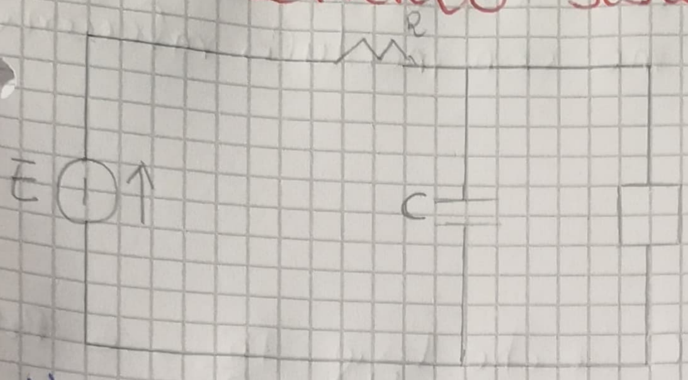
Rifasamento sistema monofase



Un carico costituito da un impedenza di solito Ohmico-Induttivo assorbe corrente che è fortemente sfasata in ritardo rispetto alla tensione, ciò significa che assorbe potenza reattiva, oltre che a quella attiva, che comporta un aumento di potenza attiva persa sulla linea elettrica.

Per diminuire la potenza persa si inserisce un condensatore in parallelo al carico che gli fornisce la potenza reattiva necessaria in modo tale da ridurre la corrente che fluisce nella linea.

Inserendo il condensatore dunque vado ad agire sulla parte immaginaria del sistema ossia, in termini di piano cartesiano, sull'asse y. Graficamente è come se spostassi il vettore della corrente vicino ad x (idealmente $\cos\varphi = 0$) che in termini di modulo e fase comporta una diminuzione dello sfasamento e una conseguente diminuzione del modulo di I.

$$\left[P_{loss} - \tfrac{1}{2} E_m I_{rif} (\cos\varphi)\right] < \left[P_{loss} : \tfrac{1}{2} V_M I (\cos\varphi)\right]$$

Se diminuisco la potenza reattiva ottengo la stessa potenza attiva ma con modulo inferiore

Sappiamo che:

$Q = Q_L + Q_C \Rightarrow Q_C = Q - Q_L$

sapendo $Q_C = \frac{1}{2} E_M \omega C$ e che $tg\varphi = \frac{P_a}{Q} \Rightarrow Q = P_a tg\varphi$

$\hookrightarrow \frac{1}{2} E_M \omega C = P_a tg(\varphi - \varphi') \Rightarrow C = \frac{2 P_a [tg(\varphi) - tg(\varphi')]}{E_M^2 \omega}$

così trovo la capacità del condensatore

Potenza complessa

Possiamo riscrivere le grandezze elettriche sinusoidali in forma di fasore

$V(t) = V_M \cos(\omega t + \varphi_V) = V_M e^{j\varphi_V}$

$I(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi_i) = I_M e^{j\varphi_i}$

Di conseguenza la potenza diventa:

$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_M e^{j\varphi_V} \cdot I_M e^{j\varphi_i} = V_M I_M e^{j(\varphi_V + \varphi_i)}$

$\bar{P} = V_M I_M e^{j(\varphi_V + \varphi_i)}$

In forma esplicita (ossia $e^{ja} = \cos a + j \sin a$)

$\bar{P} = V_M I_M \cos(\varphi_V + \varphi_i) + j V_M I_M \sin(\varphi_V + \varphi_i)$

Ora confrontandola con la potenza istantanea vediamo che a meno del segno $(\varphi_V + \varphi_i)$ sono uguali.

$\bar{P} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* = V_M e^{j\varphi_V} \cdot I_M e^{-j\varphi_i} = V_M I_M e^{j(\varphi_V - \varphi_i)}$

Se ora moltiplico $\bar{P}$ per $\frac{1}{2}$ così ottengo una formula simile alla potenza istantanea

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \underbrace{\frac{1}{2} V_M I_M \cos(\varphi_V - \varphi_i)}_{\text{Potenza attiva}} + \underbrace{\frac{1}{2} V_M I_M \sin(\varphi_V - \varphi_i)}_{\text{Potenza reattiva}}$$

Ora la potenza complessa ha la sua parte attiva uguale a quella della potenza istantanea.

La parte attiva della potenza (P_a) è la potenza media erogata da un generatore verso un carico. È l'unica potenza realmente usata ossia dissipata dai carichi.

La potenza Reattiva Q è una misura dell'energia scambiata tra il generatore e la parte reattiva del carico. Si misura in VAR

Metodo dei Fasori

I fasori sono numeri complessi che rappresentano ampiezza e fase di una sinusoide.

I fasori forniscono un metodo semplice per analizzare i circuiti eccitati da sorgenti sinusoidali, passando nel dominio delle frequenze in modo tale che il transitorio sparisca.

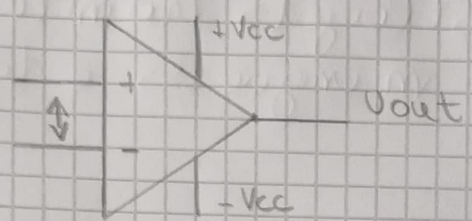
Può essere applicato se si verificano 3 condizioni:

- Generatori sono sinusoidali e isofrequenziali e i componenti passivi presenti nel circuito sono lineari
- Poiché i fasori rappresentano una sinusoide possiamo dire che pian piano che il tempo scorre, il vettore sul piano di Argand-Gauss ruota su una circonferenza di ampiezza V_M (nel caso della tensione) con una velocità angolare ω in senso anti-orario

Amplificatori operazionali

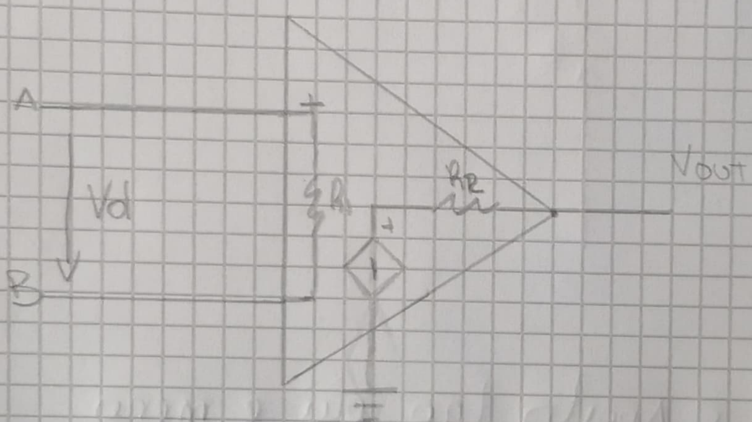
L'amplificatore operazionale è un dispositivo elettronico che si comporta come un generatore di tensione controllato in tensione.

Ho 2 ingressi uno invertente (-) e uno non invertente (+)



$$V_{OUT} = \underbrace{a_d}_{\text{coefficiente di scala (guadagno)}} V_d$$

V_d → differenza di tensione fra + e -



Per lo studio in forma ideale assumiamo che

$R_i \to \infty \Rightarrow G_i = 0$ di conseguenza ho un circuito aperto

$R_2 \to 0 \Rightarrow G_2 = \infty$ di conseguenza ho un corto circuito.

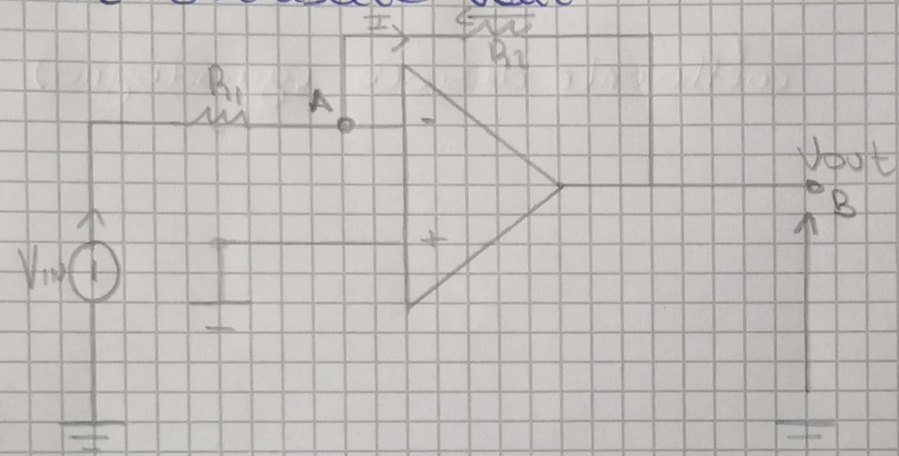
$A_d \to \infty$

Di conseguenza ho che se $A_d \to \infty$ allora $V_d \to 0$ ciò comporta che A e B si trovino sempre allo stesso potenziale ($\Delta V = 0$) ossia i morsetti di ingresso dell'amp. si comportano come se fossero virtualmente cortocircuitati infatti $i = 0$ ph ho un circuito aperto e $V = 0$ perché A e B sono equipotenziali.

Bisogna ricordare che l'amp. ha un intervallo di amplificazione ben definito imposto dalle tensioni in ingresso (assia ai vincoli di saturazione)

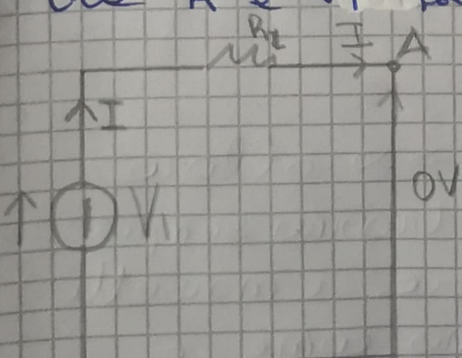
Amp. invertente

Un amplificatore invertente può esser realizzato ponendo a massa l'ingresso non invertente (+), e il morsetto invertente collegato tramite R_1 al generatore di tensione in ingresso e tramite R_2 all'uscita Vout



Considerando il c. Aperto tra più e meno so che la corrente i del generatore di tensione può passare solo su R_2 per andare su Vout.

Considerando il c.c. virtuale tra A e la massa posso creare una sola maglia tra A e V_1 per calcolare la corrente



$$I = \frac{V_1}{R_1} \qquad V_{OUT} \neq V_{IN}$$

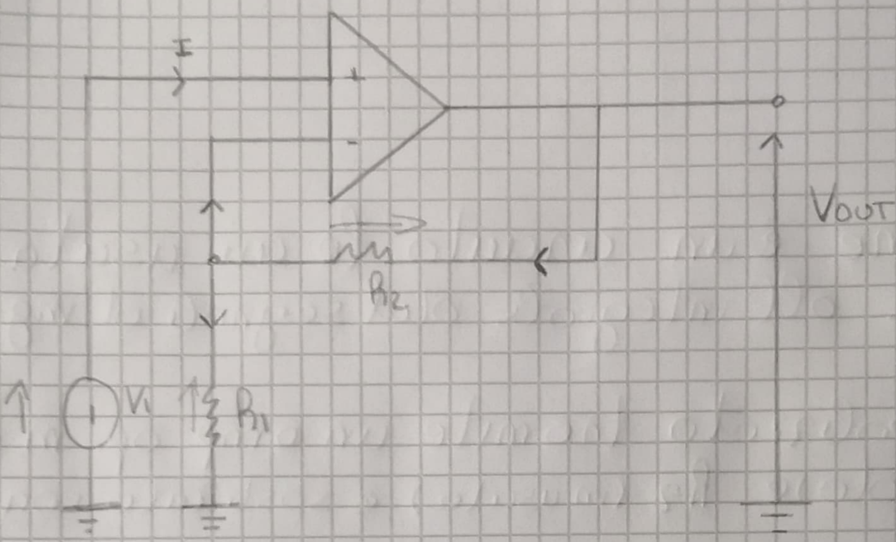
ORA APPLICO 2° PDK sulle tensioni

$V_{R_2} = R_2 \cdot I$

$$V_{OUT} + V_{R_2} = 0 \Rightarrow V_{OUT} = -V_{R_2} = -R_2 \cdot I = -R_2 \frac{V_1}{R_1}$$

Amplificatore non invertente

Il segnale d'ingresso è applicato al terminale non invertente (+) e una parte del segnale in uscita viene riportato al terminale di ingresso invertente (-)



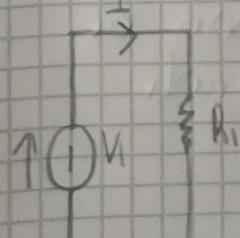
$R_2 \to 0$ quindi ho un cortocircuito

La corrente che scorre in R_2 è la stessa che scorre in R_1

Uso il secondo principio di Kirchhoff alla maglia:

$$V_{OUT} - R_2 I - R_1 I = 0$$

$$V_{OUT} - I(R_2 + R_1) = 0 \Rightarrow V_{OUT} = I(R_2 + R_1)$$

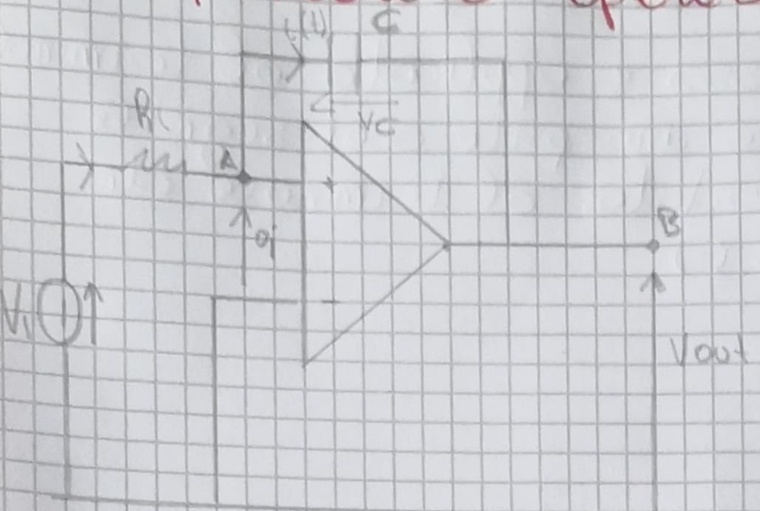


$$I = \frac{V_1}{R_1} \qquad V_{OUT} \geq 1 V_1$$

$$V_{OUT} = \frac{V_1}{R_1}(R_1 + R_2) = V_1 \frac{(R_1 + R_2)}{R_1}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow \text{vale } 1 \text{ se } R_2 = 0$$

Amplificatore operazionale integratore

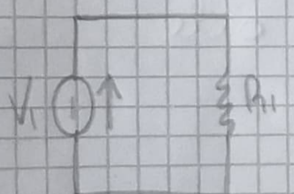


Un integratore è un circuito la cui uscita è proporzionale all'integrale del segnale d'ingresso

Può essere realizzato tramite un amp. op. in config. invertente dove R_2 (in uscita) è sostituito con un condensatore

Poiché fra + e meno ho un c.c virtuale allora posso fare 2 maglie:

- la prima contenente il generatore V_1 e R_1



da cui ricavo la corrente

$$I = \frac{V_1(t)}{R_1}$$

- la seconda contenente il condensatore; poiché Vc è cortocircuitato a massa ai suoi capi ho tutta la tensione quindi

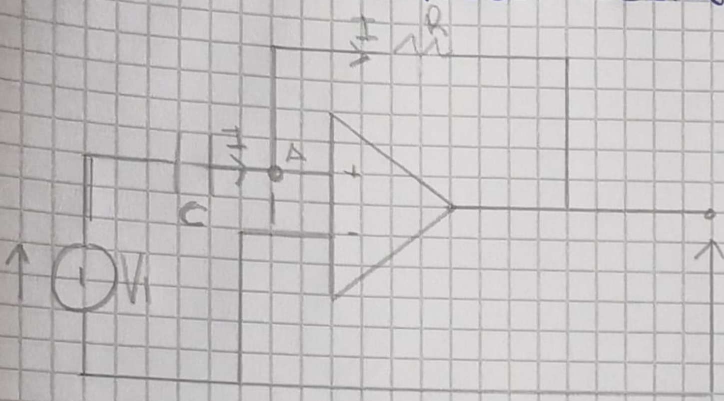
$V_{OUT} + V_C = 0 \Rightarrow V_{OUT} = -V_C$

$$V_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^T i(t)\,dt + V_C(0)$$

$$= \frac{1}{RC}\int_0^T V(t)\,dt + V_C(0)$$

Operazionale derivatore

È un circuito la cui uscita è proporzionale alla derivata rispetto al tempo del segnale in ingresso. Si ottiene dall'integratore scambiando resistente e condensatore.

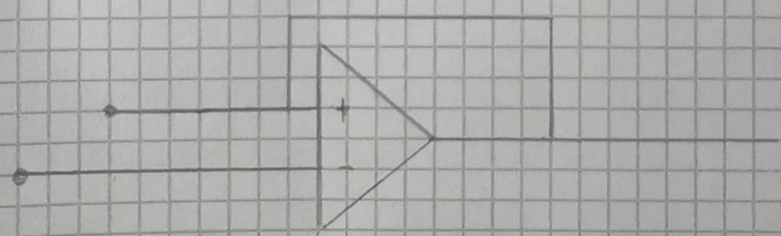


$$V_{OUT} = -Ri(t) = -V_R = -RC\frac{dV_i}{dt}$$

$$i(t) = C\frac{dV(t)}{dt} = C\frac{dV_i(t)}{dt}$$

$$V_{out} = -RC\frac{dV_i}{dt}$$

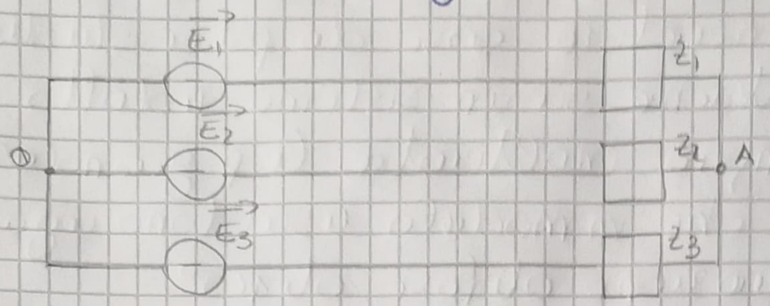
Operazionale come buffer



Poichè ho un circuito aperto tra + e - allora la corrente non può passare ($i=0$) e dato che la corrente non passa tutto ciò che collego a destra non risulta in parallelo col circuito di sx. La corrente necessaria per attivare il carico la fornisce l'amp tramite l'alimentazione Vcc+ e Vcc-

Unicità centro stella

Preso un sistema trifase con disposizione a stella dei generatori e dei carichi:



I generatori sono rappresentati da fasori

Voglio dimostrare che il punto A e il punto O sono allo stesso potenziale.
Uso il metodo dei nodi e assumo O come nodo di saldo.

$$\left[\dot{Y}_1+\dot{Y}_2+\dot{Y}_3\right]\left[\bar{V}_A\right]=\left[\dot{Y}_1\bar{E}_1+\dot{Y}_2\bar{E}_2+\dot{Y}\bar{E}_3\right]$$

$$\left[\bar{V}_A\right]=\frac{\left[\dot{Y}_1\bar{E}_1+\dot{Y}_2\bar{E}_2+\dot{Y}\bar{E}_3\right]}{\left[\dot{Y}_1+\dot{Y}_2+\dot{Y}_3\right]}$$

Nell'ipotesi di un sistema simmetrico ho:

$$\bar{E}_1+\bar{E}_2+\bar{E}_3=0$$

poichè 3 sinusoidi simmetriche nel tempo si annullano istantaneamente.

Nell'ipotesi di un sistema equilibrato ho:

$$\dot{Y}_1=\dot{Y}_2=\dot{Y}_3 \Rightarrow \frac{\cancel{Y}\left[E_1+E_2+E_3\right]}{3\cancel{Y}}$$

Quindi il sistema diventa $\frac{0}{3}=0$

Se $V_A=0\,V$ allora ho un cortocircuito tra il centro stella dei carichi e quello dei generatori

Applicativamente il fatto che fra i due centri stella io abbia potenziale nullo e dunque un cortocircuito mi permette di poter separare ogni singola linea del trifase e cortocircuitare il carico con il generatore così da poter studiare le grandezze elettriche su un sistema ridotto mantenendo comunque inalterate le grandezze sulle altre linee che in modulo risultano uguali a meno di una variazione di fase di 120°

Potenza istantanea e complessa nei trifase

- La potenza istantanea $P(t)$ assorbita da un elemento è il prodotto della tensione istantanea $V(t)$ che agisce su un elemento per la corrente istantanea $i(t)$ che scorre nell'elemento stesso. Assumendo la convenzione degli utilizzatori possiamo riscrivere questa relazione nella seguente forma: $P(t) = V(t) \cdot i(t)$.

Questo tipo di potenza tiene traccia di quanta potenza assorbe un elemento in un preciso istante di tempo e può essere calcolata per ogni istante di tempo.

Considerando un circuito alimentato da un generatore sinusoidale, calcoliamo la sua potenza istantanea usando grandezze di tensione e di corrente sinusoidali

$V(t) = V_M \cos(\omega t + \varphi_V)$ $\qquad \omega = \text{frequenza} = 2\pi f$

$I(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi_i)$

dove V_M e I_M sono i rispettivi valori di picco o, in termini di onda sinusoidale, l'ampiezza e φ_V, φ_i sono gli angoli di sfasamento di corrente e tensione. ($\varphi_V - \varphi_i \to$ sfasamento)

Riscrivo la formula della potenza istantanea come

$P(t) = V(t) i(t) = V_M I_m \cos(\omega t + \varphi_V) \cos(\omega t + \varphi_i)$ $\qquad \frac{1}{2}\left(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}\right)$

Che tramite la formula di eulero per il coseno trasformo in:

$$P(t) = \frac{V_M I_M}{2}\left[\underbrace{\cos(\varphi_V - \varphi_i)}_{\text{fattore di potenza}} + \cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_i)\right]$$

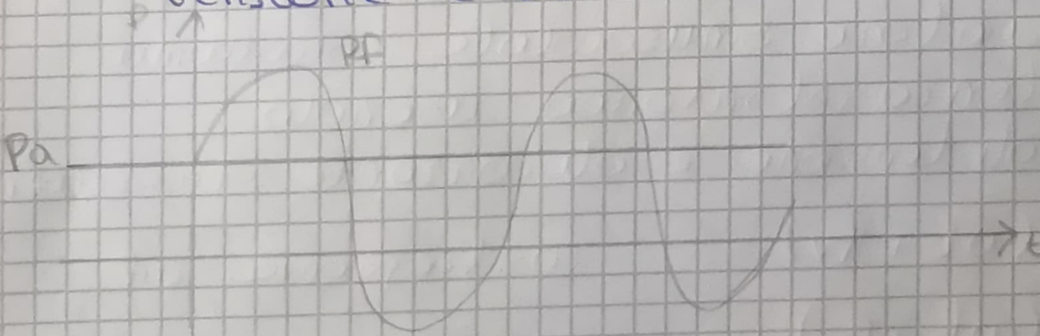
Posso ulteriormente riscriverlo come:

$$P(t) = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi_V - \varphi_I) + \frac{V_M I_M}{2} \cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I)$$

da questa formula emerge che la potenza istantanea è data dalla somma di due potenze:

- La potenza attiva (Pa) $\frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi_V - \varphi_I)$ che risulta essere costante in ogni istante di tempo e dipende solamente dallo sfasamento tra corrente e tensione

- La potenza fluttuante (Pf) $V_M I_M \cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I)$ è una grandezza sinusoidale la cui frequenza è 2ω ossia il doppio della frequenza della tensione e della corrente



La potenza media è la potenza istantanea calcolata su un Periodo T

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)\,dt$$