	(30*15)=450	4500€ per 10 maglie
3	(5*3)=15	150€ per 10 maglie

Costo = $\sum w * z$

La curva di costo dell'azienda è il costo per la quantità prodotta, che in questo caso sarà data da:

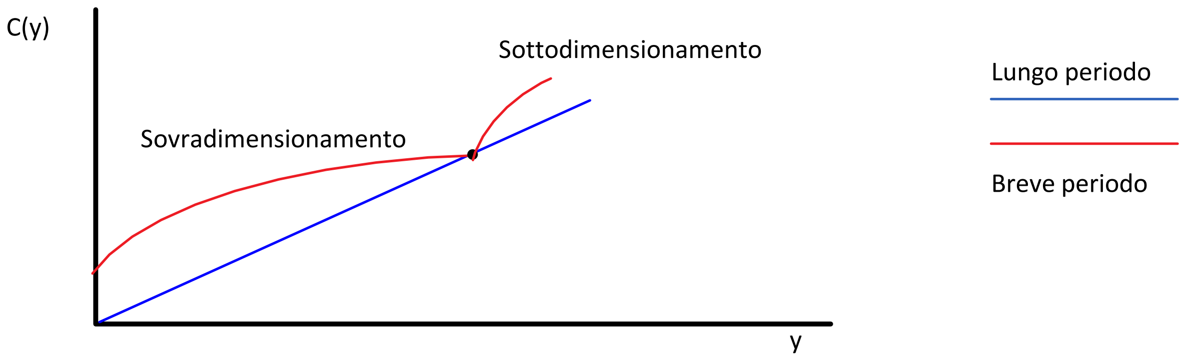


La curva di costo parte di 0 perché abbiamo supposto di non pagare il macchinario.
Si nota come la curva di costo sia lineare, cioè con rendimento di scala costante, se invece di 10 voglio fare 11 magliette sempre di 15€ aumenta il costo.
Il **costo medio** è appunto 15€, costo medio: $\frac{C(y)}{y}$

Assieme al costo medio possiamo definire il **costo marginale**, legato alla derivata della funzione di costo rispetto a y, cioè: $\frac{dC(y)}{dy}$
Che sempre relativamente all'esempio precedente viene un valore ben definito, mentre in casi in cui la funzione di costo non sia lineare quello che otteniamo è una funzione.

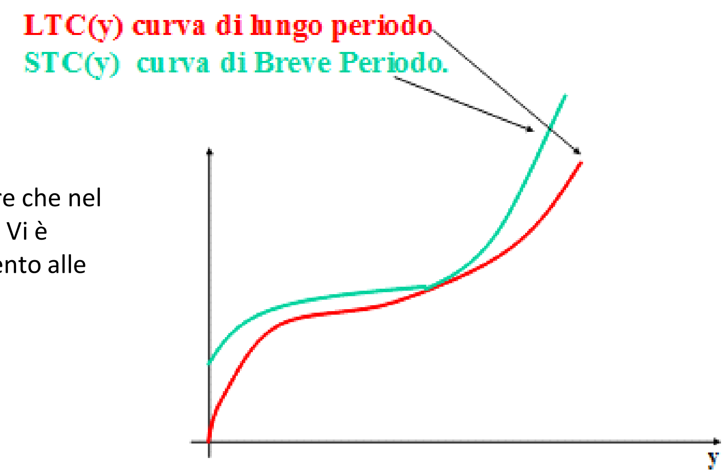
Cerchiamo ora di distinguer un altro aspetto decisionale, quello delle decisioni di lungo periodo e delle decisioni di breve periodo.
Si hanno **decisioni di lungo periodo** quando per un dato output posso far variare tutte le risorse disponibili.
Si hanno **decisioni di breve periodo** quando per un dato output posso far variare solo alcune risorse.
Cerchiamo di chiarire i concetti facendo riferimento all'esempio di prima. Supponiamo di voler produrre più magliette, più del massimo attuale, come fare?

- Nel breve periodo: In azienda ho un macchinario ed un uomo che lavorano al loro massimo. Se la domanda aumenta l'unico modo che ho, in tempi brevi, per soddisfare la domanda è assumere nuova forza lavoro o far fare straordinari a quella già presente, viceversa, se la domanda diminuisce o licenzio l'uomo o faccio lavorare meno la macchina.
- Nel lungo periodo: In tempi lunghi posso variare con molta più facilità tutti i fattori. Ad esempio posso tranquillamente aggiornare i macchinari o comprarne di nuovi, operazioni queste che in caso di macchinari dispendiosi e ingombranti richiedono parecchio tempo.

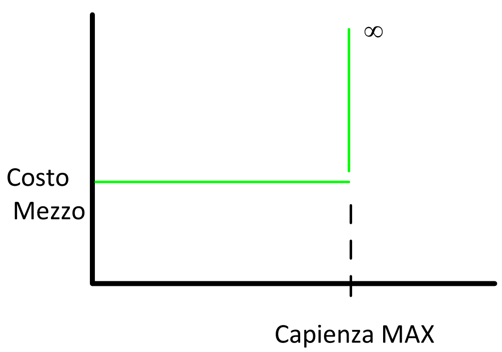


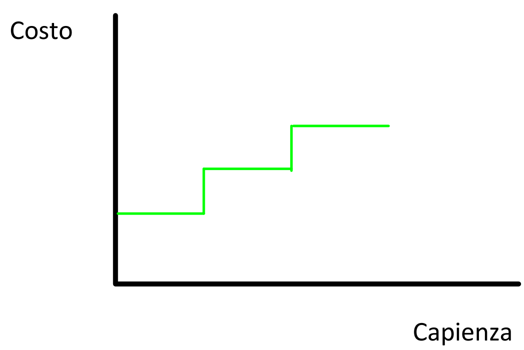
Nel breve periodo pago qualcosa di più perché non parto dall'origine, i costi non riesco ad ammortizzarli completamente. Se ad esempio ho comprato una macchina che fa al massimo 300 magliette al mese e la domanda è appunto di 300 magliette al mese allora la curva di breve periodo coincide con quella di lungo periodo, se però devo farne 400 sono sottodimensionato ed il costo è più alto perché sono costretto a far fare gli straordinari. Se sono invece sovradimensionato sono costretto a diminuire la produzione della macchina, il che mi comporta una spesa iniziale inutile dato che non sfrutto completamente la macchina.

Le curve di costo generalmente sono così. Da notare che nel lungo periodo non si spende effettivamente meno. Vi è semplicemente una maggiore capacità di adattamento alle variazioni della domanda.



Facciamo un altro esempio sempre a proposito del breve e del lungo periodo. Supponiamo di avere un'azienda di trasporti e di aver comprato un autobus con una data capienza ed a cui faccio effettuare un certo numero di viaggi. Nel breve e nel lungo periodo la curva di costo che avremo sarà rispettivamente così:





Analizziamo le due curve.
Nel breve periodo, il primo grafico, notiamo come il costo sia lineare fino a raggiungere la capienza massima oltre la quale saremo costretti a far pagare un costo infinito ai passeggeri per poterli trasportare dato che più di TOT passeggeri non possiamo fisicamente portare.
Nel lungo periodo invece notiamo come la curva assuma un aspetto a gradoni dovuta al fatto di scegliere la capacità ottima di volta in volta, in altre parole mi regolo in base a ciò di cui ho bisogno di volta in volta per soddisfare la domanda.
Inoltre il costo incrementale della curva di lungo periodo è 0. Si sfrutta il fatto di riempire l'autobus. Un po' quello che fanno le grandi compagnie aeree. Ho l'autobus che ha una capienza massima di 50 posti e con soli 20 biglietti mi sono ripagato il viaggio ed ho un piccolo utile, i rimanenti 30 posti li cederò ad un costo basso così da raggiungere la capienza massima. Questa strategia è possibile perché nei trasporti, così come in altri settori, sono presenti grandi costi fissi (una volta comprato un aereo il viaggio in se per se è un costo basso, il costo alto è appunto l'aereo che è un costo fisso).

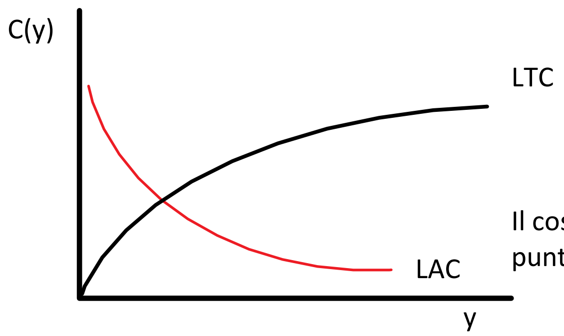
Economie e diseconomie di scala

martedì 2 novembre 2010

Continuiamo la nostra analisi sulle curve di lungo e breve periodo. Principalmente abbiamo due casi. Il primo caso in cui la curva di breve periodo, in relazione con quella di lungo, coincide fino ad un dato valore (il caso in cui indovino le previsioni di mercato).
Il secondo caso in vece è quello più generale, dove cioè il costo nel breve periodo è sempre maggiore, tranne il punto di tangenza, della curva di lungo periodo. Questo avviene perché, come già discusso in precedenza, nel lungo periodo posso variare meglio tutti gli aspetti dell'azienda.

Ricordiamo poi le definizioni di:
Costo medio = LAC = $\frac{LTC(Y)}{Y}$
Costo marginale = LMC = $\frac{\partial LTC(y)}{\partial Y}$

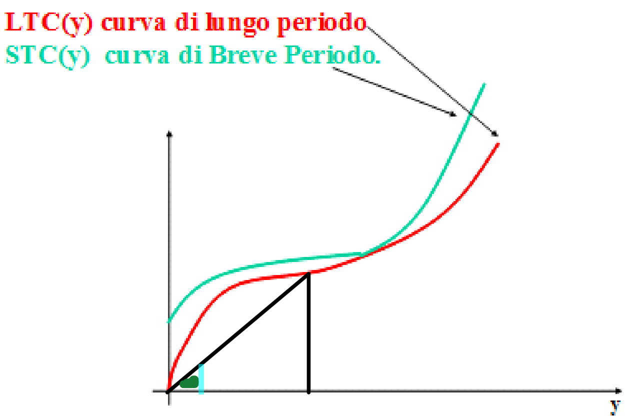
Supponiamo ora di produrre una certa quantità Y di beni.



All'aumentare di y, della quantità, il costo aumenta ma meno che proporzionalmente

Il costo medio è sempre decrescente superato il punto di intersezione con la curva di lungo periodo.

Quanto emerge dal grafico sopra ci permette di introdurre il concetto di **economia di scala di produzione**, cioè quando il costo medio diminuisce all'aumentare della produzione.
Il concetto inverso, quello di **diseconomia di scala di produzione**, si ha invece quando il costo medio aumenta all'aumentare della produzione.



Osservando geometricamente il costo medio è l'angolo che si viene a formare nel triangolo che congiunge il punto sulla curva di lungo periodo e l'asse della quantità.

Sempre dal punto di vista geometrico il costo marginale è la tangente alla curva di costo e coincide con il costo medio nel suo punto minimo, cioè quando l'angolo del costo medio ricomincia a salire, nel punto di tangenza tra la curva di breve e di lungo periodo
Il costo marginale, in parole semplici, indica: "se voglio produrre un unità in più di prodotto, quanto mi costa?". Fino a che il costo marginale è più basso del costo medio ho economie di scala, se è maggiore ho diseconomie di scala. Cerchiamo di chiarire meglio il concetto con un

esercizio:

Supponiamo di avere le seguenti informazioni di produzione in forma tabellare:

Y	*LTC(y)*	*LMC(Y)*	*LAC(Y)*
1	*10*	*5*	
2		*7*	
3		*8*	

Calcolare i campi che mancano nella tabella e dire se ci troviamo in economie o diseconomie di scala

L'esercizio è facilmente risolvibile ricordando che il costo marginale è il costo necessario per incrementare di un TOT la produzione. Andiamo quindi ad analizzare la prima riga: il costo totale è 10, la produzione è relativa ad un prezzo, il costo medio di conseguenza sarà 10. Sempre dalla prima riga abbiamo che il costo marginale per il secondo pezzo è di 5 quindi il costo totale di due pezzi sarà 10+5=5. Per tutte le righe successiva il ragionamento è uguale...

Y	*LTC(y)*	*LMC(Y)*	*LAC(Y)*
1	*10*	*5*	*10*
2	*15*	*7*	*7.5*
3	*22*	*8*	7.3
4	30		7.5

Da notare come la 4 riga sia facilmente ottenibile sempre mediante i ragionamenti sopra. Inoltre da notare come fino alla terza riga esclusa il costo medio è maggiore del costo marginale, il che significa che fino alla terza riga inclusa ci troviamo in economie di scala (il costo marginale è relativo al pezzo successivo è per questo che anche nella terza riga ci troviamo in economie di scala).

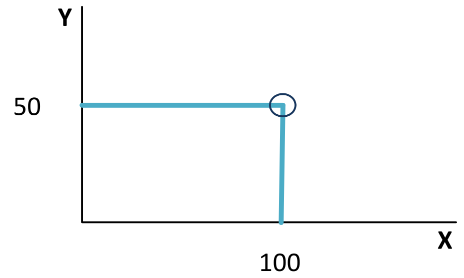
Esercizi

martedì 5 ottobre 2010

#1

Un consumatore acquista 100 unità del bene X e 50 del bene Y. Il prezzo di X aumenta da 2€ a 3€. Di quanto deve aumentare il reddito del consumatore per permettergli di acquistare lo stesso paniere dopo l'aumento di prezzo?

Soluzione:



Applico la formula del vincolo, per semplicità all'uguaglianza:

$P_x * X + P_y * Y = m$

$P_x' * X + P_y * Y = m'$

Pertanto poiché sto cercando il nuovo reddito m' unisco ed ho:

$(P_x' * X) - (P_x * X) + \left(\cancel{P_y * Y}\right) - \left(\cancel{P_y * Y}\right) = m - m'$

Il che equivale a dire che la differenza di prezzo è pari a 1€ quindi basta fare: $1 * 100 = 100$
In poche parole il reddito deve aumentare di 100€ per permettermi di acquistare lo stessa quantità di X e Y dopo l'aumento di prezzo.

Inoltre si consideri il caso in cui vengono definiti una tassa globale, una tassa sulla quantità acquistabile del primo bene ed un sussidio sul secondo bene, scrivere il vincolo di bilancio.

$[(P_x + t_x) * X] + [(P_y - s_y) * Y] \leq (m - t_m)$

T indica una tassa
S indica un sussidio

#2

Spendendo tutto il reddito posso acquistare 4 quantità del bene X e 6 quantità del bene Y, oppure 12 quantità del bene X e 2 del bene Y.

A) Qual è il rapporto tra il prezzo di X e il prezzo di Y?
B) Se spendo tutto il reddito per il bene X quanto ne posso prendere al massimo?
C) Scrivere un equazione di bilancio per la retta dove il prezzo di X sia pari a 1€.

A)Posso calcolare il coefficiente della retta passante per i punti (4,6) e (12,2) oppure ricordo che

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{P_1}{P_2}$

Il che equivale a (2-6 = -4) per quanto riguarda Y e (12-4 = 8) per quanto riguarda X, cioè:

$\frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$

B)Posso fare l'intersezione tra la retta passante per i due punti e l'asse X, oppure basta ragionare e pensare che se mi trovo nel punto (12,2) significa che posso rinunciare a 2 unità di Y il che equivale ad acquistare 4 unità di X (secondo il rapporto trovato al punto A).

C) $1x + 2y = 16$

martedì 12 ottobre 2010

#3 Esame 15/06/10, esercizio 1

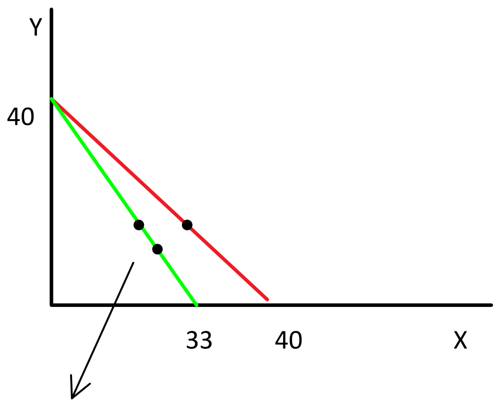
Si illustri l'insieme di bilancio relativo a due beni di ugual prezzo per un consumatore con

reddito disponibile per quei beni pari a 200€.
Supponendo il prezzo dei beni pari a 5€ e che venga applicata una politica di tassazione sul prezzo del primo bene pari al 20% di quanto deve aumentare il reddito dopo la tassazione per far si che il consumatore possa acquistare la stessa quantità del primo bene?

<u>Soluzione buona:</u>
$5x + 5y \leq 200€$
$6x + 5y \leq \ ?$
$(P_x' - P_x)\, x^* = variazione\ del\ reddito \quad \rightarrow \quad (6-5)x^* = 1 * \ x^*$

In altre parole prendo la variazione del prezzo del primo bene (x) e la moltiplico per la quantità ottima acquistato (x^*)

<u>Soluzione ottima:</u>
La soluzione ottima consiste nel discutere le varie possibilità che si possono verificare.
La risposta data precedentemente è buona ma incompleta poiché sotto intende che la quantità del bene y non varia. Questo è vero, ma solo in alcuni casi, dipende sempre dalle preferenze del consumatore.



La retta di bilancio originale, prima della tassazione, quella in verde è quella dopo la tassazione. I punti neri indicano vari punti di ottimo possibili.

I due punti di ottimo (ce ne possono essere molti altri in base al consumatore che stiamo osservando ed alle sue preferenze) che si trovano sulla retta verde indicano due casi principali. Il primo, quello più in altro rispetto all'asse del secondo bene (y) è la situazione rappresentata nell'equazione sopra (vedi risposta buona), dove cioè la quantità acquistata del secondo bene non varia e siamo perciò nel caso dei beni sostituti. Il secondo, quello più in basso, rappresenta invece il caso in cui i beni sono complementi, al diminuire del primo diminuisce anche il secondo. In questo caso il reddito deve aumentare di un valore minore rispetto al caso precedente poiché, siccome rinuncio all'acquisto anche del secondo bene, risparmio già di per se una parte del reddito.

#4
Si dimostri che la seguente funzione di domanda ha elasticità costante:

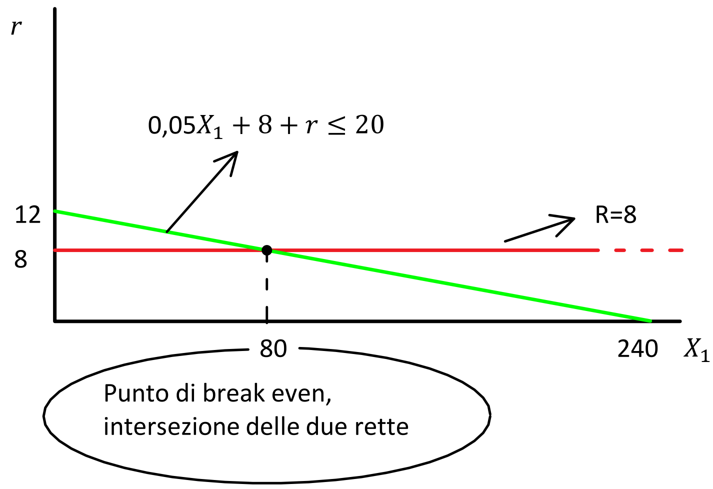
$$q = \frac{500}{P^4}$$

<u>Soluzione:</u>

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp} * \frac{p}{q} = \frac{500(-4)}{p^5} * \frac{p}{500/p^4} = 4$$

#5
Un operatore telefonico ha due schemi tariffari diversi per le chiamate nazionali:
- 12€/mese, tariffa flat, senza limiti di chiamate
- 8€/mese, spesa di 5 cent/chiamata

L'utente dispone di 20€ al mese.
Rappresentare graficamente le due rette e ricavare il punto di break even(il punto di indifferenza fra i due schemi).



$X_1 = chiamate\ mensili$

$r = quello\ che\ rimane\ per\ tutto\ il\ resto$

L'unica difficoltà dell'esercizio è data dalla costruzione della retta di bilancio in verde, la tariffa NON flat:

$$\underline{0{,}05X_1 + 8} + r \leq 20$$

La prima parte, quella sottolineata, costituisce la parte del vincolo relativa alle chiamate, ossia il canone mensile di 8€ più i 5 centesimi moltiplicati per le eventuali chiamate fatte mensilmente. La r sta ad indicare tutto il resto e il 20 è il nostro reddito.

martedì 2 novembre 2010
Ultima lezione prima del primo esonero. Vari esercizi d'esame.

#6 Descrivere in forma analitica il costo di produzione di lungo periodo nell'ipotesi in cui la produzione
ha rendimenti di scala costanti e nell'ipotesi in cui per produrre un unita del bene y si utilizzino:

X1	X2	X3
0,2	4	3
W1	W2	W3
2	1	4

Analizzare la funzione con y appartenente a [0,10]

Innanzitutto analizziamo i rendimenti di scala. Siccome ci troviamo in presenza di rendimenti di scala
costanti non avremo ne economie ne diseconomie di scala, casi che si hanno in presenza rispettivamente di rendimenti di scala crescenti e decrescenti.
Detto ciò è facilmente intuibile che la funzione di lungo periodo è una funzione lineare (rendimento
costante) e che di conseguenza il costo medio ed il costo marginale coincidono sempre.

LTC(0) = 0
LTC(1) = $Px_1x_1 + Px_2x_2 + Px_3x_3 = 0{,}4 + 4 + 12 = 16{,}4$
LTC(2) = … … … = 32,8
… …

Il costo medio e quello marginale risultano essere quindi pari a 16,4 il che ci permette di scrivere
facilmente la funzione di lungo periodo come:

LTC(y) = 16,4y

#7 Rappresentare analiticamente e graficamente una LTC in un intervallo qualunque nel quale presenta
economie di scala e dimostrare la sua economicità in relazione con il costo medio e marginale.

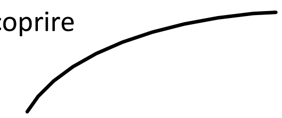
Alcuni esempi di LTC economiche possono essere:

- $\sqrt{y}\ (in\ tutto\ il\ suo\ campo\ di\ esistenza)$
- $\log y\ \ (solo\ in\ dati\ intervalli)$

Un esempio di LTC non economica è:

- y^2
- $y^2 + 4$

Analizziamo i vari casi. Nel caso della radice e del logaritmo l'economicità è facilmente individuabile
anche semplicemente in forma grafica poiché presentano concavità simili alla seguente:



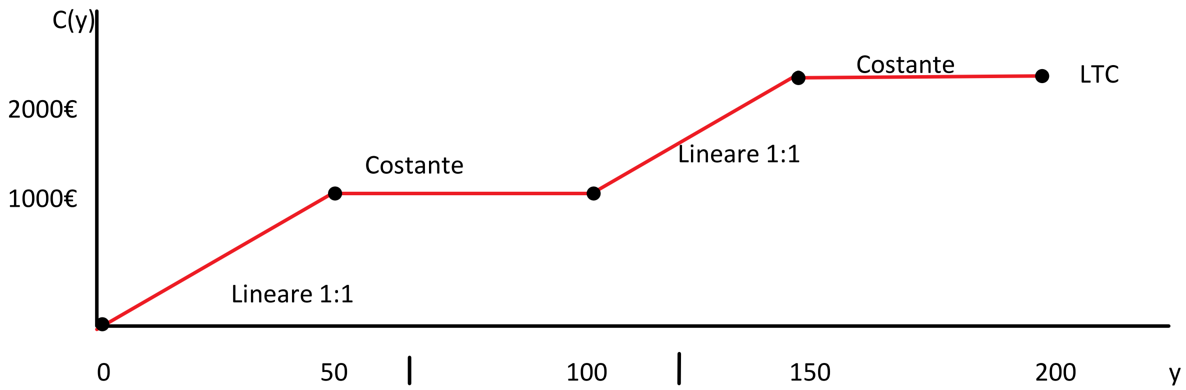
Inoltre i possono facilmente ricavare il costo medio ed il costo marginale così da scoprire direttamente in forma analitica l'economicità, analizziamo ad esempio al radice.

$$LAC(y) = \frac{\sqrt{y}}{y} = \frac{1}{\sqrt{y}} \qquad\qquad LMC(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}$$

Si nota subito come il costo marginale sia sempre minore del costo medio.

Nei due casi delle due curve diseconomiche invece va subito chiarito il fatto che la seconda equazione, quella che presenta la costante, non è neanche una LTC poiché presenta costi di partenza tipici delle curve di corto periodo, mentre il fattore quadratico non potrà mai essere un'equazione economica.

#8 Un'azienda per produrre un certo output può utilizzare un macchinario dal costo di 1000€ che presenta una capacità produttiva giornaliera di 100 unità. Lo stesso bene si può produrre con un input di
costo per unità pari a 20€, dove per ogni unità di output viene richiesta un unità di input.
Stabilire come varia la curva di lungo periodo dell'azienda nell'intervallo [0,200].

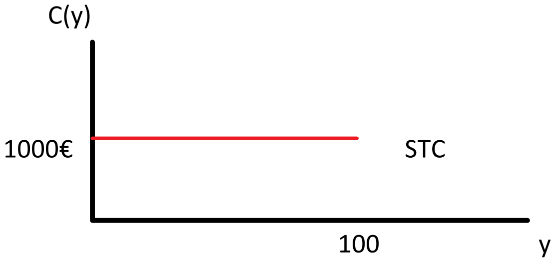


Fino a 50 unità al giorno conviene utilizzare solamente l'input singolo. Infatti superate le 50 unità giornaliere, se continuassi ad utilizzare l'input singolo il costo supererebbe le 1000€.

Fra le 50 e le 100 unità il costo è costante poiché il macchinario(che conviene comprare solo se si pensa di produrre più di 50 unità) assicura lo stesso costo di produzione nell'intervallo 50-100 unità.

Dalle 100 unità giornaliere in poi il ragionamento è analogo a quello precedente. Prima di comprare il secondo macchinario devo raggiungere una produzione di 150 unità al giorno o superiore ed in caso contrario, in cui tale produzione non è richiesta, conviene sempre comprare l'input singolo al fine di contenere il costo di produzione

Si supponga inoltre che l'azienda si sia dimensionata per una produzione di 90 unità al giorno, come appare la curva di breve periodo?



La curva ha un andamento costante perché è stato comprato il macchinario. Se si vuole una produzione superiore alle 100 unità la curva di costa salirà linearmente perché nel breve periodo non si può comprare un altro macchinario.

#9 La produzione di un bene presenta costi fissi per 100.000€ e costi variabili che aumentano quadraticamente rispetto alla produzione. In particolare produrre la prima unità costa 125.000 €.
Trovare di quale funzione di costo si parla e dare i costi medi e marginali, inoltre analizzare se siamo in presenza di economie o diseconomie di scala.

La curva è di breve periodo, sono presenti costi fissi!

$STC(y) = 100.000 + 25.000y^2$ $\qquad$ $STC(y) = costi\ fissi + costi\ variabili\ (y)$

$SAC(y) = \frac{100.000}{y} + 25.000y$ $\qquad$ $SAC(y) = \frac{costi\ fissi}{y} + \frac{costi\ variabili}{y}$

$SMC(y) = 50.000y$ $\qquad$ $SMC(y) = \frac{d\ V(y)}{y}$

Per vedere se sono presenti economie o diseconomie di scala applichiamo la definizione:

$50.000y < \frac{100.000}{y} + 25.000y \ \rightarrow -25.000y^2 + 100.000 > 0 \ \rightarrow y^2 < 4 \ \rightarrow y < 2$

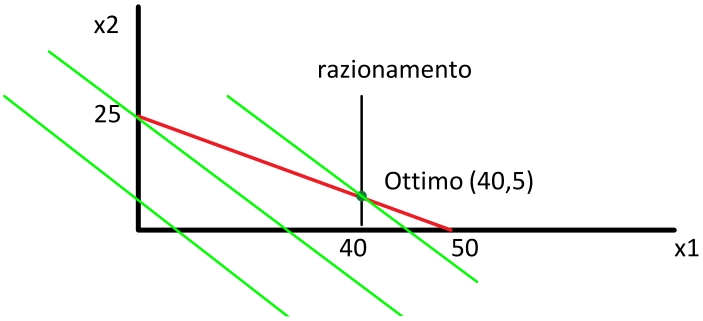
Cioè per y minore di 2 ci troviamo in economie di scala.

#10 Stabilire quali rendimenti di scala presentano le seguenti funzioni:

- $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$
- $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^2$
- $\sqrt{(x_1 x_2)}$

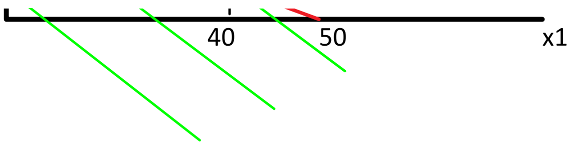
- Crescente perché $t^2 x_1 + t^2 x_2 > t(x_1^2 + x_2^2)$
- Crescente (come sopra)
- Costanti $\sqrt{t x_1 t x_2} = \sqrt{t^2 x_1 x_2} = t\sqrt{x_1 x_2}$

#11 In un mercato ci sono due beni q1 e q2 di quantità rispettivamente x1 e x2 con prezzo 2€ e 4€. Il primo bene e razionato dopo le 40 unità (x1<=40). Se per il consumatore sono due beni perfetti sostituti con tasso marginale di sostituzione |MRS|=1 e reddito di 100€, qual è la scelta ottima?



In verde le curve di indifferenza. Poiché il trasso è -1 sono un fascio di bisettrici.

In rosso il vincolo di bilancio



Determinare inoltre per quali valore del MRS il vincolo di razionamento non è efficace.

$$-\frac{P_1}{P_2} = -\frac{1}{2} \qquad \frac{dx_2}{dx_1} = MRS =$$

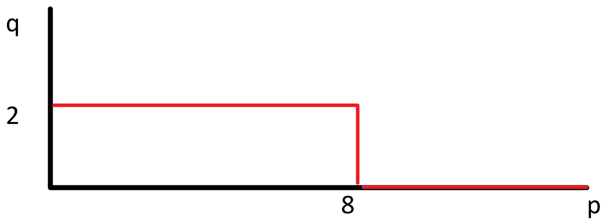
- Se uguale a -1/2 la curva di indifferenza coincide con il vincolo di bilancio per cui il razionamento è sempre efficace.
- Per tutti i valori maggiori di -1/2 il razionamento non ha più senso. L'ottimo è sempre 25
- Per tutti i valori minori di -1/2 il razionamento ha sempre senso

#12 Definire il concetto di elasticità della domanda e stabilire quanto vale l'elasticità nel caso della seguente equazione: q=50-2p con p=10€

$$\varepsilon = \frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dq}{dp} * \frac{q}{p} = -2 * \frac{p}{50-2p} = -\frac{20}{30} = -\frac{2}{3} \quad anelastica$$

Nota: un'equazione del genere q=50+2p non è valida! All'aumentare del prezzo, per i beni ordinari, non può aumentare anche la domanda!

#13 Definire una curva di domanda valida nel caso in cui il consumatore abbia un reddito di 16€ da spendere per un massimo di due beni e per un prezzo massimo di 8€ a bene.



#14 Si illustri l'andamento della domanda nel caso della domanda lineare (Vedi appunti o libro). Si supponga poi che un consumatore abbia i seguenti comportamenti di acquisto:

Quantità	Prezzo
10	6
	2
50	0

Indicare il valore mancante.

$$q = a - bp \quad con \quad a = 50$$

$$se\ q = 10 \quad allora \quad p = 6 \quad quindi \quad 10 = 50 - bp \quad da\ cui\ ottengo \quad b = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

$$Sostituisco\ e\ ottengo \quad q = 50 - \frac{20}{3}p \quad con\ p = 2 \quad si\ ottiene \quad 50 - \frac{40}{3} = \frac{110}{3} \approx 36$$