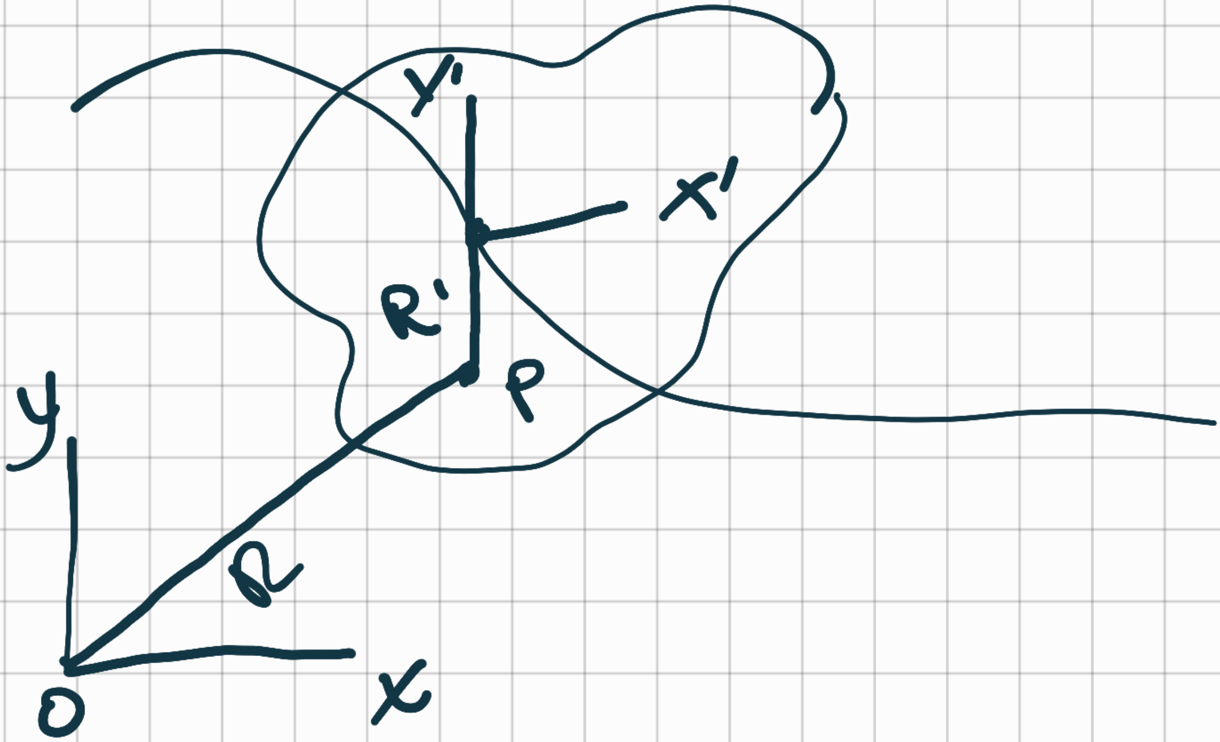
MOTI RELATIVI



SISTEMA FISSO

$$\vec{OP} = \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = (x\hat{i} + \dot{y}\hat{j})$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = (x\hat{i} + \ddot{y}\hat{i})$$

SISTEMA MOBILE

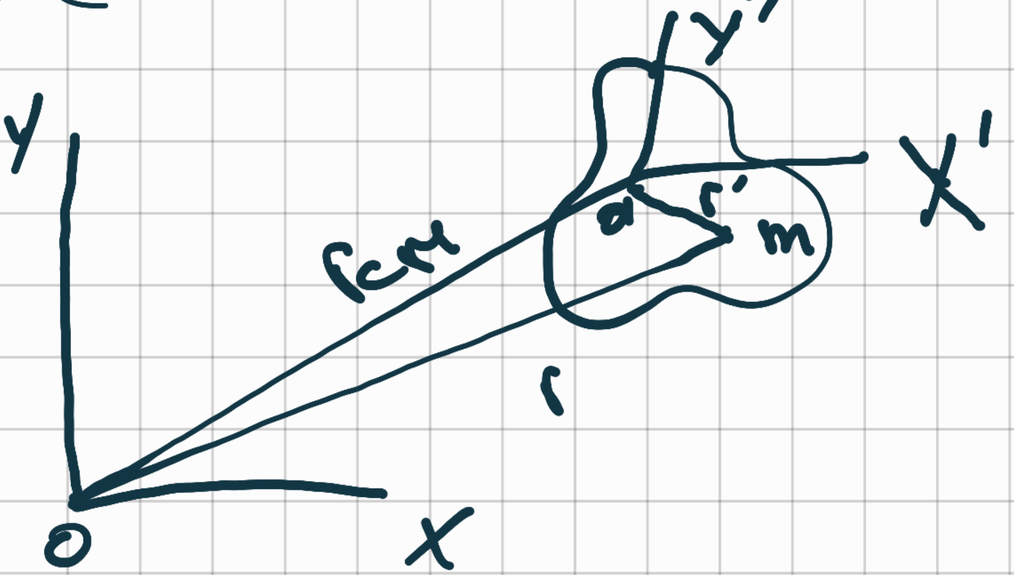
$$\vec{r}' = x'\hat{i}' + y'\hat{j}'$$

$$\dot{\vec{v}}' = \dot{\vec{r}}' = (x'\hat{i}' + \dot{y}'\hat{j}')$$

$$\vec{a}' = \dot{\vec{v}}' = \ddot{\vec{r}}' (x'\hat{i}' + y'\hat{j}')$$

Suppongo che il moto del sistema non inerziale (accelerato rispetto a Oxy) sia solo traslatorio $\Rightarrow \dot{\hat{i}} = \dot{\hat{j}} = 0$

Voglio trovare un legame tra i 2 sistemi



$$\vec{r} = \vec{r}_{cm} + \vec{r}\,'$$
$$= \overrightarrow{OO'} + \vec{r}\,'$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \underbrace{\dot{\overrightarrow{OO'}}} + (x'\dot{\hat{i}}' + y'\hat{j}')$$

indica la velocità con cui il sist mobile si muove rispetto a quello fisso

$$(\dot{x'\hat{i}' + y'\hat{j}'}) = \dot{x}'\hat{i}' + x'\dot{\hat{i}}' + \dot{y}'\hat{j}' + y'\dot{\hat{j}}'$$

perché il sist non ruota $\dot{\hat{i}} = \dot{\hat{j}} = 0$

$$(\dot{x'\hat{i}' + y'\hat{j}'}) = \dot{x}'\hat{i}' + \dot{y}\hat{i}' = \dot{\vec{r}}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{trasan} + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \vec{a}_t + \vec{a}'$$

$$\vec{F} = m\vec{a}_t + m\vec{a}'$$

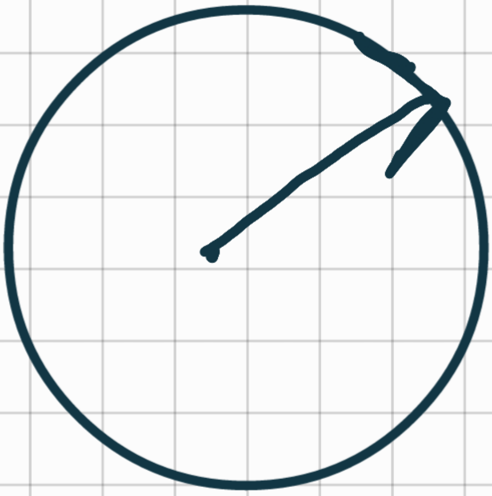
$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_t$$

Sistema che ruota

$\dot{\hat{i}} \neq \dot{\hat{j}} \neq 0$

$$\vec{v} = \vec{r} = \vec{OO'} + (x'\hat{i}' + y'\hat{j}')$$

$$= \vec{OO'} + \underbrace{\dot{x}'\hat{i}' + \dot{y}'\hat{j}'}_{\vec{v}'} + \dot{\hat{j}}'y' + x'\dot{\hat{i}}'$$



$\dot{\hat{i}}$ e $\dot{\hat{j}}$ rappresentano le velocità con cui gli assi ruotano quindi

$$\dot{\hat{i}}' = \vec{\omega} \times \hat{i}'$$

$$\dot{\hat{y}}' = \vec{\omega} \times \hat{j}'$$

$$\dot{\hat{j}}'y' + x'\dot{\hat{i}}' = y'(\vec{\omega} \times \hat{j}') + x'(\vec{\omega} \times \hat{i}')$$

$$= \vec{\omega} y' \times \hat{j}' + \vec{\omega} x' \times \hat{i}'$$

$$= \vec{\omega} \times \underbrace{(y'\hat{j}' + x'\hat{i}')}_{R}$$

$$= \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$$\vec{V} = \dot{x}'\hat{i}' + \dot{i}\hat{j}' + \dot{\hat{-}}' + x'\dot{\hat{i}}'$$

$$= \vec{V'} + \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{V}} = + \dot{\vec{V'}} + (\vec{\omega} \times \dot{\vec{R}})$$

$$R = v' + \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$$\vec{V'} + \omega \times (\vec{v}' + \omega \times R) =$$

$$\vec{V'} + \vec{\omega} \times \vec{v}' + \omega \times \omega \times R$$

$$a = \dot{\vec{V'}} + \vec{\omega} \times \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$$\vec{v}_1 = \dot{x}'\hat{i}' + \dot{y}'\hat{J}'$$

$$\dot{\vec{v}}_1 = \underline{\ddot{x}'\hat{i}'} + \dot{x}'\dot{\hat{i}} + \underline{\ddot{y}\hat{J}} + \dot{y}\dot{\hat{J}}$$

$$\dot{\vec{v}}_1 = \vec{a}' + x(\omega \times \hat{i}) + y(\omega \times \hat{J})$$

$$= \vec{a}' + \vec{\omega} \times (x\hat{i} + y\hat{j})$$

$$= \vec{a}' + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$a = \dot{\vec{V}}' + \vec{\omega} \times \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$$= \vec{a}' + \vec{\omega} \times \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{v} + \omega \times \omega \times R$$

$$= \vec{a}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v} + \underbrace{\omega \times \omega \times R}_{a_t}$$