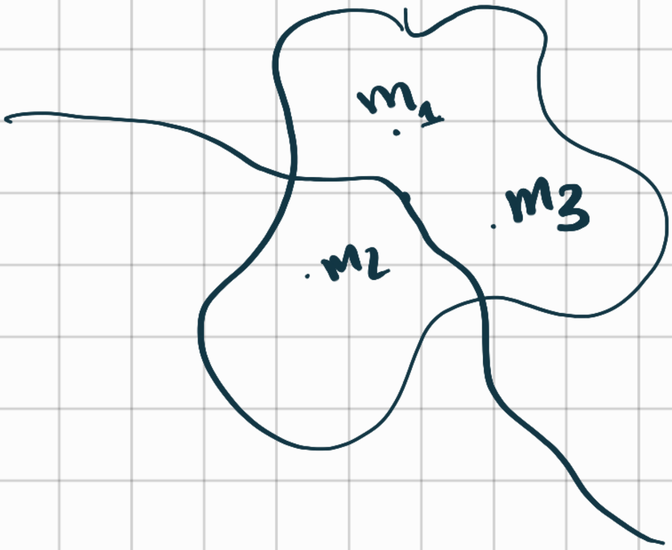


quando il corpo si muove i punti compiranno sia un moto rettilineo uniforme con la stessa velocità del cm

$$\vec{V_c} = M \frac{\sum m_i \dot{\vec{r_i}}}{M} = \frac{M \sum m_i \vec{v_i}}{M}$$

tuttavia essendo il corpo libero di ruotare i punti possono compiere un moto circolare attorno a cm (mantengono però le stesse distanze)

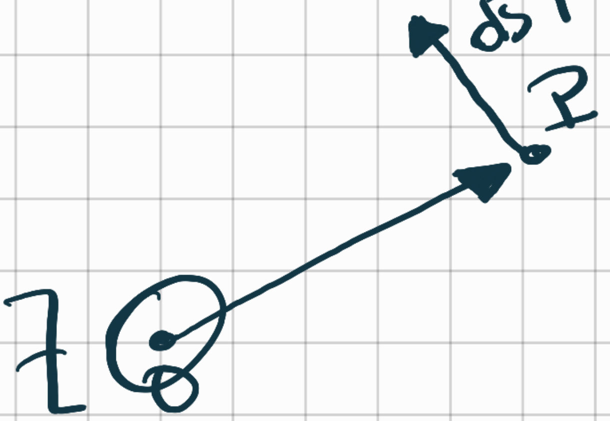
Calcolo il lavoro a seguito di uno spostamento angolare infinitesimo $d\varphi$

OP_1 è il raggio vettore che indica la posizione del punto nell'istante t

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{s} =$$

mi trovo su un moto circolare quindi lo spostamento è definito tramite l'arco di circonferenza che il punto ha percorso nel tempo

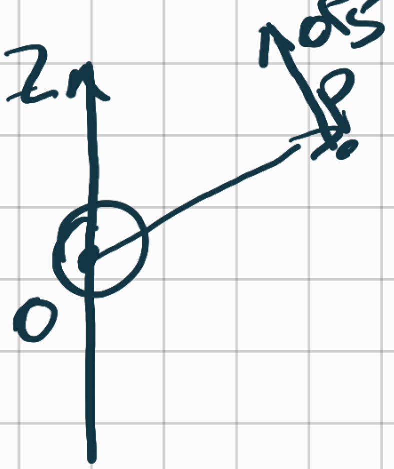
$$d\vec{s} = d\varphi \cdot \overrightarrow{OP}$$



$d\vec{s}$ è ortogonale a $\overrightarrow{OP}$

indico con $\hat{r}$ il versore di $\overline{OP}$ quindi $\overrightarrow{OP} = \overline{OP} \cdot \hat{r}$

introduco il versore $\hat{k}$



quindi la direzione finale di $d\vec{s}$ sarà $\hat{k}\times\hat{r}$

$$\mathcal{L} = \vec{F}\cdot d\vec{s} = \vec{F}\cdot \hat{k}\times\hat{r}\,\underbrace{r}_{\vec{r}=\overrightarrow{OP}}\,d\varphi$$

nel prodotto misto posso cambiare l'ordine dei vettori senza cambiare il risultato

$$= \vec{F} \cdot \hat{k} \times \vec{OP} d\varphi$$

$$= \vec{OP} \cdot \vec{F} \times \hat{k} d\varphi$$

$$= \hat{k} \cdot \underbrace{(\vec{OP} \times \vec{F})}_{\vec{\tau_z}} d\varphi$$

momento assiale delle forze

$$\tau_z \doteq (\vec{OP} \times \vec{F}) \cdot \hat{k}$$

DIMOSTRAZIONE II LEGGE DEI SISTEMI

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$$

studio i momenti

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \dot{\vec{p}}$$

$$\underbrace{\vec{r} \times \vec{p}}$$

$\vec{\tau}_0$

posso considerarlo come la prima parte di una derivata

$$d(\vec{r} \times \vec{p})$$

essendo questo un prodotto devo derivarlo usando le regole di derivazione dei prodotti

$$(\dot{\vec{r}} \times \vec{p}) = \dot{\vec{r}} \times \vec{p} + \vec{r} \times \dot{\vec{p}}$$

ma ricordando che

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v}$$

$$\dot{\vec{r}} \times \vec{p} = \vec{v} \times m\vec{v} = 0$$

sono vettori paralleli
quindi $v \cdot mv \sin\alpha = 0$
con $\alpha = 0$

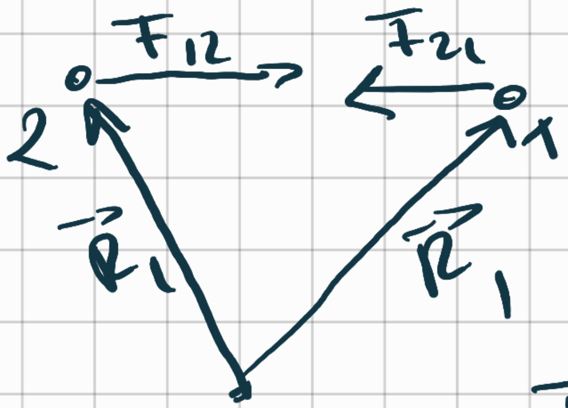
$$\vec{\tau}_0 = \vec{r} \times \dot{\vec{p}}$$

poichè $\dot{\vec{r}} \times \vec{p} = 0$ lo posso sommare a destra

$$\vec{\tau}_0 = \underbrace{\dot{\vec{r}} \times \vec{p} + \vec{r} \times \dot{\vec{p}}}$$

$$\vec{\tau}_0 = \underbrace{\dot{(\vec{r} \times \vec{p})}}_{\dot{\vec{L}}_0}$$

L_0 = momento qtà moto



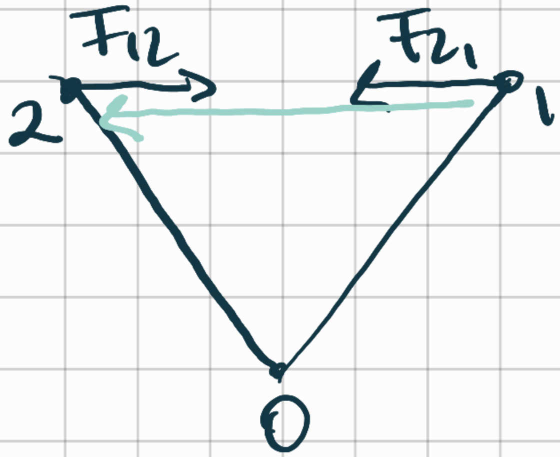
$$\sum \vec{\tau}_0 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_{12} + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{21}$$

$$F_{12} = -F_{21}$$

$$\sum \vec{\tau}_0 = \vec{r}_1 \times (-\vec{F}_{21}) + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{21}$$

$$= \underbrace{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)\vec{F}_{21}}$$

punta - coda



sono paralleli