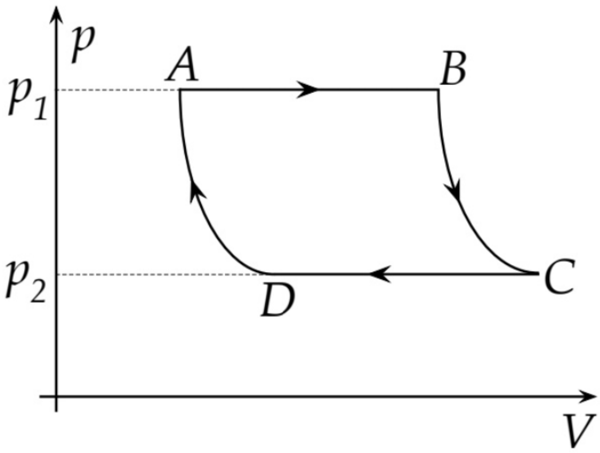
(c) Una mole di gas perfetto monoatomico compie la trasformazione ciclica reversibile $ABCDA$ illustrata nella figura. Le trasformazioni BC e DA sono adiabatiche. Sapendo che $p_1 = 2$ atm e $p_2 = 1$ atm, calcolare il rendimento del ciclo.



AB e DC ISOBARE

$$Q_{AB} = n c_p \Delta T$$
$$= n c_p (T_B - T_A)$$

$P_A V_A = nRT_A$

$P_B V_B = nRT_B$

$$\frac{P_A V_A}{P_B V_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$P_A = P_B = P_1$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

BC ADIABATICA

BC ADIABATICA

$P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma}$ $\qquad P_D = P_C = P_2$

DA ADIABATICA

$P_D V_D^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma}$

SISTEMA ADIABATICHE

$$\begin{cases} T_A P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D P_D^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ T_B P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C P_C^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} T_A P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ T_B P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{cases} \quad (2)-(1)$$

$$-T_A P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} + T_B P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = -T_D P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} + T_C P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_B - T_A) = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_C - T_D)$$

$$P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_B - T_A) = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_C - T_D)$$

$$Q_{AB} = n c_p \Delta T$$
$$= n c_p (T_B - T_A) > 0$$

$$Q_{CD} = n c_p \Delta T =$$
$$= n c_p (T_D - T_C) < 0$$
$$= -n c_p (T_C - T_D)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}}$$

$$= 1 - \frac{|-\cancel{n c_p}(T_C - T_D)|}{\cancel{n c_p}(T_B - T_A)}$$

$$= 1 - \frac{(T_C - T_D)}{(T_B - T_A)}$$

$$-P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_B - T_A) = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_C - T_D)$$

$$P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \frac{(T_D - T_C)}{(T_B - T_A)}$$

$$\frac{P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} = \frac{T_D - T_C}{T_B - T_A}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\gamma = c_P / c_V \qquad c_P = \tfrac{5}{2} R \quad c_V = \tfrac{3}{2} R$$

$$\gamma = 5/3$$

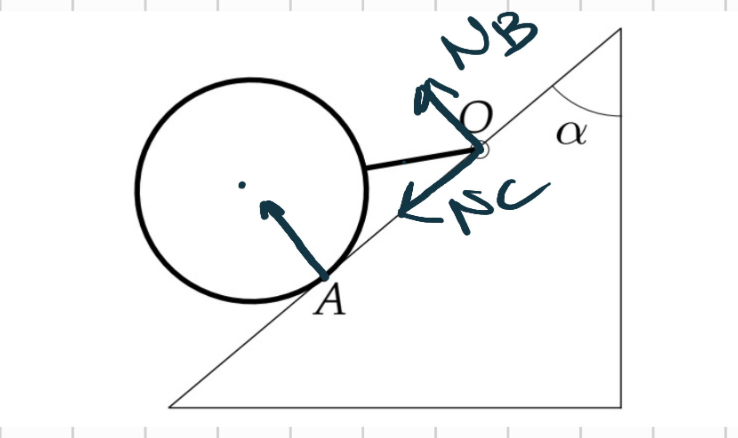
$$1 - \gamma = 1 - \frac{5}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = -2/5$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-2/5}$$

$$= 1 - 2^{-2/5} = 1 - 0.76 = 0,24$$

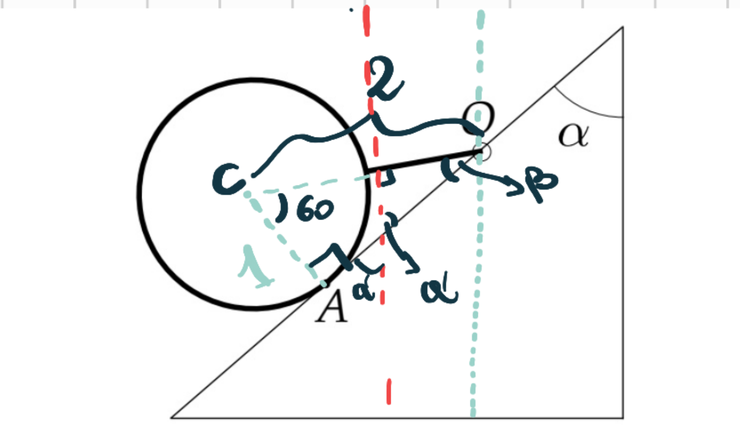
(b) Un'asta omogenea di peso unitario e lunghezza unitaria è saldata a un disco omogeneo anch'esso di peso e raggio unitari. L'estremo libero dell'asta O è incernierato alla superficie di un piano inclinato di un angolo α rispetto alla verticale, come mostrato nella figura. Trascurando ogni forma di attrito calcolare, in funzione di α, le reazioni vincolari nel punto di contatto A e nella cerniera O. Per quali valori di α il modulo della reazione in A sarà massimo e minimo?



$$C_M = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$$

$$= \frac{\tfrac{1}{2} \cdot 1 + 2}{2}$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$



$AC = OC \sin\beta$

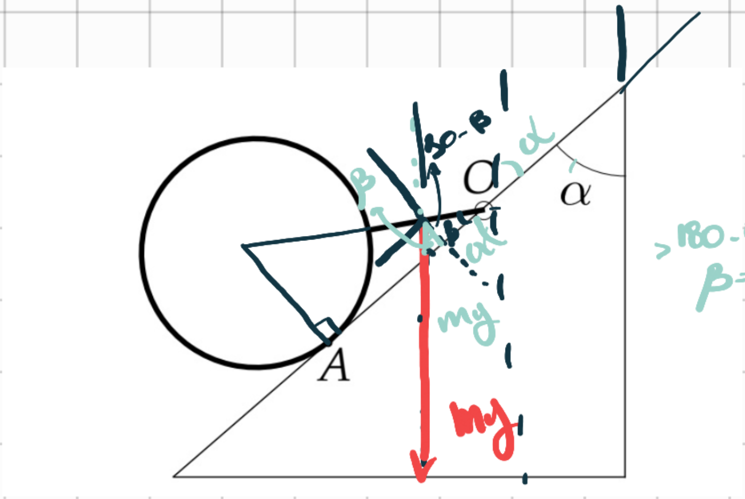
$\frac{AC}{OC} = \sin\beta$

$\frac{1}{2} = \sin\beta$

$\beta = 30°$

$\beta = 90 - \alpha$

$\alpha = 90 - \beta$



tangente

$mg \sin\beta$

normale

$180 - \alpha - \beta = 0$

$\beta = 180 - \alpha$

$-mg\cos\beta$

lungo $\hat{v}$

$N_A - mg\cos\beta + N_B = 0$

lungo τ

$N_C + mg\sin\beta = 0$

s

Momenti rispetto a O

$M_{mg} = Mg\,\frac{5}{4}\sin(180-(\alpha+\beta))$

$M_{N_A} = N_A\sqrt{3}\sin 90$

$OA = \sqrt{OC^2 - CA^2}$

$= \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

$Mg\,\frac{5}{4}\sin(180-(\alpha+\beta)) = N_A\sqrt{3}\sin 90$

$2\,\frac{5}{4}\sin(180-(\alpha+\beta)) = N_A\sqrt{3}$

$\frac{5}{\ldots}\sin(180-(\alpha+\beta)) = N_A$

$$\frac{5}{2}g\,\frac{\sin(180-(\alpha+\beta))}{\sqrt{3}} - N_A$$

lungo $\hat{v}$

$$N_A - mg\cos\beta + N_B = 0$$

lungo $\hat{\tau}$

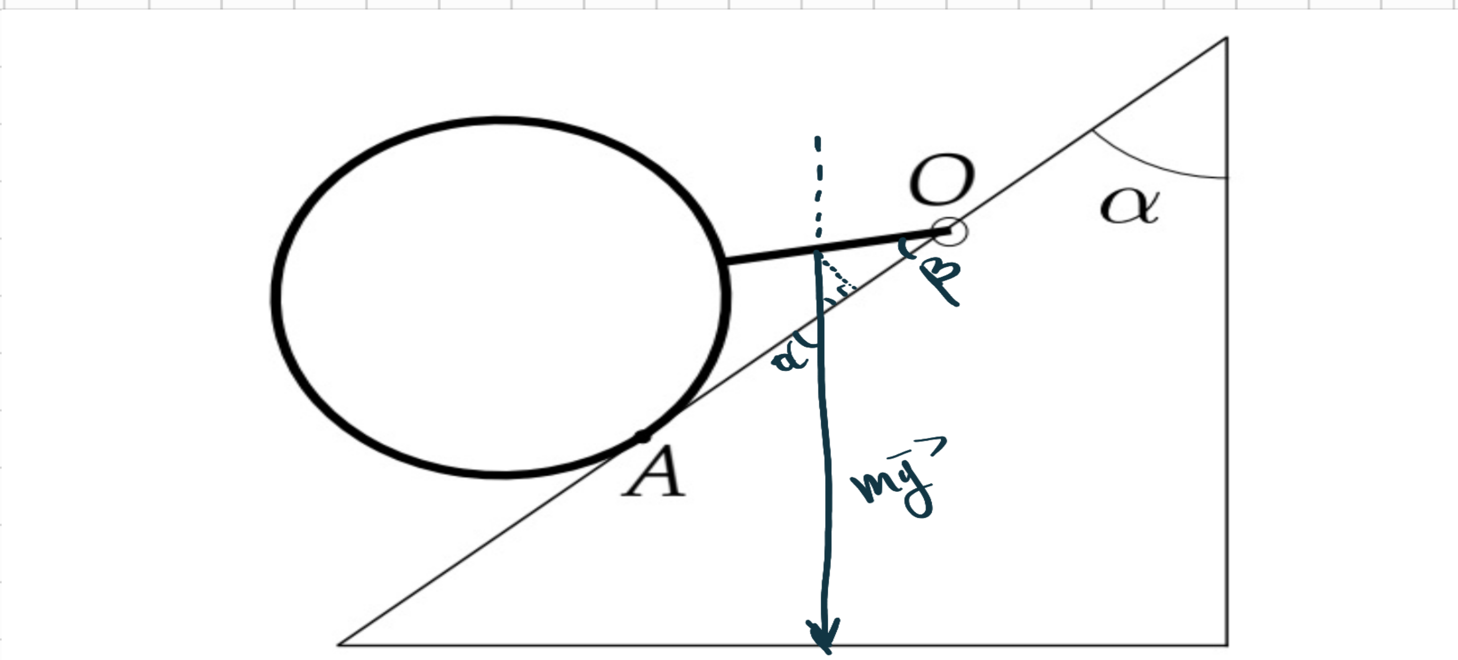
$$N_C - mg\sin\beta = 0$$

$$N_C = mg\cos\alpha$$

$$\frac{5}{2}g\,\frac{\sin(180-(\alpha+\beta))}{\sqrt{3}} - mg\cos\beta + N_B = 0$$

$$-\frac{5}{2}\,\frac{\sin(180-(\alpha+\beta))}{\sqrt{3}} + mg\cos(90-\alpha) = +N_B$$

$$\frac{5}{2}\,\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sqrt{3}} + mg\sin\alpha = N_B$$



MUEDI ANGOLI