(A) Relazione tra tasso marginale di sostituzione e rapporto tra i prezzi

[1] Il paniere ottimo è caratterizzato dalla condizione d'uguaglianza tra il saggio marginale di sostituzione e il saggio di scambio offerto dal mercato cioè:

$$MRS = -\frac{p_1}{p_2}$$

In relazione al vincolo di bilancio il MRS è dato dall'inclinazione della retta di bilancio, ovvero rapporto tra i prezzi

$$x_1, x_2 \quad p_1 \quad 2p_2$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \Rightarrow p_2 x_2 = m - p_1 x_1$$

$$m = 90 \quad p_1 \; e \; p_2 ? \qquad p_1 x_1 + 2p_2 x_2 = m$$

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

$\hookrightarrow$ MRS

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

[2]

Si parla di rendimenti di scala quando si studia come varia l'output se tutti gli input aumentano nella stessa proporzione. Per far variare tutti gli input nella proporzione basta moltiplicare per una costante (t) tutti i valori.

$$f(tz_1, tz_2, \ldots, tz_n) \gtrless t f(z_1, z_2, \ldots, z_n)$$

Ho 3 tipi di rendimenti di scala:

Quando questa relazione è > sono crescenti, < sono decrescenti, = costanti.

[3]

$C_F = 300€$

$C_V(y) = ay$ (linearmente)

$C_{TOT} = 500€ \qquad y = 20u$

C_{marg} costante? Importo?

$C_{marg} = a$

$$\hookrightarrow \frac{\Delta C_V(y)}{\Delta y} = \frac{ay}{y} = a$$

$$C_{TOT} = F + C_V(y)$$

$$500 = 300 + a\underbrace{y}_{20u}$$

$$200 = a(20) \Rightarrow a = 10$$

(B)

[1]

$q = -3 + 10$

$q = 4$

a) $\varepsilon = ?$

b) $p \uparrow ?$

$$\varepsilon = \frac{dq}{q} \Big/ \frac{dp}{p} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q}$$

$$= -3 \frac{p}{\underset{\to 4}{q}} = -3 \frac{p}{4} \Rightarrow p = ? \Rightarrow -3 \cdot \frac{2}{4} = -\frac{3}{2}$$

$p \Rightarrow 4 = -3p + 10 \Rightarrow -6 = -3p \Rightarrow p = 2$

$|\varepsilon| > 1$ elastica   se aumento $p > \text{ricavi}$

[2]

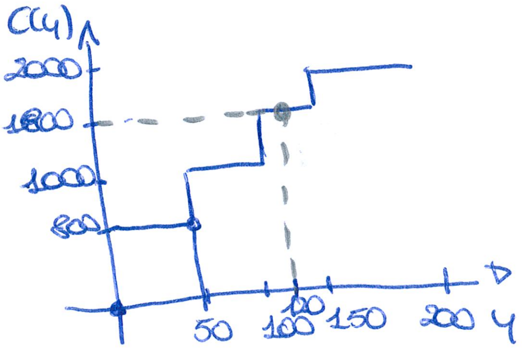
Lungoperiodo $0 \leq y \leq 200$

0 - 200

$1° \begin{cases} C_1 = 800 € \\ CAP^1 = 50\,u \end{cases}$

$2° \begin{cases} C_2 = 1000 € \\ CAP^2 = 100\,u \end{cases}$

1°	800 €	50 u
2°	1000 €	100 u



Dimensiono 120 u breve periodo?

$C(y) = C(120) = 1800 €$

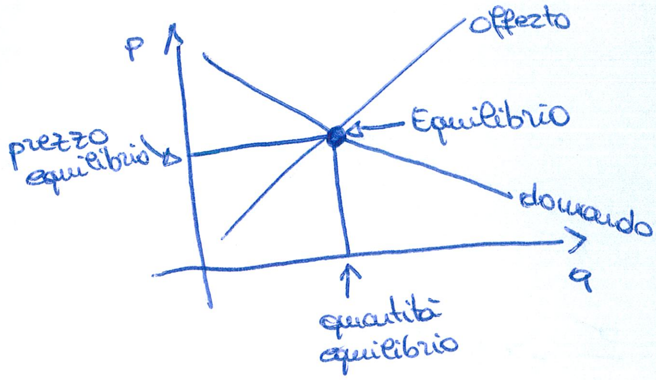
$\hookrightarrow$ 2 macchinari

1 1000€

2° 800€

3) Equilibrio di mercato

È la situazione nella quale domanda e offerta di mercato di un bene si equivalgono; Geometricamente è il punto nel quale la curva di domanda e quella d'offerta si intersecano.



(C)

[1]

$P_1 = 3$

$P_2 = 4$

$x_1 < 20u$ razionamento

A $m = 30$

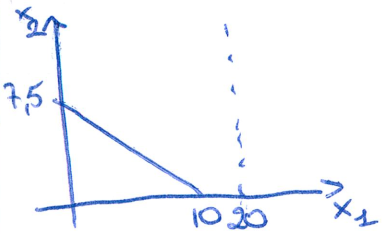
B $m = 90$

C $m = 90$ $\quad x^* = (0, x_2^*)$

Su quale il razionamento è efficace?

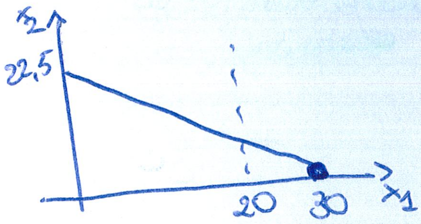
$1°$

$3x_1 + 4x_2 \leq 30$



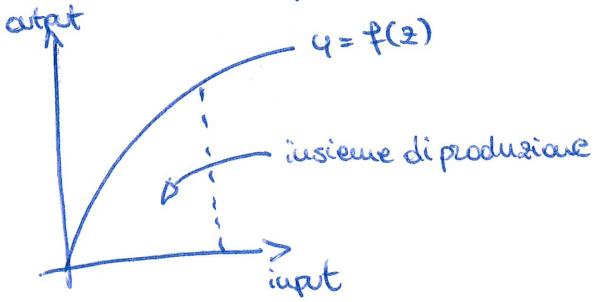
$2°$

$3x_1 + 4x_2 \leq 90$



Qui è efficace il razionamento perche $x_1^F = 30$

[2] Funzione di produzione



$f(z)$

↳ è la relazione che intercorre tra la quantità di fattori utilizzati per produrre un bene e la quantità prodotta di quel bene

Relazione tra input e output

Crescenti : $\{ y = 2z_1^2 + z_2 + z_3 \}$

↳ $t^k > t$ (con $k > 1$)

[3]

$C_{med}(y) = 10€$ cost.

↳ $C_{med} = C_{marg}$

$C_{med}(y) = 10y = \frac{10y}{y} = 10$

↳ $\frac{c_y}{y}$

$C_{marg} = \frac{\partial C}{\partial y} = 10$

il costo non ho né economie, né diseconomie di scala

$C_{med} = C_{marg}$ rendimenti di scala costanti

1

$u(x_1, x_2) = x_1^2 \cdot x_2^3$

$P_1 = 4$

$P_2 = 2$

$m = 100$ €

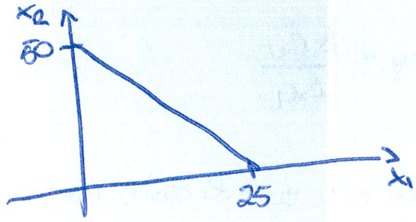
$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 100 \\ MRS_u = MRS_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 100 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x_1} \Big/ \dfrac{\partial u}{\partial x_2} = -\dfrac{P_1}{P_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 100 \\ \dfrac{2\cancel{x_1} \cdot x_2^{\cancel{3}}}{3\cancel{x_2^2} \cdot x_{\cancel{1}}^{\cancel{2}}} = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 100 \\ 2x_2 = 6x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x_1^* &= 10 \\ x^{2*} &= 30 \end{aligned}$$

$u(10, 30) = 10^2 \cdot 30^3$

$u(25, 0) = \emptyset$

$u(0, 50) = \emptyset$



$4x_1 + 2x_2 = 100$

x_1	x_2
0	50
25	0

2

3 input ⇒ costi 2, 4, 6

output 1, 2, 4

$w_1 = 2$
$w_2 = 4$
$w_3 = 6$

y	z_1	z_2	z_3
1	1	2	4

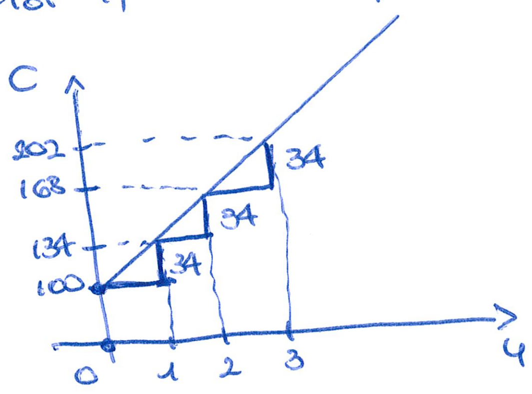
$F = 100$ €

$C_{TOT} = F + C_V(y)$

$C_{TOT} = w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_3 z_3$

$2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 4 = 34$ €

$C_{TOT}(y) = 100 + 34y$



$100 + 34y$

y	
0	100
1	134
2	168
3	202

3) Def. di costi medi e marginali di produzione
Economie/diseconomie di scala.

il costo medio esprime il costo per unità di prodotto

$$CMed = \frac{CT}{q}$$

il costo medio fisso corrisponde alla somma del costo medio fisso (costi fissi per unità di prodotto, e del costo medio variabile

$$CM = \frac{CF + CV}{q} = \frac{CF}{q} + \frac{CV}{q} = CM_F + CM_V$$

il costo marginale misura la variazione dei costi totali corrisponde ad una variazione dell'output:

$$Cmarg = \frac{\Delta CT}{\Delta q}$$

Poiché i costi fissi non variano con l'output il costo marginale può essere espresso in termini di costi variabili:

$$Cmarg = \frac{\Delta CV}{\Delta q}$$

Economie di scala: la proprietà per cui il costo medio totale di lungo periodo diminuisce all'aumentare della quantità prodotta.

Diseconomie di scala: la proprietà per cui il costo medio totale di lungo periodo aumenta all'aumentare della quantità prodotta.

$$E_c = \frac{\%\Delta C}{\%\Delta Q} = \frac{\frac{\Delta C}{C}}{\frac{\Delta Q}{Q}} = \frac{Q}{C}\,\frac{\Delta C}{\Delta Q} = \frac{C'}{CM}$$

costo marginale

↳ costo medio

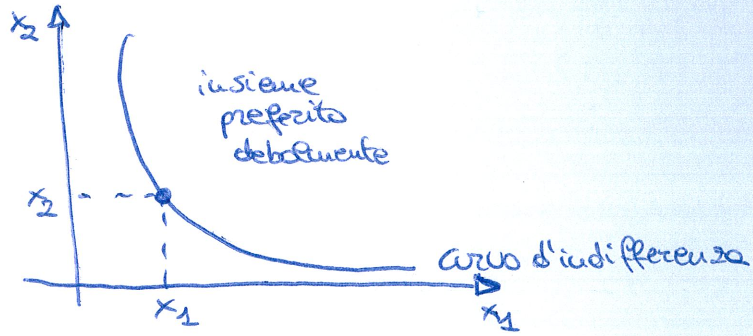
Se $C' < CM$ ⇒ economie di scala

Se $C' > CM$ ⇒ diseconomie di scala.

[1]

Ⓔ Curve d'indifferenza

E' utile rappresentare graficamente le preferenze del consumatore.
Dato un paniere di consumo X, tutti i panieri preferiti debolmente a X ... costituiscono l'insieme preferito debolmente.
I panieri che si trovano sulla frontiera, sono quei panieri che lasciano il consumatore indifferente nei confronti di X, formando così la curva d'indifferenza.



Le curve sono a diversi livelli di preferenza e non possono intersecarsi.

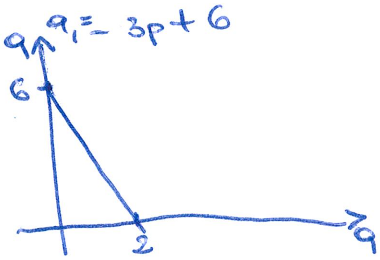
[2]

A $q_1 = -3p + 6$

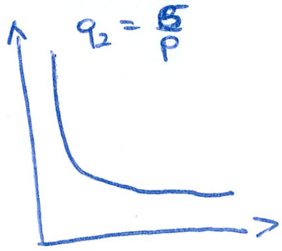
B $q_2 = \frac{5}{p}$

Curva di domanda mercato $q(p)$?

$q_M = q_1 + q_2$



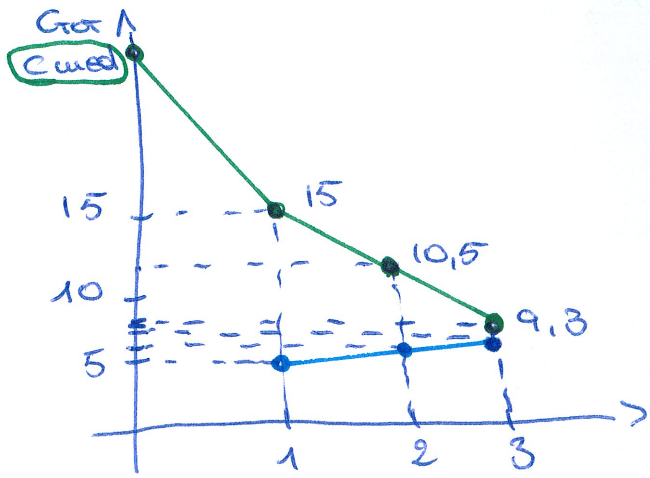
$q_1 = 0 \Rightarrow p > 2$



$$\begin{cases} p > 2 & Q_M = q_2 = \frac{5}{p} \\ p \leq 2 & Q_M = q_1 + q_2 = \frac{5}{p}(-3p+6) = -15 + \frac{30}{p} \end{cases}$$

3)

q	Ctot	Cmarg	Cmed
0	10	5	∞
1	15	6	15
2	21	7	10,5
3	28	8	$9,\overline{3}$



(H) [1]

Domanda inversa $p(q)$

$\varepsilon = -4$

$p = 2\,€ \Rightarrow 64\,u$

Domanda diretta $q(p)$

$q = \frac{a}{p^b}$ elasticità costante

$\varepsilon = -b$

$q = \frac{a}{p^4} \Rightarrow 64 = \frac{a}{2^4} \Rightarrow a = 2^6 = 1024$

$q = \frac{1024}{p^4} \Rightarrow p = \sqrt[4]{\frac{1024}{q}}$

[2] Funzione di produzione, output efficienza

Output efficienza = Vincoli tecnologici

$y \geq 0$
↳ output prodotto

$y \leq \boxed{y_{max} = f(z)}$ con $\{z = z_1, z_2, \ldots z_n\}$
↳ funzione di produzione

↳ se $y = y_{max}$ ho un output efficiente

[3]

$C_{marg}(u) = 4\,€$

Breve periodo

$p \leq 6\,€$ per $10u$

Costo F?

y	
10	

$C_{TOT}^{(y)} = F + 4y$

$6 \cdot 10u = F + 4 \cdot (10)$

$60 = F + 40 \Rightarrow F = 20$

⑤ [1]

$u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$

$P_2 = 15€$

$P_1 = ?$

$u = 300€ ?$

$MRS_u = -\frac{\partial u}{\partial x_1} / \frac{\partial u}{\partial x_2} = -1/3$

$x_1 + 3x_2 = k \Rightarrow 3x_2 = k - x_1$

$x_2 = \frac{k}{3} - \frac{x_1}{3} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{3} x_1 + \frac{k}{3}$ $\quad P_2 = 5$

$\frac{u}{P_1} = \frac{300}{5} = 60$ ottimo di frontiera $(x_1^* ; 0)$

[2]

Costi variabili = lungo periodo

$C(y) = ay^2$

$C_{med}(y) = ay$

$C_{marg}(y) = 2ay$ $\quad C_{marg} > C_{med}$

$C(y) = ay^2 + F$

$C_{med}(y) = ay^2 + \frac{F}{y}$ $\quad ay^2 + F > 2ay^2$

$C_{marg}(y) = 2ay$ $\quad ay < F \Rightarrow y < \sqrt{\frac{F}{a}}$

↳ varia a seconda del valore di F

F >> k economie

se no diseconomie.

3) Paniere dei beni e vincolo di bilancio

Siano $(1, 2, \dots, n)$ un insieme di n beni tra cui un consumatore può scegliere.

Si def. $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ il paniere dei beni di consumo

↳ l'insieme dei beni, a ciascuno dei quali è associata una determinata quantità.

Sia $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ i prezzi di ciascun bene del paniere.

Il vincolo di bilancio è dato da:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \le m$$

↳ m = reddito.

Richiede che la quantità di (moneta) spesa per l'acquisto dei beni (n) non superi la quantità complessiva disponibile (cioè il reddito).

(F) [1] Elasticità della domanda

È la variazione percentuale della quantità domandata in rapporto con la variazione percentuale di prezzo cioè:

$$\varepsilon = \frac{\% \Delta Q}{\% \Delta P} = \frac{\Delta Q}{Q} \Big/ \frac{\Delta P}{P}$$

Se $x = x(p)$ è la funzione di domanda rispetto al prezzo (p) l'elasticità è così definita:

$$\varepsilon = \frac{dx}{x} \Big/ \frac{dp}{p} = \frac{p}{x} \frac{dx}{dp}$$

Ho tre tipi d'elasticità:

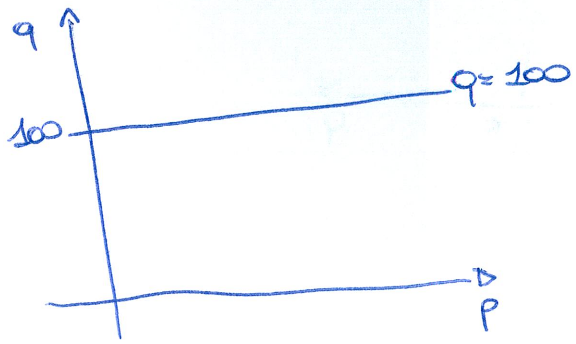
Anelastica → diminuzione del prezzo fa diminuire i ricavi $|\varepsilon| < 1$

Elastica → diminuzione del prezzo fa aumentare i ricavi $|\varepsilon| > 1$

(Costante) Elasticità unitaria → diminuzione del prezzo non ne modifica il ricavo totale $|\varepsilon| = 1$

Ha senso la funzione $p = 100$?

$q = 100$ è una retta
↓
Anelastica



[2]

$C(y) = 24y$ prezzo input?

y	z_1	z_2
0	0	0
1	2	4
2	4	8

$\boxed{C = w_1 z_1 + w_2 z_2} \Rightarrow \boxed{C = w(z_1 + z_2)}$

con $w_1 = w_2 = w$

$24 = w(2+4) \Rightarrow 24 = w(6) = w = 4$ per $y = 1$

3| Costi totali di lungo periodo sono non superiori ai costi di breve periodo motivazioni

Il breve periodo è il tempo nel quale una parte dei fattori produttivi deve essere impiegato in quantità predeterminate cioè il costo minimo che deve essere sostenuto per produrre una data quantità di output, variando l'impiego dei soli fattori variabili, mentre nel lungo periodo tutti i fattori sono invece liberi di variare: quest'ultimo esprime il costo minimo che deve essere sostenuto per produrre una data quantità di output, variando l'impiego di tutti i fattori di produzione.

Questo accade perché nel lungo periodo, non ho costi fissi che invece capita che ho nel breve, quindi tendo a sottodimensionare