Elettronica & Elettrotecnica

Email prof: riganti@uniroma3.it

ESTLAB

COMUNICAZIONI AGLI STUDENTI. DATE ESONERI ELETTROTECNICA ED ELETTRONICA: DATE APPELLI DI "MATEMATICA PER L'INGEGNERIA ELETTRONICA": Le prossime date degli appelli del modulo di GEOMETRIA (Matematica per l'Ingegneria elettronica), sono: - 25 Giugno 2019 ore 15:00, aula N18 - 15

http://www.sea.uniroma3.it/elettrotecnica/

▼ Libri

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/20bf9a99-ad5f-4e1a-89b5-450ca6e0d7bb/Circuiti_elettrici_3th_(C._K._Alexander_-_M._N._O._Sadiku).pdf

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/c46948e0-8e21-481d-9b90-2757df6da5d8/Laudani_Riganti_Quaderno_di_appunti_di_Elettrotecnica_web_version_compressed.pdf

---

Istruzioni per l'uso degli appunti

- In nero(o in bianco usando il dark mode) vi sono i punti presenti all'interno del programma pubblicato dal docente qui e qui
- In rosso sono argomenti spiegati dal docente in più rispetto al programma
- In giallo gli esercizi
- in verde le domande richieste all'esame

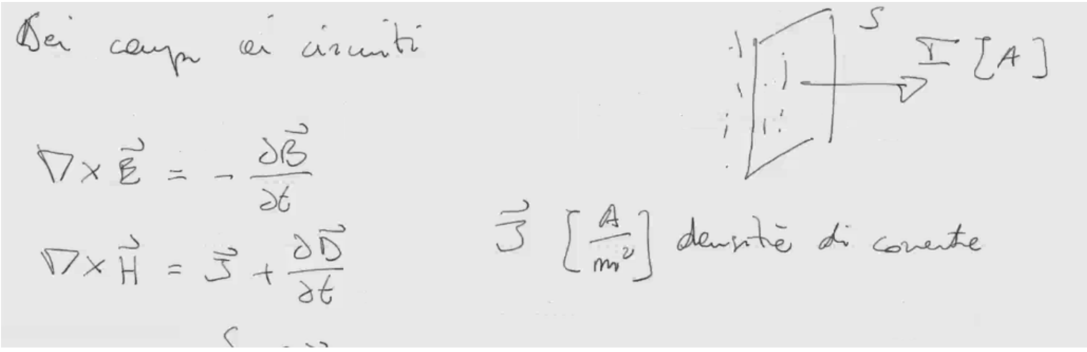
Primo modulo

▼ Dai campi elettromagnetici ai circuiti elettrici: condizione di stazionarietà

▼ Perchè da un sistema con equazioni di Maxwell si può passare ad un circuito elettrico? (ovvero un sistema a parameteri concentrati)

Per arrivare a sistemi elementari bisogna passare per delle approssimazioni delle equazioni di Maxwell(esse sono un gruppo di equazioni ovvero 2 rotori).

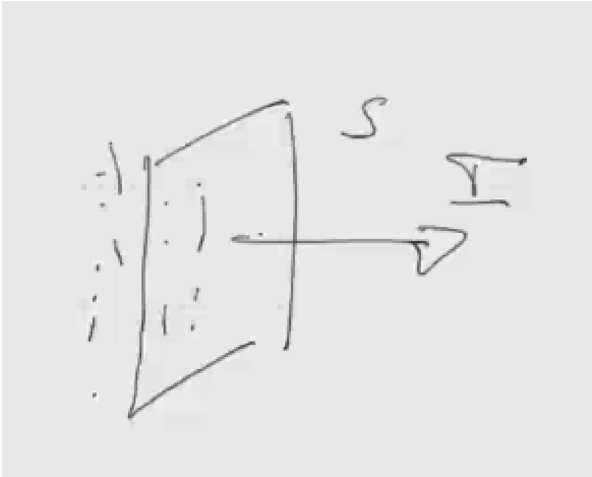
- il rotore di E (del campo elettrico)
- il rotore di H (del campo magnetico)



Attraverso questi rotori arriveremo alla definizione dei *Principi di Kirchhoff*

- I è una corrente, J è la densità di corrente e H è un campo magnetico

La corrente elettrica è di fatto uno spostamento di cariche, esso è il **numero di particelle elettriche che passa attraverso una superficie S nell'unità di tempo t**



- Che legame c'è tra I e intensità di corrente ?

  J è chiamata *densità di corrente*

- Se ho una superficie generica come calcolo l'intensità della corrente?

  Con la densità di corrente, perchè esso è il numero di elettroni che passa nell'unità di tempo e di superficie. Se sommo tutti gli elettroni che passano in questa superficie, ho l'intensità di corrente.

- Come passo da densità di corrente a intensità di corrente?

$$I = \int_S \vec{J}\, d\vec{S} = \int_S \vec{J} \cdot \underbrace{\hat{n}\, dS}_{d\vec{S}}$$

  Attraverso questo integrale, in cui J è il vettore densità di corrente, e ds è il differenziale del vettore della superficie

> Se ho quindi la densità di corrente J, ho un'informazione superiore, dunque qualsiasi superfice prendo posso ricavare il flusso del vettore J lungo quella

> superficie, questo è il concetto fisico della densità di corrente.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Ma sappiamo che studiare le equazioni di Maxwell è molto complicato, useremo allora un modello più semplice premettendo che siano soddisfatte delle condizioni particolari.

- ▼ Condizione di stazionarietà

  La condizione menzionata viene chiamata condizione di stazionarietà, essa ci consente di ottenere i principi di Kirchhoff per derivate temporali nulle, ovvero per circuiti che non variano nel tempo.

  - ▼ Ma di cosa si tratta?

    Una condizione di stazionarietà è quella in cui le grandezze in gioco sono tutte costanti. Dunque se andiamo a considerare la derivata rispetto a una grandezza costante nel tempo essa sarà 0.

    Nella formula:

    $$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

    $$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

    Porremo:

Quindi con la condizione di stazionarietà dalle equazioni di Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = \emptyset$$
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

> Le batterie rientrano nelle condizioni di stazionarietà, poichè hanno tensione costante.

▼ Perche studiare i circuiti?

▼ Principi di Kirchhoff

1. **principio *alle correnti* (somma delle correnti)**

▼ Introduzione al primo principio

Per capire il primo principio di Kirchoff ci studiamo la seconda delle equazioni ottenute da:

$$\nabla \times \vec{E} = \emptyset$$
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

Che è descritta dall'integrale:

▼ Appendici

▼ Che cos'è una divergenza di campo F?

Operatore differenziale che calcola le derivate parziali rispetto alle singole componenti. Esso è uno scalare, un valore numerico(somm di valori).

$$\nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

Poichè un campo

$$\int_{S_V} \vec{J} \cdot \hat{m} \, dS_V$$

Facendo l'integrale avró una corrente attraverso questa superficie chiusa, ma essa è uguale a:

$$\int_{S_V} \vec{J} \cdot \hat{m} \, dS_V = \int_V \nabla \cdot \vec{J} \cdot dV$$

Sostituisco a J il rotore che la descriveva

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

E scopro che la **divergenza di un rotore è sempre 0**

$$\int_{S_V} \vec{J} \cdot \hat{m} \, dS_V = \int_V \nabla \cdot (\nabla \times H) \cdot dV = \varnothing$$

Quindi presa la superficie Sv e partizionata la stessa, posso sommare gli integrali di ogni pezzettino.

vettoriale avrà le 3 componenti del vettore, solo che in un campo Fx(con 3 componenti):

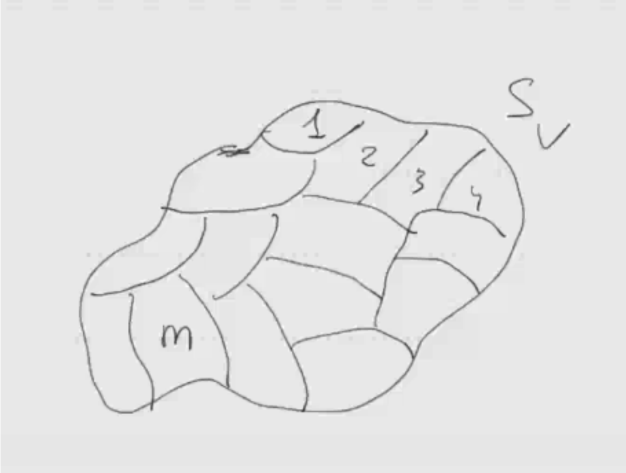
$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

$$F_x = f_x(x, y, z, t)$$
$$F_y = f_y(x, y, z, t)$$
$$F_z = f_z(x, y, z, t)$$

Il rotore di F è dunque è un vettore invece di uno scalare(anzi un versore, ovvero un vettore di modulo 1).

▼ Che cos'è la derivata temporale di un campo vettoriale?

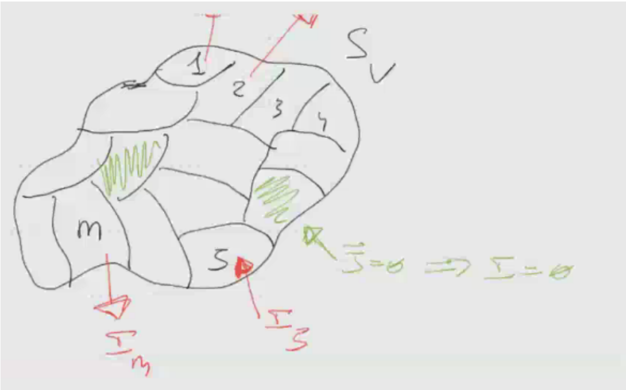
Essa è la derivata di un campo F rispetto al tempo, è la derivata delle componenti X,Y e Z. Anche esso è un vettore le cui componenti sono derivate



Se faccio ovviamente la somma degli integrali sa 1 a m, avrò l'integrale complessivo. Posso quindi sommare tutti i contribuiti degli integrali per la partizione. Per ogni pezzettino otterrò una corrente Iesima con valore dipendente da J.

$$\int_{S_V} \vec{J}\cdot\hat{m}\, dS_V = \sum_{i=1}^{M} \int_{S_{V_i}} \vec{J}\,\hat{m}\, dS_{V_i}$$

La corrente sarà non nulla, laddovè la densità di corrente sarà 0.(le correnti possono essere entranti ed uscenti)



▼ il primo principio

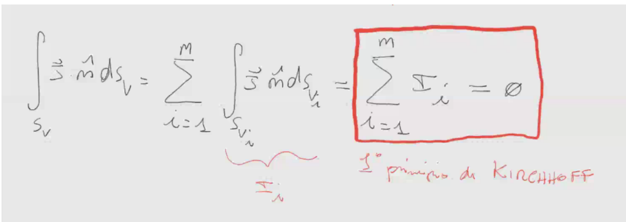
rispetto al tempo:

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} = \left(\frac{\partial F_x}{\partial t}\hat{i}, \frac{\partial F_y}{\partial t}\hat{j}, \frac{\partial F_z}{\partial t}\hat{k}\right)$$

▼ Cosa è un rotore?

Esso risponde alla domanda "di quanto il campo sta ruotando?" Il rotore del campo F ti da **l'indice dei valori di qual'è la rotazione del campo F.** Essa è un'estrazione tipica di fluido dinamica, utile per sapere un fluido di quanto sta ruotando. **Il rotore è un modello matematico che da l'informazione del campo quanto sta ruotando.** Campi che sembrano non ruotare sono

Abbiamo capito che ogni integrale è un flusso di corrente entrante, uscente o nullo e da una densità di corrente possiamo giungere alle correnti, ciò ci permette giungere al primo principio di Kirchhoff.



Se prendo una superficie chiusa S qualsiasi, avró delle correnti che entrano, escono o sono nulle. Dalla numero 1 alla n, vado a vedere tutte le correnti di una superficie.

> *La somma algebrica delle correnti entranti e uscenti di una superficie chiusa è sempre 0.*

(Somma algebrica, ovvero correnti entranti e uscenti)

Esso è espresso in Ampere I[A]

- Come le prendo queste correnti? Positive o negative?

  Il fatto che le correnti siano entranti e uscenti non vanno ad alterare questo principio.

  - Correnti entranti +
  - Correnti uscenti -

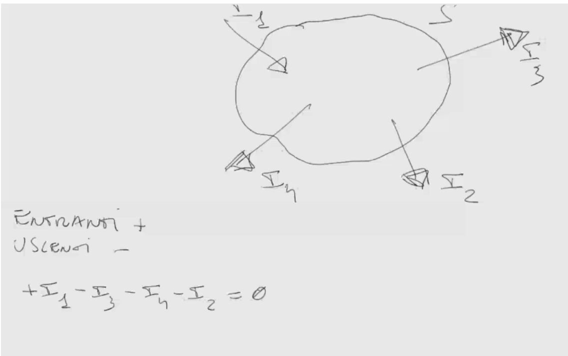
  Decidendo questa convenzione otterremo ad esempio qualcosa del genere:

campi irrotazionali ovvero che essi sono rotori che hanno valore 0.

▼ Cosa è un Integrale circuitale?

Immaginare che un integrale sia in un intervallo in una curva nello spazio, se divido la curva nello spazio, ho tanti pezzettini. Ma l'integrale circuitale è un integrale chiuso, ovvero un circuito. Faccio una circuitazione. Mentre giro intorno alla curva ritorno al punto d'inizio A.

Ingrandisco la curva, prendo il campo elettrico e facendo il prodotto scalare, ottengo la proiezione in rosso lungo l e lo moltiplico



Prendendo invece

- Correnti entranti -
- Correnti uscenti +

Avremo:

$$+I_1 - I_3 - I_4 - I_2 = 0 \iff -I_1 + I_3 + I_4 + I_2 = 0$$

Osserviamo dunque che la somma delle correnti entranti ed uscenti è zero.

2. **principio *alle tensioni* (somma delle tensioni)**

▼ Introduzione al secondo principio

Avevamo prima preso in esame la seconda equazione, ora trattiamo la prima.

Prendiamo la prima equazione(rotore per il campo elettrico):

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

▼ Teorema di Kelvin-Stokes

L'integrale circuitale lungo una curva chiusa nello spazio lamba è:

per dl e lo faccio per tutti i punti della circuitazione. Questa è la circuitazione del campo E.

▼ Cos'è un campo irrotazionale?

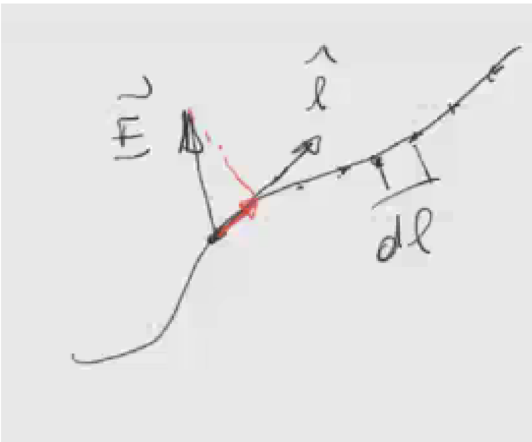
Il campo Irrotazionale è un campo conservativo, nel campo fisico se non c'è attrito il campo è conservativo, se c'è attrito devo consumare energia per tornare allo stesso punto.

$$\oint_{\lambda} \vec{E} \cdot \hat{l} \, dl =$$

E sappiamo che la circuitazione del campo elettrico lungo una linea di una superficie lamba è uguale all'integrale:

$$\oint_{\lambda} \vec{E} \cdot \hat{l} \, dl = \int_{S_\lambda} (\nabla \times \vec{E}) \hat{n} \, ds_\lambda$$

In cui, *l* è il vettore, *dl* è il differenziale fra i vari punti.



▼ Campi elettrici

Sapendo che il campo elettrico è uguale a forza su unità di carica:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Moltiplicando il campo elettrico per il differenziale fra i vari punti avremo dunque:

$$E \cdot dl = \frac{F \cdot dl}{q} \quad \text{LAVORO (ENERGIA)}$$

ovvero un lavoro per unità di carica q, come se per ogni elettrone ottengo una certa quantità E per avere uno spostamento per dl.

> Un campo elettrico in condizioni di stazionarietà è un campo conservativo, dunque il lavoro di un campo elettrico per spostarmi da un punto allo stesso punto è 0.

Se partiziono la curva fino al pezzo n(e li chiamo delta1, delta2, etc...), se la curva la spezzo in n curve complessive, essa la posso scrivere come la somma di vari integrali.

Posso scrivere che l'integrale circuitale di ogni pezzo che è uguale alla serie come precedentemente fatto:

$$\oint_{\lambda} \vec{E}\cdot\hat{l}\,dl = \sum_{i=1}^{M}\int_{\Delta s_i}\vec{E}\cdot\hat{l}\,dl$$

Ed ogni singolo pezzo è una differenza di energia ed in fisica questo deltalavoro è una differenza di potenziale che posso esprimere in questo modo:

$$\oint_{\lambda} \vec{E}\cdot\hat{l}\,dl = \sum_{i=1}^{M}\int_{\Delta s_i}\vec{E}\cdot\hat{l}\,dl = \boxed{\sum_{i=1}^{m} V_i = 0}$$

2° principio di Kirchhoff

- secondo principio

  Notiamo dal risultato ottenuto precedentemente, che la somma algebrica delle tensioni in un circuito deve essere uguale a zero.

  $$\oint_{\lambda} \vec{E}\cdot\hat{l}\,dl = \sum_{i=1}^{M}\int_{\Delta s_i}\vec{E}\cdot\hat{l}\,dl = \boxed{\sum_{i=1}^{m} V_i = 0}$$

  2° principio di Kirchhoff

  V è la tensione espressa in Volt [V], ovvero la differenza di potenziale (d.d.p.) per unità di carica, ovvero di quante cariche passerrano, cioè quanta corrente.

  > *Preso un percorso chiuso nello spazio, se faccio la somma di tutte le differenze di potenziale (al di là*

> *del numero di pezzi in cui io possa spezzarlo) mi verrà sempre zero*

- Una tensione è una differenza di potenziale.

Esempio

La differenza di potenziale è un'energia che potenzialmente puó essere sfruttata, c'è e può essere sfruttata(come quella di una batteria da 5V che se la collego posso sfruttare potenzialmente 5V)

Nel primo principio si parla di principio alle correnti mentre nel secondo principio si parla di principio alle tensioni, essi sono i principi di base dei circuiti.

▼ Zone circuitali

Da un punto di vista fisico un circuito si presenta come una connessione di elementi o componenti elettrici (o elettronici).
Ogni componente è collegato agli altri attraverso almeno due conduttori filiformi che chiamiamo terminali oppure morsetti.
Gli elementi possono essere attivi e passivi. Si dicono attivi gli elementi in grado di fornire energia alla rete, quali i generatori di tensione e di corrente. Gli elementi passivi sono invece caratterizzati dalla proprietà o di dissipare potenza sotto forma di calore per effetto joule, come le resistenze, o di accumulare energia elettrostatica o magnetica, rispettivamente come i condensatori e gli induttori.

▼ Condizione di quasi-stazionarietà

Avevamo visto che:

in condizioni di stazionarietà

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{dB}{dt} \qquad \text{per } \nabla \times \vec{E} = \emptyset$$

- ▼ Ma cosa vuol dire esser in condizioni di stazionarietà?

  Essa identifica la condizione in cui considero costanti i rotori di H (per il teorema di Gauss da cui deriva il primo principio di Kirchhoff) ed E (per il teorema di Kelvin-Stokes da cui deriva il secondo principio)

  1° principio

  $$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

  somma delle correnti

  2° principio

  $$\sum_{i=1}^{n} V_i = 0$$

  somma delle tensioni

  Le condizioni di stazionarietà possono essere soddisfatte per segnali continui, ma un circuito elettronico riesce a gestire anche segnali non costanti.

- ▼ Come possono funzionare i circuiti con segnali non continui?

  Per far si che il sistema sia costante ed i calcoli siano vicini alla realtà i modelli matematici possono simulare la realtà.

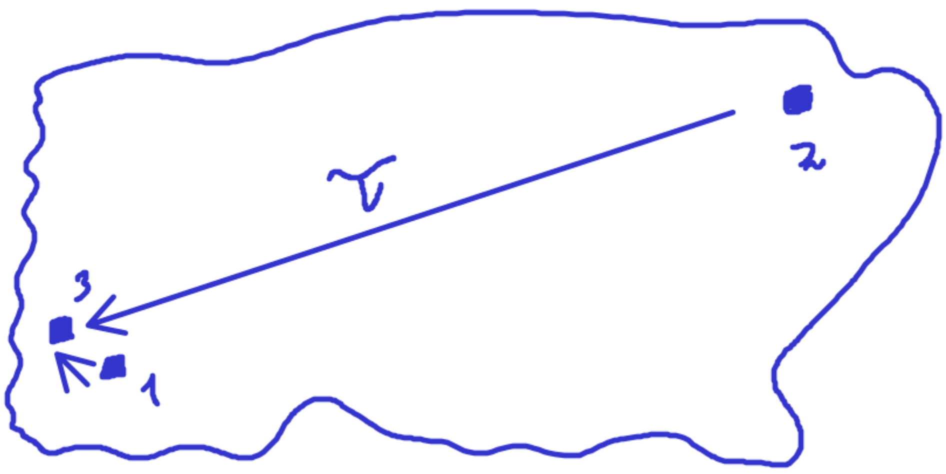
  Applicando i principi di Kirchhoff vedremo che i risultati di quei calcoli saranno validi sino a un certo limite, questo confine è chiamato **Ipotesi di quasi-stazionarietà**.

  - ▼ Che succede se faccio variare i campi sinusoidalmente?

    I campi si influenzando a vicenda anche attraverso la propagazione.

  Esempio

  Può avvenire nella progettazione di un circuito, che vi sia un ritardo dei segnali inviati da un punto all'altro del circuito, ma agendo sullo spazio e riducendo le distanze fra i vari punti del circuito riesco ad ovviare a questo problema. Esso è noto come **problema di propagazione elettrica.**



Vediamo che dal punto 1 al 3 il tempo è trascurabile, mentre dal 2 al 3 ho $t0+\tau$.

L'ideale sarebbe dunque che $\tau \rightarrow 0$.

Posso cercare di risolvere questo problema rimpicciolendo la scheda, abbassando quindi i tempri di ritardo. Ciò a portato alla miniaturizzazione dei circuiti, come le CPU.

Tra i vantaggi della miniaturizzazione circuitale:

- rendere dispostivi piú piccoli
- avere piú memoria in minor spazio
- avvicinarmi all'ipotesi di quasi-stazionarietà

È importante dunque stare all'interno dell'ipotesi di quasi stazionarietà, poichè uscendo da essa avrei problemi di surriscaldamento e non potrei piú avere una propagazione elettrica all'interno dell'ipotesi.

Questa ipotesi spiega come i circuiti elettrici a basse frequenze riescano ad estendersi per chilometri, rimanendo nell'ipotesi di quasi-stazionarietà (rete di casa 50 Hz).

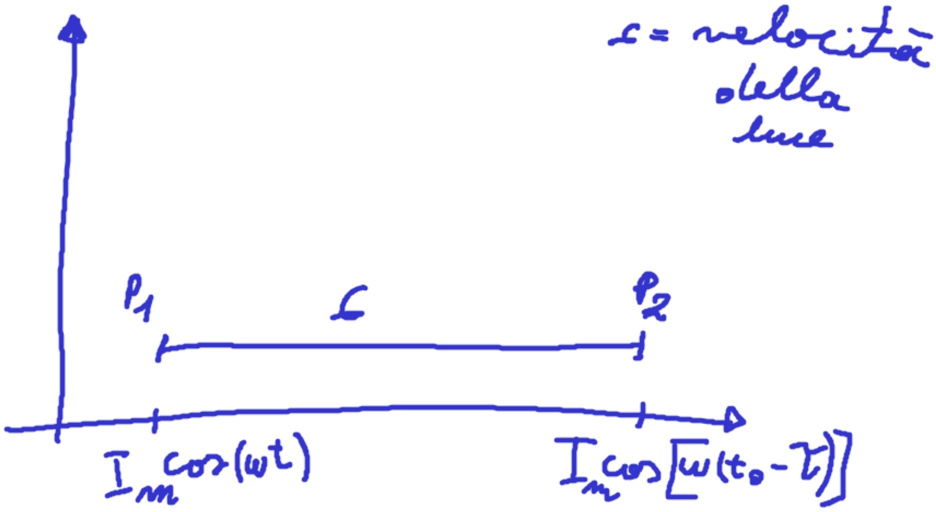
> Costruire dispositivi più piccoli serve per cercare di aumentare sempre di piú la frequenza di funzionamento del circuito stesso, ed aumentare dunque la velocità di elaborazione.

▼ Ma percheè dovrei rimpicciolire un circuito se aumento la frequenza?

Stiamo producendo processori in parallelo, con piú core perchè non riusciamo piú a rimpicciolire i circuiti.

Ovvero, come farei a capire se posso usare i principi di Kirchhoff?

Come faccio a capire quando sono in condizioni di quasi stazionarietà?



vorrei che $\tau = 0$

quindi $\omega\tau \to 0$

Vorrei dunque che il segnale ai due punti P1 e P2 arrivi con un ritardo minimo. Sapendo che c è la velocità della luce, saprò che il ritardo è velocità per il tempo.

Il ritardo massimo che potrò avere sarà τmax.

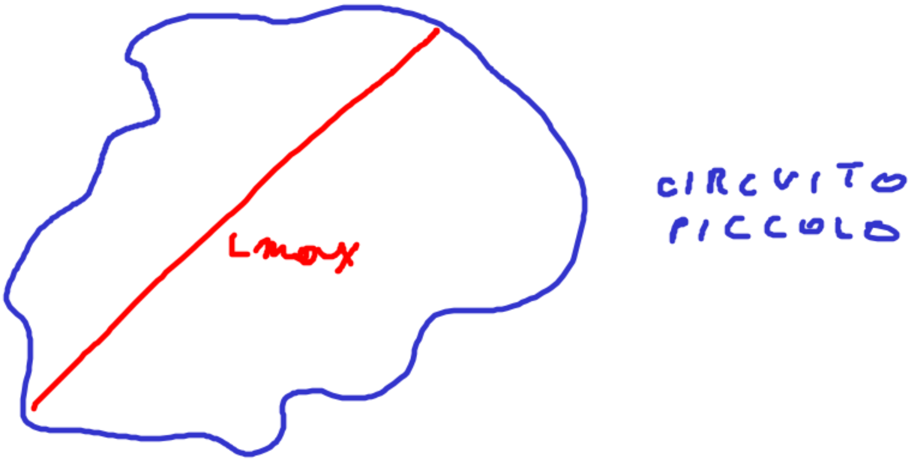
Voglio che $\omega\tau \to 0 \Rightarrow \omega_{max} \cdot \tau_{max} \to 0$

- Cos'è ?

  è il tempo di ritardo massimo all'interno di un circuito.

  In un circuito piccolo avrò sicuramente un ritardo minore di un circuito grande.

  La distanza piú lunga del circuito è L, allora automaticamente τmax, sarà il —

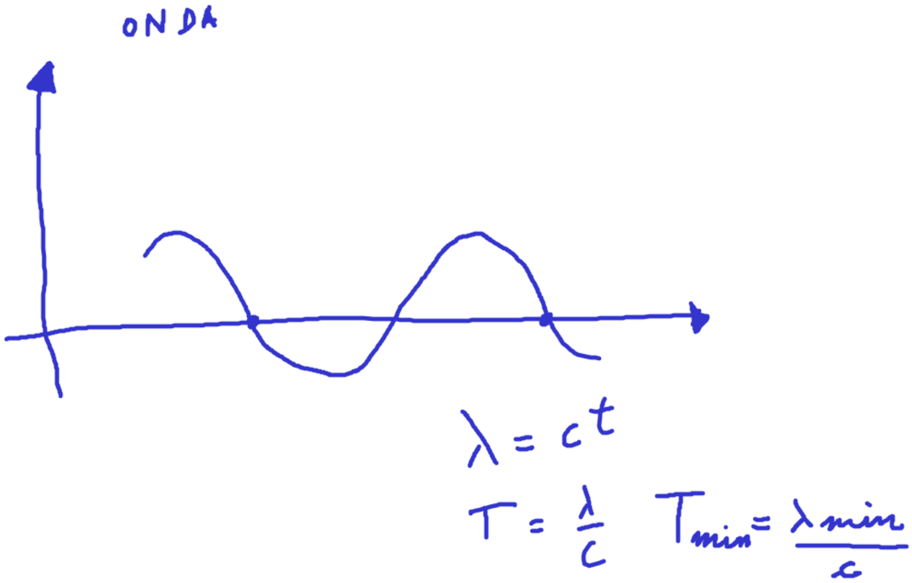


- ▼ Cos'è ?

  quindi

  - ▼ Ma cosa è ?

    Esso è il periodo minimo che può avere una frequenza all'interno di un circuito che si caclola con



Esistono piú frequenze ed io vado a calcolare la frequenza minima a cui potrà andare il circuito per soddisfare l'ipotesi di quasi-stazionarietà.

ma sapendo come calcolarlti riusciamo a capire che:

semplificando c

La lunghezza massima del circuito deve essere molto minore della piú piccola lunghezza d'onda.

Ma allora i produttori di processori dato che non riescono piú a scendere sotto una certa grandezza hanno iniziato a mettere insieme piú core fra loro comunicanti per aumentare la potenza di calcolo.

> Nella condizione di stazionarietà esatta ho tutte le grandezze costanti.

> Nella condizione di quasi stazionarietà le grandezze possono variare nel tempo, ma e dunque la minima lunghezza d'onda del circuito deve essere piú grande della maggiore larghezza dello stesso.

▼ Tensione e corrente elettrica

- *V* è la Tensione (espressa in Volt(v))

  Essa come descritta nel Secondo principio di Kirkhhoff alle tensioni **è la tensione espressa in Volt [V], ovvero la differenza di potenziale (d.d.p.) per unità di carica**, ovvero di quante cariche passerrano, cioè quanta corrente.

- *I* è la Corrente (espressa in Ampere(A))

  Essa come descritta nel Primo principio di Kirkhhoff alle correnti è di fatto uno spostamento di cariche, esso è il **numero di particelle elettriche che passa attraverso una superficie S nell'unità di tempo t**

Esse sono le due grandezze utilizzata nel bipolo

▼ Definizione di bipolo

La *teoria dei circuiti* è la disciplina che studia i circuiti elettrici in due diverse maniere:

1. classici(a parametri concentrati)

   Il dispositivo in questa branca viene rappresentato matematicamente, ponendo l'interesse sui soli parametri, a livello matematico non serve sapere le dimensioni

2. (a parametri distribuiti)

▼ **Il modello a parametri concentrati**

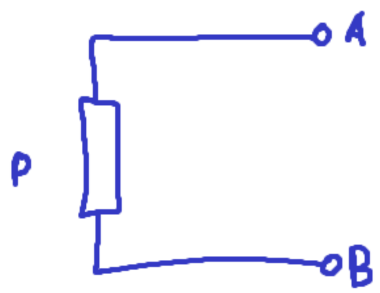
Abbiamo notato che in condizioni di stazionarietà, correnti e tensioni che si vierificano su un circuito influenzano anche un'altra parte del circuito; ora definiamo con **modello a parametri concentrati,** un modello che presenta un parametro (detto concentrato) che caratterizza un circuito. Esso è un qualcosa che puó essere modellato in modo adimensionale.

In ciò perdiamo dunque tutto l'aspetto construttivo, modellando di fatto matematicamente il circuito.

Vengono spesso utilizzati i parametri che caratterizzano dispositivi diversi, ma in genere noi tratteremo di dispositivi con un singolo parametro.

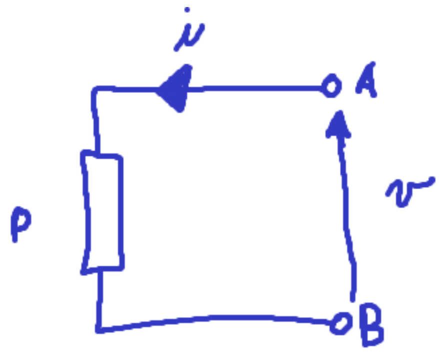
▼ **Ma cosa è monolitico per un circuito elettrico?**

Il bipolo è l'elemento alla base di qualsiasi circuito elettrico, esso è l'elemento piú semplice di un circuito elettrico ed è in genere cosí rappresentato:



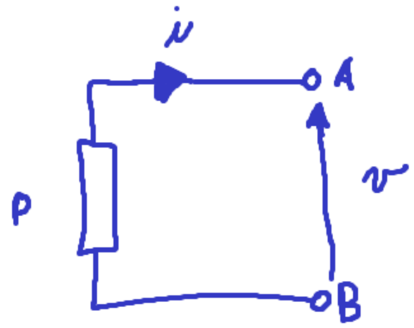
Ogni bipolo è diverso, P viene detto *Parametro concentrato*, ed i due terminali sono positivo e negativo denominati poli.

La tensione e la corrente sono le grandezze utilizzate per il bipolo ed esse sono espresse dai versi indicati



In questa rappresentazione il polo A ha la corrente entrante, anche la tensione ha un verso in questo ha l'energia potenziale è maggiore in A rispetto a B

Qualora in questo caso dovesse entrare la corente in A io la inserirei in senso positivo, se dopo il calcolo essa risulta negativa, significa che in realtà la dovrei scrivere in senso opposto(uscente da A)



Capiamo dunque che il - e il + hanno il significato di rappresentare il verso della corrente, posto un sistema di riferimento i risultati ottenuti avranno senso rispetto al sistema di riferimento scelto.

I versi sono quindi strettamente legati ai segni

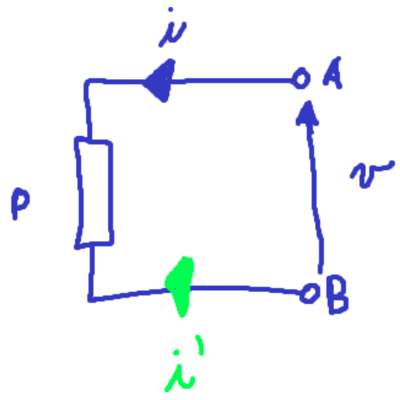
Ci saranno delle convenzioni che ci aiuteranno a definire i versi da impiegare

Per studiare il funzionamento fisico dei circuiti utilizziamo i principi di Kirkhhoff.

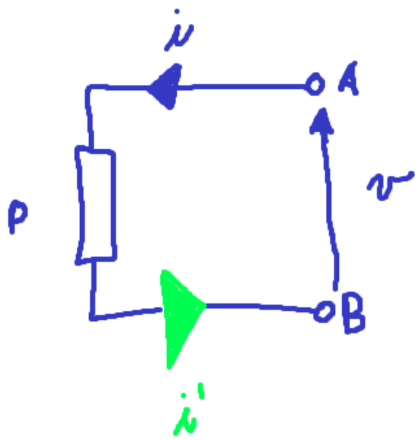
Il bipolo è sempre collegato ad un circuito, sennò la corrente non potrebbe scorrere

▼ Curiosità*: come devo posizionare le frecce della corrente?*

Applicando il primo principio di K. (alle correnti) sul circuito sottostante



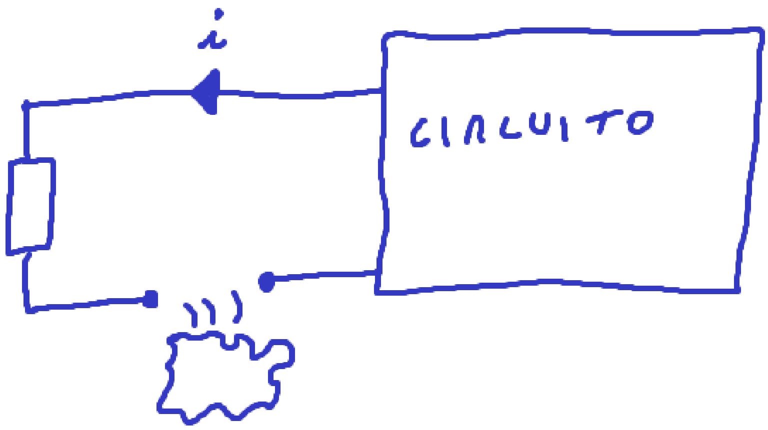
Scopritò che dunque la corrente di *i'* sarà opposta a quella di i e dovrò dunque posizionare la freccia nel senso opposto



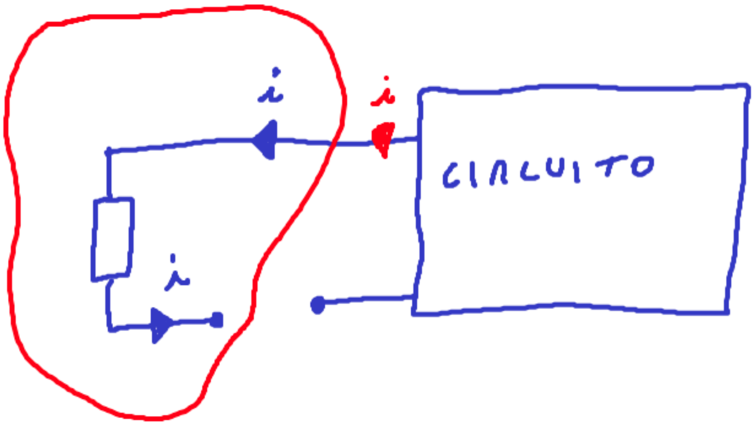
Sono dunque obbligato a porre le frecce in un unico verso per legarmi ai versi che corrispondono alla realtà fisica

▼ Curiosità: *differenza nella considerazione dei modelli (modello idraulico e modello elettrico)*

A differenza del sistema idraulico in cui se un tubo non è collegato, se un circuito è aperto non vi è comunque un flusso di elettroni, ma il flusso risulta totalmente mancante.



Ciò è possibile confermarlo applicando il primo principio di Kirkhhoff che stabilische che la "somma delle correnti entranti ed uscenti debba essere uguale a zero"



Se un polo non risulta quindi collegato la corrente risulterà da entrambi i poli nulla, non avendo dunque un flusso di elettroni.

▼ *Esempio di bipolo con tensione costante, ma con corrente che cambia solamente collegando i due poli*

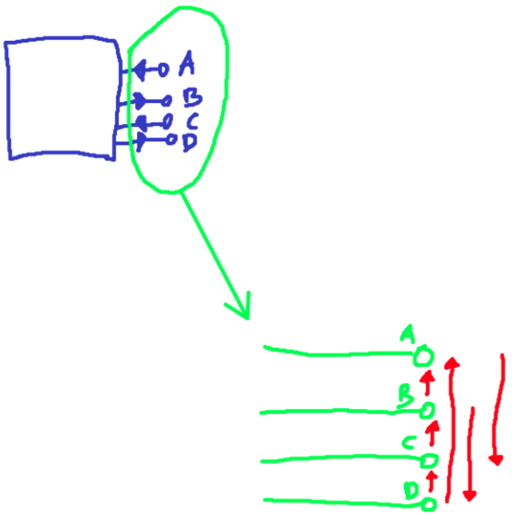
Comprando una batteria, ci accorgiamo che essa non si scarica fino a quando non colleghiamo i due poli, anche se la tensione puó essere non nulla anche se il bipolo non è collegato. (quando un bipolo non è collegato si dice che è "a vuoto".

> Quando si ha un bipolo "a vuoto" non percorso da corrente, esiste comunque sempre una differenza di

> potenziale ai poli del bipolo. Essa è potenzialmente sfruttabile collegando i due poli a un circuito.

- Il **multipolo**

  Un multipolo è un insieme di bipoli combinati, esempi di essi sono dei chip

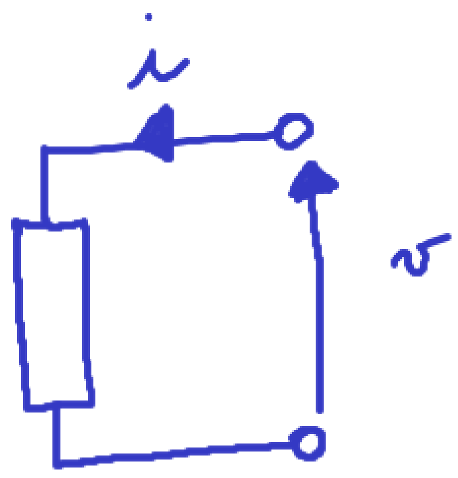
  Posso realizzare tutte le permutazioni che voglio ed avrò piú tensioni possibili e non solo una.

  In questa configuarzione(multipolo) ho piuú bipoli opportunamente collegati, ogni tipo di multipolo è opportunamente progettato in base alla funzione(tipo il transistor o l'amplificatore)

- Convenzioni degli "utilizzatori" e dei "generatori"

  I versi delle correnti e delle tensioni possono essere posizionati a piacere ed i segni poi diranno quale sarà il verso(esso cambia infatti in base al sistema di riferimento)

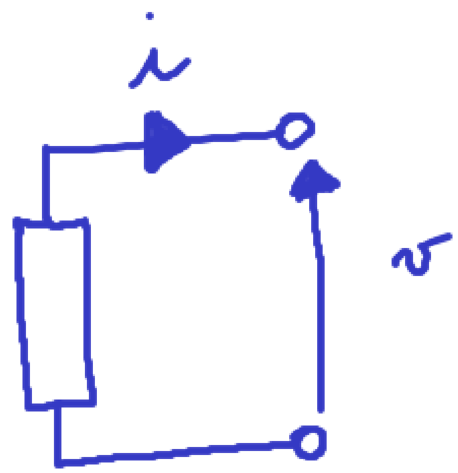
  - **Convenzione degli utilizzatori**



La corrente è qui entrante nel bipolo, esso infatti in genere utilizza la corrente.

> La freccia della tensione indica dove la corrente entra

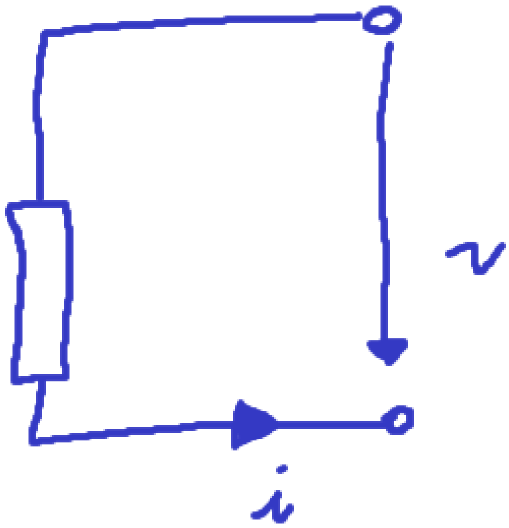
▼ **Convenzione dei generatori**



La corrente è qui uscente nel bipolo, esso infatti in genere è un generatore.

> La freccia della tensione punta dove la corrente esce

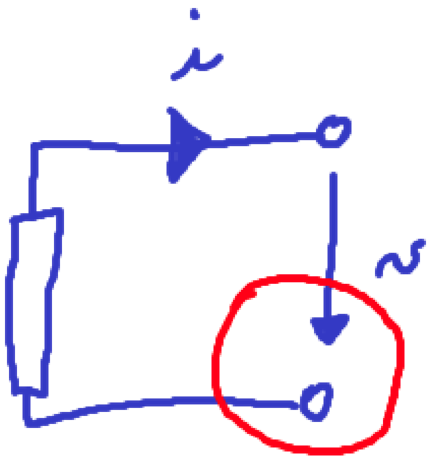
▼ In che convenzione sta questo bipolo?



▼ Risposta:

Esso dato che ha la corrente uscente dal bipolo che è indicata dalla tensione è dunque in convenzione dei generatori

▼ In che convenzione sta questo bipolo?



▼ Risposta:

Esso dato che ha la corrente uscente dal bipolo che è concorde alla tensione è dunque in convenzione degli utilizzatori

A parità di tensione vediamo che la corrente cambia verso

▼ Equazioni e leggi costitutive di un bipolo

Quando conosciamo *v* ed *i* allora conosciamo il bipolo

- ogni bipolo ha una sua caratteristica
- ogni bipolo ha una legge costitutiva
- una grandezza lega l'altra (in genere) attraverso delle equazioni

  Posso ad esempio indicare *v* in funzione di *i* (e viceversa)

  se *i=1* e *v=10*

  se *v=10* e *i=1*

  Il legame tra *v* ed *i* rimane invariato, e con il parametro concentrato P, cambierà sicuramente qualcosa.

- dovremmo descrivere le leggi costitutive di ogni bipolo che utilizzeremo

  Esse sono caratterizzate dal parametro P → utilizzeremo le equazioni caratteristiche che saranno differenti per ogni famiglia di bipolo

▼ Bipoli passivi, lineari, tempo-invarianti

I bipoli sono dunque dispositivi fisici caratterizzati principalmnte da 3 aspetti:

1. Linearità

   si dice lineare se e solo se
   (essa è definita <u>condizione di linearità</u>)

   - Se dunque le equazioni costitituitive rispettano questa legge di linearità, il bipolo si può dire "lineare", non ci saranno dunque ed ma ci saranno parametri
   - se tutti i bipoli nel circuito sono lineari, allora il circuito si dirà lineare

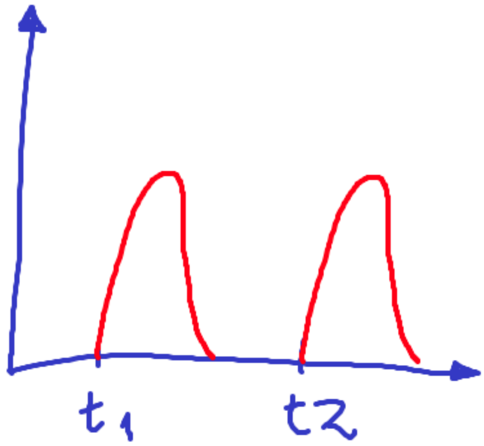
   Noi studieremo solamente circuiti lineari

2. Tempo-invarianza

   Essa è un po' come l'umore, perchè?

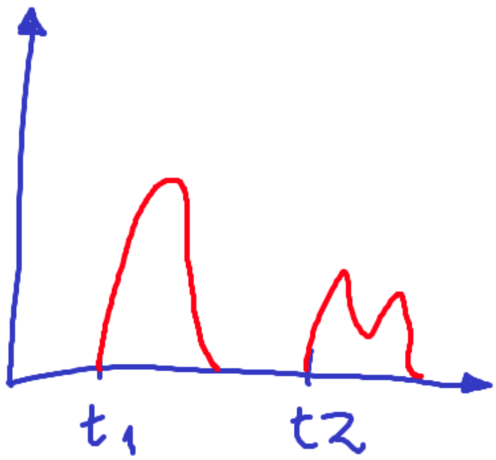
   Se per due stati diversi ho due risposte diverse il sistema si dirà *tempo-variante*

   Mentre se se il bipolo è **tempo-invariante**(permanente) avrò la stessa risposta per due istanti diversi.



Un sistema tempo-invariante

Se avessi la stessa situazione ma al secondo istante avessi una risposta diversa avrei un sistema tempo-variante



- ▼ Perchè è importante capire se un sistema è tempo-variante?

  Perchè le condizioni esterne del dispositivo possono modificare ad esempio la risposta dello stesso.

  Per alcuni ambiti serve lo studio della tempo varianza, mentre per altri(come i dispositivi militari) non serve, anzi si cerca di avere dei sistemi piú tempo-invarianti possibili.

Se tutti i bipoli di un circuito fossero tempo-invarianti, allora avrei un circuito tempo-invariante

- noi studieremo circuiti lineari tempo-invarianti

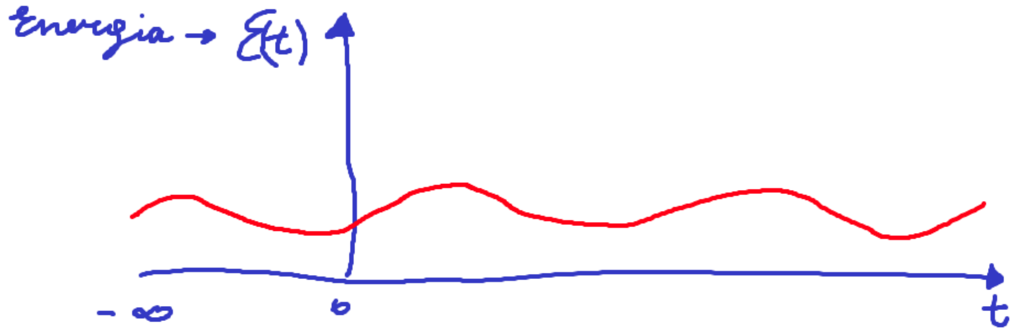
> N.B. La tempo-invarianza vale sia per la tensione che per la corrente

3. Passività

   Il bipolo è attivo o non attivo?

   Si ragiona ora sull'energia consumata o prodotta da un bipolo.

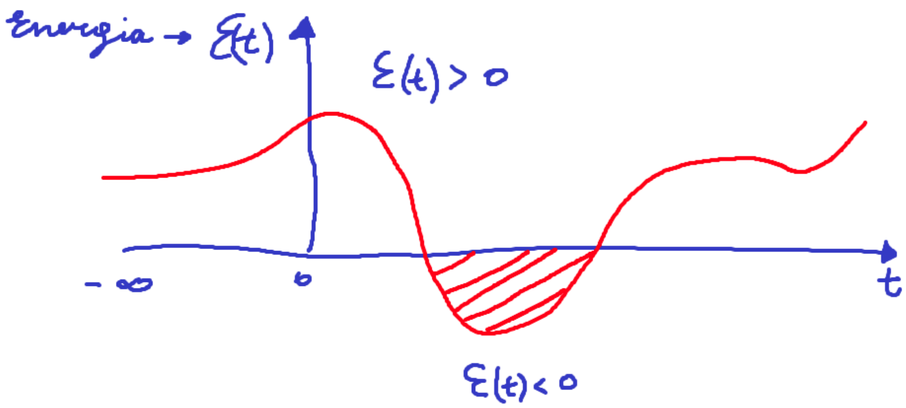
   - Un **bipolo attivo** produce energia elettrica
   - I bipoli che assorbono energia sono detti **bipoli passivi** (una stufa elettrica è un bipolo passivo e trasforma l'energia elettrica in calore, un motore è un bipolo passivo e trasforma l'energia elettrica in movimento)

   Il bipolo in esame ha sempre energia positiva(anche a) , , non cambia mai la sua energia, può essere attivo o passivo. Esso però ha sempre generato energia, e dunque sembrerebbe un bipolo attivo, invece se fosse stato un bipolo passivo avrebbe sempre assorbito energia.

   ▼ Particolari tipi di bipoli

   Esistono dei particolari tipi di bipoli (come le batterie ricaricabili) in grado di assorbire ed erogare energia, essi sono sia dei bipoli attivi che passivi, e il loro grafico dell'energia nel tempo assomiglia a questo:



Questa tipologia di bipolo tutte le volte cambia natura, dato che cambia il segno.

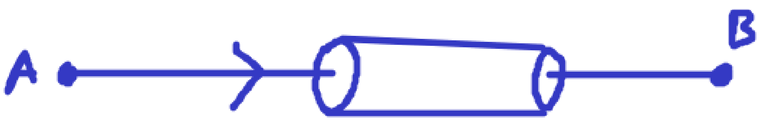
▼ Potenza istantanea

La potenza è scelta in funzione di chi la sviluppa e di chi la assorbe!

> La potenza elettrica lega l'energia ed il tempo

Essa è l'energia assorbita da un bipolo in funzione del tempo

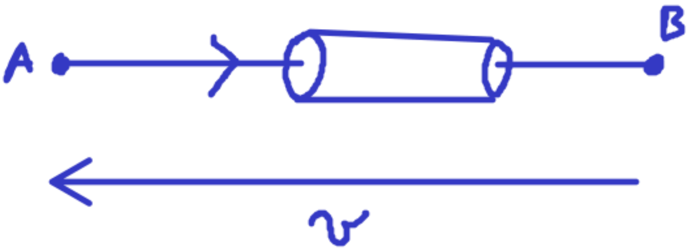
▼ Come deriviamo la potenza da *v* ed *i* ?



Essa è la quantità di carica che passa per unità di tempo

– e questa la differenza di potenziale per unità di carica

Qundi se moltiplico cosa succede (considerando che *i* è l'energia per far passare un elettrone dal punto A al punto B



Avrò che – — —— — — in cui è la potenza, —— è l'energia e —è la quantità di carica che eè passata in un certo tempo.

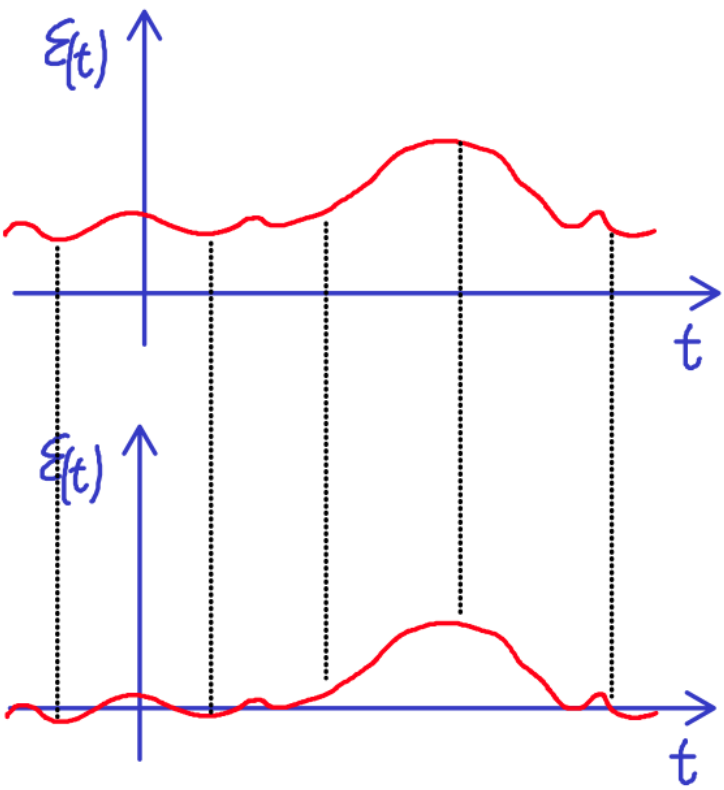
Vista la catena di uguaglianze è facile capire come — ovvero la **potenza istantanea**.

La potenza è definita istantanea poichè dipende da *t*, ovvero da ogni istante di tempo. (Esisterà ovviamente anche una potenza complessa)

Questa potenza istantanea da l'andamento della potenza fisica in funzione del tempo.

▼ Osservazione

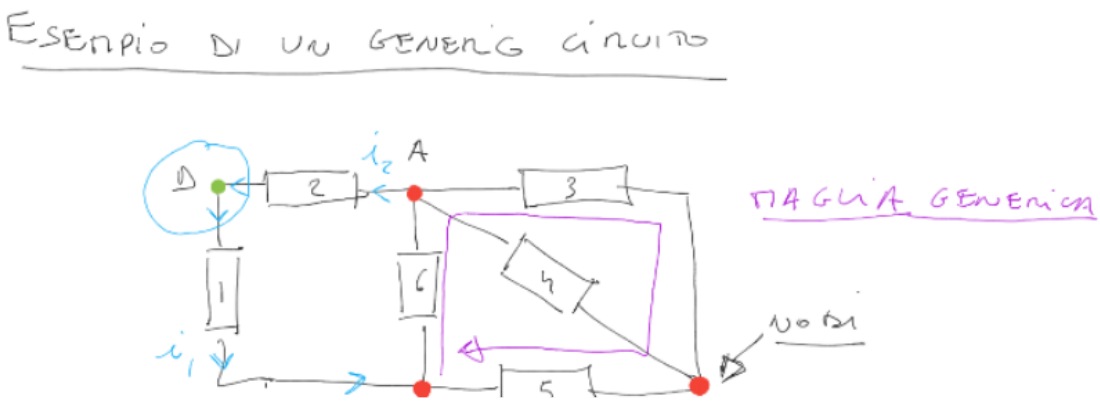
Un bipolo attivo(o passivo) puó anche avere un comportamento a tratti passivo.



Se esso ha un comportamento attivo e passivo la derivata cambierà di segno.

La potenza può dunque cambiare segno, quindi esso non è il criterio per stabilire se esso è passivo o attivo. Un bipolo attivo ad esempio, può a tratti cambiare di segno per la potenza.

▼ Cosa sono Nodi e Maglie?



▼ Nodi

NODI: In un circuito generico i punti di arrivo dei terminali dei bipoli sono chiamati **nodi**

D è ad esempio un nodo, ma tuttavia è un nodo che non aggiunge un vincolo particolare al circuito, perchè effettuando il calcolo con il primo principio di Kirkhhoff, notiamo che la corrente in blu è la stessa. Infatti allora, i1 ed i2 si dicono in serie.

NODI DI CALCOLO: mentre D non aggiunge nessun vincolo, i nodi A, B e C si dicono **nodi di calcolo**, essi li andrò ad inserire in un sistema piuú ampio e rappresenteranno un vincolo.

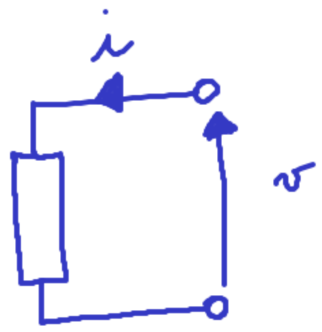
▼ Maglie

MAGLIA: Come prima avevamo definito i nodi, ora vediamo che esiste un percorso interno fra i nodi, essa è denominata **maglia**.

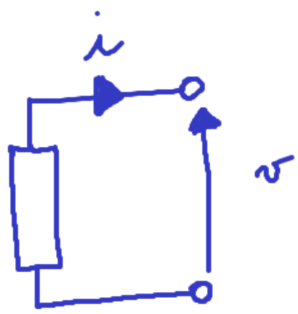
- sui nodi applicavamo il primo principio di Kirkhhoff
- sulle maglie applicheremo il secondo principio di Kirkhhoff
- (N.b. la somma di tensioni di un percorso chiuso da nodi sarà sempre uguale a zero)

Con nodi e maglie troveremo poi dei sistemi che dovremo risolvere per ottenere le tensioni e e le correnti del circuito.

▼ Potenza e convenzioni sui bipoli



Convenzione degli utilizzatori



Convenzione dei generatori

▼ Perchè utilizziamo queste convenzioni?

Come abbiamo visto la potenza istantanea è
(considerando che in condizioni di stazionarietà non considero il tempo nell'equivalenza.

Sappiamo ovviamente dell'esistenza del **principio di conservazione dell'energia**, ciò vale anche in un circuito, con componenti attivi e passivi. Il termine convenzione è stato stabilito per poter oggettivizzare il principio dell'utilizzazione o generazione dell'energia.

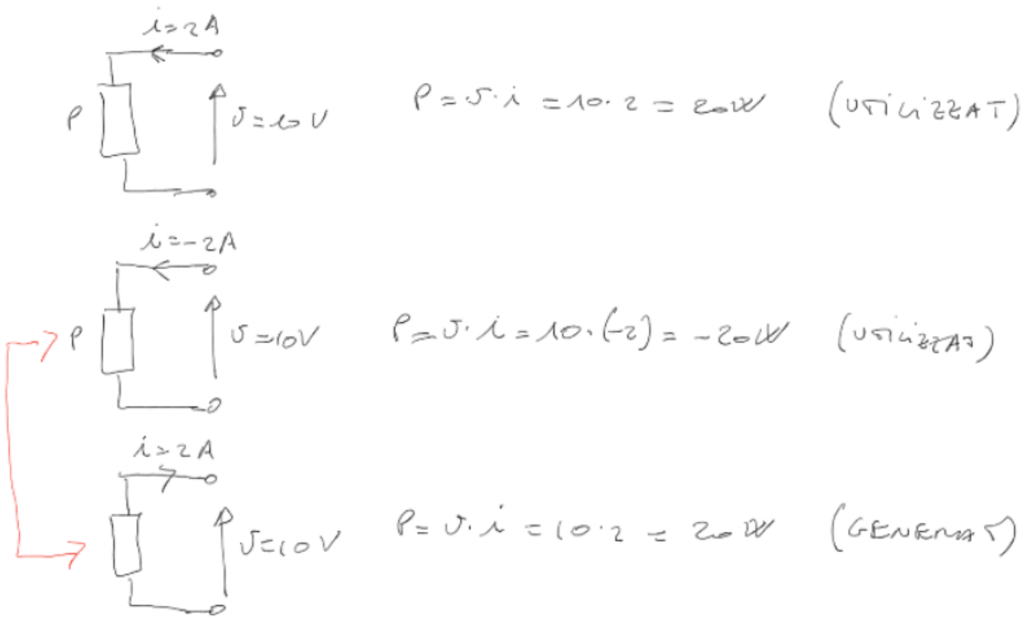
Esempio 1

- se compro una stufa elettrica, ovvero un utilizzatore, so che i 100 watt indicati sono quelli assorbiti dalla stufa.
- se compro una batteria, ovvero un generatore, so che 100 watt saranno emessi dalla stessa.

Se andassi a fare il bilancio energetico senza segni di questi due oggetti otterrei 200 watt totali, ma assumendo una delle due convenzioni otterrei che:

- uno è un utilizzatore (componenti attivi)
- l'altro oggetto è un generatore (componenti passivi)

Esempio 2

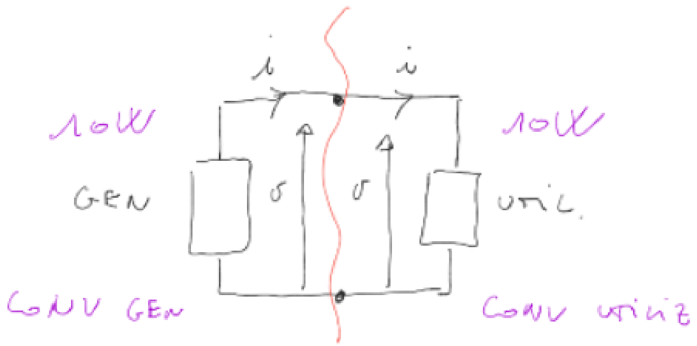


Vediamo come con lo stesso bipolo ma convenzione diversa la potenza sia l'opposto. Ciò è uguale ovviamente anche per la tenzione, cambiando dunque il verso della corrente cambia solo il segno.

> Il segno della potenza istantanea mi determinerà se la convenzione che sto utilizzando è corretta o meno

1. I segni positivi indicando una giusta convenzione sul bipolo
2. È piú comodo in generale usare delle grandezze il cui senso è positivo

Esempio 3



Vediamo come in questo circuito vi sia una sola maglia, esso rappresenta un circuito elementare che mi obbliga ad usare da una parte la convenzione dei generatori e dall'altra quella degli utilizzatori. Le due potenze considerando le due convenzioni saranno uguali.

N.b. quando faccio la verifica del bilanciamento energetico, uso una sola convenzione.

▼ Serie e paralleli di bipoli

Studiare un circuito complesso, ha la necessità di renderlo sempre meno esteso, come per la risoluzione di sistemi di equazioni. Un circuito è in realtà una rimappatura grafica basata su un sistema contenente *i* e *v*.

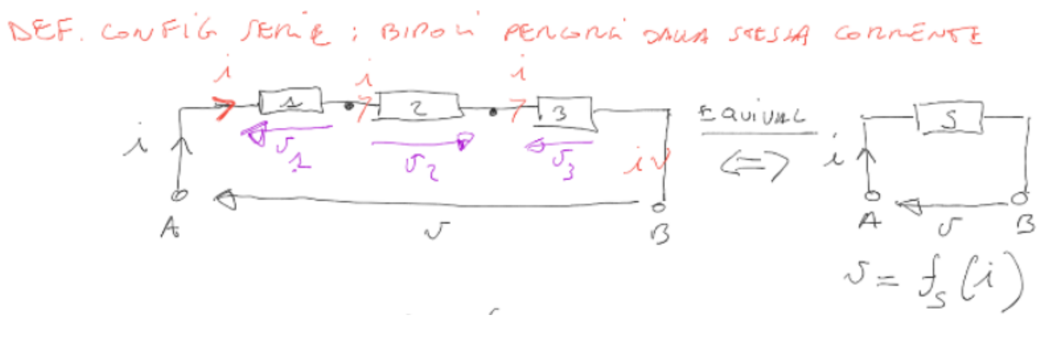
Il sistema finale che otterremo lo risolveremo con:

- i principi di Kirkhooff
- le equazioni dei bipoli in esame

Quando andremo a semplificare un circuito vedremo che ridurremo di fatto il numero di equazioni. Semplificando un circuito, avrò lo stesso circuito visto da fuori, ma con equazioni sempre piú semplici.

Non posso prendere un circuito generico e renderlo equivalente ad un altro, ma posso smontarlo e semplificare via via le parti del circuito.

▼ Modelli equivalenti: lato serie



In questo circuito abbiamo 3 bipoli con 2 nodi(non di calcolo), il bipolo 1 e 3 hanno un terminale libero.

(Sommando le correnti attraverso il primo principio di Kirkhhoff vedremo come avremo delle correnti uguali.)

Con il bipolo serie( ) voglio ottenere un legame che abbia una legge costitutiva tale che i due circuiti siano equivalenti:

▼ Come posso rendere i 3 bipoli equivalenti al bipolo serie?

- obiettivo: ottenere ( )
- soluzione: usiamo il secondo principio di Kirkhhoff alle tensioni

Vediamo come i **3 bipoli siano percorsi dalla stessa corrente**, (in parallelo saranno percorsi dalla stessa tensione)

Applicando il secondo principio di Kirkhhoff alle tensioni, Considererò il circuito come una maglia, e partendo da B andando verso A avrò il segno concorde con la tensione *v*.

Avremo quindi:

- *v* come somma algebrica delle tensioni
- ma come arriviamo ad ?

$$+v - v_1 + v_2 - v_3 = 0$$

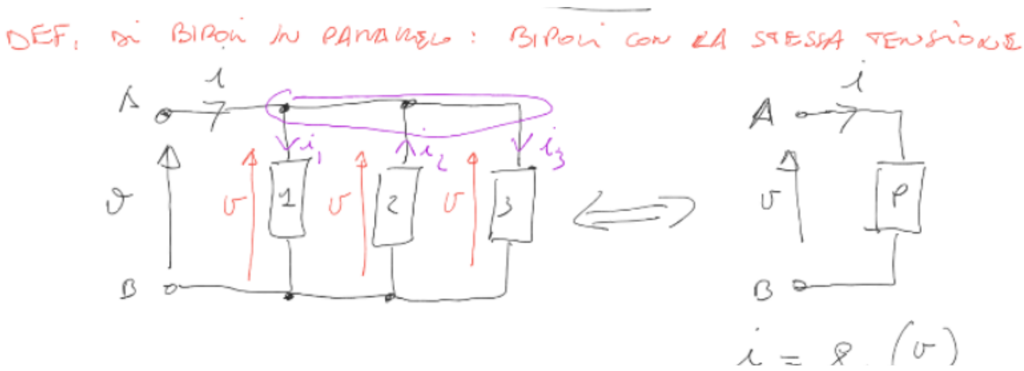
$$v = v_1 - v_2 + v_3 \quad \text{(v è la somma algebrica delle tre tensioni)}$$

$$v = f_1(i) - f_2(i) + f_3(i) = f_s(i)$$

Osserviamo che v è di fatto la somma delle tensioni di ogni bipolo, e dunque è anche la somma delle correnti in serie di ogni bipolo, la legge costituitiva sarà dunque la somma delle tre tensioni ovvero delle *n leggi costitutive*.

▼ Modelli equivalenti: lato parallelo

Prima avevo i bipoli con verso di i uguale e ottenevo un bipolo serie, ora invece ho i bipoli collegati in altro modo.



- Come posso rendere equivalente il bipolo di sinistra a quello di destra?

  Useremo ora il primo principio di Kirkhhoff, cercando di ottenere

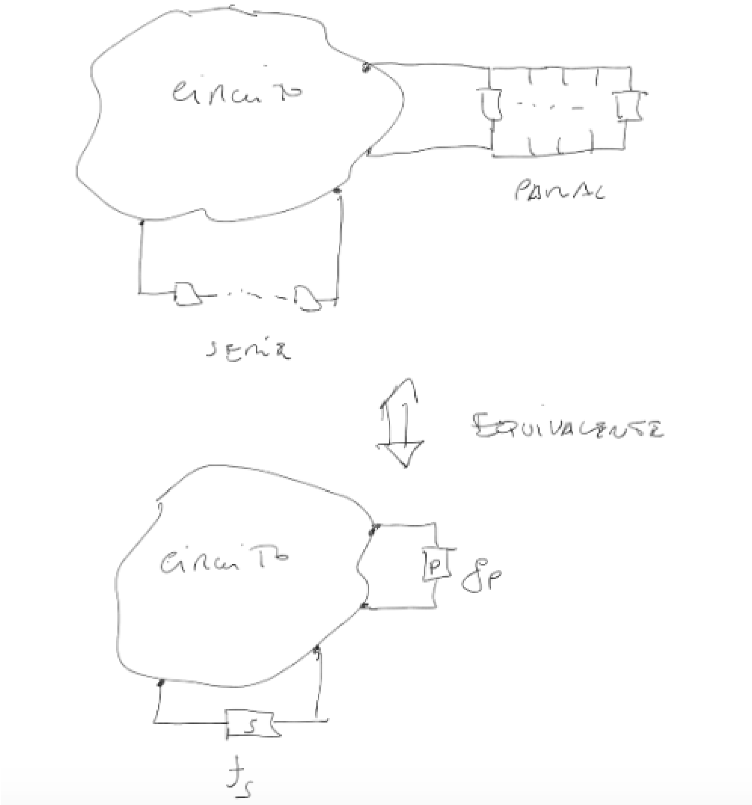
  I **3 bipoli in parallelo sono prercorsi dalla stessa tensione**, capiamo dunque come il secondo principio (alle tensioni appunto) posssa venirci in aiuto per far vedere che la v è uguale per ogni bipolo.

  Ed utilizzando il primo principio di Kirkhhoff ho:

  quindi

  Posso quindi prendere tutti e tre i bipoli e sostituirli con un unico biplo con corrente uguale .

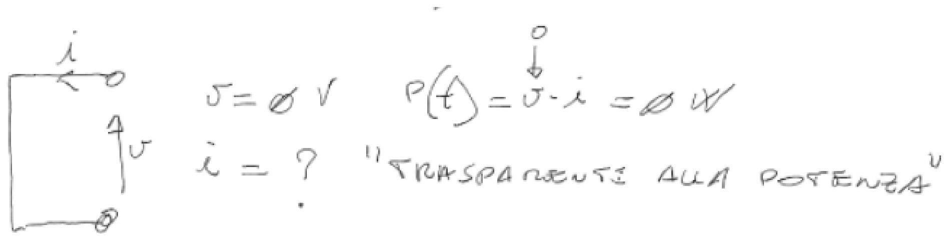
Esempio grafico



▼ Bipoli passivi: resistore, condensatore, induttore

▼ Bipolo Corto circuito

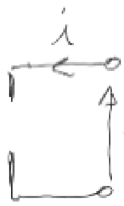
- passivo
- trasparente alla potenza



▼ Bipolo circuito aperto

- passivo
- trasparente alla potenza

Bipolo circuito aperto (C.A - O.C)

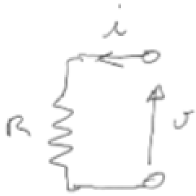


$v = ?$ $\quad p(t) = v \cdot i = \emptyset\ W$

$i = \emptyset\ A$ "trasparenza alla potenza"

▼ Bipolo Resistore

- Esso viene posto in convenzione degli utilizzatori.
- una lampadina è a tutti gli effetti un resistore



Conv. degli utilizzatori

$\boxed{v = R \cdot i}$ $\quad R$ è la resistenza $[\Omega]$ $[ohm]$

$$v = f(i) \Rightarrow v = Ri$$

$$i = g(v) \Rightarrow i = \frac{v}{R} = G \cdot v$$

G è la conduttanza $\boxed{G = \frac{1}{R}}$ $[\Omega^{-1}]$ $[S]$

- la resistenza si misura in Ohm (qualcosa che resiste al passaggio della corrente, come un tubo piú stretto in idraulica)
- cercando la potenza assorbita troviamo l'unità di misura definita come **Conduttanza (G)** — che si misura in Siemens (S)

▼ **Conduttanza**

—

Inoltre per , il materiale in uso fa passare infinite cariche

Invece per quindi il materiale non fa passare nessuna carica, il materiale è isolante

POTENZA SUL RESISTORE

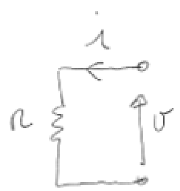
$$P(t) = v \cdot i = R \cdot i \cdot i = R i^2 \quad [W]$$
$$P(t) = v \cdot i = v \cdot \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R} \quad [W]$$

- Il resistore non è trasparente alla potenza

▼ Legame fra resistore e bipoli precedenti

Se allora un resistore diviene un cortocircuito e dunque per qualsiasi corrente

Analogamente posso fare il discorso per il circuito aperto avendo la



SE $R \to \infty \Rightarrow i = Gv = \frac{1}{R} v \to \emptyset$

0

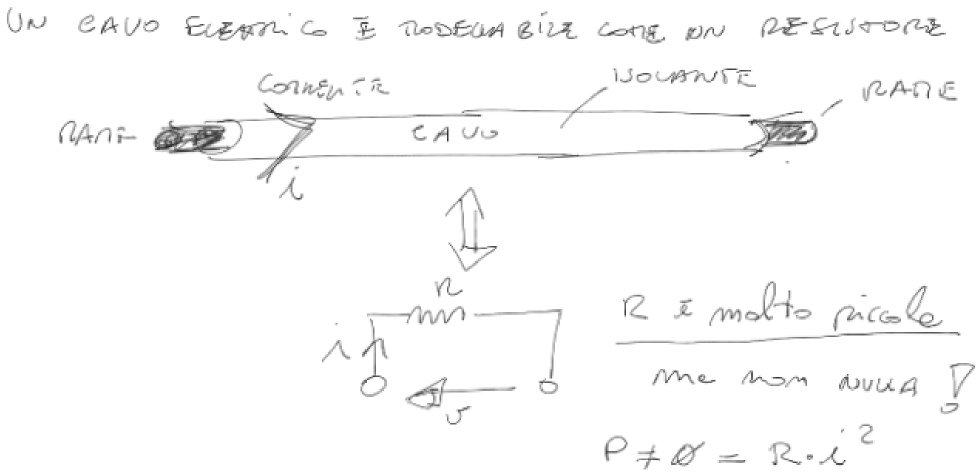
IL RESISTORE TENDE A UN CIRCUITO APERTO

PERCHÉ PER $v = ?$ ho $i = \emptyset$

▼ Cavo elettrico come resistore

Un cavo elettrico è modellabile come un resistore

- R è molto piccola in questo caso ma non nulla



Sappiamo dunque che un cavo reale ha ma molto piccola, mentre un cavo ideale ha una quindi è di fatto un corto circuito

- **il bipolo R è passivo per definizione**
- **il bipolo R è tempo-invariante** (R è costante e non cambia la tensione)
- **il bipolo R è lineare**

  Esempio:

Il resistore è anche chiamato bipolo senza memoria poichè non memorizza i dati al passaggio degli stessi.

▼ Le 3 caratteristiche fondamentali introdotte introdotte dai bipoli

Passività: un bipolo

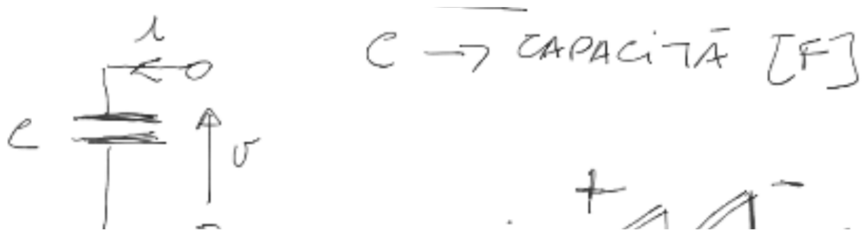
Linearità:

Tempo-varianza:

▼ Bipoli con memoria

▼ Bipolo condensatore

Esso serve ad accumulare cariche



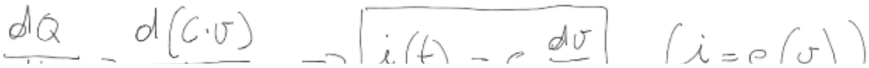
Vi sono 2 conduttori in metallo chiamati armature, che sono distanziati da aria o materiale isolante. Finchè il condensatore si sarà caricato passerà la corrente. Ogni armatura possiede una quantità di carica massima che puo assumere, dopodichè o l'armatura si scarica oppure non succede nulla. **Una corrente continua non può esistere in un condensatore.**

La capacità è misurata in Farad (F)

in cui Q è la quantità di carica nell'armatura → piú sarà grande la capacità più a parità di energia potrò accumulare cariche

C è la capacità di accumulo che può accumulare un condensatore.

▼ Ma quanta carica arriva all'unità di tempo?



Vediamo che facendo la derivata della quantità di carica rispetto al tempo e poi l'integrale di otterremo una tensione in piú (essa è chiamata memoria.

- bipolo tempo-invariante
- il condensatore è un bipolo con memoria

  Il condensatore se staccato rimane pieno fino a quando non lo facciamo svuotare. Infatti nell'istante in cui analizzo il circuito devo valutare la memoria, ovvero un valore iniziale, che corrisponde ad un eventuale tensione che potrebbe avere.
- bipolo lineare

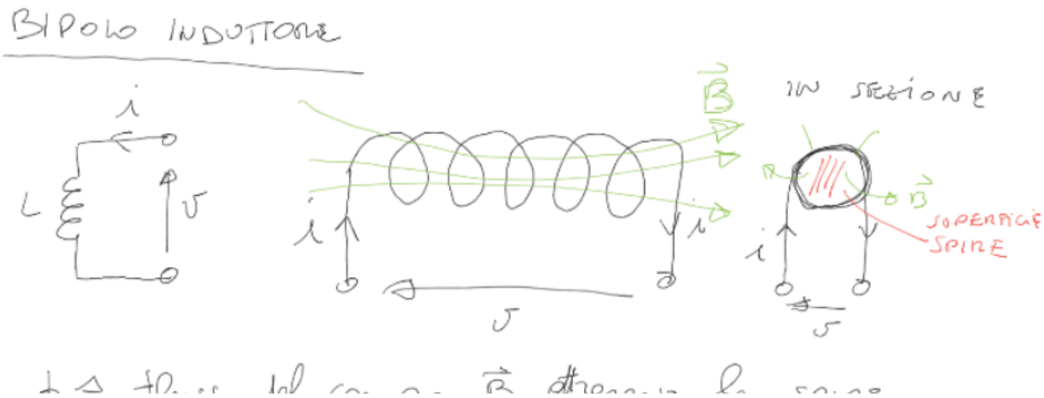
  l'operazione di derivazione è infatti lineare e vale lo stesso per l'integrale

$$i(t) = C\frac{dv}{dt} = C\frac{d(v_1+v_2)}{dt} = C\frac{dv_1}{dt} + C\frac{dv_2}{dt}$$

  Il condensatore con materiali metallici e non come una batteria, la scarica dello stesso non sarà dunque lineare.

  Esempio: una lampadina alimentata da un condensatore avrà un effetto dissolvenza allo spegnimento e accensione.

▼ Bipolo induttore



Esso è un bipolo che lavora grazie al concetto di flusso, facendo passare una corrente in un filo si genererà un campo elettrico. Ogni spira dell'induttore al variare di $\vec{}$ genera infatti una differenza di potenziale, che chiameremo (flusso del campo → attraverso le spire) e dunque espresso sempre come .

Il flusso è di fatto(come per il condensatore) il prodotto tra L ovvero l'induttanza e la corrente.

Facendo la derivata rispetto al tempo di notiamo qualcosa:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d(L \cdot i)}{dt} \Rightarrow \boxed{v(t) = L \cdot \frac{di}{dt}} \quad (v = f(i))$$

$$\boxed{i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)dt + \boxed{i(t_0)}} \quad (i = g(v))$$

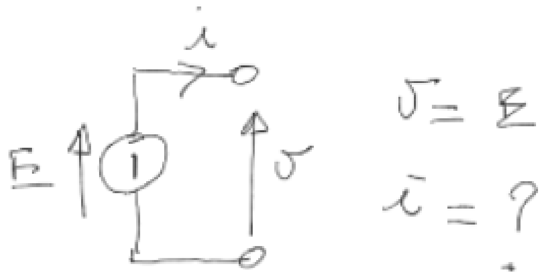
MEMORIA

- l'induttore è un bipolo con memoria(poichè esso accumula memoria attraverso il flusso .
- l'induttore è un bipolo lineare(è quindi un operatore lineare)

▼ Bipoli attivi: generatore ideale, indipendente (o controllato), di tensione (o corrente)

Il bipolo generatore è un'evoluzione del bipolo corto circuito ma con tensione non nulla

▼ Generatore ideale indipendente di tensione(**GTIT**)



Esso è posto in convenzione dei generatori poichè è un generatore!

- *di tensione* → perchè decido che la tensione sarà il valore che impongo
- *ideale* → perchè la potenza che idealmente puó generare è infinita

$P = v \cdot i = E \cdot i = 5 \cdot i$ (con $E = 5V$)

Per $P = 1000\,W \Rightarrow i = 200\,A$

Per $P = 1\,MW \Rightarrow i = 200\,kA$

OVVIAMENTE È ASSURDO CHIEDERE 200 KA AD UNA BATTERIA DI 5V. QUINDI IL BIPOLO È IDEALMENTE DI POTENZA INFINITA

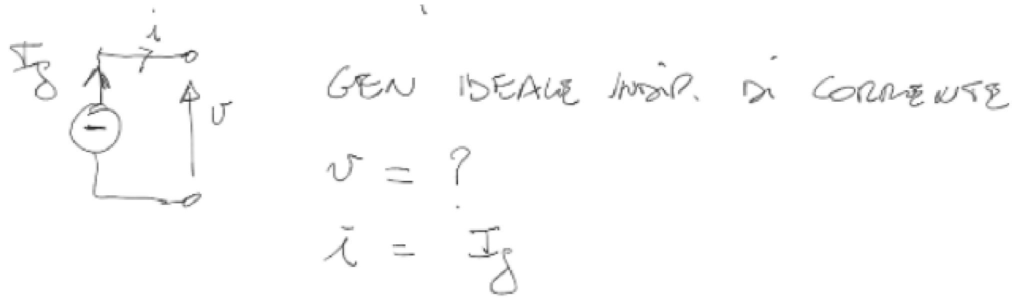
- *indipendente* → non interessa al bipolo cosa avviene nel circuito

Osservazione:

Se la tensione è nulla, avremo un bipolo corto circuito

IL BIPOLO GENERATORE DI TENSIONE PER $E = 0$ EQUIVALE ESATTAMENTE A UN BIPOLO CORTO CIRCUITO

▼ Generatore ideale indipendente di corrente(**GTIC**)

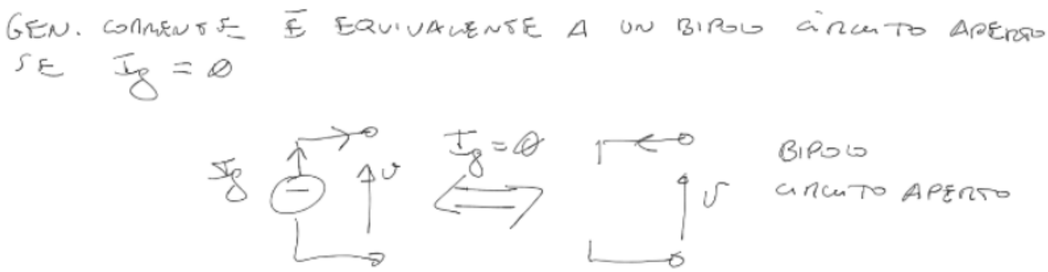


In questo caso la tensione sarà indeterminata, mentre la corrente sarà imposta dal generatore

- *ideale* → nel senso della potenza poichè
- *indipendente* → poichè la corrente è imposta dal bipolo stesso

Osservazione 1:

Ponendo nulla otterremo un bipolo circuito aperto

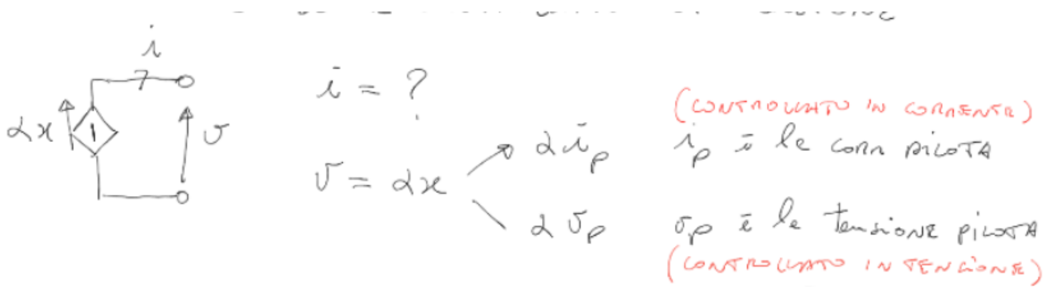


Osservazione 2:

La realizzazione di un generatore di corrente è tecnologicamente piú complessa di quella di un generatore di tensione(batteria)

▼ Generatore ideale controllato di tensione(**GICT**)

Il generatore ora non è più indipendente



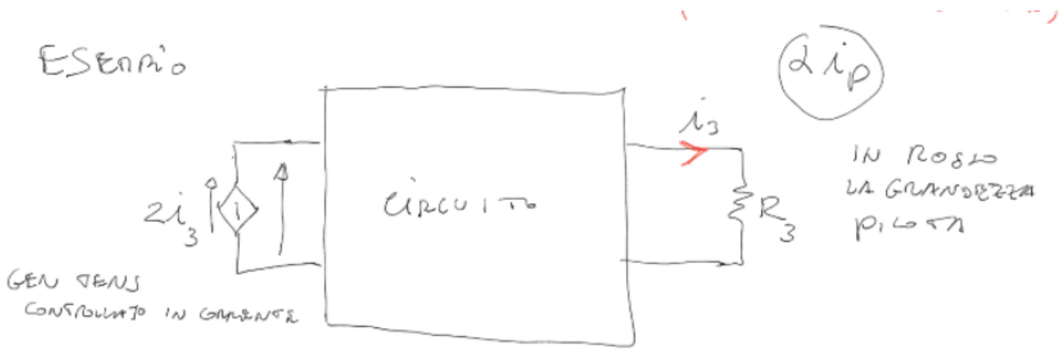
è definita corrente pilota

è chiamata tensione pilota

Questa tipologia di generatore si avvale di una corrente o tensione esterna per comandare un generatore di tensione, questa grandezza viene sempre riscalata da una costante denominata *coefficiente di scala*, questo coefficiente è adimensionale.

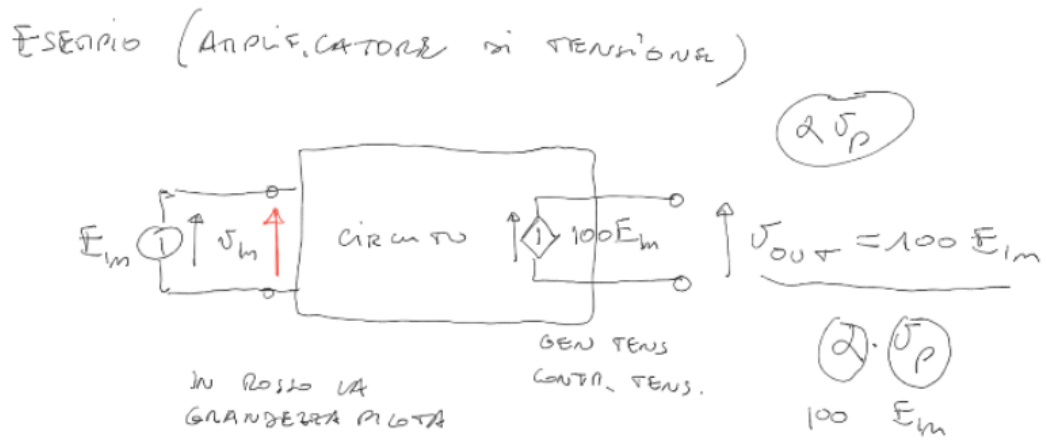
Esempio 1(Generatore di tensione controllato in corrente)**:**

In questo caso la corrente controlla il generatore di tensione(la corrente è quindi la grandezza pilota), è la corrente pilota

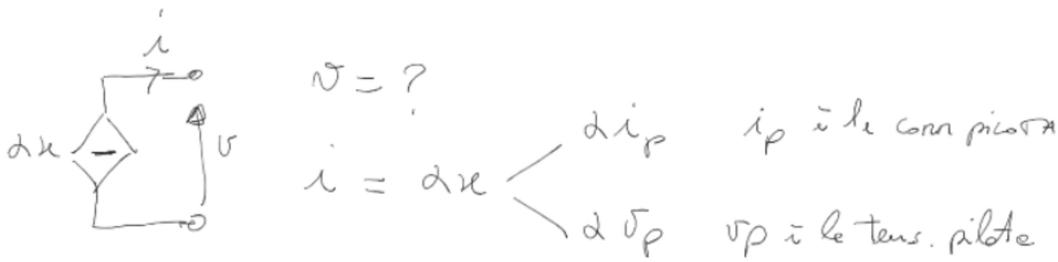


Esempio 2(Generatore di tensione controllato in tensione)**:**

In questo caso la tensione controlla il generatore di tensione(la tensione è quindi la grandezza pilota), è la tensione pilota



▼ Generatore ideale controllato di corrente(**GICC**)



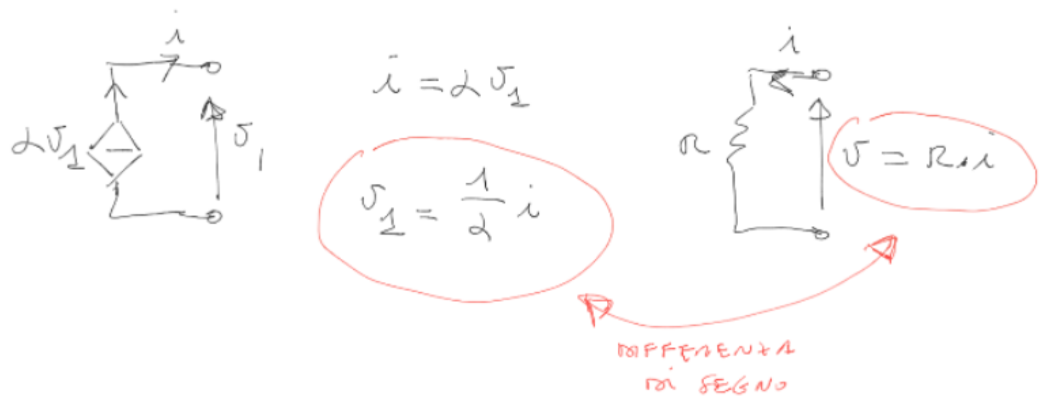
è definita corrente pilota

è chiamata tensione pilota

In questo caso dato che il generatore è di corrente manipolando le formule otterremo: ovvero — — quindi la ovvero il coefficiente di scale sarà questa volta espresso in

Osservazione:

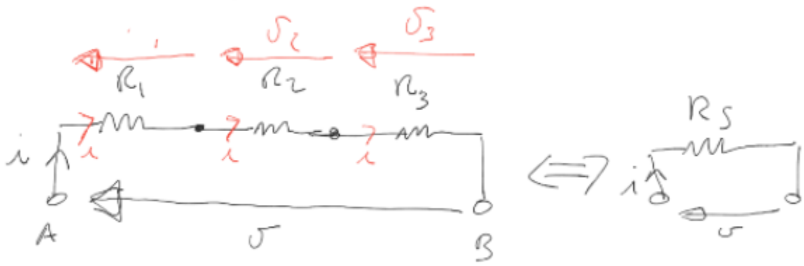
Volendo potremmo simulare un resistore attraverso un generatore controllato di corrente, ricordando che la legge costitutiva del resistore è , che avrà però il segno opposto poichè — è la conduttanza, ovvero l'inverso della resistenza.



N.B. posso scrivermi una corrente come un moltiplicato per una tensione

▼ Serie e paralleli di resistori

▼ Serie di resistori



PARTIAMO DA B CON IL 2° P.d.K. (SENSO ORARIO

$$+v - v_1 - v_2 - v_3 = \emptyset$$

$$v = v_1 + v_2 + v_3$$

$$v_1 = R_1 \cdot i$$
$$v_2 = R_2 \cdot i$$
$$v_3 = R_3 \cdot i$$

$$v = R_1 i + R_2 i + R_3 i = \underbrace{(R_1 + R_2 + R_3)}_{R_S} \cdot i$$

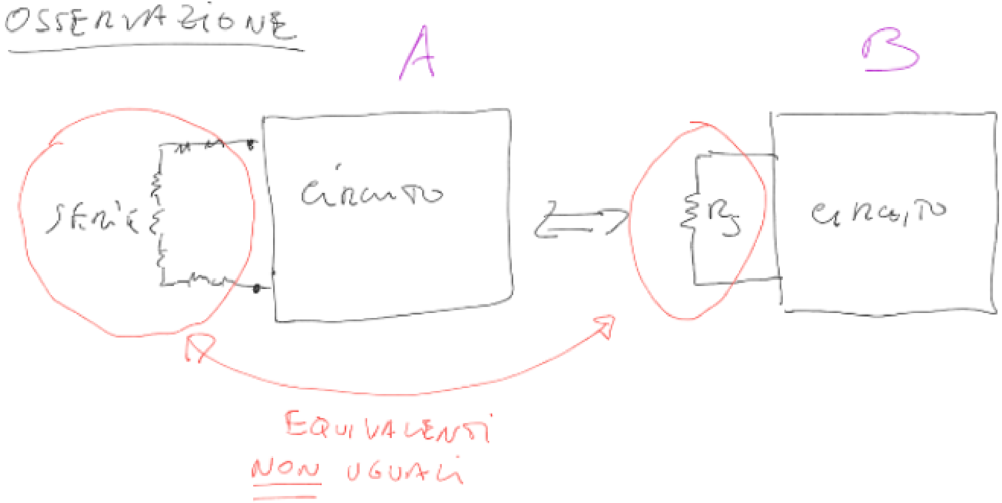
Sfruttando il secondo principio di K. in senso orario e partendo da B, sommando quindi le tensioni trovo che posso dunque riscrivere e conseguentemente

Capiamo che **la resistenza equivalente serie( ) si ottiene come somma delle n resistenze in serie.**

Osservazione:

È da specificare che i due circuiti A e B sono equivalenti, ma non uguali, infatti il circuito non si accorge della differenza di natura della resistenza.

OSSERVAZIONE



IL CIRCUITO NON SI ACCORGE DELL'EQUIVALENZA

▼ Parallelo di resistori

$$+i - i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$i = Gv$$
$$i_1 = G_1 v$$
$$i_2 = G_2 v$$
$$i_3 = G_3 v$$

$$i = G_1 v + G_2 v + G_3 v = \underbrace{(G_1 + G_2 + G_3)}_{G_p} v$$

$$\boxed{i = G_p \cdot v}$$

Sfruttando ora il primo principio di K.(alle correnti) troveremo che la somma delle correnti ci porta a dire che (la conduttanza equivalente parallelo si ottiene come somma delle singole conduttanze in parallelo) e quindi sommando le conduttanze, troviamo un unica conduttanza parallela. Ciò ci farà dedurre che poichè

Osservazione 1:

Capiamo che nell configurazione serie si sommano le resistenze, mentre in quella parallelo si sommano le conduttanze

Potremmo quindi scrivere la resistenza parallela come —

Quindi nel caso particolare in cui ci fossero due resistenze in parallelo si ha:

$$R_p = \frac{1}{G_p} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}$$

$$\boxed{R_p = R_1 /\!/ R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

Mentre ciò non è valido per più di 2 resistenze in parallelo per cui avremo:

$$R_p = R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_3 = \frac{1}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$

Osservazione 2:

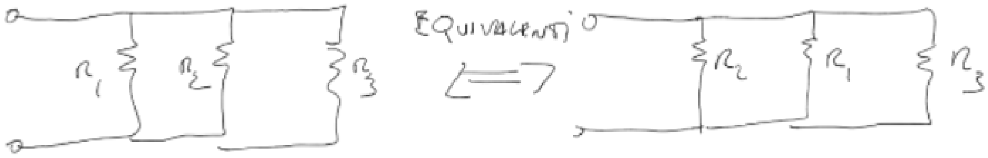
La è sempre più piccola della piú piccola resistenza in parallelo!

In particolare se ho allora

Quindi il parallelo di due resistenze uguale è uguale alla metà di *R*

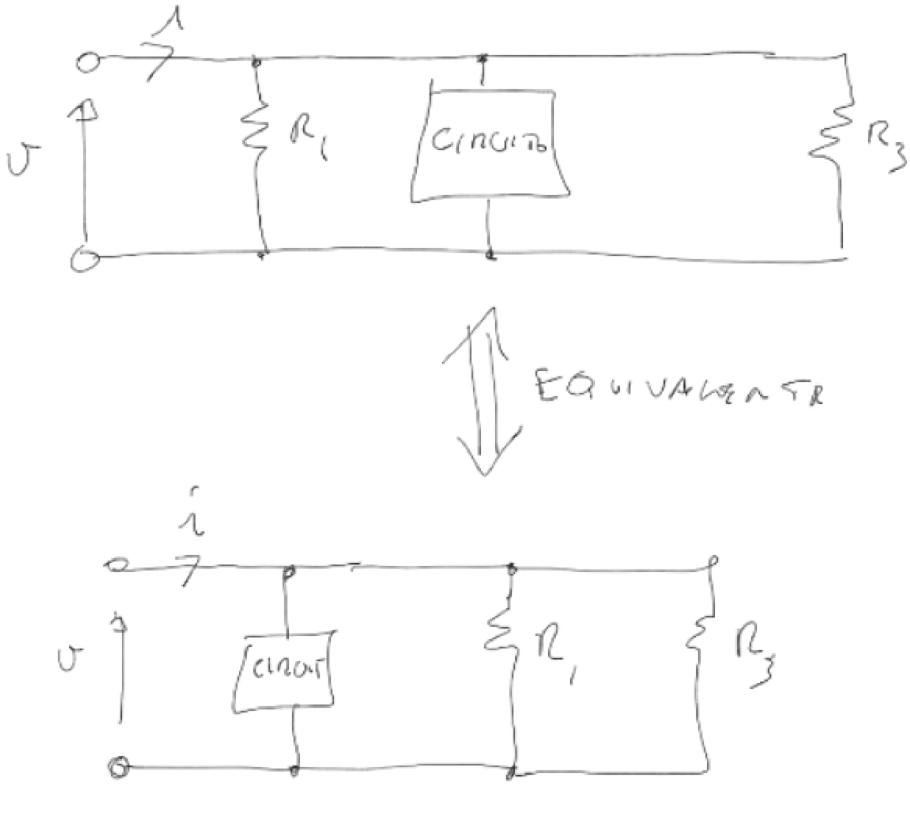
Osservazione 3:

potrò quindi scambiare le resistenze o i circuiti in parallelo,senza modificare la natura del circuito



$$G_p = G_1 + G_2 + G_3 \iff G_p = G_2 + G_1 + G_3$$

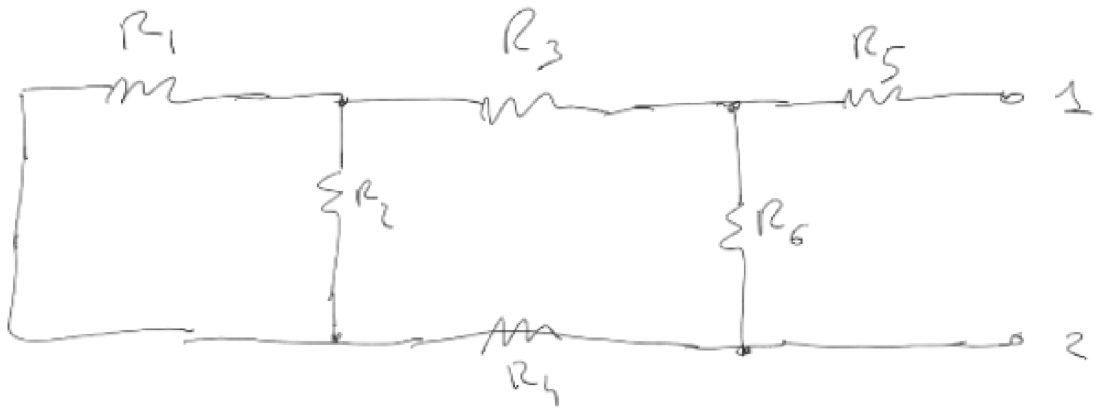
Capiamo dunque come l'operazione di parallelo sia un'operazione commutativa

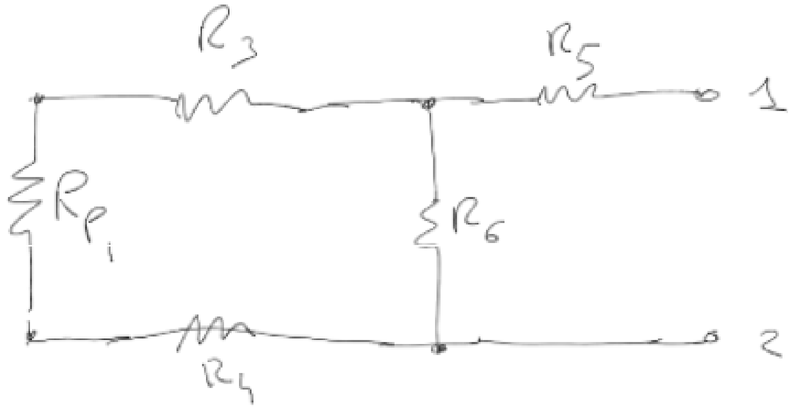


- un circuito avrà quindi dei bipoli in parallelo quando ad essi arriverà la stessa tensione(mentre in serie avevamo visto che arrivava a bipoli diversi la stessa corrente)

Essi già sono dei modelli equivalenti di importanza basilare

▼ *Esempio di serie e paralleli di resistori*





▼ Modelli equivalenti

Dopo aver visto alcuni bipoli, possiamo intendere come gli schemi elettrici saranno delle rappresentazioni grafiche di alcune leggi matematiche.

Potremmo distinguere alcune di queste configurazioni definendole come **modelli**, e capiremo che alcuni modelli possono essere manipolati per arrivare ad altri modelli più semplici da utilizzare nel calcolo e nelle applicazioni. Questi altri modelli li chiameremo **modelli equivalenti**.

- Tutti i modelli saranno serie e paralleli di bipoli con generatori.
- Come visto per i bipoli questi modelli hanno delle proprie leggi costitutive.

▼ Perchè passare da un modello ad un altro?

Perchè alcuni modelli possono essere utili per effettuare il calcolo, rendendolo piú semplice.

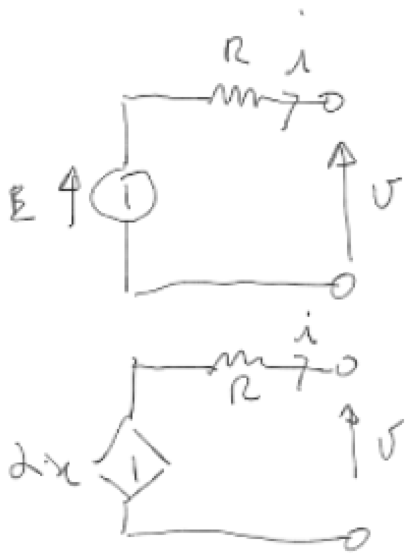
Ogni circuito rappresenta di fatto un sistema di equazioni, dunque semplificando un modello puó essere che arriveremo ad avere con un modello equazioni piú semplici o in numero minore, rispetto al modello originale.

▼ Modelli Norton e Thevenin

▼ Modello di Thevenin(Lato Thevenin)

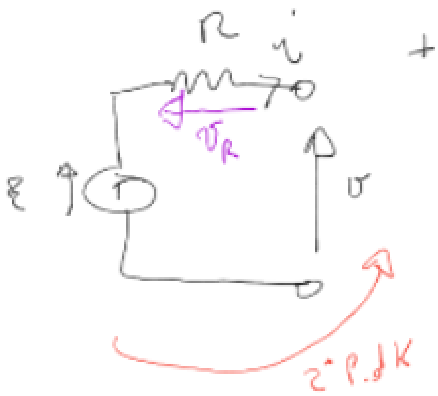
Anche chiamato lato Thevenin, è un modello particolare, con 2 bipoli diversi in serie.

> bipolo composto dalla serie di un resistore con un generatore ideale indipendente(o controllato) di tensione



Lato Thevenin con generatore indipendente e controllato

Legge costitutiva:



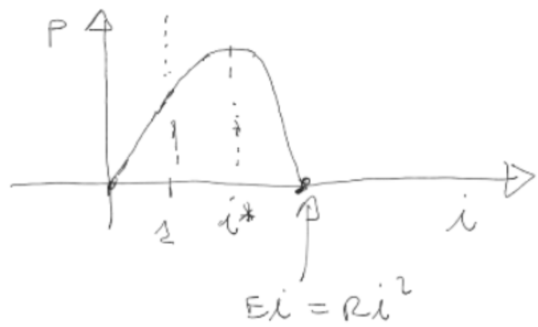
$$+v + v_R - E = 0$$

$$\boxed{v = E - Ri}$$

Grazie al secondo principio di K. troviamo che:

La potenza che si calcolava come si calcolerà sostituendo la tensione nella formula quindi:

$$P = v \cdot i = (E - Ri)i = Ei - Ri^2$$



$$P(i^*) = P_{max}$$

Notiamo che la potenza a differenza del generatore ideale, visto in precedenza, arriva ad un massimo e poi torna a 0, la potenza massima viene raggiunta nel grafico ad quindi quando raggiungerò avrò potenza nulla

> Il modello di Thevenin rappresenta quindi un generatore di tensione reale, poichè la potenza non è piú infinita, ma arriva ad un massimo e poi torna a zero.

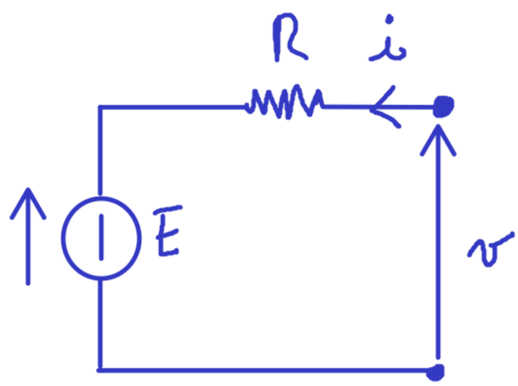
Esempio:

"soffocamento della luce durante l'accensione di una macchina" → ciò è dovuto dalla potenza della batteria che non è un generatore ideale, ma è reale

▼ Perchè vi è una resistenza in serie in questo modello?

La resistenza è posta per simulare l'effetto resistivo che vi puó essere in un generatore reale, è da notare che richiedendo troppa corrente ad un generatore reale, esso si scalderà ed all'estremo potrà bruciarsi.

Ponendosi non in convenzione dei generatori, ma in convenzione degli utilizzatori la legge costitutiva la dovremo leggere come
(stiamo dunque scegliendo un altro sistema di riferimento, ma facendo lo stesso calcolo)



$$+v - Ri - E = 0 \Rightarrow v = E + Ri$$

▼ Modello di Norton(Lato Norton)

Esso deriva dal modello di Thevenin, in cui avevo come legge costitutiva , ovvero ottenevo la tensione attraverso una funzione che aveva come variabile la corrente.

In questo caso avremo invece ovvero otterremo la corrente attraverso una funzione della tensione.

Quindi — — — e riscrivendola portando la *i* dall'altra parte facendo quindi la somma delle correnti con il primo principio di K. troviamo
—

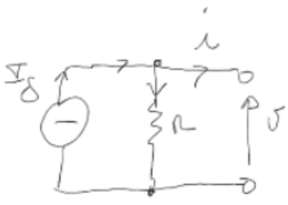
Quindi sapendo che — (in cui G è la conduttanza)

THEVENIN $\rightarrow$ $v = E - Ri$ $\quad (v = f(i))$

$i = g(v) \Rightarrow Ri = E - v$

$$i = \frac{E}{R} - \frac{v}{R} = I_g - \frac{v}{R}$$

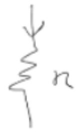
1° P.d.K $\quad I_g - \frac{v}{R} - i = 0$



LATO NORTON

$$\boxed{i = \frac{E}{R} - \frac{v}{R}}$$

$\frac{v}{R} = Gv$

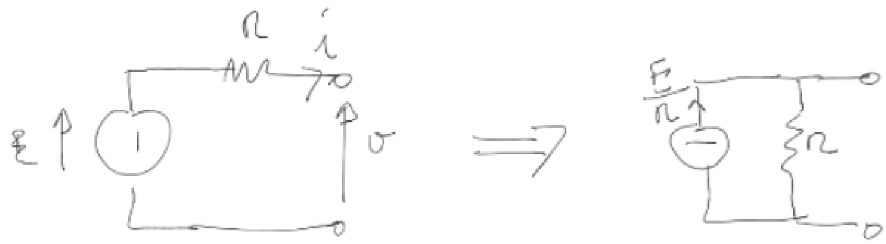


Scriviamo la legge costitutiva del modello di Norton: — —

In cui vediamo che il modello di Norton è di fatto un parallelo tra un generatore di corrente ed un resistore!

▼ Passaggio tra i modelli Thevenin-Norton

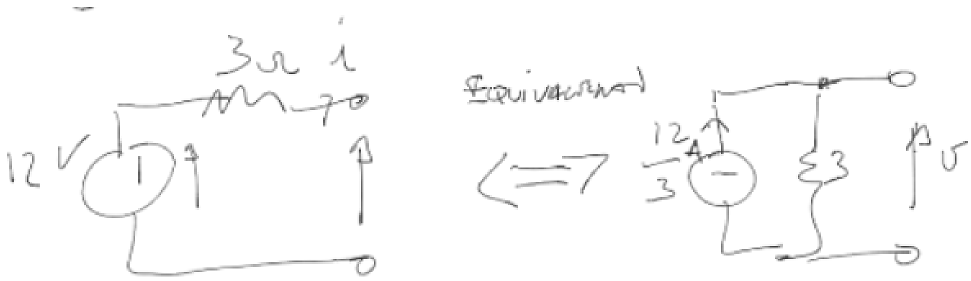
▼ **Da Thevenin a Norton**



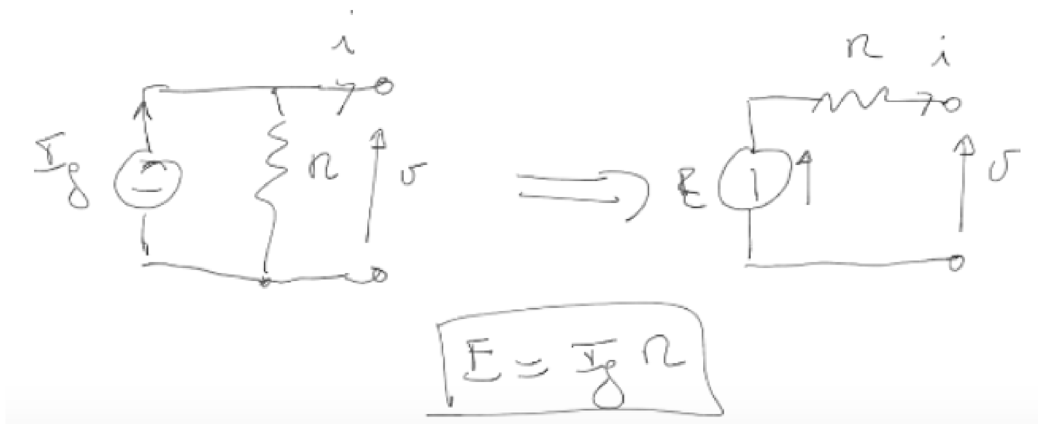
$$I_g = \frac{E}{R}$$

Vediamo che dal passaggio da un modello all'altro passiamo da un generatore di tensione ad un generatore di corrente e quindi la —

Esempio da Thevenin a Norton:

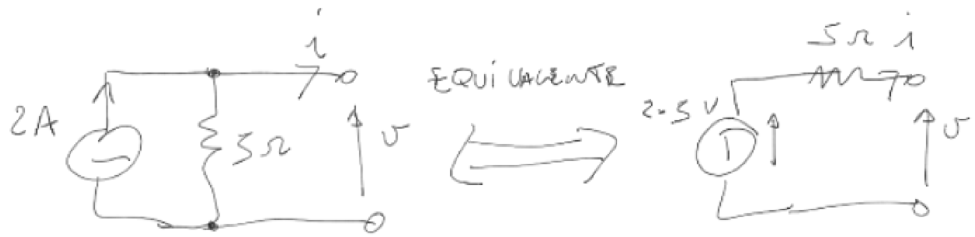


▼ **Da Norton a Thevenin**



Facendo il procedimento inverso avremo

Esempio da Norton a Thevenin:

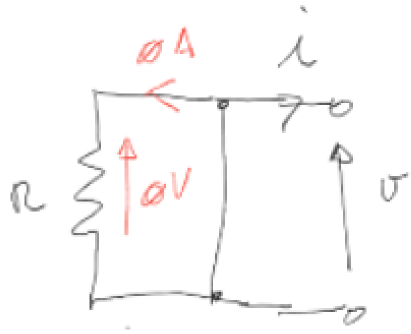


▼ Altri modelli equivalenti

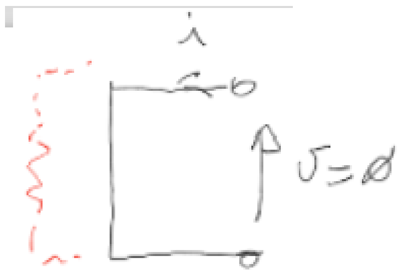
Conoscendo molti modelli equivalenti ci risparmieremo molti calcoli evitando errori, talvolta riusciremo a risolvere interi circuiti con modelli equivalenti!

Alcuni modelli equivalenti intuitivi:

▼ Parallelo tra resistore e corto circuito



Avevamo visto che un corto circuito ha quindi ai capi di R c'è in questo caso una tensione nulla siccome

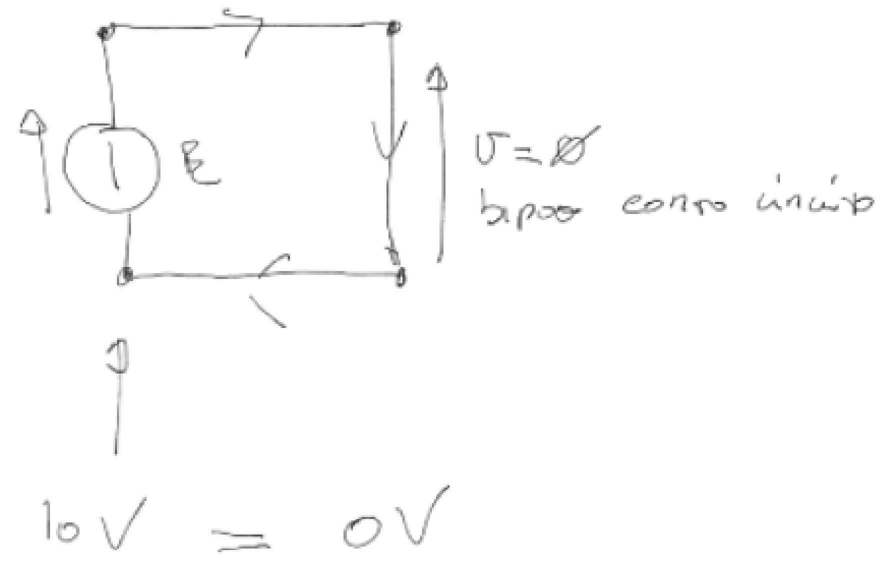


Dunque in questo circuito la resistenza inutile eq il circuito equivalente sarebbe senza la resistenza!

▼ Parallelo cortocircuito generatore di tensione

Ma dato che sulla felpa vi è un generatore ideale indipendente di tensione costante in il segmento piú lungo corrispone alla punta della freccia.

Vi è della potenza generata dal generatore che non va a finire da nessuna parte

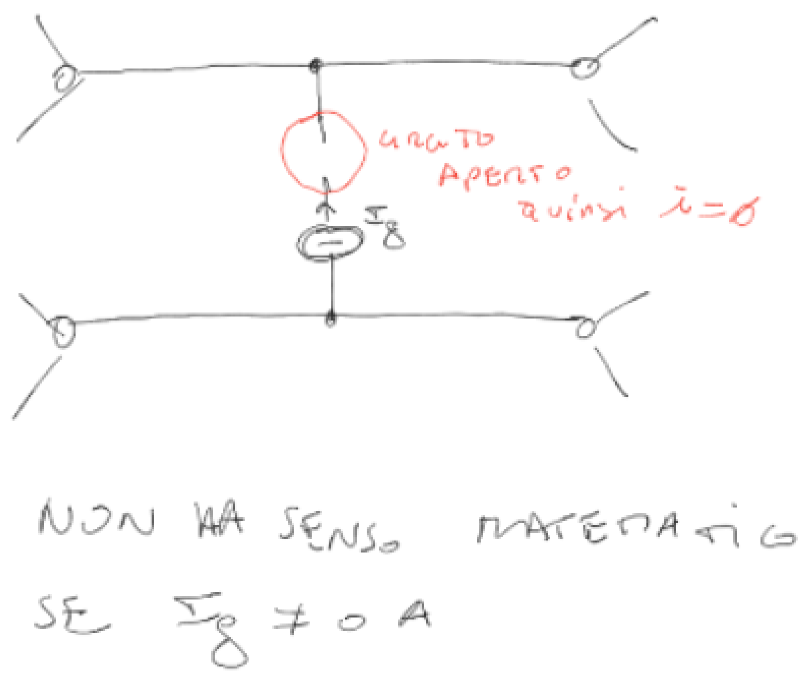


Questo circuito non ha dunque nessun senso matematico per

L'unico motivo per cui questo circuito potrebbe avere un qualche senso sarebbe per

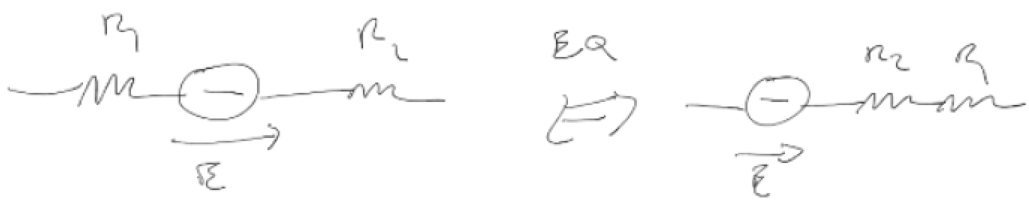
▼ Serie circuito aperto generatore di corrente

Analogamente il duale di questo circuito è:

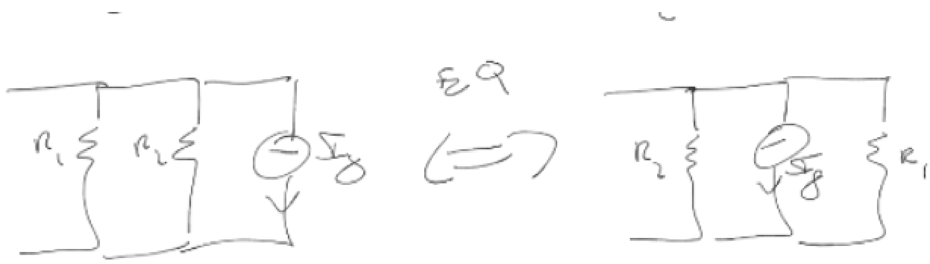


Che non ha senso anch'esso per

- Serie di resistori e generatore di tensione

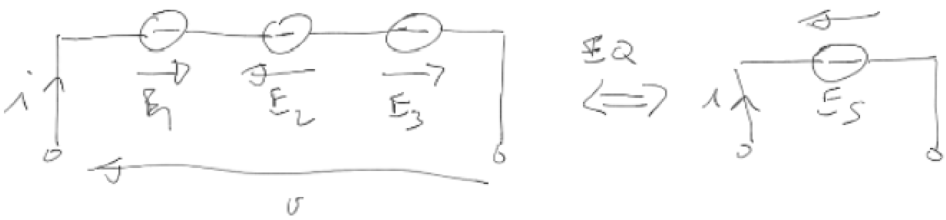


- Parallelo di resistori e generatore di corrente



- Serie di generatori di tensione ideali

  Sommo le tensioni, se non ricordo come fare applico il secondo principio di K.

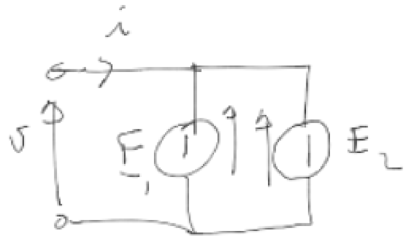


$$+V + E_1 - E_2 + E_3 = 0 \Rightarrow V = E_2 - E_1 - E_3 = E_S$$

  La somma algebrica delle tensioni mi farà ottenere un unico generatore di tensione che chiameremo

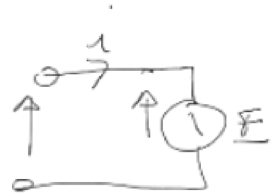
- Parallelo di generatori di tensione ideali

  In questo caso i versi dei generatori **devono essere concordi e dello stesso valore di tensione**

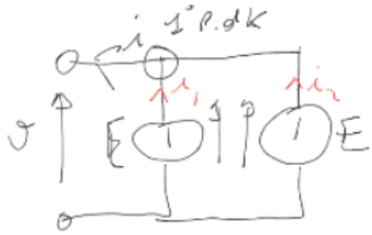


$E_1 = E_2 = E$

$\Longleftrightarrow$



A livello pratico costruire generatori di tensione puó servire per costruire un circuito con 2 batterie uguali in parallelo.



se $i = 6A$ ed $E = 10V$

$P = v \cdot i = E \cdot i = 60W$

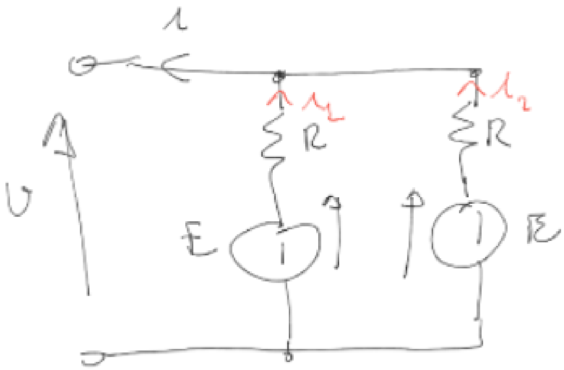
$i = 6A$ $\quad i = i_1 + i_2$

ho infinite coppie di i_1 e i_2 da sommate diano 6 A

Osservando un esempio, vediamo che non esiste una sola coppia per realizzare una determinata quantità di corrente, ma ne esistono di infinite!

Questo modello non ci indica infatti quanto valgano ed

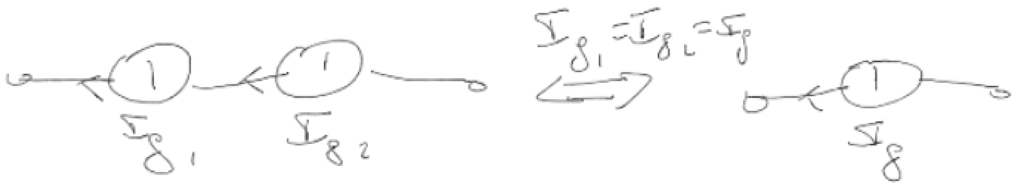
▼ Quando potrò sapere se ?



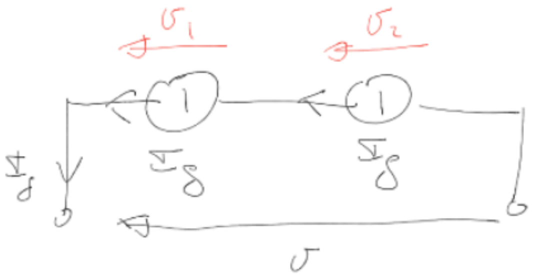
$i_1 = i_2$

Solamente ponendo una resistenza dopo ogni generatore potrò affermare di avere uguale quantità di corrente

▼ Serie di generatori di corrente ideali



In questo caso i generatori di tensione devono avere lo stesso verso di corrente e lo stesso valore



$I_g = 5A$

$V = 10V$

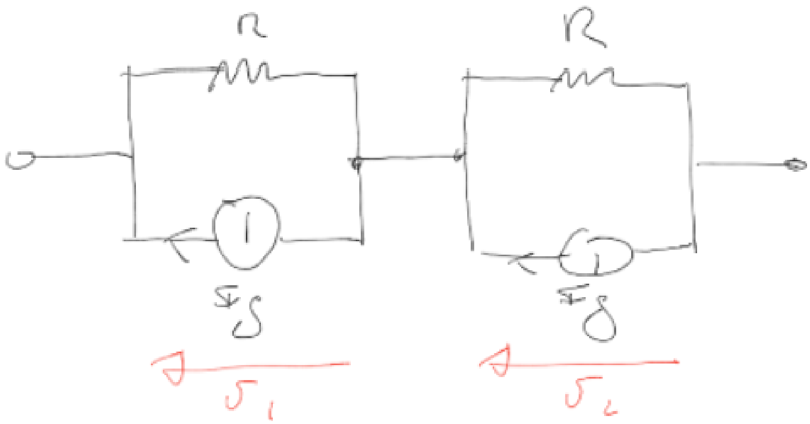
$P = V \cdot I_g = 10 \cdot 5 = 50W$

$V = V_1 + V_2 = 10V$

Coppi infinite di valori di V_1 e V_2 che diano 10 V.

notiamo che possiamo avere in questo caso infinite coppie di valori e che possono farci ottenere

Usando il modello di Norton, saremo sicuri di usare la stessa tensione, e vedremo come singolarmente i due generatori di corrente consumeranno di meno.



$V_1 = V_2$

Modelli equivalenti particolari:

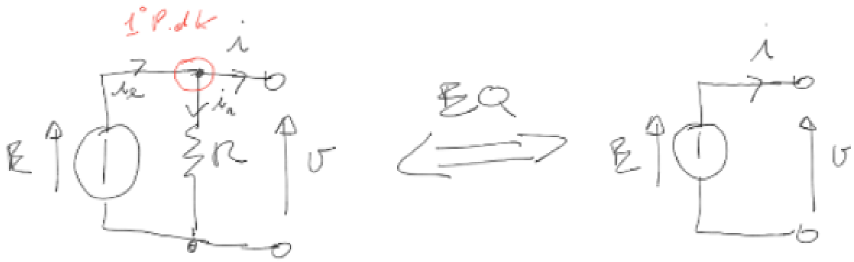
▼ Parallelo di generatori di corrente ideali

$$-i + I_{g_1} + I_{g_2} - I_{g_3} \iff i = I_{g_1} + I_{g_2} - I_{g_3} = I_g$$

Vediamo che vi arriva la stessa tensione su tutti è 3 i generatori di corrente, analgamente a quanto fatto per i generatori di tensione, sommiamo le correnti ed otteniamo un unico generatore in parallelo in cui:

- la tensione è un'incognita
- la corrente è nota

▼ Parallelo generatore di tensione e resistore(Falso Norton)



$$v = E \qquad -i + i_e - i_R = 0$$

$$i = i_e - i_n = \underbrace{i_e}_{?} - \frac{v}{R} = ?$$

Esso non è ne un modello di Norton ne di Thevenin, utilizzando il primo principio di K. e vedendo che trovo che e conseguentemente che –

Scopro dunque che tale modello **risulta essere un semplice generatore di tensione, omettendo la resistenza**

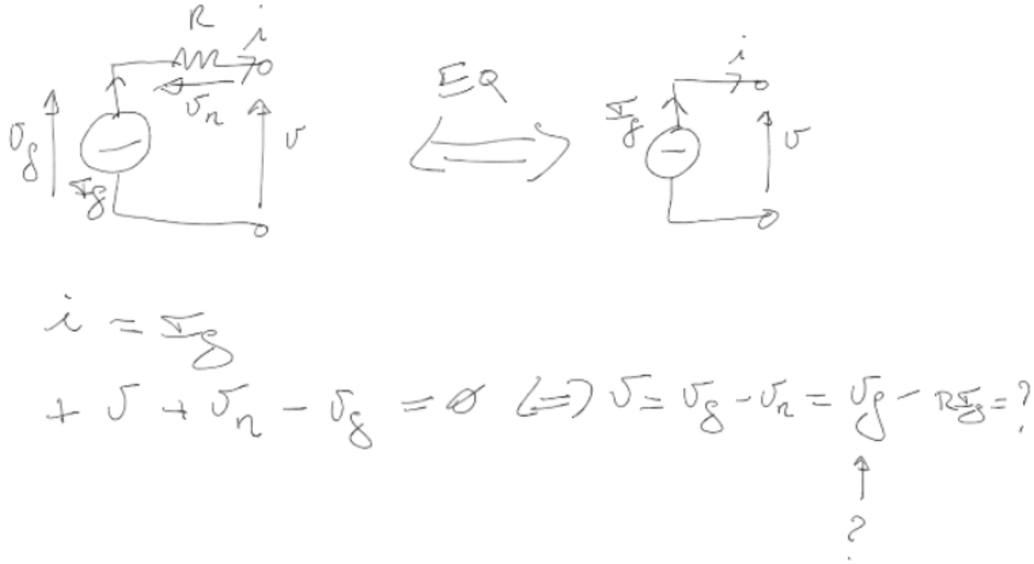
Esempio

Se allora — —

La corrente non influirà quindi sulla corrente finale

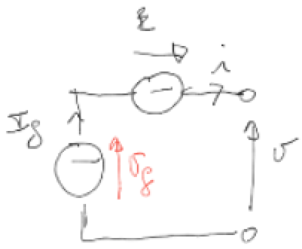
▼ Serie generatore di corrente e resistore(Falso Thevenin)

Osservo che il seguente modello non è ne Thevenin ne Norton



Applicando K. alle tensioni arrivo a capre che e dunque per qualsiasi R potrò ottenere la stessa , poichè la è indipendente e la prendo a piacere poichè è ideale nei confronti della potenza

▼ Serie di generatore di corrente e di tensione

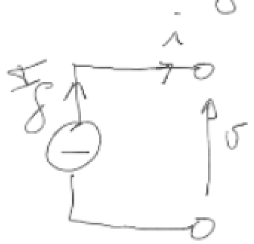


$v = f(i)$ oppure $i = g(v)$

$i = I_g$

?

$+v - E - v_g = 0 \iff v = E + v_g = ?$



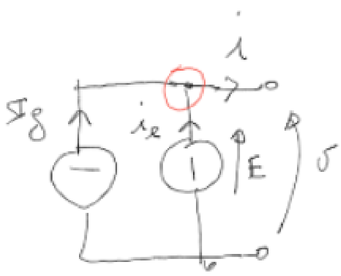
In questo modello l'obiettivo è il legame tra tensione e corrente attraverso oppure

Determiniamo che:

- poichè è nota
- mentre la tensione la calcoliamo con il secondo principio di K. → dunque non è nota

Dato che la è nota stabiliamo che esso è un **generatore di corrente**

▼ Parallelo generatore di tensione e corrente

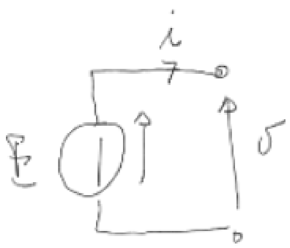


$v = E$

$-i + I_g + i_e = 0$

$i = I_g + i_e = ?$

?



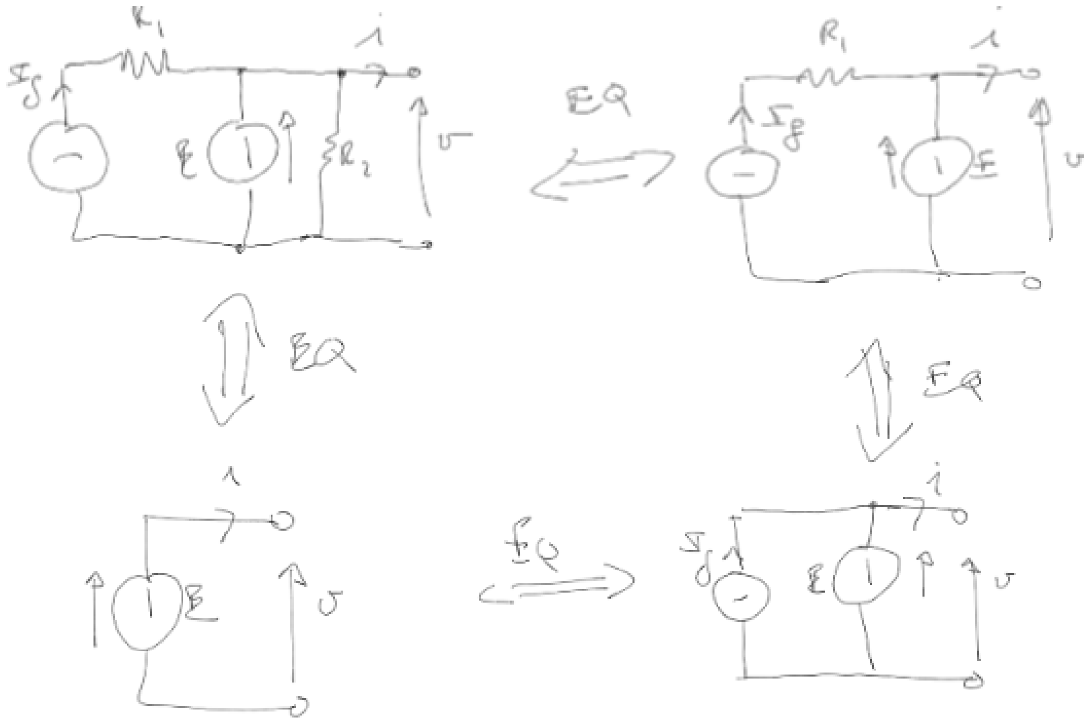
In questo caso dovrei avere , ma quindi allora applicando il primo principio di K. (avendo **tensione nota** e **corrente incognita**) comprendo il modello sarà equivalente ad un unico generatore di tensione

- Falso Norton+Falso Thevenin

  In questo circuito abbiamo:

  - generatore di corrente in serie con un resistore
  - generatore di tensione in parallelo con resistore
  - questo circuito è resistivo

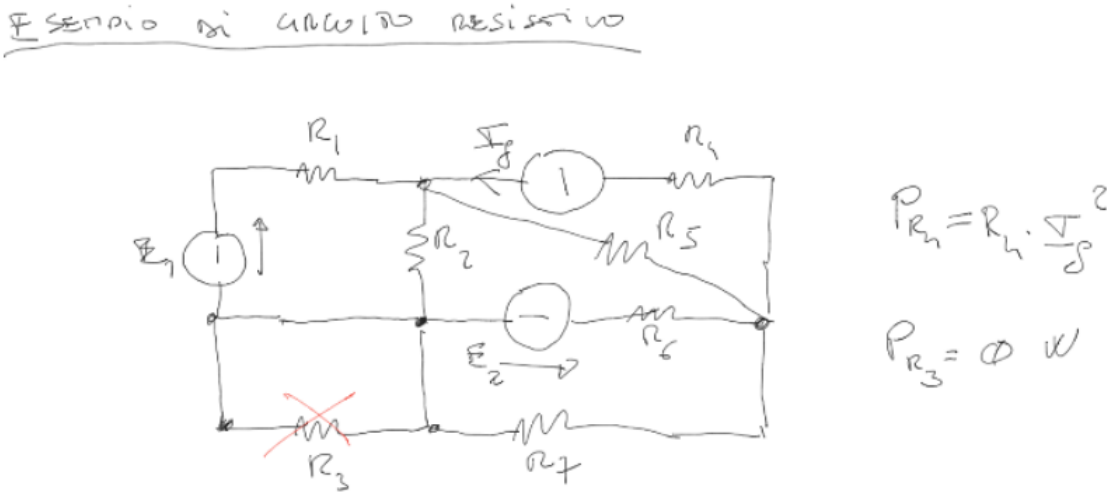
  > Questo circuito è **resistivo**, ovvero che contiene solo generatori ideali e resistori

  Applicando i modelli equivalenti appena visti, capiamo che il circuito può essere visto come un generatore di tensione solamente

- Esempio circuito puramente resistivo risolto con i modelli equivalenti

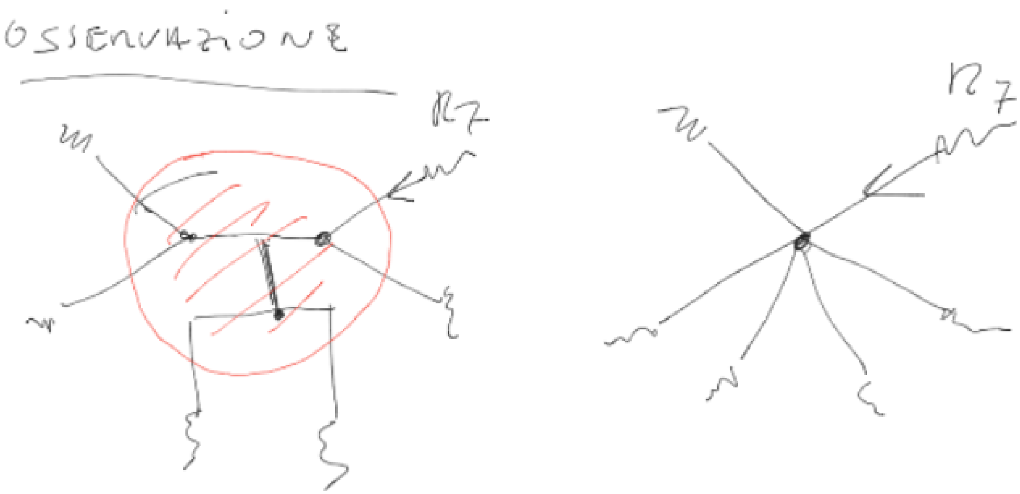
> Si definisce **circuito puramente resistivo**, un circuito che contiene solo resistori



In cui conosco da progetto, tutti i valori delle resistenze e dei generatori

E dunque —

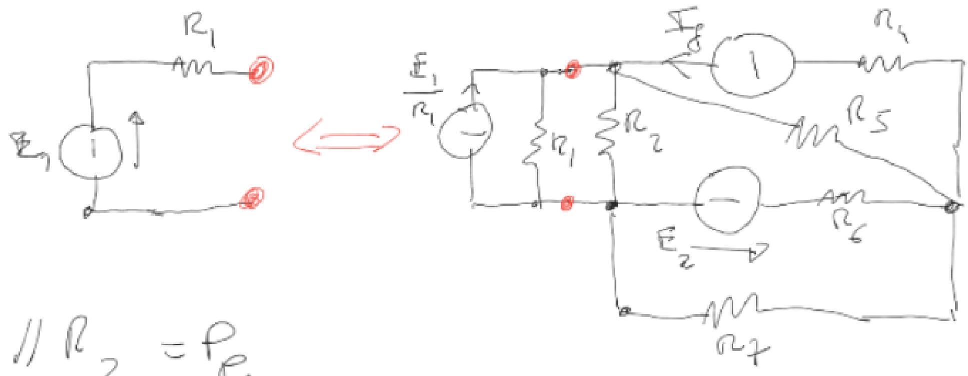
▼ Osservazione unico nodo



Molti nodi come quelli rappresentati in figura a sinistra, se guardati bene sono di fatto un unico nodo

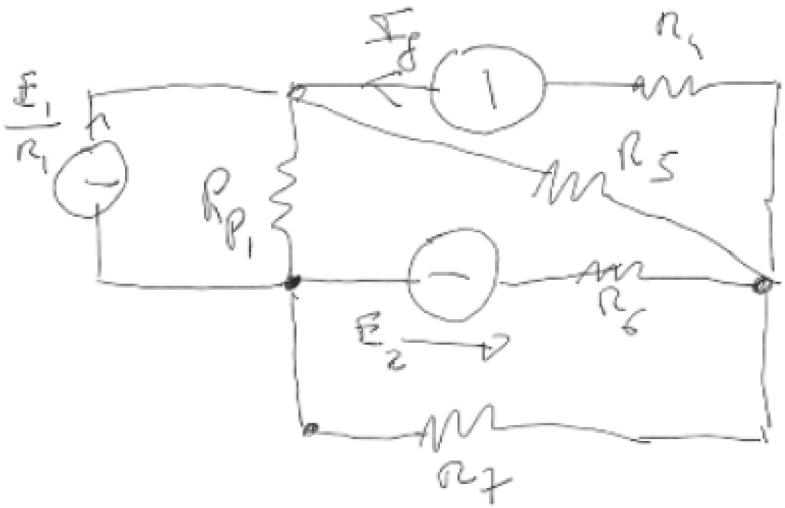
L'esercizio ci chiedeva di determinare

1. Osservando il circuito notiamo che può essere omessa

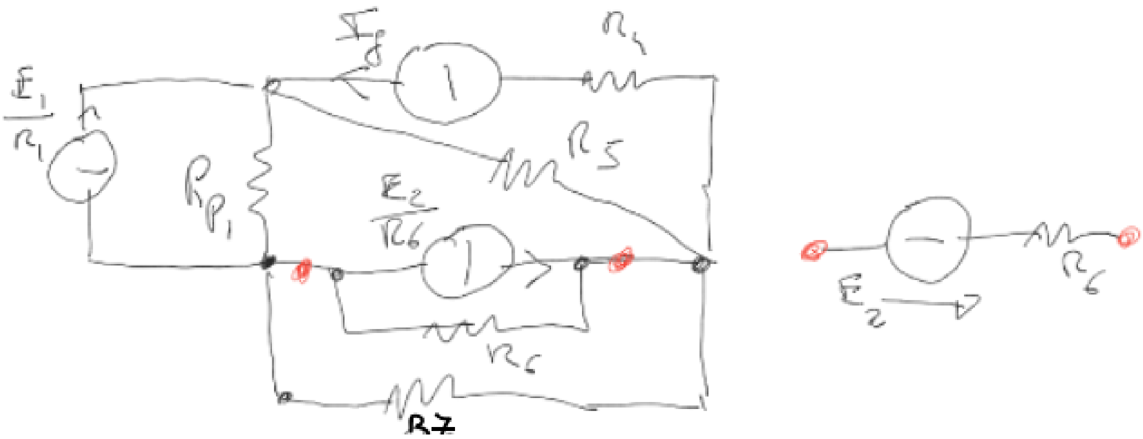


$R_1 // R_2 = R_{P_1}$

2. possono essere trasformate da Thevenin a Norton

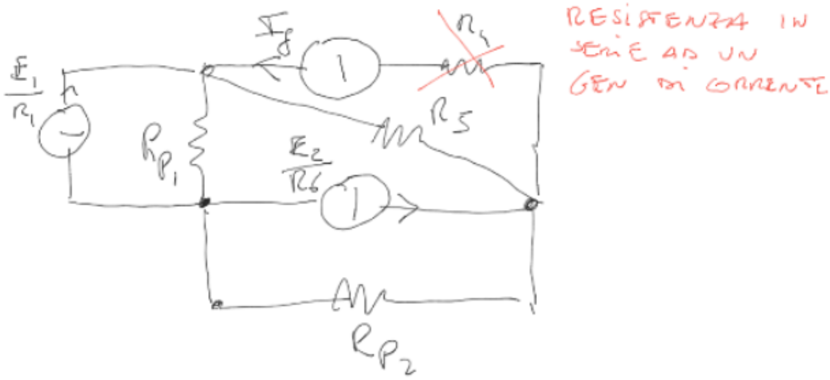


3. Realizzando conseguentemente il parallelo delle resistenze
usando la formula abbreviata



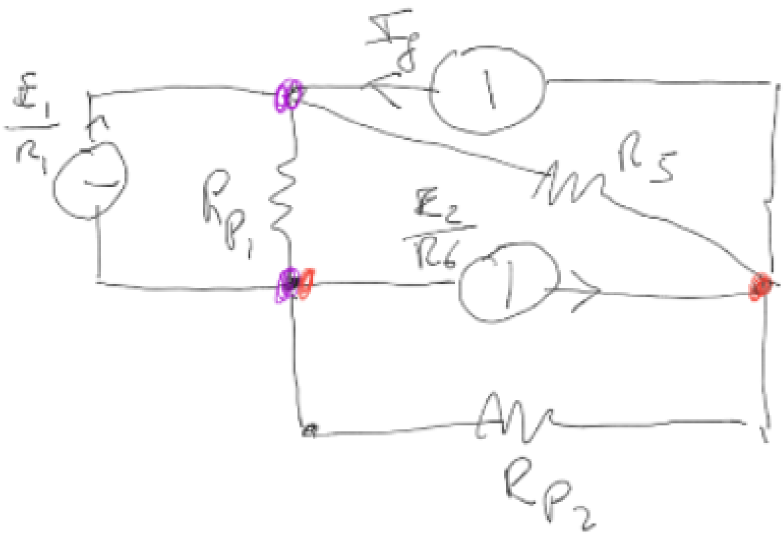
4. il lato Thevenin lo trasformiamo in Norton

$R_6 // R_7 = R_{P_2}$

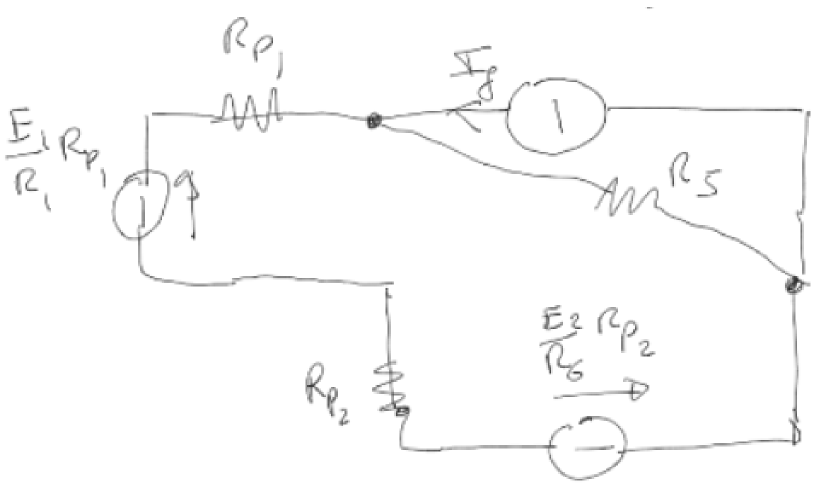


5. avendo in precedenza due resistenze in parallelo( ) abbiamo un'unica resistena ora

6. notiamo che la resistenza è in serie ad un generatore di corrente, dunque può essere omessa

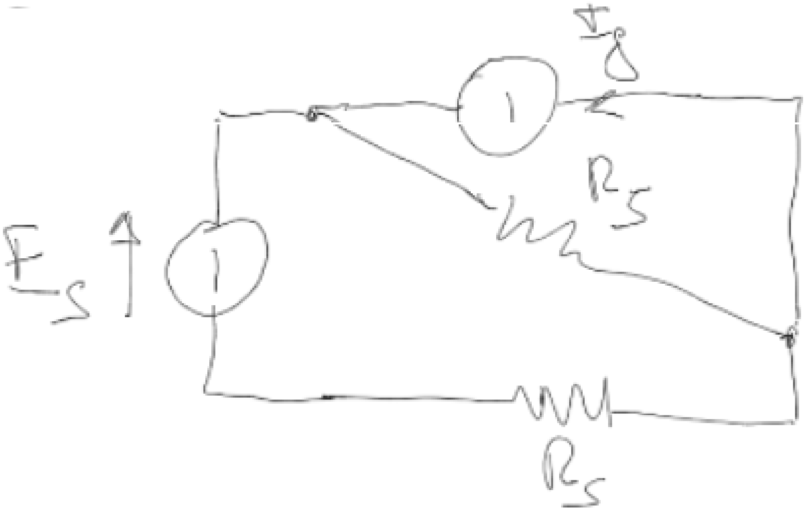


7. portiamo il lato Norton(a sinistra) in Thevenin

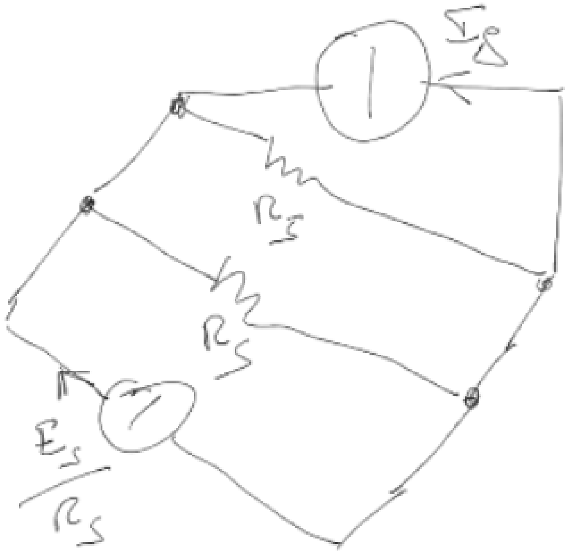


8. ed

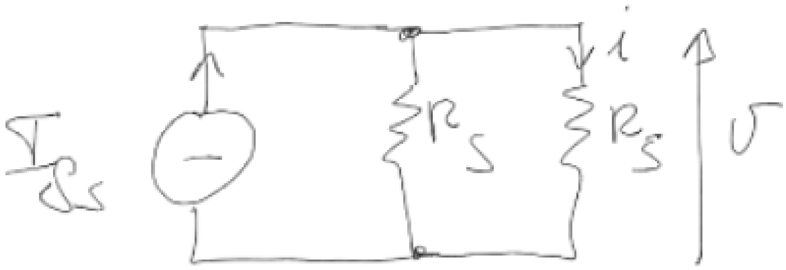
— —



10. notiamo un altro lato Thevenin e lo trasformiamo in Norton

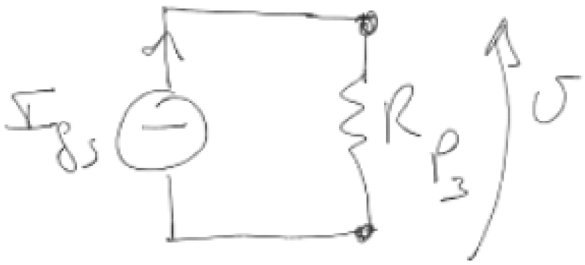


11. abbiamo 2 generatori di corrente in serie e li possiamo sommare semplicemente —



12. possiamo ora capire come calcolare — (poichè —)

13. Osserviamo che essendo ed in parallelo, ad essi arriverà la stessa tensione, otterremo quindi

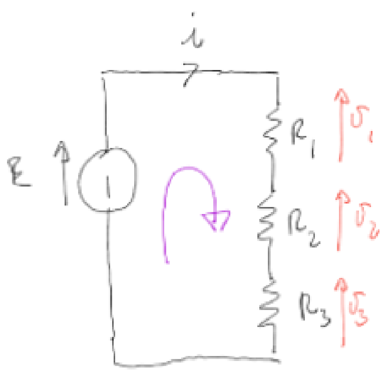


14.

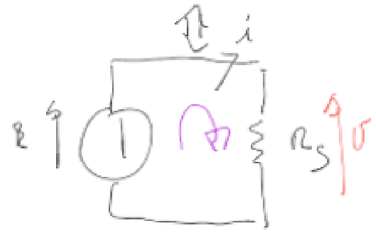
15. so che la v del parallelo è uguale a quella di (sapendo che —)quindi avrò che — ———

- Partitore di tensione

  Esso come il partitore di corrente è un circuito che identifichiamo già ad un primo sguardo



$$v_1 = R_1 i \qquad R_S = R_1 + R_2 + R_3$$



$$+E - R_S i = 0 \iff i = \frac{E}{R_S}$$

$$i = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$v_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot E$$

$$v_m = \frac{R_m}{R_S} E$$

Sappiamo che , calcolo quindi la *i* con il secondo principio di K. e i resistori possono esser visti come un unico resistore somma di tutti gli altri.

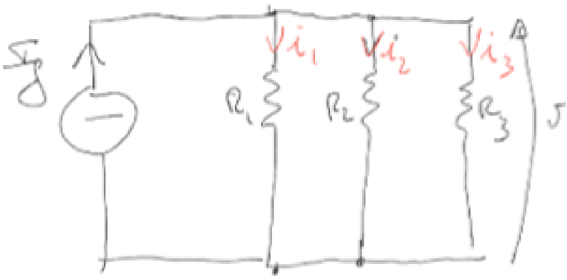
Vediamo quindi come con K. riusciamo a trovare la — ————

Quindi potrò calcolare la tensione su un qualsiasi partitore in questo modo : — (poichè)

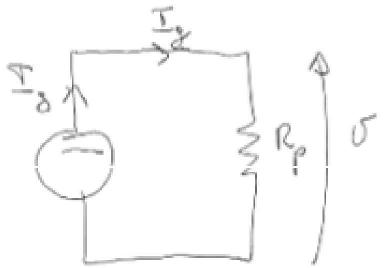
> Più la resistenza è grande, piú si "mangerà" tensione

▼ Partitore di corrente

Faremo un discorso analogo al partitore di tensione per quello di corrente, che avrà però le resistenze poste in parallelo!



$$i_2 = G_2 v$$



$$v = R_p I_g = \frac{I_g}{G_p} = \frac{I_g}{G_1+G_2+G_3}$$

$$G_p = G_1 + G_2 + G_3$$

$$i_2 = G_2 v = \frac{G_2}{G_1+G_2+G_3} I_g$$

$$i_m = \frac{G_m}{G_p} \cdot I_g$$

Dato che i bipoli hanno tutti la stessa tensione, il parallelo delle resistenze sarà

Allora per calcolare la tensione faremo — ————

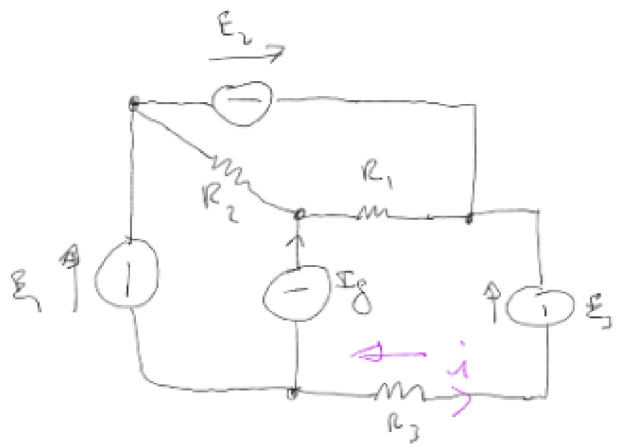
Conseguentemente la corrente sarà: —

- una R piú piccola prenderà piú corrente

- la corrente si distribuisce in percentuale in base alla grandezza della R

▼ Considerazioni sui metodi generali per la risoluzione dei circuiti lineari tempo-invarianti

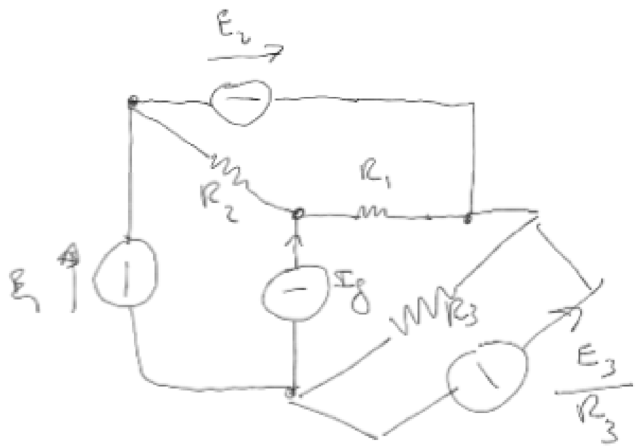
  ▼ Alcuni circuiti non possono essere affrontati con i modelli equivalenti



$$P_{R_3} = ?$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot i^2$$

$$+E_1 + E_2 - E_3 + R_3 i = 0 \iff i = \frac{E_3 - E_2 - E_1}{R_3}$$

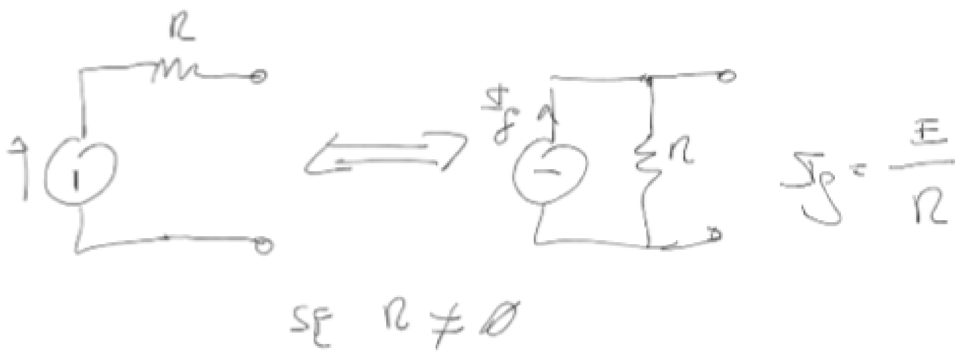


- qui non posso applicare i modelli equivalenti ad eempio

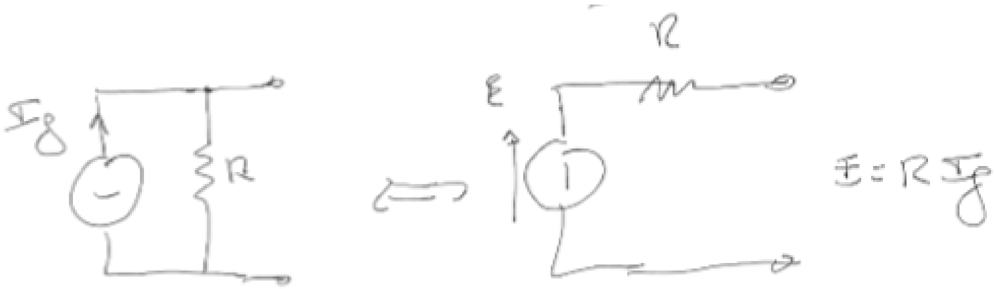
  Riesco a calcolarmi la i per calcolare ma ad esempio come calcolo ? → lo potrò calcolare solamente con i metodi di risoluzione dei circuiti

  ▼ Considerazioni sul resistore e la trasformazione Thevenin-Norton

  > Devo tenere sempre bene a mente che un lato Thevenin è Norton trasformabile sol**amente se la resistenza è diversa da zero**



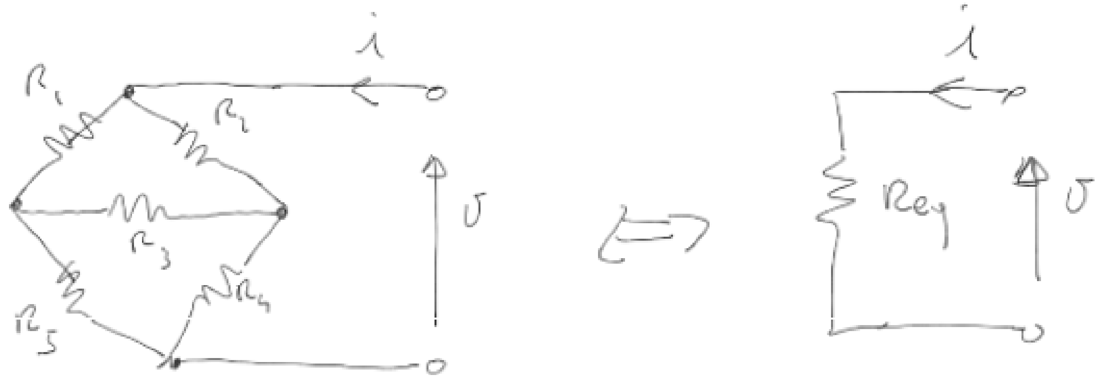
> Specularrmente un Lato Norton è Thevenin trasformabile s**olamente se la conduttanza(−) è diversa da zero**



N.B. Alcuni lati possono essere non trasformabili

> Se ho un generatore di tensione o corrente solitario non posso trasformare il circuito in nessun altro modo

▼ Considerazioni sulla risoluzione con i metodi sui resistori

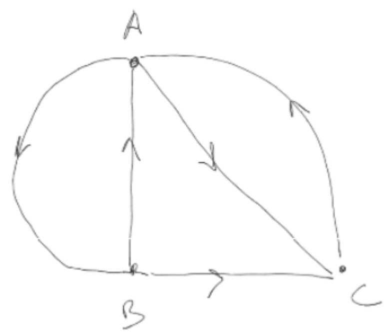


$$\boxed{R_{eq} = \frac{v}{i}}$$

In un circuito di questo tipo non abbiamo ne resistenze solamente in serie ne in parallelo, esso lo potremo risolvere con i metodi, in particolare con la **trasformazione stella-triangolo**, potendo passare da un modello ad un altro trovando una resistenza equivalente –

- Cenni di teoria dei grafi

  Utilizzeremo i **grafi** per stilizzare un circuito, un circuito è infatti rappresentabile come un **grafo orientato** ovvero con un verso



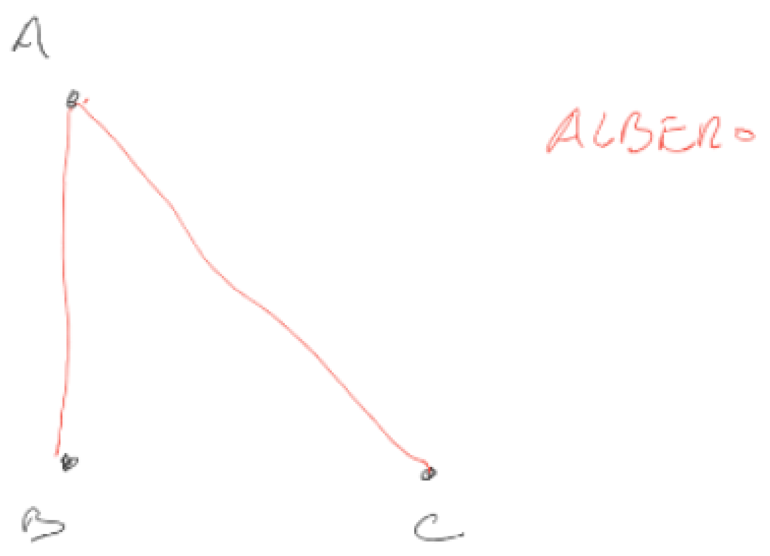
> Un grafo orientato riporta delle direzioni di tensioni e correnti

In un grafo orientato possiamo identificare:

1. un **albero**
2. un **coalbero**

▼ Cos'è un albero?

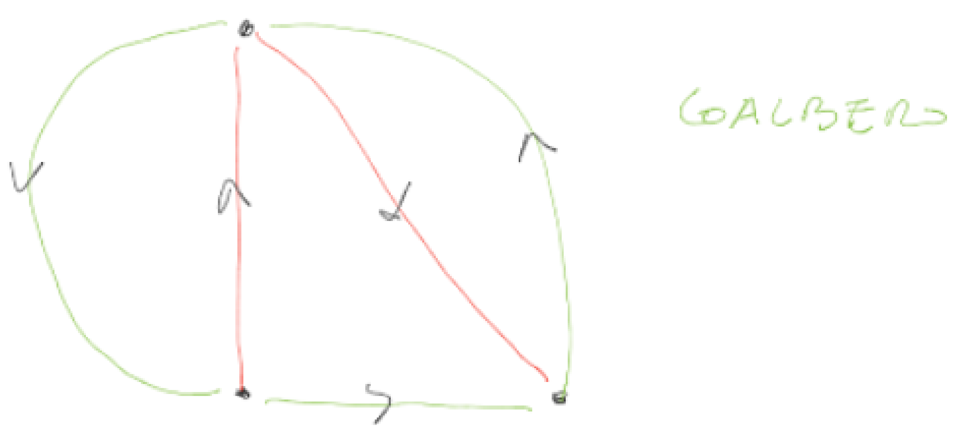
Esso è un insieme di lati del grafo tali che uniscono i nodi senza compiere percorsi chiusi



I lati di un albero sono chiamati **rami**, se   è il numero di nodi di un albero allora i rami saranno

▼ Cos'è un coalbero?

Il coalbero è il complemento rispetto al grafo dell'albero

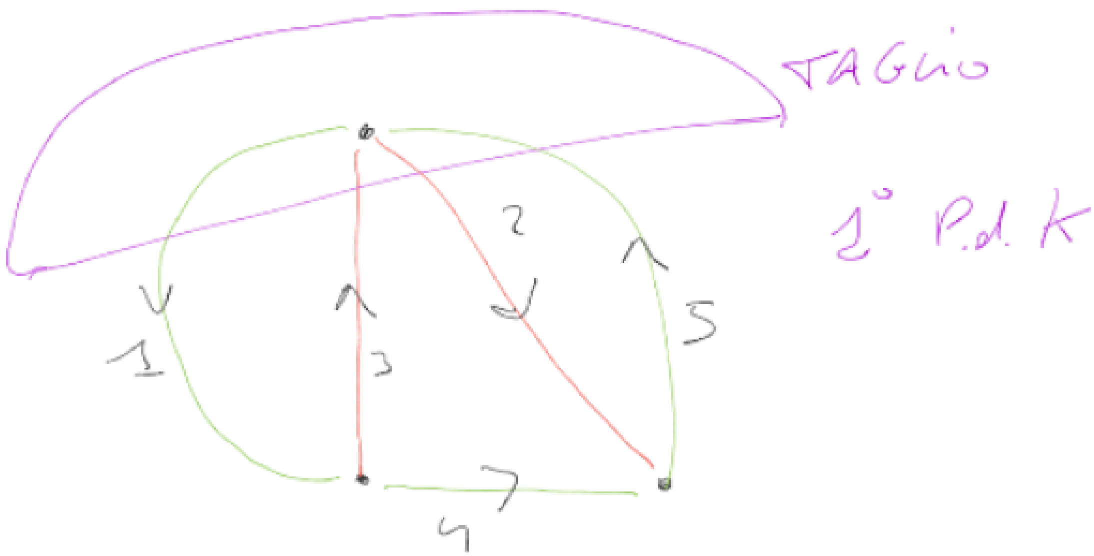


I lati del coalbero si chiamano **corde** e se   è il numero di nodi allora le corde saranno   in cui   è il numero dei lati

Ci servono altri elementi della teoria dei grafi per poter arrivare a definire le prime equazioni ovvero il **taglio** di un grafo, il **taglio fondamentale** di un grafo, la **maglia** e la **maglia fondamentale**

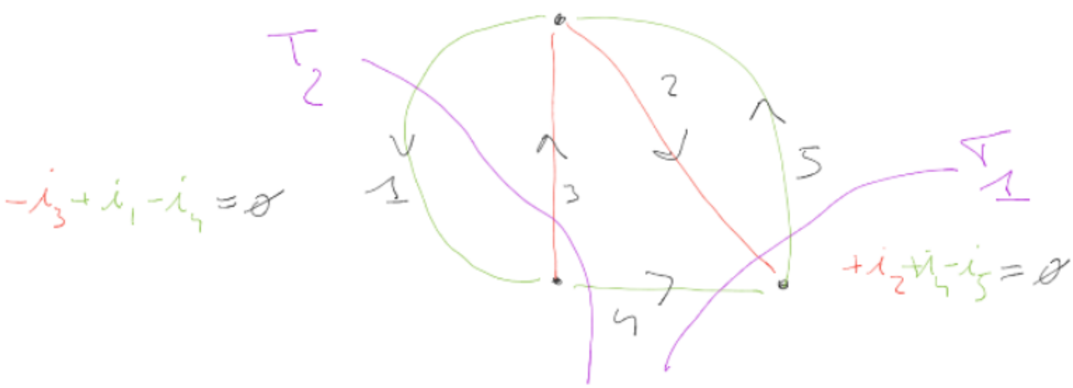
▼ Cos'è un taglio ed un taglio fondamentale?

Il taglio è un insieme di lati del grafo(intercettati tracciando il taglio) su cui posso applicare il primo principio di K. (alle correnti)



$$-i_1 + i_3 - i_2 + i_5 = 0$$

Il taglio fondamentale è un particolare taglio che contiene un solo ramo



- fra loro i tagli fondamentali non hanno mai lo stesso ramo

- se costruisco le equazioni delle correnti con il primo principio di K. sui tagli fondamentali, sicuramente essi non avranno in comune le correnti sui rami

Esempio:

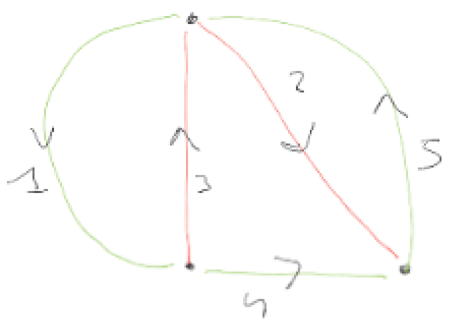
$$\begin{cases} -i_3 + i_1 - i_4 = 0 \\ +i_2 + i_4 - i_5 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} +i_2 + i_4 - i_5 = 0 \\ +i_3 - i_1 + i_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{[I_r] + [A][I_c] = [0]}$$

$N-1$ equazioni

$$2l \text{ eq} \begin{cases} \begin{bmatrix} v = f(i) \\ i = g(v) \end{bmatrix} & l \text{ equazioni (leggi costitutive)} \\ [I_r] + [A][I_c] = [0] & N-1 \text{ eq.} \end{cases}$$

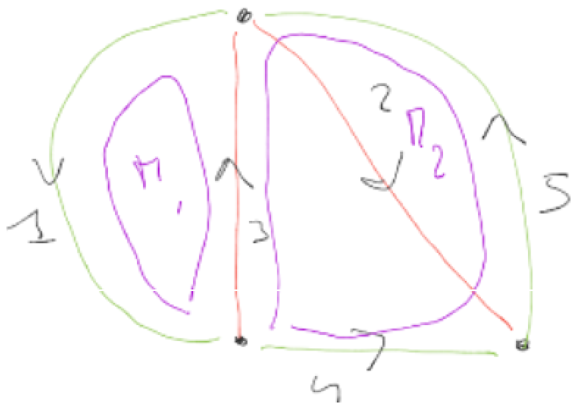


La matrice è chiamata **matrice di incidenza rami-corde**

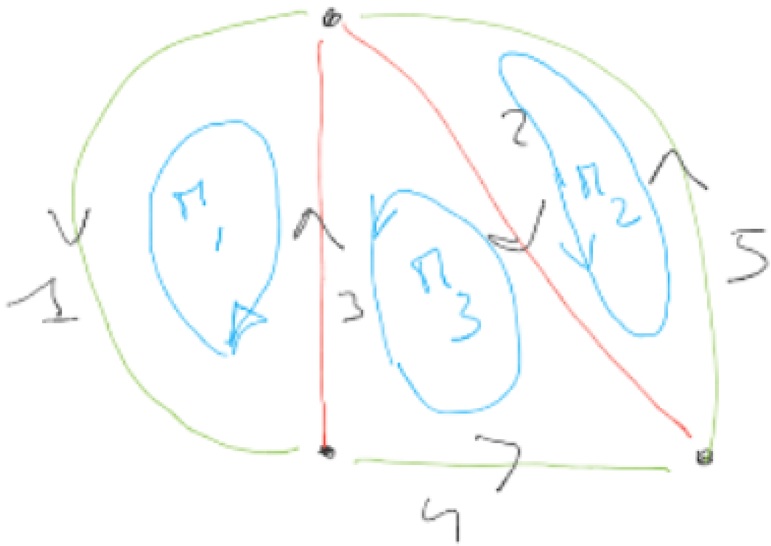
Vediamo che solo con questa matrice ci mancano ancora delle equazioni, ovvero quelle relative alle corde, abbiamo infatti equazioni per ora

- Cos'è una maglia ed un maglia fondamentale?

  Una maglia è un insieme di lati del grafo tali da compiere un percorso chiuso

  Una maglia fondamentale è una particolare maglia che contiene una sola corda, le maglie fondamentali non hanno corde in comune

  Queste sono 3 maglie fondamentali poichè non hanno alcuna corda in comune

  Applicando il secondo principio di K. alle maglie fondamentali(osservando che le frecce indicano le tensioni), ottengo   equazioni che non hanno in comune le tensioni sulle corde

$$n_1 \quad -v_1 - v_3 = 0$$
$$n_2 \quad +v_5 + v_2 = 0$$
$$n_3 \quad +v_4 - v_2 - v_3 = 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{[V_c] + [B][V_r] = [0]}$$

$l - (N-1)$ equazioni

Ottenendo cosí equazioni (poichè →

In cui è chiamta **matrice di incidenza corde-rami**

- ▼ Metodo del tableau per la risoluzione generale di reti elettriche
  - ▼ Cosa vuol dire andare a risolvere un circuito elettrico?

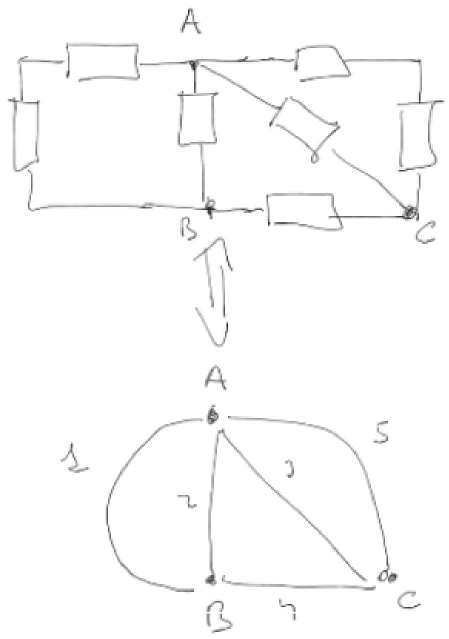
    Nella teoria dei circuiti risolver un circuito significa calcolare tutte le correnti e le tensioni sui bipoli

    Trovare:

    - tensione
    - corrente

    Se quindi in un circuito abbiamo bipoli(ovvero lati) allora le incognite saranno (ovvero la corrente e la tensione per ogni lato)

    > Un circuito è quindi un grafo con incognite



$2l = 2 \cdot 5$ INCOGNITE

Avendo quindi incognite dovrò avere equazioni da risolvere

- la struttura del grafo sarà costituita da nodi di calcolo
- per sistemi lineari, incognite e equazioni è molto probabile che il sistema sia determinato e quindi l'obiettivo sarà avere equazioni
- se il sistema non è lineare, non è detto che con incognite e equazioni il sistema sia determinato(come i sistemi in cui le equazioni non sono di primo grado)

▼ Cosa cercheremo di ottenere quindi?

- cercheremo di ottenere un sistema di incognite (tensione e corrente per ogni lato)
- cercheremo di avere equazioni linearmente indipendenti
- il sistema lo otterremo utilizzando i principi di K.

$$2l \text{ eq} \begin{cases} \begin{bmatrix} v = f(i) \\ i = g(v) \end{bmatrix} & l \text{ equazioni (leggi costitutive)} \\ \\ \end{cases}$$

▼ Metodo del Tableau in breve

Dopo aver visto cosa siano tagli, tagli fondamentali, maglie e maglie fondamentali sono possiamo riprendere quell'ultima equazione trovata mettendo insieme:

- equazioni → ovvero le leggi costitutive
- equazioni → ovvero le equazioni trovate grazie ai tagli fondamentali
- equazioni → ovvero le equazioni trovate grazie alle maglie fondamentali

$$2l \text{ eq} \begin{cases} \begin{bmatrix} v = f(i) \\ i = g(v) \end{bmatrix} & l \text{ equazioni (leggi costitutive)} \\ [I_n] + [A][I_e] = [0] & N-1 \text{ eq.} \\ [V_c] + [B][V_n] = [0] & l-(N-1) \text{ eq} \end{cases}$$

Risolvendo questo sistema sarà possibile risolvere un circuito, esso viene ance chiamato **Metodo del Tableau**, e puó essere ricordato come il metodo piú generale che esiste per risolvere circuiti.

Estrarremo da questo metodo 2 metodi più immediati nell'applicazione:

1. Metodo dei nodi

2. Metodo degli anelli

Tenendo bene a mente che studiando un circuito non sono intenzionato a sapere tutti i valori elettrici del circuito, mentre il Metodo del Tableau permette di ricavarli tutti.

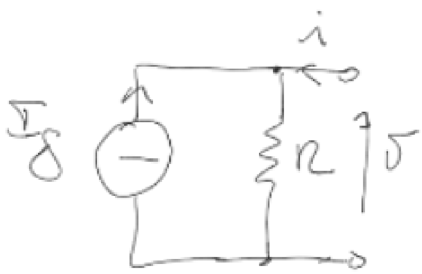
▼ Metodo dei nodi

$$
2l \text{ eq} \begin{cases} \begin{bmatrix} v = f(i) \\ i = g(v) \end{bmatrix} & l \text{ equazioni (leggi costitutive)} \\ [I_n] + [A][I_e] = [0] & N-1 \text{ eq.} \\ [V_c] + [B][V_n] = [0] & l-(N-1) \text{ eq} \end{cases}
$$

Dal metodo del Tableau ricaviamo questo altro metodo, disponendo tutte le equazioni di calcolo delle leggi costitutive.

Ipotesi:

Ci poniamo però in una condizione particolare, in cui il circuito debba essere resistivo(ovvero lineare, tempo-invariante) con tutti i lati Norton trasformabili



$$i - \frac{v}{R} + I_g = 0$$

$$\boxed{i = G \cdot v - I_g}$$

Alcuni circuiti non presenteranno o risultando delle semplificazioni di lati Norton(solo con generatore di corrente o solo con resistore)

- se ho tutti i lati Norton trasformabili, avrò allora solo correnti di corda

CORRENTI DI CORDA $\rightarrow i_c = G_c \cdot v_c - I_{gc}$

$$[I_c] = [G_c][V_c] - [I_{gc}]$$

$$\begin{bmatrix} i_{c_1} \\ \vdots \\ i_{c_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{c_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{c_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{c_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ \vdots \\ V_{c_p} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{gc_1} \\ \vdots \\ I_{gc_p} \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = [G_n][V_n] - [I_{gn}]$$

- analogamente potrò fare la stessa cosa per i rami

Sostituisco tutto dentro:

$$[I_n] + [A][I_e] = [0]$$

$$[G_n][V_n] - [I_{gn}] + [A]\{[G_c][V_c] - [I_{gc}]\} = [0]$$

$$[G_n][V_n] - [I_{gn}] - [A]\{[G_c][B][V_n] + [I_{ge}]\} = [0]$$

$$[G_n][V_n] - [I_{gn}] - [A][G_c][B][V_n] - [A][I_{ge}] = [0]$$

$$\{[G_n] - [A][G_c][B]\}[V_n] = [I_{gn}] + [A][I_{ge}]$$

Con le due equazioni trovate:

1.
2.

Sostituendole all'equazione centrale del metodo del Tableau relativa ai tagli fondamentali troviamo una nuova equazione(sempre composta da matrici, e quindi risolvibile come un sistema)

Che possiamo cosí riscrivere

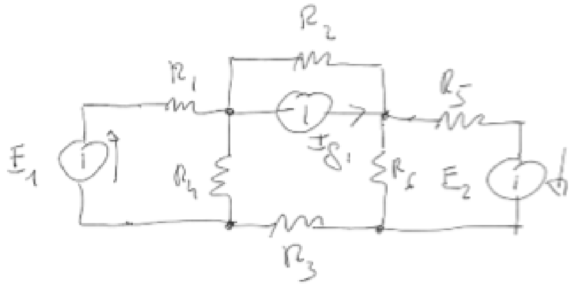
Essa è l'equazione denominata **metodo dei nodi** in cui:

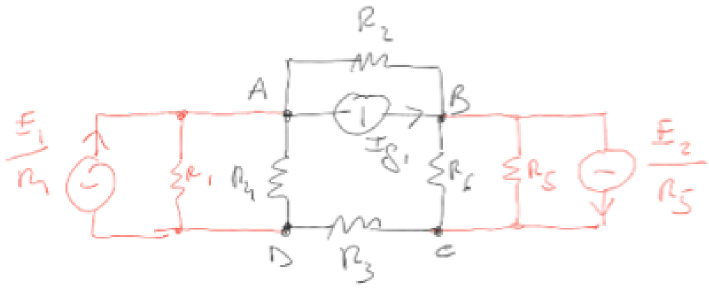
- è una matrice simmetrica denominata *matrice delle conduttanze nodali*
- il vettore colonna contiene i generatori di corrente del circuito (*generatori nodali*)
- è la *matrice dei potenziali nodali*

In questa equazione vediamo come incognite le tensioni sui rami, chiamate ora tensioni nodali, questo sistema si potrà ottenere solamente guardando il circuito attraverso il metodo dei nodi(che ci darà sempre come incognite i potenziali nodali)

> L'obiettivo sarà calcolare e osservando il circuito

▼ *Esempio*





$$[G_m][V_m] = [I_{gm}]$$

CI SONO 4 NODI DI CALCOLO: SCEGLIAMO UNO DI SALDO
SCEGLIAMO, AD ESEMPIO, C COME SALDO (O DI RIFERIMENTO)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} A & B & D \end{array} \\ A & \begin{bmatrix} G_1+G_2+G_4 & -G_2 & -(G_1+G_4) \end{bmatrix} \end{array}$$

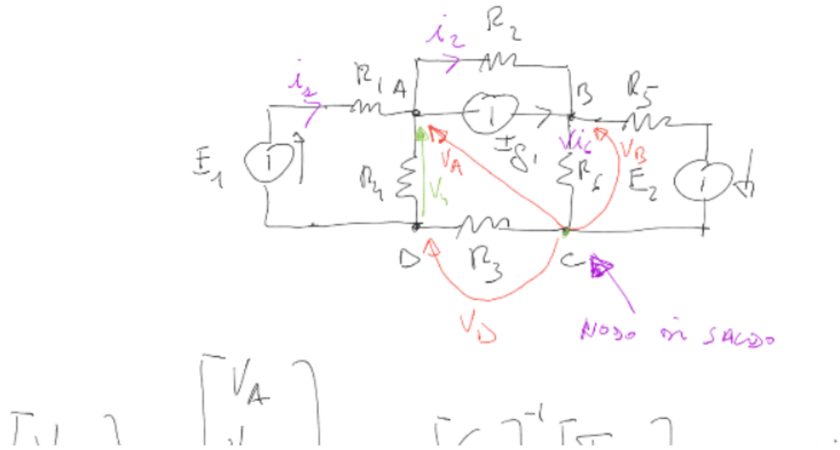
Realizziamo vari step per capire se possiamo utilizzare il metodo dei nodi:

1. Posso utilizzarlo?
    1. il circuito è **resistivo**? si
    2. è **Norton trasformabile**? si
2. Dopo aver verificato che posso applicarlo, imposto il metodo
3. Individuo i **nodi di calcolo** → sono 4 in questo caso

4. ne scelgo uno come **nodo di saldo** → in questo caso c
5. imposto la matrice in cui gli elementi sulla diagonale principale sono chiamati **auto-conduttanze** mentre tutti gli altri elementi **trans-conduttanze** (cosa lega direttamente gli altri nodi?)
6. imposto la matrice , osservando il circuito e le correnti entranti ed uscenti dai vari nodi

$$[I_{gm}] = \begin{array}{c} A \\ B \\ D \end{array} \begin{bmatrix} E_1/R_1 - I_{g1} \\ I_{g1} - \frac{E_2}{R_5} \\ -\frac{E_1}{R_1} \end{bmatrix}$$

7. individuo i potenziali nodali per poter scriver la matrice e con l'ultima equazione potrò trovare le soluzioni del sistema



8. come calcolo la tensione su ad esempio?

   avendo C come nodo di saldo avrò come tensione su

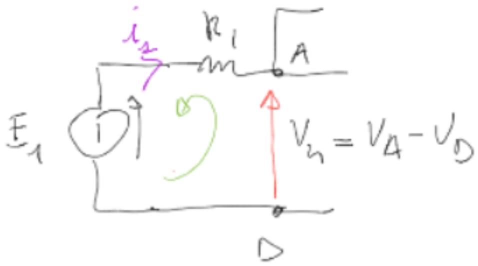
9. come calcolo la tensione su ?

   avendo C come nodo di saldo avrò poichè applicando il primo principio di K. otterrei che significa

10. come ottengo ?

11. come ottengo ?

12. come ottengo ?



$$+V_4 + R_1 i_1 - E_1 = 0 \iff i_1 = \frac{E_1 - V_4}{R_1}$$

Applicherò K. ottenendo

> Tutte le tensioni tra i nodi sono ottenute come differenza tra due potenziali nodali ( ).

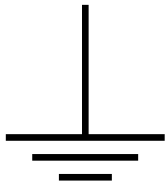
> Avendo i potenziali nodali potremmo avere tutte le grandezze del circuito, ma dovremo sempre verificare la condizione forte che tutti i lati siano Norton-trasformabili

▼ Come rovo le tensioni sui nodi a partire dai potenziali nodali?

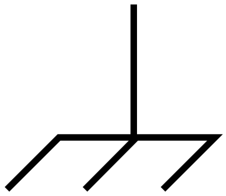
Sapendo che i potenziali nodali sono delle tensioni che partono dal nodo di saldo e arrivano sui singoli nodi, tutte le altre tensioni le possiamo ottenere come differenza di questi potenziali nodali

▼ Messa a terra e messa a massa

- la messa a terra è un collegamento di un apparecchio alla terra



- la messa a massa è un collegamento verso la scocca metallica dell'apparecchio



▼ Metodo degli anelli

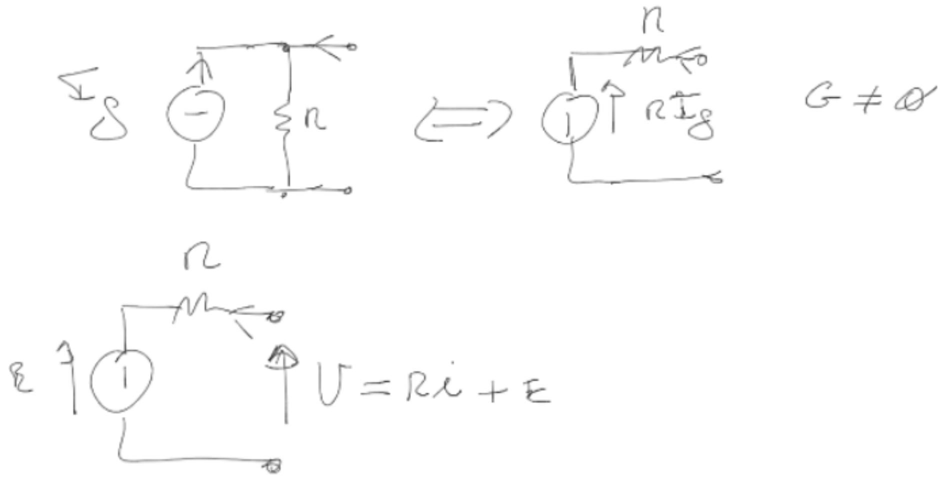
Come avevamo estratto il metodo dei nodi dal metodo del Tableau, iniettando tutte le equazioni nel secondo blocco di equazioni attraverso il primo principio di K., ipotizzando che il circuito fosse resistivo e avesse tutti i lati Norton-trasformabili.

$$2l\ eq \begin{cases} \begin{bmatrix} v = f(i) \\ i = g(v) \end{bmatrix} & l \text{ equazioni (leggi costitutive)} \\ [I_n] + [A][I_e] = [0] & N-1 \text{ eq.} \\ [V_e] + [B][V_n] = [0] & l-(N-1) \text{ eq} \end{cases}$$

Affronteremo un altro metodo che prevederà ipotesi simili e in cui prenderanno parte tutte le equazioni sulle maglie fondamentali con il secondo principio di K. con le leggi costitutive di .

Prenderemo quindi in consideratione la le **ipotesi** che ora il circuito dovrà soddisfare saranno che: <u>il circuito deve essere resistivo</u>, ed inoltre il circuito deve <u>avere lati tutti Thevenin-trasformabili</u>

- andiamo quindi a calcolare la corrente(e non più la tensione con questo metodo)→ poichè rimarrà come incognita la corrente



Lati Thevenin trasformabili

Vediamo che la legge costitutiva sarà e quindi l'equazione matriciale (riferendosi alle corde) sarà:

Esempio:

$$[V_c] = [R_c][I_c] + [E_c]$$

$$\begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ V_{c_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{c_1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{c_2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{c_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{c_1} \\ I_{c_2} \\ I_{c_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{c_1} \\ E_{c_2} \\ E_{c_3} \end{bmatrix}$$

$$[V_r] = [R_r][I_r] + [E_r]$$

Che se sviluppata mi porterà, iniettando le equazioni in :

INIETTIAMO LE EQUAZIONI DEL SISTEMA:

$$[V_c]+[B][V_n]=[0]$$

$$[R_c][I_c]+[E_c]+[B]\left\{[R_n][I_n]+[E_n]\right\}=[0]$$

$$[R_c][I_c]+[E_c]-[B][R_n][A][I_c]+[B][E_n]=[0]$$

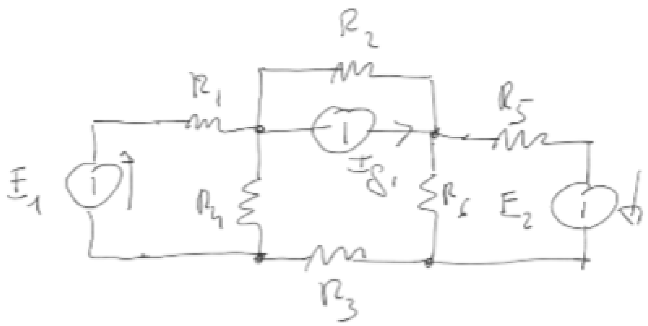
$$\underbrace{\left\{-[R_c]+[B][R_n][A]\right\}}_{\substack{[R_a]\\ \text{MATRICE DELLE}\\ \text{RESISTENZE DI ANELLO}}}\underbrace{[I_c]}_{\substack{[I_a]\\ \text{CORRENTI}\\ \text{DI ANELLO}}}=\underbrace{[E_c]+[B][E_n]}_{\substack{[E_a]\\ \text{TENSIONI DI}\\ \text{ANELLO}}}$$

- è detta matrice delle resistenze di anello ed è simmetrica
- è detta matrice delle correnti di anello (essa conterrà le incognite)
- è detta matrice delle tensioni di anello

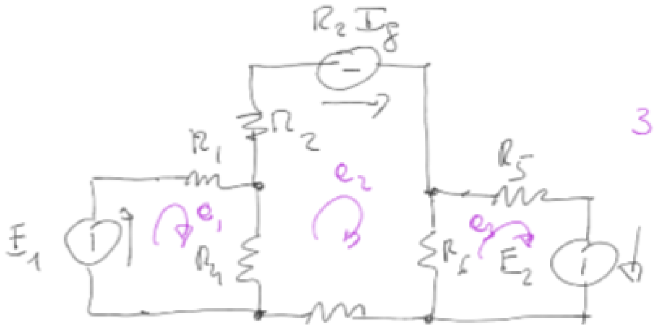
▼ Cosa è un anello?

> Un anello è una maglia che non contiene altre maglie

▼ *Esempio di applicazione del metodo degli anelli*



TRASFORMO PRIMA EVENTUALI LATI NORTON IN LATI THEVENIN



3 ANELLI

Verifichiamo che il circuito sia Thevenin trasformabile e resistivo

$$
\begin{array}{c} \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} e_1 \quad & \quad e_2 \quad & \quad e_3 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
R_1+R_4 & -R_4 & 0 \\
-R_4 & R_3+R_4+R_2+R_6 & -R_6 \\
0 & -R_6 & R_6+R_5
\end{bmatrix}
\end{array}
= [R_e]
$$

GLI ELEMENTI DELLA DIAGONALE DI $[R_e]$ SI CHIAMANO AUTO-RESISTENZE

LE ALTRE SI CHIAMANO TRANS-RESISTENZE

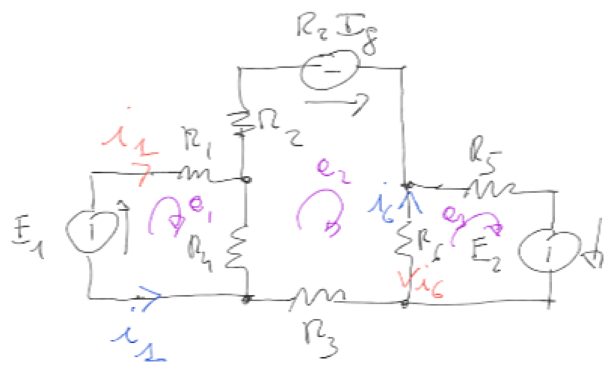
- elementi diagonale principale → **autoresistenze**
- altri elementi → **trans-resistenze**

$$
\begin{array}{c}
e_1 \\ e_2 \\ e_3
\end{array}
\begin{bmatrix}
+E_1 \\
+R_2 I_g \\
+E_2
\end{bmatrix}
= [E_e]
$$

$$
\begin{bmatrix}
R_1+R_4 & -R_4 & 0 \\
-R_4 & R_3+R_4+R_2+R_6 & -R_6 \\
0 & -R_6 & R_6+R_5
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
I_{e_1} \\ I_{e_2} \\ I_{e_3}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
E_1 \\ R_2 I_g \\ E_2
\end{bmatrix}
$$

Scrivo il vettore dei termini noti con le tensioni e lo inserisco nell'equazione

Le correnti che sono in lati isolati corrispondono alle singole correnti di anello

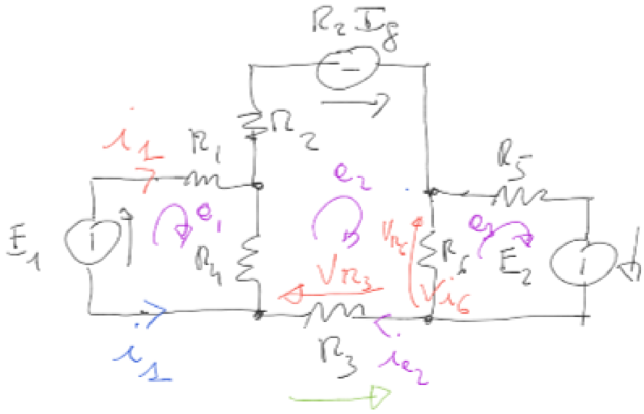


$i_1 = I_{e_1}$ $\qquad$ $i_1 = -I_{e_1}$ (LATO APPARTENENTE A UN SOLO ANELLO)

$i_6 = I_{e_2} - I_{e_3}$ $\qquad$ $i_6 = I_{e_3} - I_{e_2}$ (LATO IN COMUNE TRA DUE ANELLI)

Potrò quindi calcolarmi la tensione cosí:

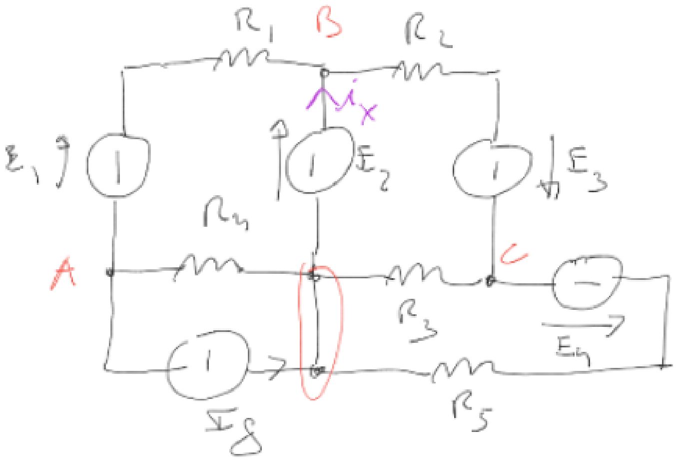
SE CONOSCO LA i_6 ALLORA LA TENSIONE SU QUEL LATO SARA $V_{R_6} = R_6 i_6$



$V_{R_3} = R_3 \cdot i_{e_2}$

$V_{R_3} = -V_{R_3} = -R_3 i_{e_2}$

▼ Cosa succede se non posso trasformare tutti i lati in Thevenin o Norton?



$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\
\begin{array}{c} A \\ B \end{array} &
\begin{bmatrix} G_1+G_4 & -G_1 & 0 \\ -G_1 & G_1+G_2 & -G_2 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_g - \frac{E_1}{R_1} \\ \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_2} + i_x \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Avrei applicando il metodo dei nodi, 3 equazioni ma 4 incognite

Dovremo però aggiungerne una quarta denominata **equazione di vincolo** (che pone appunto un vincolo)

Osservando il sistema scopro che e la sostituisco nel sistema e riscrivo l'equazione matriciale:

$$V_B = E_2$$

$$\begin{array}{c|ccc}
 & A & B & C \\
\hline
A & & & \\
B & & & \\
C & & &
\end{array}
\begin{bmatrix} G_1+G_4 & -G_1 & 0 \\ -G_1 & G_1+G_2 & -G_2 \\ 0 & -G_2 & G_2+G_3+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ E_2 \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_g - \frac{E_1}{R_1} \\ \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_2} + i_x \\ \frac{E_3}{R_2} - \frac{E_4}{R_5} \end{bmatrix}$$

Ottengo un sistema lineare a 3 incognite con 3 equazioni

▼ Ripasso algebra lineare

RIPASSO ALGEBRA LINEARE

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} x_2 + \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} x_3 = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Ricostruendo il sistema in forma canonica otterrò:

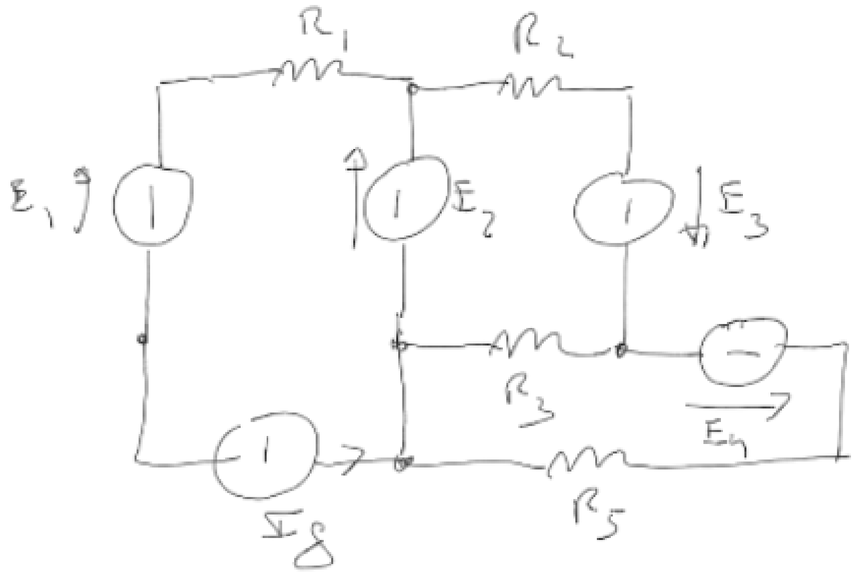
$$
\begin{bmatrix} G_1+G_4 \\ -G_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_A + \underbrace{\begin{bmatrix} -G_1 \\ G_1+G_2 \\ -G_2 \end{bmatrix}}_{} E_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ -G_2 \\ G_2+G_3+G_5 \end{bmatrix} V_C = \begin{bmatrix} -J_\delta - \frac{E_1}{R_1} \\ \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_2} \\ \frac{E_3}{R_2} - \frac{E_4}{R_5} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{} i_x
$$

$$
\begin{bmatrix} G_1+G_4 & 0 & 0 \\ -G_1 & -1 & -G_2 \\ 0 & 0 & G_2+G_3+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ i_x \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_\delta - \frac{E_1}{R_1} + G_1 E_2 \\ \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_2} - (G_1+G_2) E_2 \\ \frac{E_3}{R_2} - \frac{E_4}{R_5} + G_2 E_2 \end{bmatrix}
$$

Portando la nel vettore colonna delle incognite, risolverò l'equazione

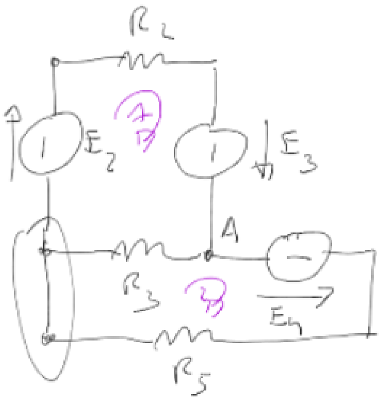
▼ Esercizio prima del Teorema di Millman

Osserviamo che un generatore di corrente in serie con un genereatore di tensione → diviene un generatore di corrente



A sinistra vediamo che avremo un partitore di tensione → dunque un generatore di tensione che in parallelo a un generatore di corrente → risulterà un generatore di tensione

Posso ora applicare il metodo dei nodi o degli anelli



METODO ANELLI CLASSICO

$$\left[G_2+G_3+G_5\right]\left[V_A\right] = \left[\frac{E_2+E_3}{R_2} - \frac{E_4}{R_5}\right]$$

METODO DEI NODI

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} 1 & 2 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{bmatrix} R_1+R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3+R_5 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} I_{e1} \\ I_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1+E_2 \\ E_4 \end{bmatrix}
$$

METODO DEGLI ANELLI

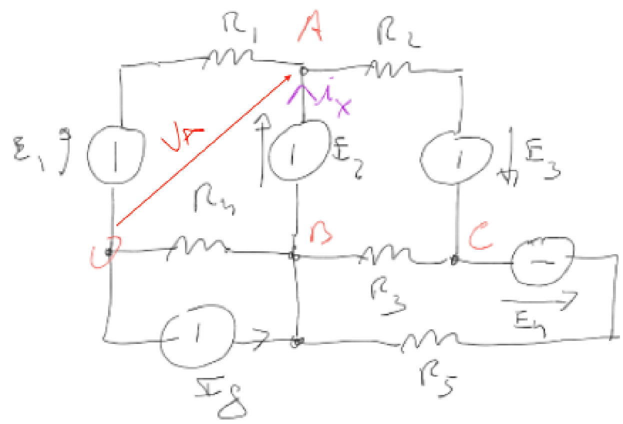
osserviamo che con il metodo degli anelli ho un'equazione in piú

Ed i due metodi dovranno portarmi alle stesse soluzioni

- Teorema di Millman

  Esso è un sottocaso del metodo dei nodi, quando ho 2 nodi

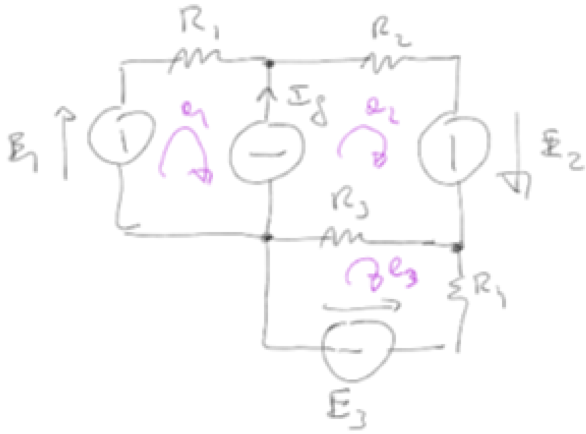
  Posso con questo teorema trovare direttamente la tensione fra due nodi



SE FACCIO NODI IN QUESTO CASO, DOVE HO CAMBIATO IL NODO DI SALDO, L'EQUAZIONE DI VINCOLO È:

$$E_2 = V_A - V_B$$

- Metodo degli anelli su un circuito solamente Norton-trasformabile



Metodo degli anelli

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} &
\begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2+R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3+R_4 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} I_{e_1} \\ I_{e_2} \\ I_{e_3} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} E_1 - V_g \\ V_g + E_2 \\ -E_3 \end{bmatrix}
$$

Vg in questo caso è un'incognita

come faccio sparire un generatore di corrente per applicare il metodo degli anelli?

introduciamo un'ulteriore equazione di vincolo

Eq. di vincolo: $I_g = I_{e_2} - I_{e_1}$

○ sfrutto $I_{e_2} = I_g + I_{e_1}$

○ sfrutto $I_{e_1} = I_{e_2} - I_g$

sfruttando

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2+R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3+R_4 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} I_{e_1}-I_g \\ I_{e_2} \\ I_{e_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - V_g \\ V_g + E_2 \\ -E_3 \end{bmatrix}
$$

aprendo il sistema

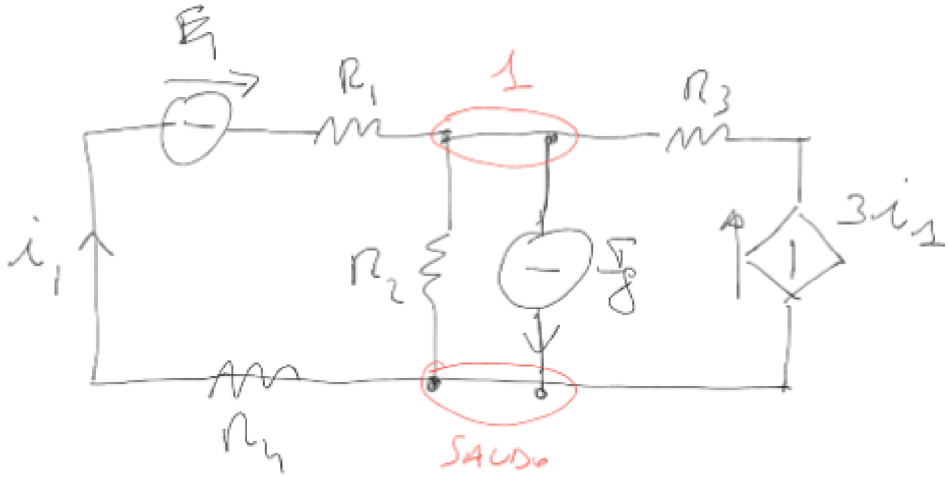
$$
\underbrace{\begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I_{e_1}}_{\text{INCOGN}} - \underbrace{\begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I_g}_{\text{TERMINE NOTO}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ R_2+R_3 \\ -R_3 \end{bmatrix} I_{e_2}}_{\text{INCOGN}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -R_3 \\ R_3+R_4 \end{bmatrix} I_{e_3}}_{\text{INCOGN}} = \underbrace{\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ -E_3 \end{bmatrix}}_{\text{TERMINE NOTO}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_g}_{\text{INCOGN}}
$$

$$
\begin{bmatrix} R_1 & 0 & 1 \\ R_2+R_3 & -R_3 & -1 \\ \dots \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} I_{e_2} \\ I_{e_3} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 + R_1 I_g \\ E_2 \\ \dots \end{bmatrix}
$$

ho qui di nuovo 3 incognite con termini noti misti, non solo tesnioni

▼ Metodi applicati ai generatori controllati

- Avremo bisogno di un'equazione di vincolo
- decidiamo il metodo da usare
- osserviamo che è Norton-trasformabile



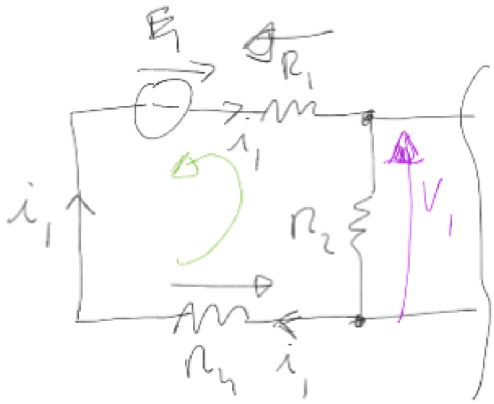
Applico il metodo dei nodi:

avremo un'equazione

$$\left[\frac{1}{R_1+R_4}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right]\left[V_1\right]=\left[\frac{E_1}{R_1+R_4}-I_g+\frac{3i_1}{R_3}\right]$$

questa è un'equazione di primo grado con 2 incognite → essa sarà indeterminata

Aggiungo un'equazione di vincolo



$$V_1 + R_1 i_1 - E_1 + R_4 i_1 = 0 \qquad \text{Eq. di vincolo}$$

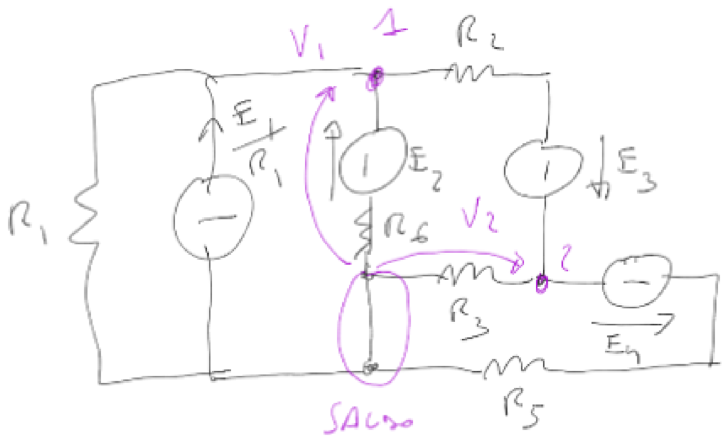
o sfrutto $V_1 = E_1 - (R_1 + R_4) i_1$

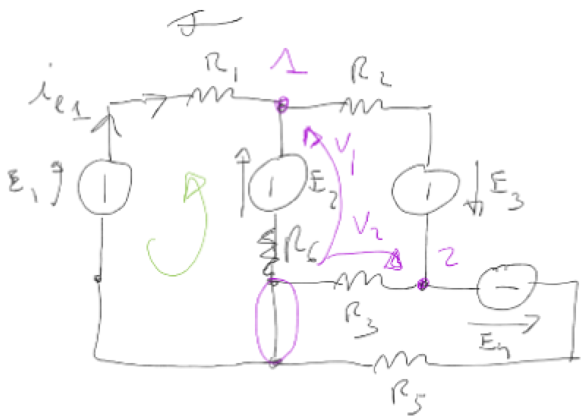
o sfrutto $i_1 = \dfrac{E_1 - V_1}{R_1 + R_4}$

▼ Passare tra circuito originale a trasformato (e viceversa) per calcolare una grandezza

Calcolare la corrente sul generatore ?

Non posso trasformare in Norton poichè poi non potrei calcolare





ORIGINALE

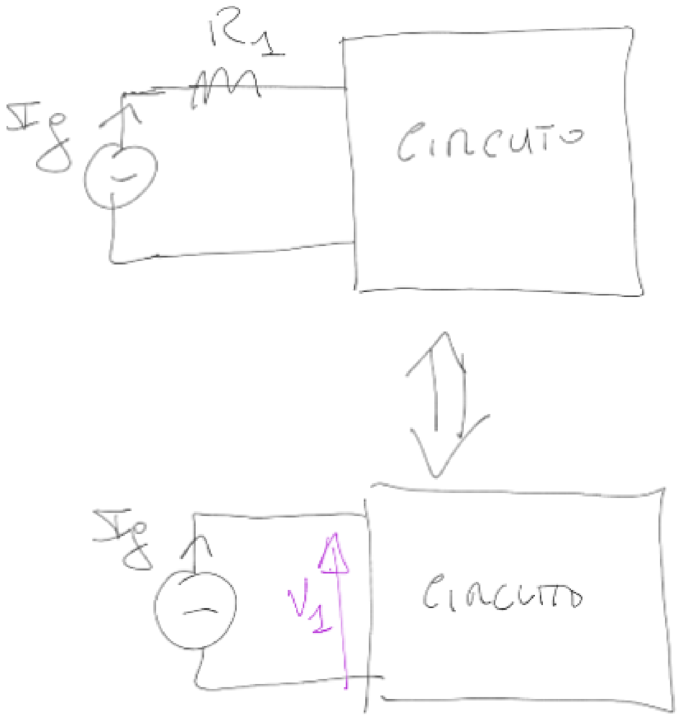
$i_{e_1} = ?$

$$+V_1 + R_1 i_{e_1} - E_1 = 0$$

$$i_{e_1} = \frac{E_1 - V_1}{R_1}$$

Sostituendo pezzi di circuito per risolverli se dobbiamo sostituire delle parti per andare a calcolare qualcosa, poi possiamo tornare al circuito originale per calcolare il resto

- Calcolo della potenza dopo aver trasformato con modelli equivalenti particolari



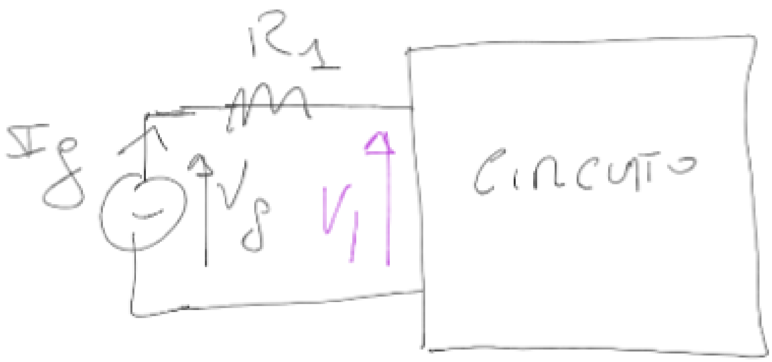
CALCOLARE LA POTENZA SUL GENERATORE P_g

$P_g \neq V_1 \cdot I_g$

cosa succede se devo calcolare la potenza sul generatore ?

vedrò quindi che:

$$P_g = V_g \cdot I_g$$

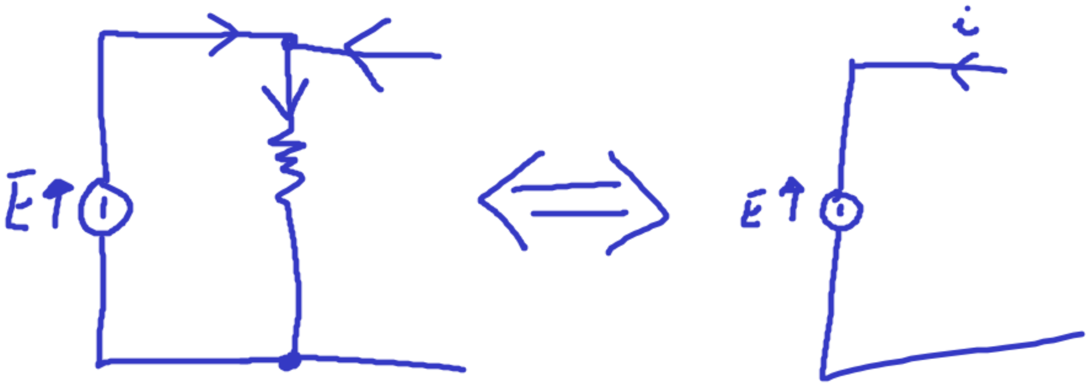


$$V_g - R_1 I_g - V_1 = 0 \qquad V_g = V_1 + R_1 I_g$$

$$P_g = V_g I_g = (V_1 + R_1 I_g) I_g$$

Applicando il secondo principio di K.

Analogamente avremo:

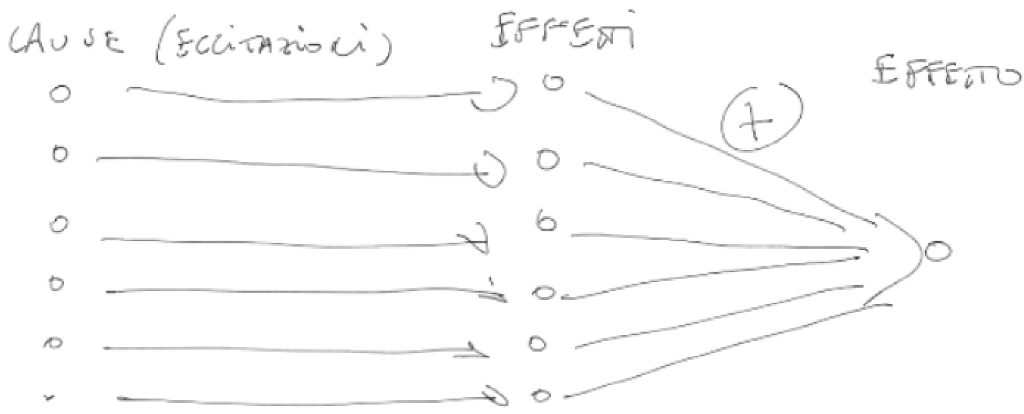


- Principio di sovrapposizione degli effetti(nei sistemi lineari)

  Esso è una caratteristica di tutti i sistemi lineari come:

  - cinematica(sovrapposizione di piú forze)
  - reti elettriche
  - Cosa si intende per **principio di sovrapposizione degli effetti**?

    Considerando il fatto che abbiamo tante cause, dobbiamo cercare di capirne gli effetti → l'effetto finale sarà la somma di tutti gli effetti:

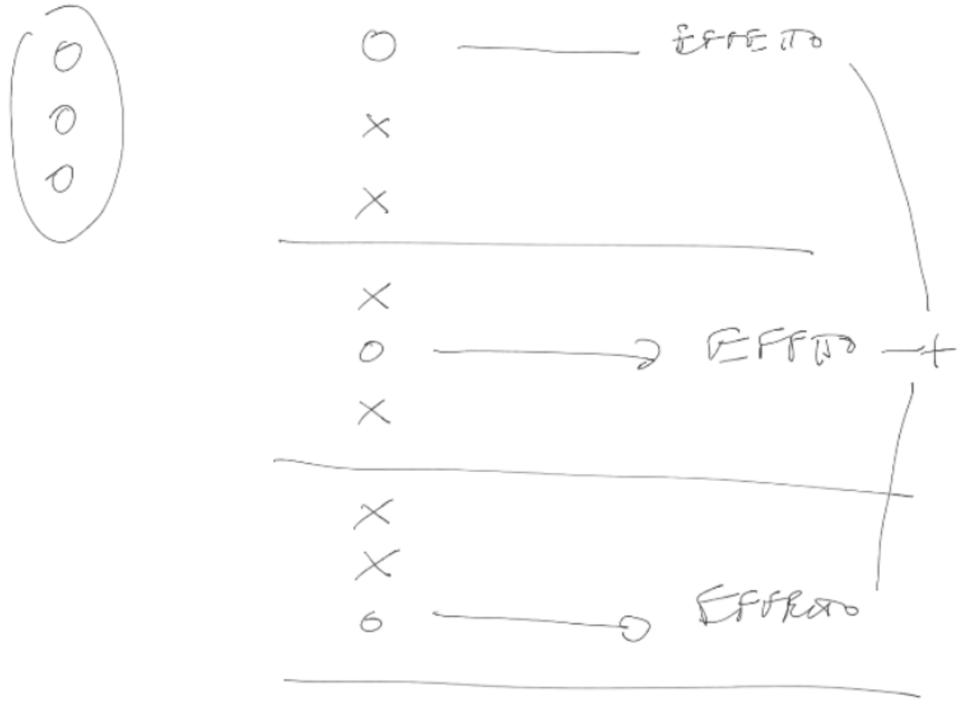
    

    Questi effetti saranno dunque in risposta a diverse cause o eccitazioni.

    Per padroneggiare lo studio di sistemi lineari, utilizziamo questo modo di intendere la somma dei vari effetti.

> Sappiamo che in natura non esiste qualcosa di non lineare, ma noi pensiamo comunque ad un sistema in un momento lineare.

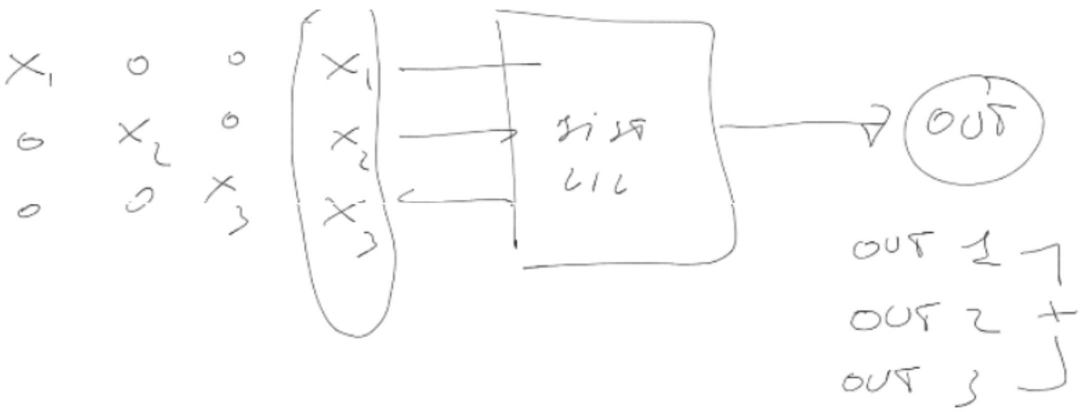
- Le singole cause porteranno quindi a effetti singoli su un sistema



L'effetto finale è la somma di tutti gli effetti delle cause prese singolarmente

▼ *Esempio di principio di sovrapposizione degli effetti sui circuiti*

Possiamo vedere un circuito come la somma degli effetti delle singole cause di 3 circuiti



▼ *Esempio di principio di sovrapposizione degli effetti (Metodo dei nodi)*

Avendo impostato la matrice per svolgere il metodo dei nodi, possiamo accendere singolarmente ogni generatore e verificarne l'effetto:

$$\begin{bmatrix} & & \\ & G_n & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{g_1} \\ I_{g_2} \\ I_{g_3} \end{bmatrix}$$

1. accendiamo solo

$$\begin{bmatrix} & & \\ & G_n & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ V_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{g_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2. accendiamo solo

$$\begin{bmatrix} & & \\ & G_n & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \\ V_3'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{g_2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. accendiamo solo

$$\begin{bmatrix} & & \\ & G_n & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1''' \\ V_2''' \\ V_3''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{g3} \end{bmatrix} \quad 3$$

Allora potrò sommare membro a membro i tre sistemi ottenendo lo stesso risultato che svolgendo il sistema tutto insieme

$$\begin{bmatrix} G_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{g1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_{g2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{g3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_n \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} V' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V''' \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ I_{g3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_n \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1' + V_1'' + V_1''' \\ V_2' + V_2'' + V_2''' \\ V_3' + V_3'' + V_3''' \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ I_{g3} \end{bmatrix}$$

Questo quarto sistema ottenuto sarà già soddisfatto poichè sono soddisfatti i tre precedenti

Riscrivendola otterrei

$$\begin{bmatrix} G_n \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1' + V_1'' + V_1''' \\ V_2' + V_2'' + V_2''' \\ V_3' + V_3'' + V_3''' \end{bmatrix}}_{\text{EFFETTI}} = \underbrace{\begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ I_{g3} \end{bmatrix}}_{\text{CAUSE}}$$

Esso è il sistema ottenuto, osserviamo che la matrice centrale sarebbe

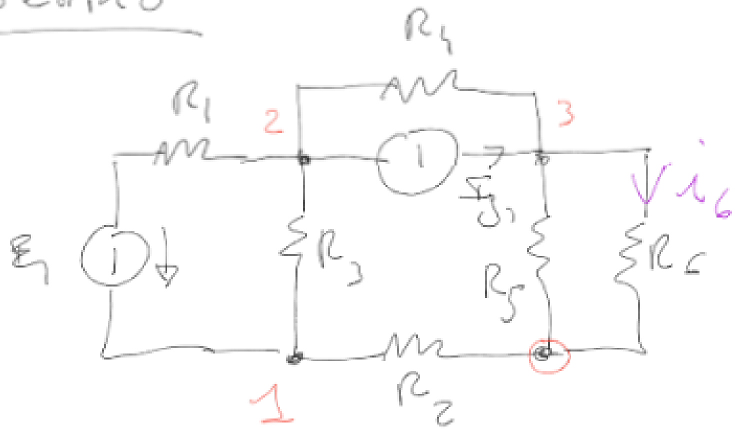
> Abbiamo visto che possiamo studiare circuiti prendendo le singole cause e studiando i singoli effetti per poi sommarli insieme.

▼ Vantaggi dell'utilizzo del principio di sovrapposizione

1. vantaggio teorico per applicare e dimostrare teoremi (come il Teorema di Thevenin)
2. vantaggio pratico, poichè posso approcciare un circuito prendendo i circuiti che mi interessano e sommarne gli effetti finali

▼ *Esempio di circuito studiato grazie al principio sovrapposizione degli effetti*

Esempio



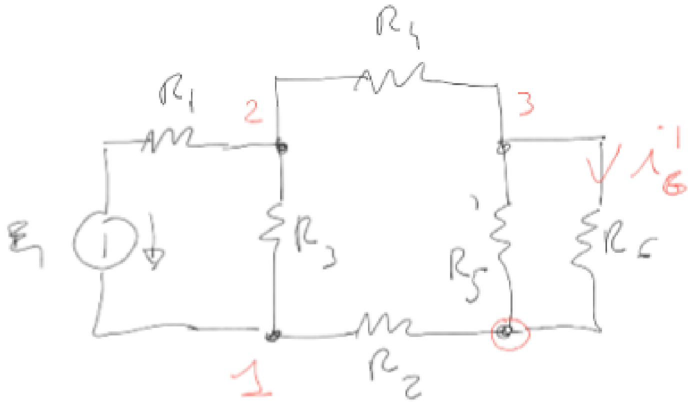
$$
\begin{array}{c}
1\\
2\\
3
\end{array}
\begin{bmatrix}
G_2+G_3+G_1 & -(G_3+G_1) & 0\\
-(G_3+G_1) & G_1+G_3+G_4 & -G_4\\
0 & -G_4 & G_4+G_5+G_6
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
V_1\\
V_2\\
V_3
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{E_1}{R_1}\\
-\frac{E_1}{R_1}-I_{g1}\\
I_{g1}
\end{bmatrix}
$$

Cerco di risolvere il circuito con il metodo dei nodi

Applico il principio di sovrapposizione

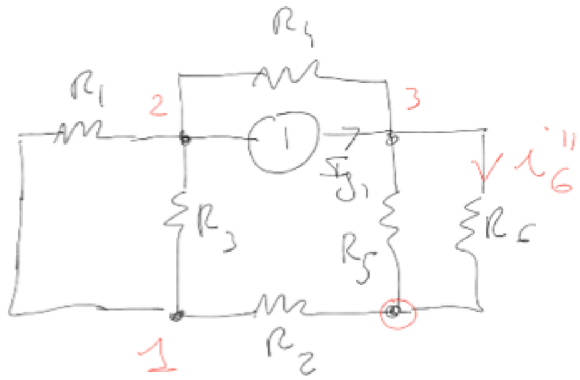
1. acceso, spento

① E_1 ACCESO, I_{g1} SPENTO



$$
\begin{array}{c}
1\\ 2\\ 3
\end{array}
\begin{bmatrix}
G_2+G_3+G_1 & -(G_3+G_1) & 0 \\
-(G_3+G_1) & G_1+G_3+G_4 & -G_4 \\
0 & -G_4 & G_4+G_5+G_6
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
V_1' \\ V_2' \\ V_3'
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{E_1}{R_1} \\ -\frac{E_1}{R_1} \\ 0
\end{bmatrix}
$$

2. spento, acceso

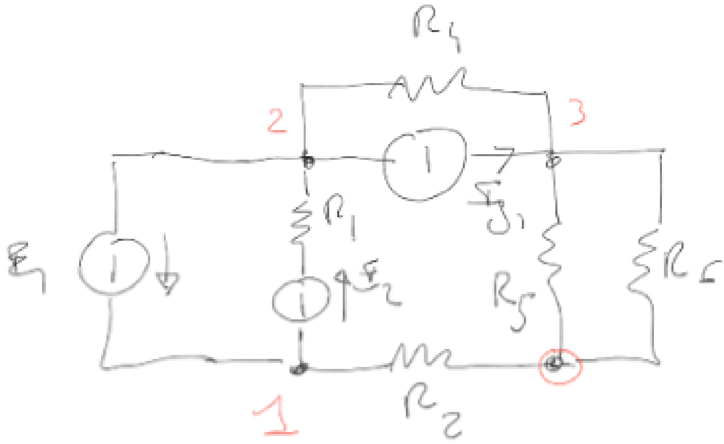


$$
\begin{array}{c}
1\\ 2\\ 3
\end{array}
\begin{bmatrix}
G_2+G_3+G_1 & -(G_3+G_1) & 0 \\
-(G_3+G_1) & G_1+G_3+G_4 & -G_4 \\
0 & -G_4 & G_4+G_5+G_6
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
V_1'' \\ V_2'' \\ V_3''
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\ -I_{g1} \\ I_{g1}
\end{bmatrix}
$$

Ora posso rispondere alla domanda:

- quanto vale ?

▼ *Esempio di circuito studiato grazie al principio sovrapposizione degli effetti*

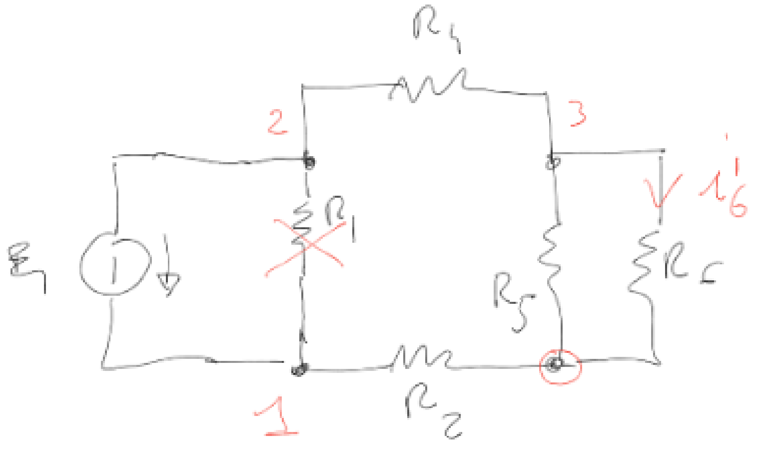


Come posso risolvere il circuito solo applicando il metodo dei nodi standard → utilizzo il **principio di sovrapposizione degli effetti** prendendo due cause

Causa 1 →

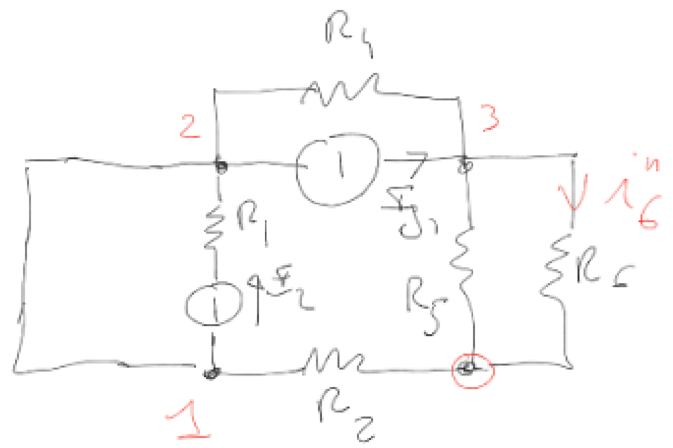
Causa 2 → e

CAUSA 1

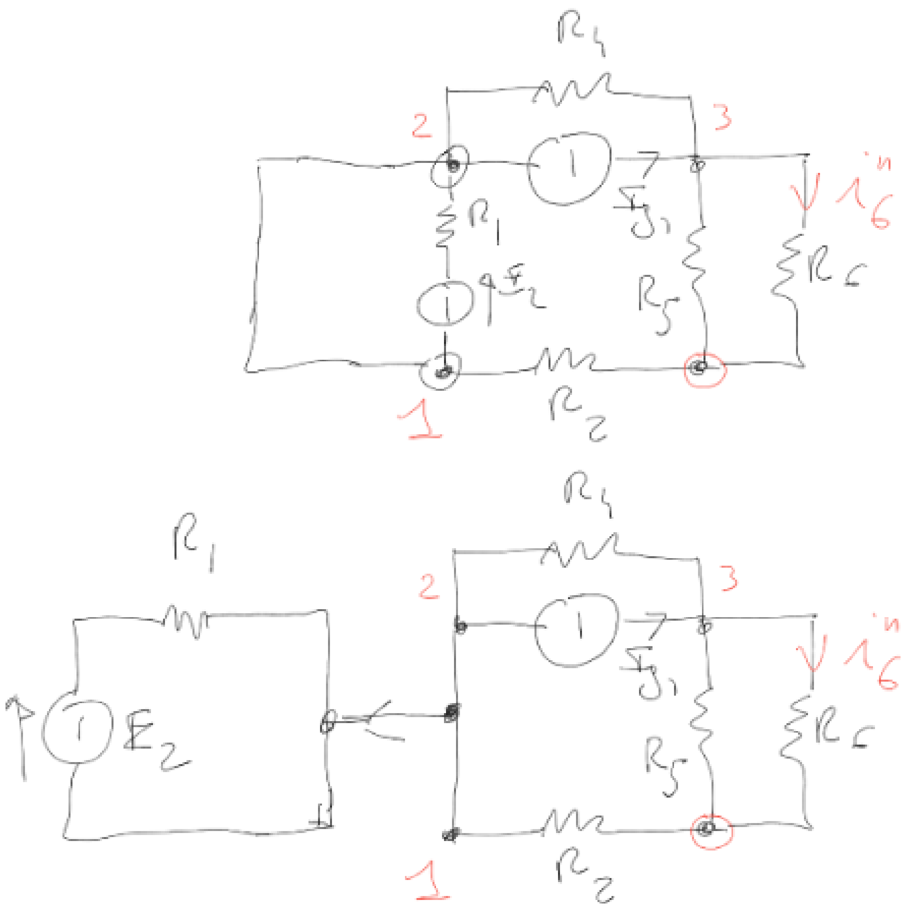


Applico nodi standard e calcolo i_6'

CAUSA 2



Applico nodi standard e calcolo i_6''



Osservo che le due parti del circuito sono separate ed indipendenti poichè la corrente tra 1 e 2 è nulla

poichè facendo Kirchhoff avremmo una sola corrente entrante e uscente nel circuito di sinistra

Non riuscirei quindi a calcolare la corrente sulla parte del circuito di sinistra trasformandolo in un lato Norton da Thevenin

> un lato cortocircuitato con se stesso corrisponde di fatto ad un sistema separato

▼ Considerazioni per la risoluzione dei circuiti

1. Analisi resistenze in serie a gen corrente
2. Analisi resistenze in parallelo a gen tensione
3. poi applichiamo i metodi (anelli o nodi)

Oppure

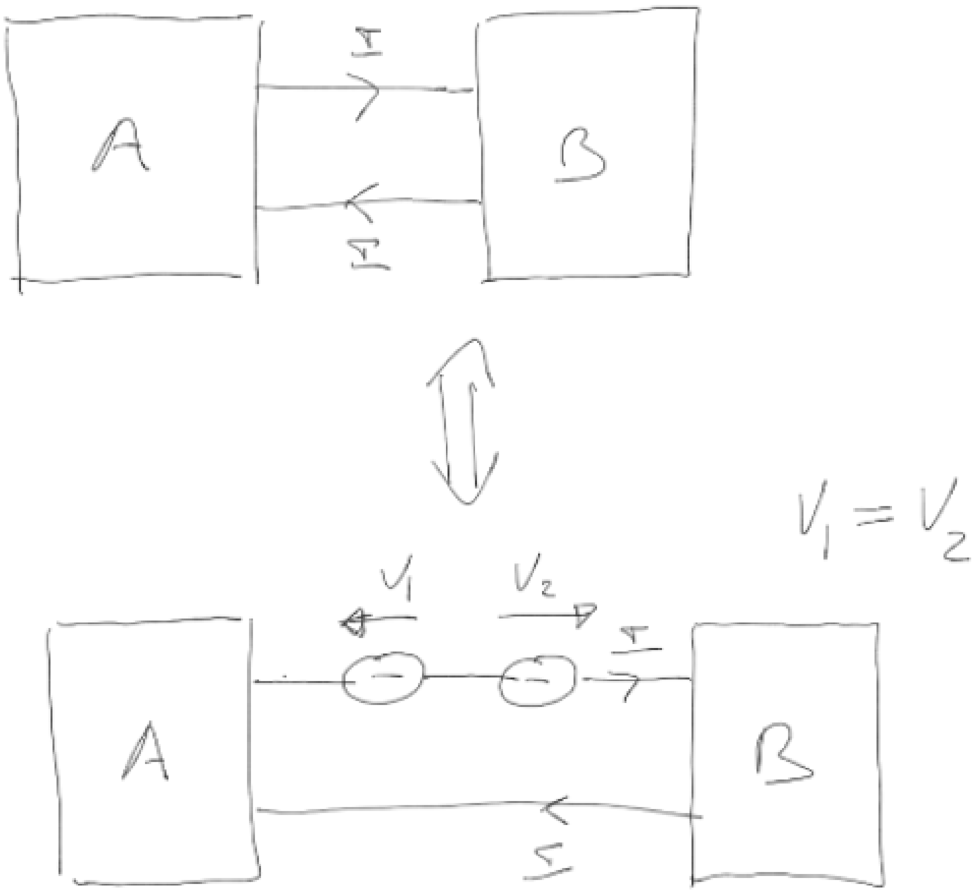
1. sistema con modelli equivalenti

2. uso i metodi
3. sistema con incognite su termini noti → sovrapposizione effetti

▼ Teorema di Thevenin

Esso è un teorema che si applica ai circuiti lineari.

> L'obiettivo di questo teorema è simulare una rete elettrica rappresentabile come un lato Thevenin.



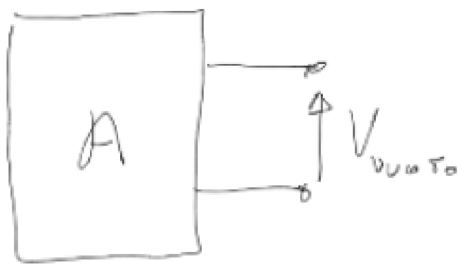
▼ **Guardando il circuito B come posso rappresentare il circuito A senza cambiare la corrente ?**

Posso sostituire il circuito con il circuito e so che continuerà a comportarsi allo stesso modo.

▼ **Come posso rendere un circuito equivalente ad un altro ma in modo più semplice?**

Inserendo 2 generatori di tensione con uguale modulo ma verso opposto

- **Prendendo il solo circuito che tensione avrò?**



$V_1 = V_2 = V_{vuoto}$

Avrò la ovvero la <u>tensione a vuoto</u> ovvero la tensione di un circuito che non è collegata ad un circuito.

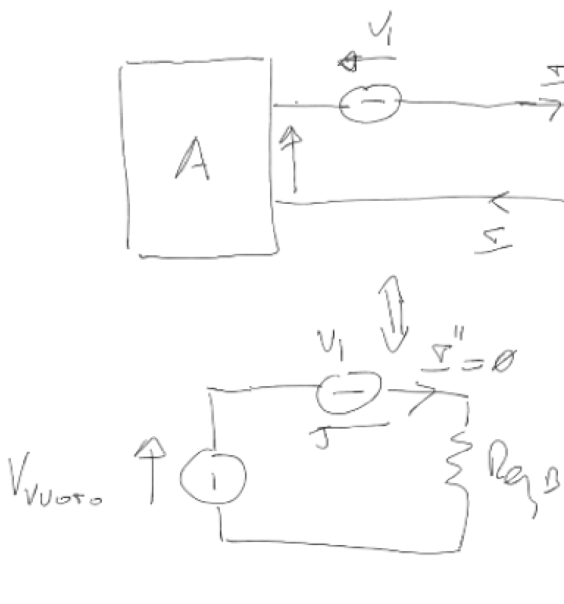
Rendendo quindi i due generatori avranno anche la tensione uguale a quella a vuoto

- **Cosa succederà utilizzando il principio di sovrapposizione?**

  Dividendo le cause in gruppi avrò che:

  e che

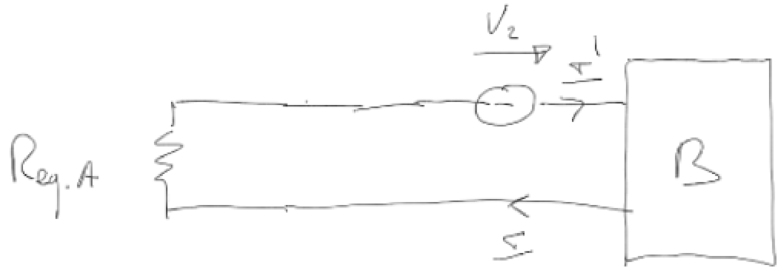
  Disattivando il secondo gruppo otterremo:



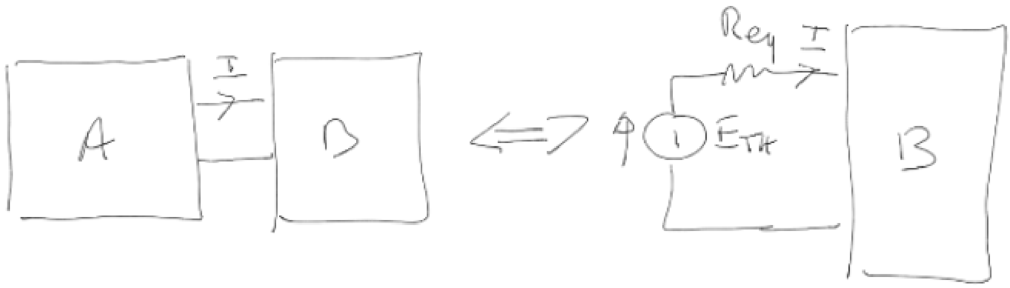
$V_{vuoto} = V_1$

quindi $I'' = \emptyset$

Disattivando il primo gruppo:



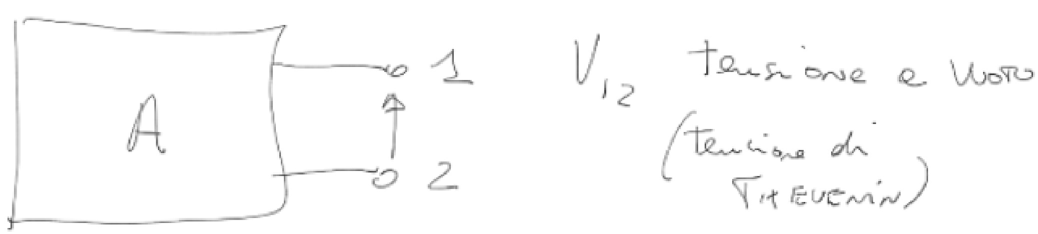
$$\underline{I} = \underline{I}' + \underline{I}'' = \underline{I}'$$

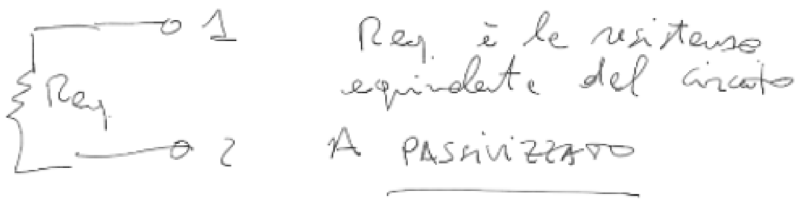


Eth è la tensione di Thevenin, Req è la resistenza equivalente di A

Potrò quindi vedere il circuito iniziale in altro modo, ovvero come un lato Thevenin attaccato al circuito , sostituendo al lato Thevenin, allora sarà uguale.

Ciò vuol dire che se prendo due punti da un circuito lineare che composto da e da :



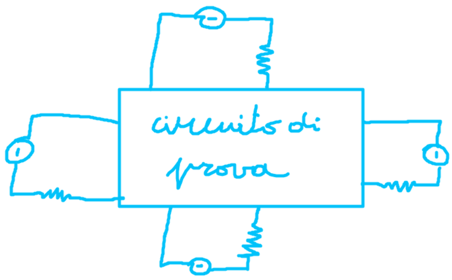


1. è la tensione a vuoto, ovvero la tensione di Thevenin

2. è la resistenza equivalente del circuito passivizzato in cui ho spento tutti i generatori indipendenti

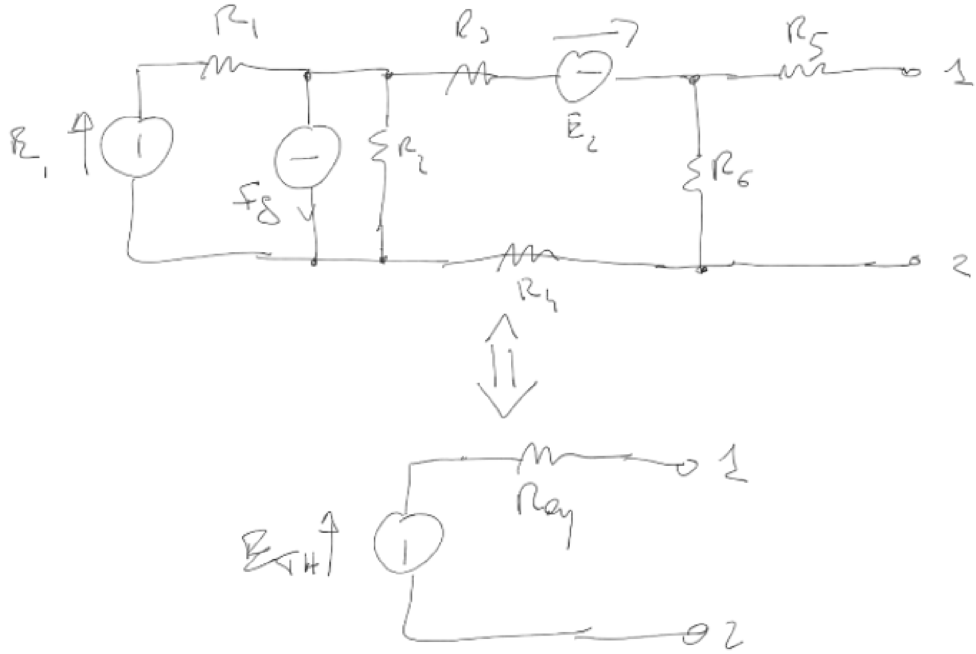
> Dato un circuito lineare, esso può essere reso equivalente(tra 2 punti) a un lato Thevenin dove il generatore di tensione è uguale alla tensione a vuoto tra i due punti e la resistenza è uguale alla resistenza equivalente del circuito passivizzato(ovvero dove tutti i suoi generatori indipendenti sono spenti) sempre tra gli stessi due punti.

Se dovessi provare un circuito potrei usare questa rappresentazione attraverso lati Thevenin:

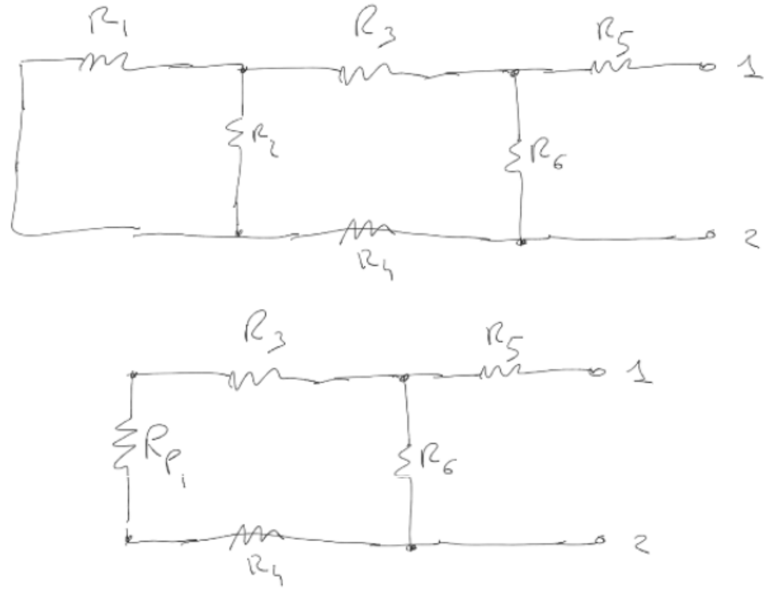


▼ *Esempio dell'applicazione del Teorema di Thevenin*

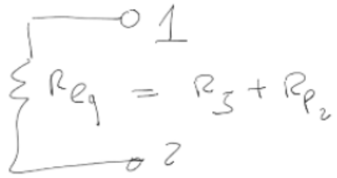
Come faccio ad arrivare ad un circuito semplificato come un lato Thevenin?



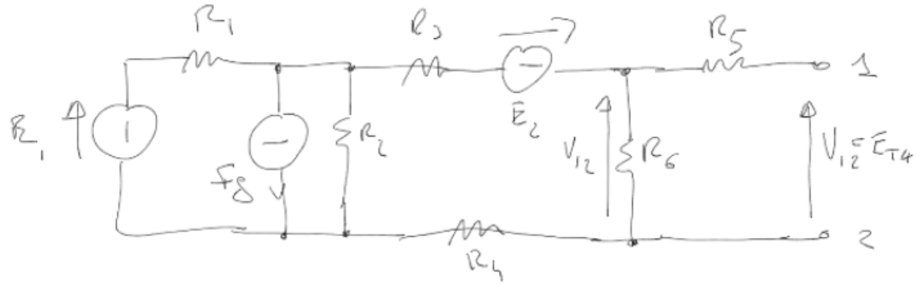
1. passivizzo il circuito

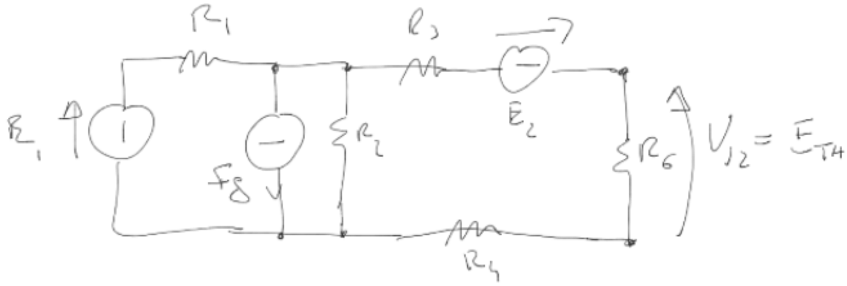


2. calcolo



3. calcolo che sarà anche equivalente a

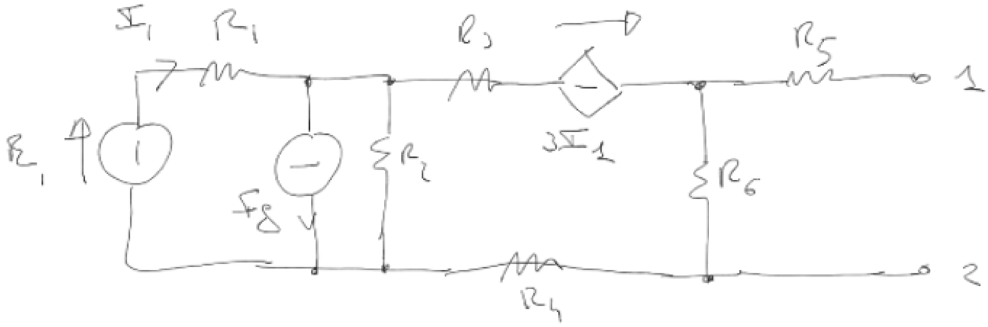




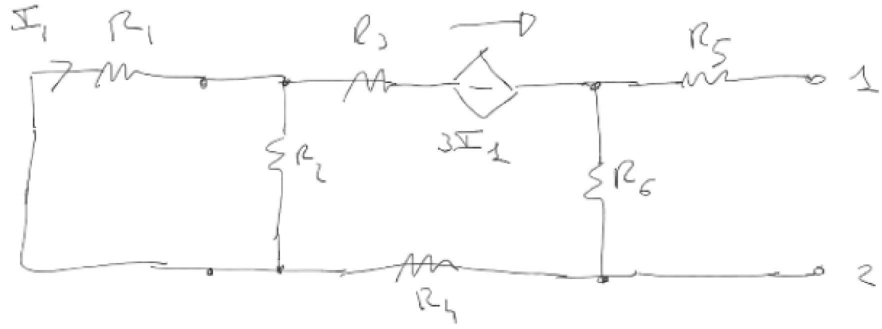
SI CALCOLA V_{12} UTILIZZANDO I METODI

▼ Generatore controllato e Teorema di Thevenin

Un generatore controllato non può essere spento e passivizzando un circuito esso sarà ancora presente:



SE PASSIVIZZO OTTENGO:

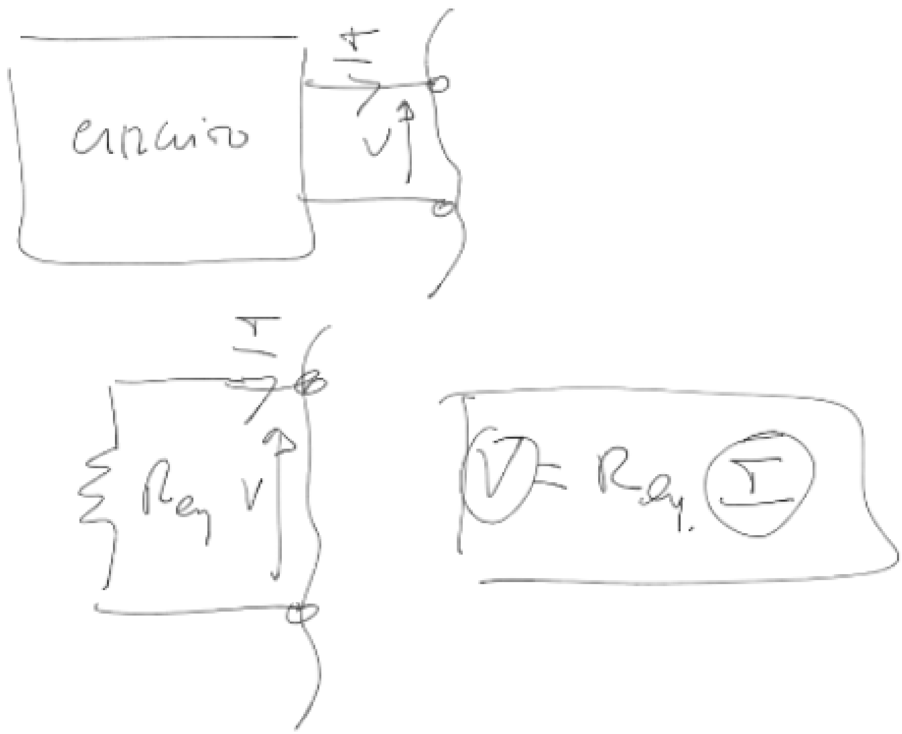


Dovró quindi usare il **metodo generale per il calcolo della Resistenza Equivalente**

In questo caso la resistenza equivalente tra i terminali 1 e 2 non potrà esser calcolata come serie e paralleli a causa della presenza del generatore controllato. Si dovrà utilizzare il metodo generale.

▼ Calcolo inverso del Teorema di Thevenin

Esso ci porterà ad effettuare il rapporto fra tensioni e correnti per poter calcolare la resistenza.

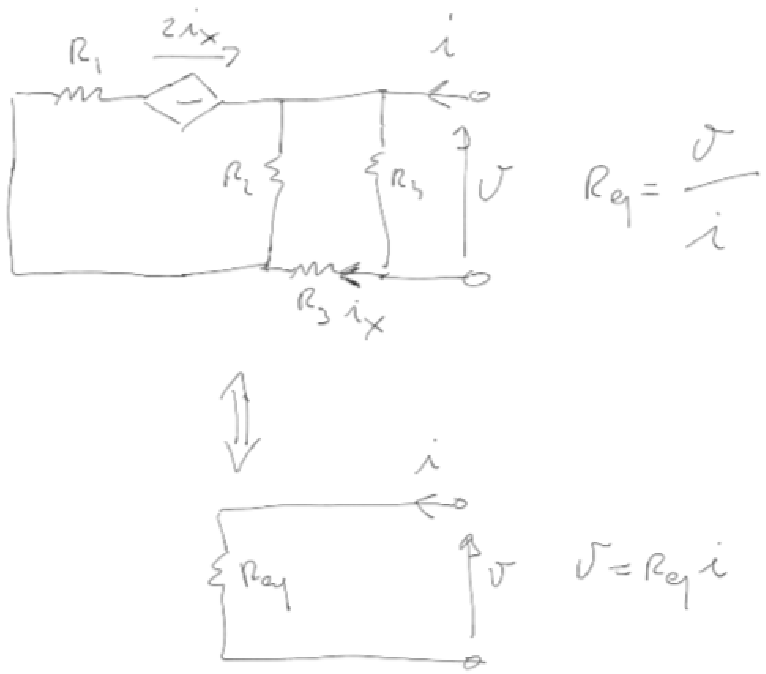


- ▼ Il Teorema di Thevenin è un qualcosa di puramente matematico?

  No, poichè prima della produzione di un circuito devo svolgere delle simulazioni adottando la sostituzione di un lato e ponendoci un lato Thevenin nel punto in cui elimino una parte di circuito.

▼ Metodo generale per il calcolo della resistenza equivalente

Con il Teorema di Thevenin avendo generatori controllati non riuscivamo a calcolare la resistenza equivalente, questo metodo serve a calcolarla proprio in questo caso.



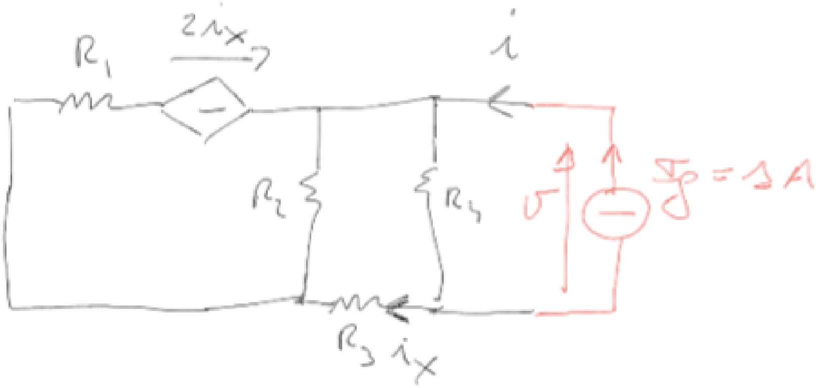
Devo cercare di raggiungere lo stadio in cui ottengo una resistenza equivalente.

Se mettessi una corrente nel circuito otterrei –

> Quando vi è un generatore pilota non posso mai far sparire la grandezza che lo pilota

▼ Inserisco un generatore di prova di corrente

Passivizzo il circuito precedente e inserisco un generatore di corrente



APPLICO NODI O ANELLI E CALCOLO v.

$$R_{eq} = \frac{v}{1}$$

SE AD ESEMPIO MI VIENE $v = 18\ V$ ALLORA

$$18 = R_{eq} \cdot 1$$

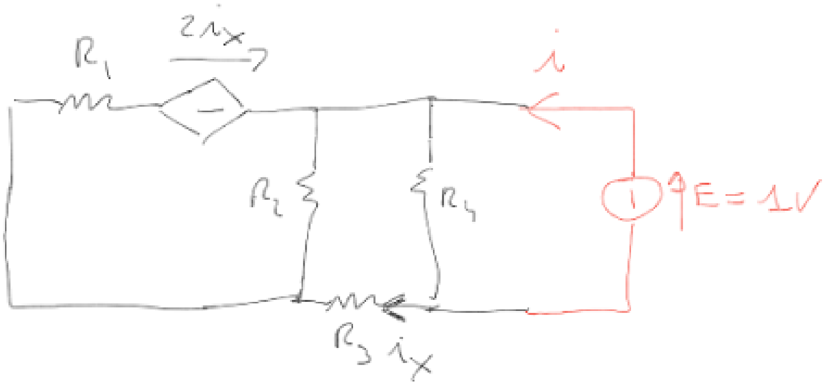
$$R_{eq} = 18\ \Omega$$

Applico nodi o anelli e ottengo la resistenza equivalente → capendo la tensione ottengo

- Inserisco un generatore di prova di tensione

Se mettessi una tensione nel circuito otterrei

GENERATORE DI PROVA (DI TENSIONE)



QUESTA VOLTA MI CALCOLO LA CORRENTE i

$$R_{eq} = \frac{E}{i} = 18\ \Omega$$

Calcolando ora la mi uscirà la stessa di prima

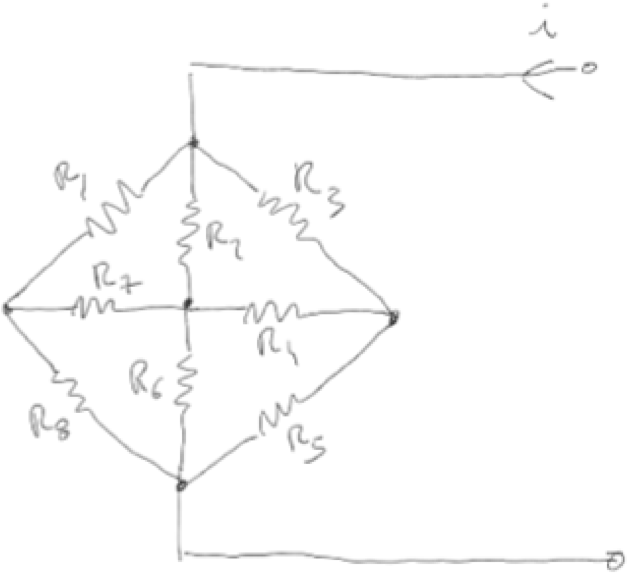
Il metodo generale consiste quindi in 3 steps:

1. passivizzare il circuito
2. inserire un generatore di corrente(calcolo corrente) o tensione(calcolo tensione)
3. calcolare

- posso applicare questo metodo anche se ho serie e paralleli di resistori
- devo applicare questo metodo se non ho nessuna configurazione serie o parallelo tra resistori
- devo applicare questo metodo quando ho generatori controllati

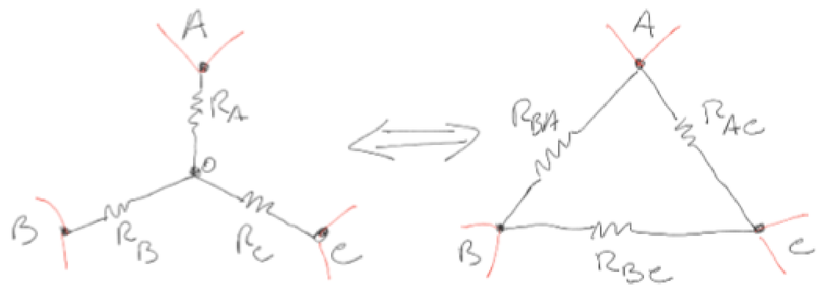
▼ Trasformazione stella-triangolo

So che in qualche modo , ma come posso arrivare a ciò da una configurazione di resistori di questo tipo?



$$V = R_{eq} \cdot i$$

Dovrò utilizzare la trasformazione stella-triangolo, che ci permette di avere delle forme equivalenti di resistori dall'esterno.



$$R_A = \frac{R_{BA} \cdot R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{CB}}$$

$$R_B = \frac{R_{BA}\, R_{BC}}{\text{//}}$$

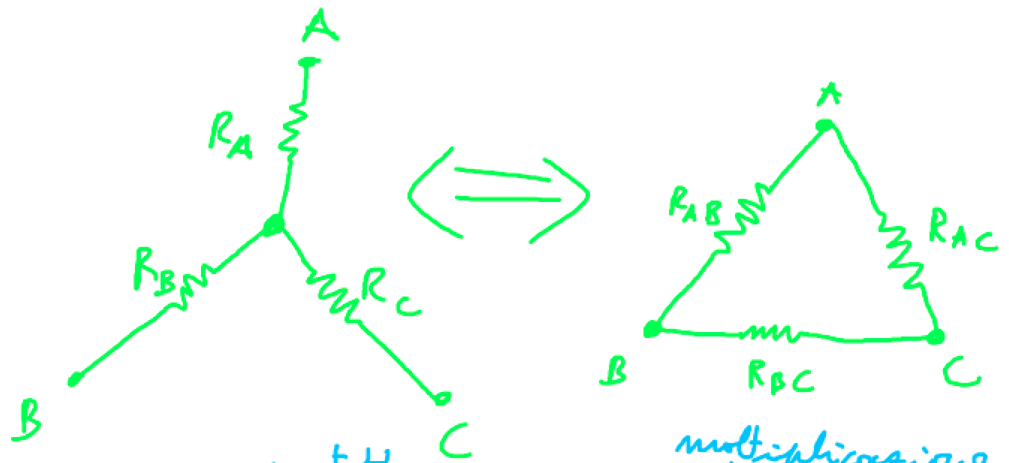
$$R_C = \frac{R_{AC} \cdot R_{BC}}{\text{//}}$$

$$R_{BA} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_C R_B}{R_C}$$

$$R_{AC} = \frac{\text{//}}{R_B}$$

$$R_{BC} = \frac{\text{//}}{R_A}$$

▼ specchietto trasformazione con aiuti parlanti



a in tutte

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{AC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}$$

somma tutti i lati

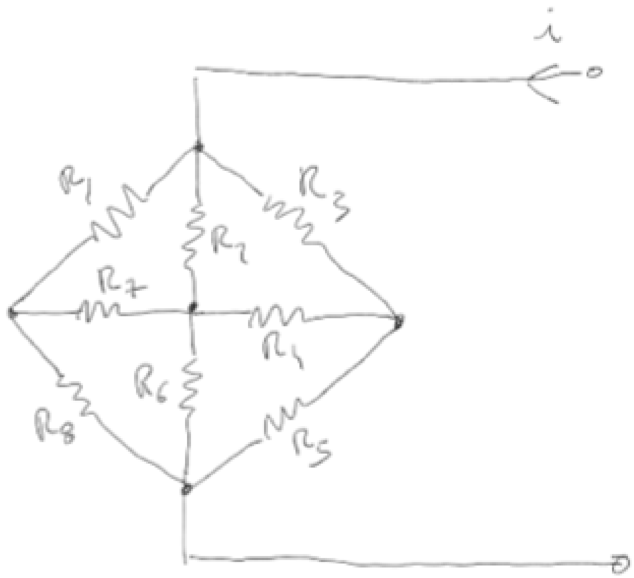
moltiplicazione singole

$$R_{AB} = \frac{R_A \cdot R_B + R_B \cdot R_C + R_A \cdot R_C}{R_C}$$

quella che non c'è

Osserviamo quindi che il circuito precedente è un particolare incastro di stelle e triangoli!

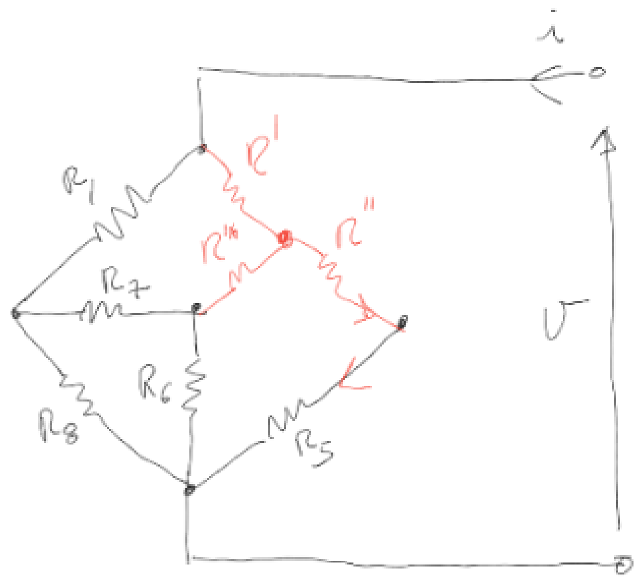
▼ Applicazione della trasformazione stella-triangolo al circuito iniziale

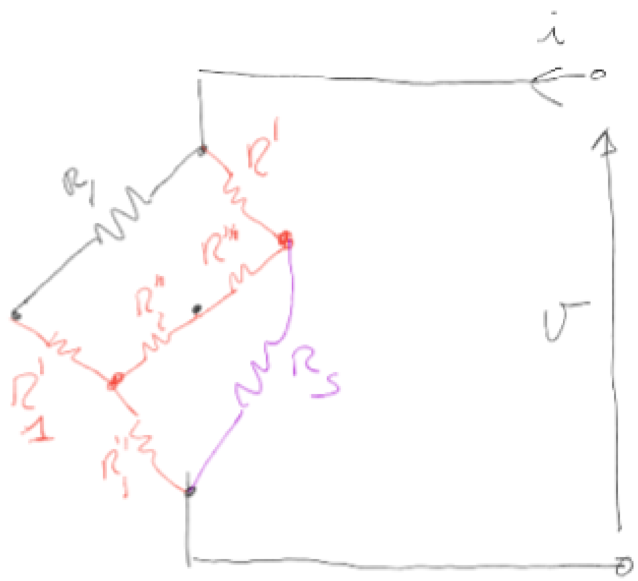


Circuito iniziale

Applicando la trasformazione avremo:

1. una trasformazione da triangolo a stella su
2. una trasformazione da triangolo a stella su
3. serie tra



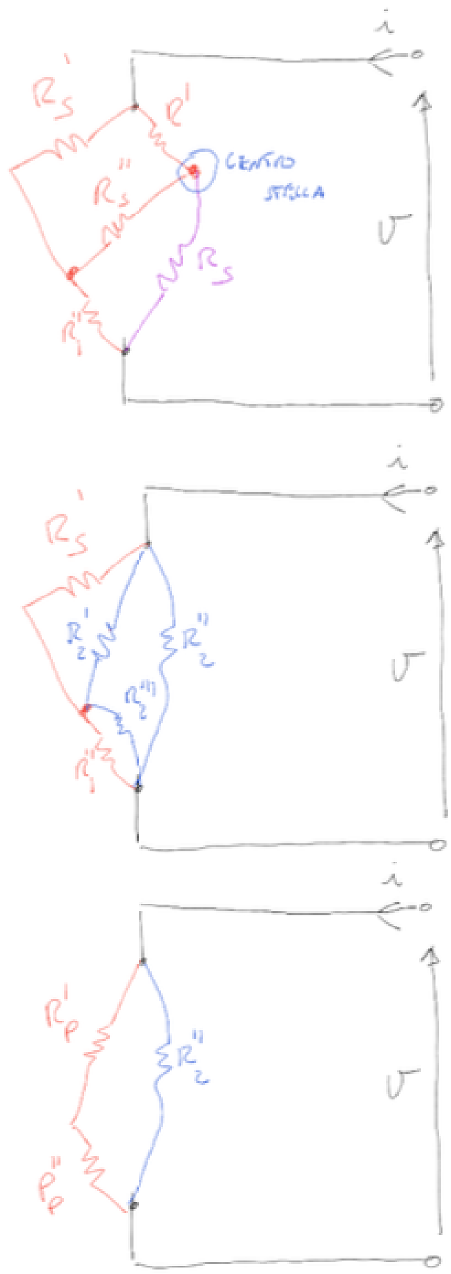


3. serie di resistenze

4. trasformazione stella-triangolo

5. parallelo

6. parallelo



7. infine avrò

▼ Introduzione ai sistemi dinamici

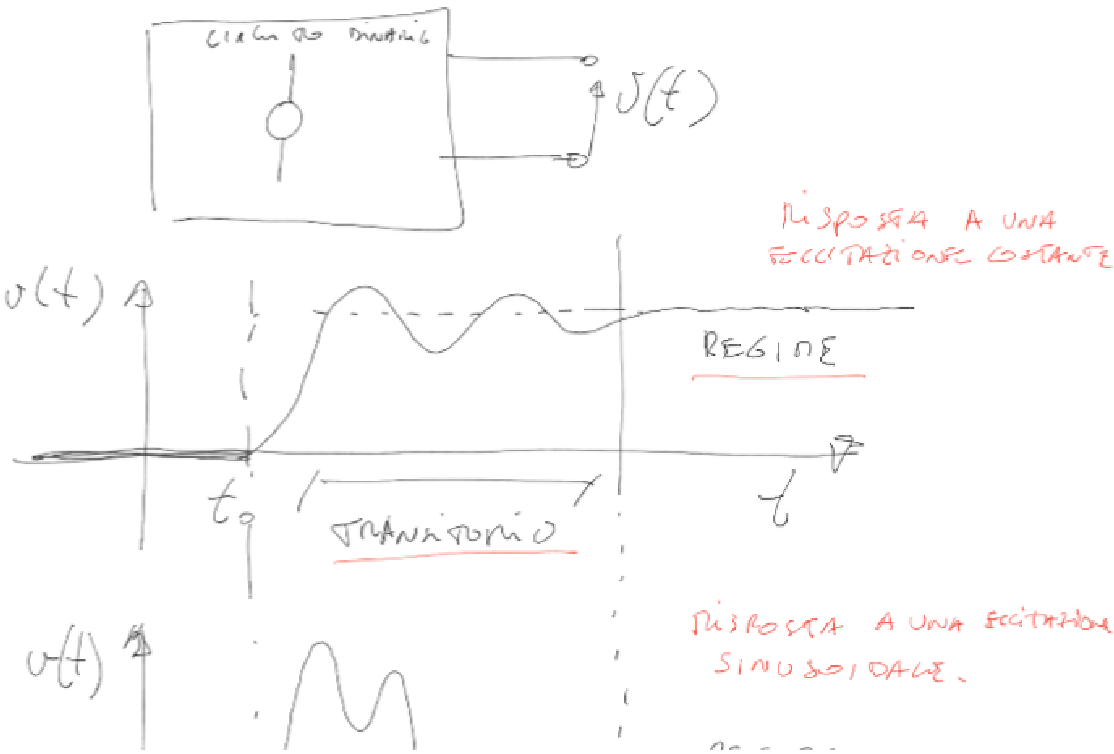
Induttori e condensatori non realizzeranno solamente circuiti resistivi, dovremmo quindi studiare una nuova tipologia di dispositivi. Essi saranno caratterizzati da bipoli con memoria di corrente(per l'induttore) e di memoria di tensione(per il condensatore).

- questi nuovi dispositivi prenderanno in conto il tempo
- le leggi costitutive non saranno fisse ma dinamiche(concetto di variazioni temporali)

▼ Regime transitorio e regime permanente(I sistemi dinamici)

Essi sono circuiti dinamici lineari tempo-invarianti(anche definiti permanenti)

Circuiti composti da bipoli dinamici,ad un eccitazione corrisponderà una risposta all'eccitazione in ingresso



Possiamo ben constatare come le grandezze del circuito siano in funzione del tempo

Avrò quindi in cui indica la parte transitoria e la parte permanente, avrò quindi

Data la dinamicità del circuito esso risponderà dinamicamente alle eccitazioni, tuttavia un circuito risponderà diversamente a eccitazioni diverse arrivando comunque dopo un **transitorio**(periodo di stabilizzazione del circuito) a **regime**:

- a eccitazione costante → a regime il circuito avrà risposta costante
- a eccitazione sinusoidale → a regime il circuito avrà risposta sinusoidale

Abbiamo capito dunque che dopo un certo periodo di tempo quindi rimarrà solo la parte permanente.

1. ad eccitazioni costanti (o) sarà costante ed il circuito si chiamerà **Circuito a regime permanente continuo(costante)**
2. ad eccitazioni sinusoidali (o) sarà sinusoidale ed il circuito si chiamerà **Circuito a regime permanente sinusoidale**, il **regime permanente periodico** sarà una sotto categoria del sinusoidale

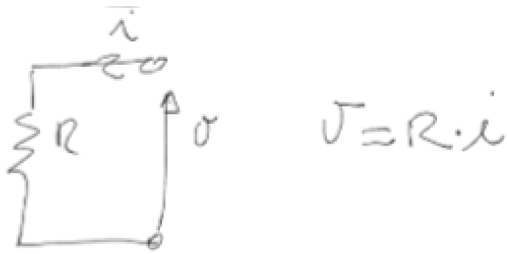
▼ Regime permanente continuo

Eccitazioni costanti → (o) costante

(tenere a mente che il transitorio dura molto poco)

▼ Resistore nel regime permanente continuo

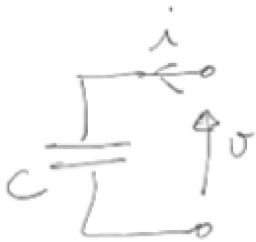
La leggi costitutive per il resistore non cambiano



-
-

▼ Condensatore nel regime permanente continuo

Questo bipolo è con memoria, le leggi costitutive cambieranno!



- in cui è la capacità che il condensatore può contenere
- —

Ma dato che sia che sono costanti, allora:

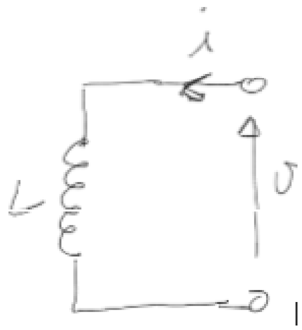
— poichè il condensatore dopo un certo tempo si carica

Ciò vuol dire che a regime permanente continuo un condensatore apparira come un circuito aperto:

Quindi la potenza sará nulla ( ), ciò significa che **il condensatore è trasparente alla potenza**

▼ Induttore nel regime permanente continuo

Questo bipolo è con memoria, le leggi costitutive cambieranno!

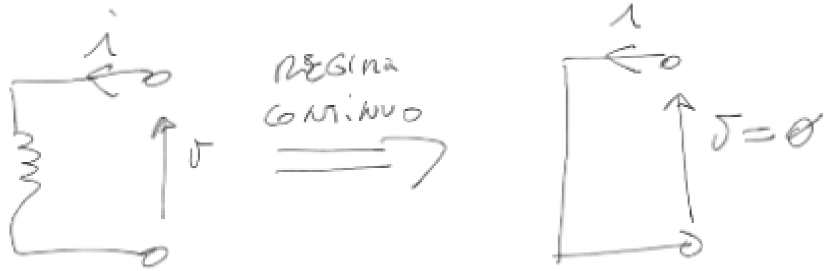


Come il bipolo condensatore l'induttore è un bipolo con memoria.

- in cui è l'induttanza
- —

Ma dato che e sono costanti avremo che:

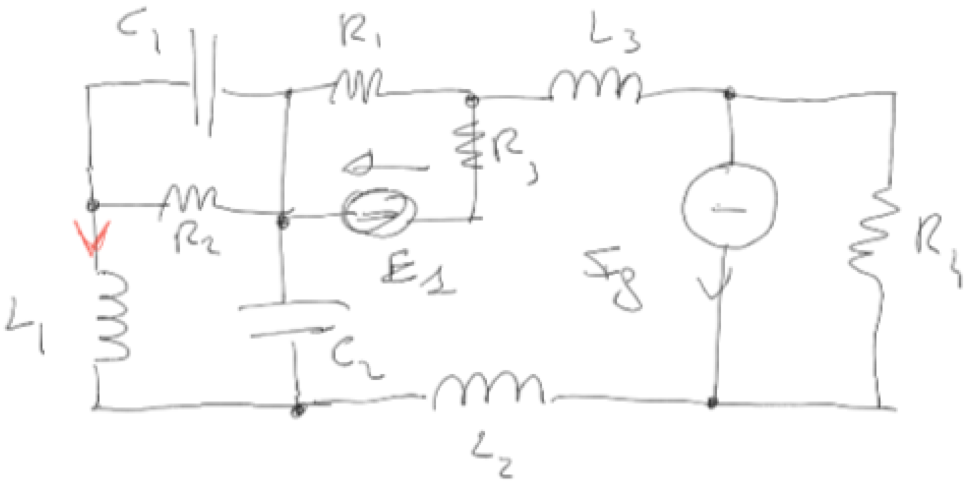
— ciò significa che a regime l'induttore potrà esser visto come un corto circuito:



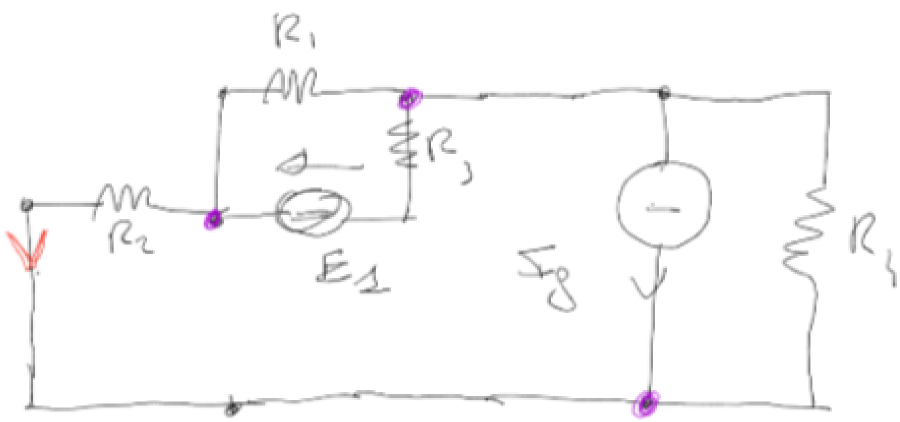
Anche in questo caso come nel condensatore la potenza sarà nulla( ), ciò significa che **l'induttore è trasparente alla potenza**

- *Esempio di risoluzione di circuito a regime permanente continuo*

  Come posso calcolare la corrente la corrente sull'induttore sapendo che siamo a regime permanente continuo?



  Considerando le equivalenze a regime permanente continuo lo potrò studiare nel seguente modo:



Avremo quindi un:

- circuito resistivo
- costante
- costante
- potrò risolverlo con i metodi utilizzati tradizionalmente(ad esempio nodi con 2 equazioni)

▼ Regime permanente sinusoidale

Abbiamo precedentemente affermato che ad eccitazione sinusoidale → a regime il circuito avrà risposta sinusoidale, in particolare tratteremo di circuiti **isofrequenziali**(ovvero circuiti aventi tutte le stesse frequenze per i bipoli presenti nello stesso)

Le correnti e le tensioni saranno tutte sinusoidali e di stessa frequenza, espresse in questa forma:

-
-
- in cui ed in cui è la frequenza

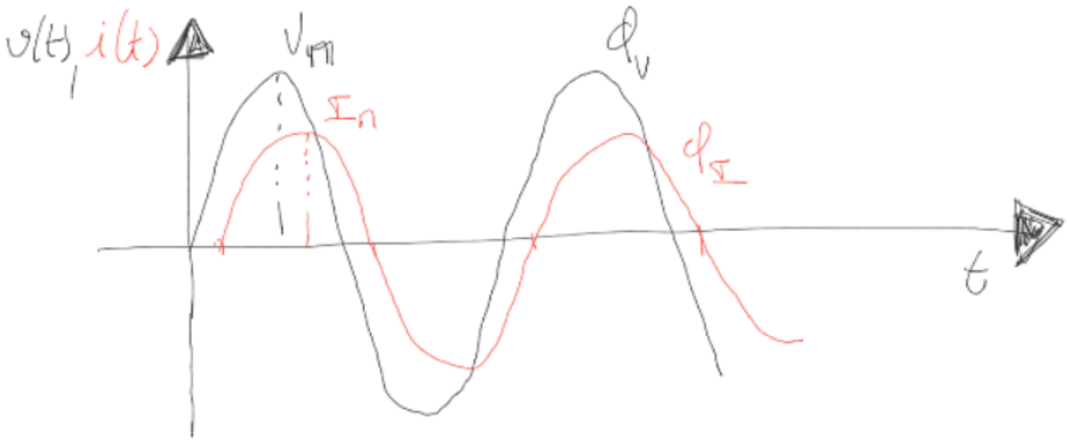
▼ Esempio di circuito a regime permanente sinusoidale

La rete elettrica delle nostre case è un circuito a regime permanente sinusoidale isofrequenziale a frequenza

Osservazione:

Nel caso del regime permanente sinusoidale avremmo 2 valori da calcolare per ogni grandezza elettrica:

- o → esse sono denominate **ampiezze**
- o → esse sono denominate **fasi**

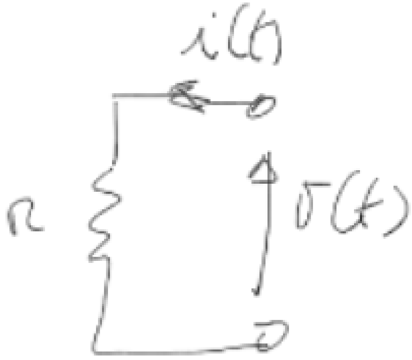


Vediamo nel grafico che vi sono corrente e tensione che hanno fasi diverse, capiremo che esse si diranno sfasate

> Per grandezze singole la fase non è importante, ma se devo cercare di mettere insieme due oggetti la fase giocherà un ruolo ancor più fondamentale della differenza fra ampiezze.

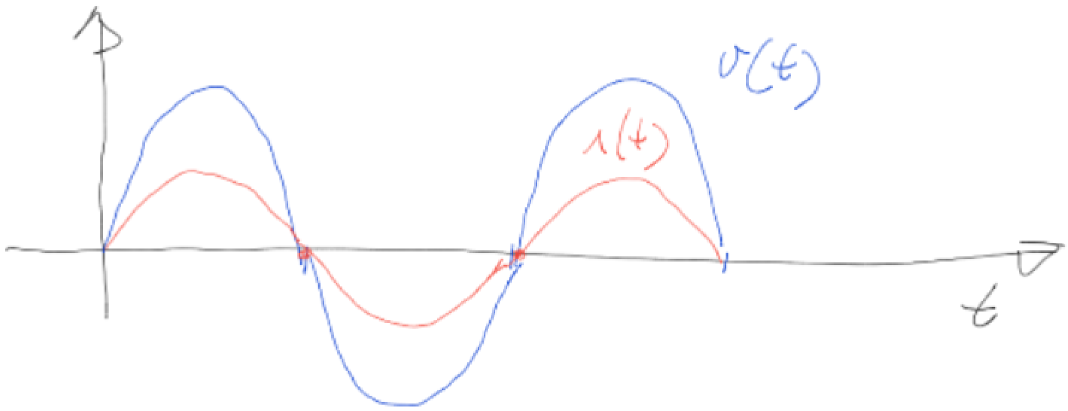
- ▼ Tensione e corrente sui principali bipoli passivi in regime permanente sinusoidale
  - ▼ Resistore nel regime permanente sinusoidale

    Vediamo come cambiano le leggi costitutive!

    Ricordandoci che allora se e allora vuol dire che quindi (in cui è stata appena sostituita dal valore composto da resistenza e corrente)potremmo quindi affermare che:

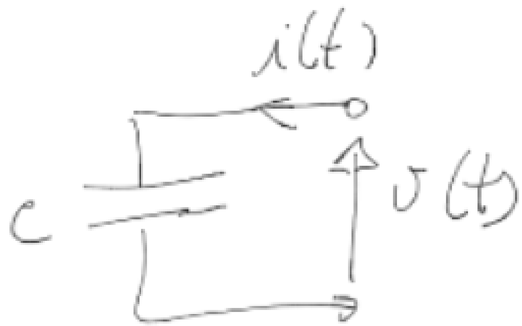
La **tensione e la corrente sono quindi in fase sul resistore a regime permanente sinusoidale**( )



Nel grafico vediamo che tensione e corrente hanno la stessa forma e traslazione nell'asse nel tempo e differiscono solo per l'ampiezza per un resistore in regime permanente sinusoidale

▼ Condensatore nel regime permanente sinusoidale

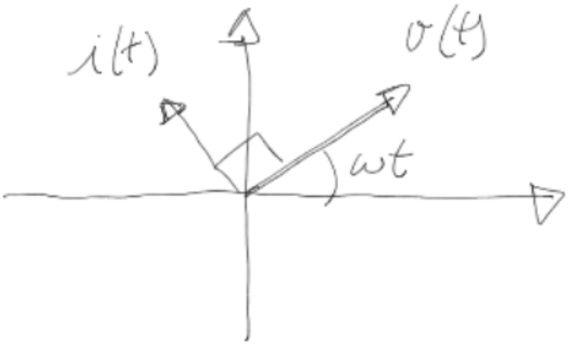
Vedremo come muteranno le leggi costitutive per bipoli con memoria

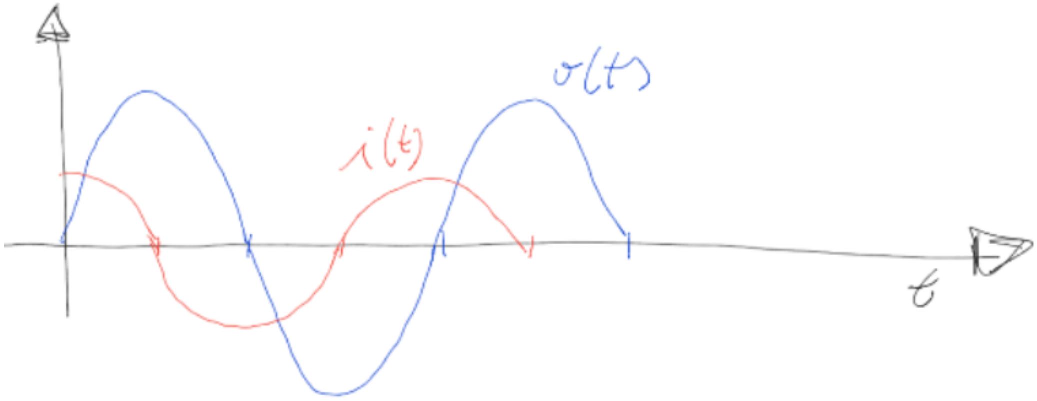


Avevamo identificato come per il condensatore — e quindi se e in cui è la capacità in Farad del condensatore siccome – allora avremmo che – ciò significherà che potrò scrivere e quindi e potremmo dire che:

—

Ciò significa che l'ampiezza della corrente dipende dalla frequenza e dalla tensione

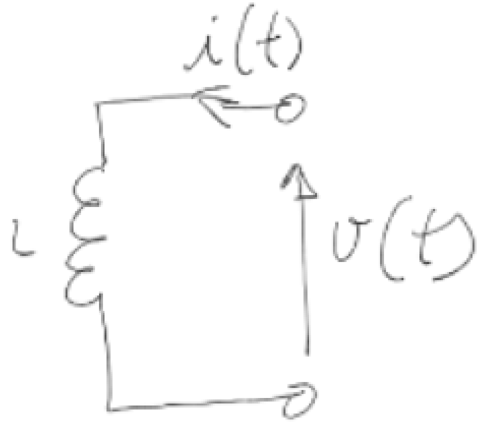




Capiamo dunque che **la corrente del condensatore è in anticipo di – rispetto alla tensione** ciò vorrà dire che –, diremmo in questo caso che **la corrente e la tensione sono in quadratura di fase**(ovvero vi è uno sfasamento di –) che possiamo osservare nella figura

- ▼ Induttore nel regime permanente sinusoidale

  Analogamente l'induttore essendo un bipolo con memoria avrà leggi costitutive influenzate dal tempo con uno sfasamento tra tensione e corrente

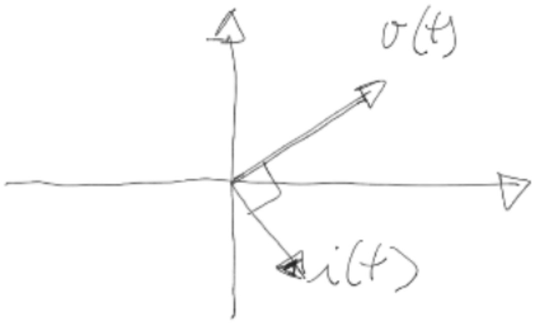


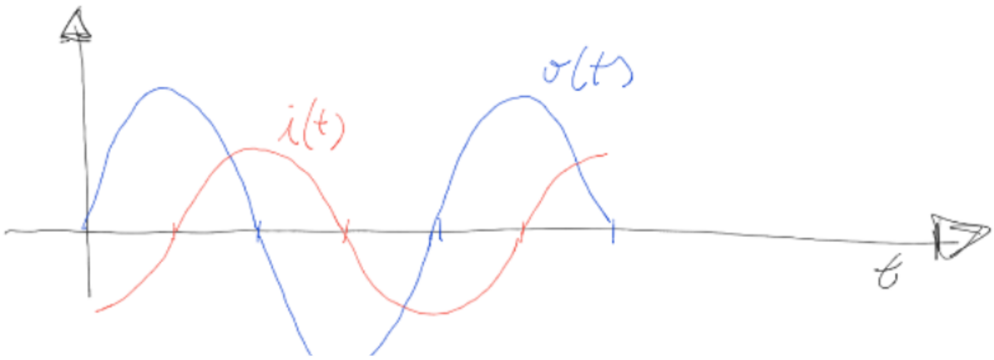
Avevamo identificato come per l'induttore che — e quindi se e – in cui è la capacità in Farad del condensatore siccome – allora avremmo che – ciò significherà che potrò scrivere e quindi e potremmo dire che:

—

Osserviamo che la tensione sarà allora in anticipo sulla corrente

Capiamo quindi che **la corrente è in ritardo di − rispetto alla tensione**(anche ora sarà in quadratura)





Osserviamo che corrente e tensione si sono invertite rispetto al condensatore ed avremmo ponendo che corrente e tensione girano in senso antiorario che la tensione sarà in anticipo sulla corrente

- Potenza istantanea nel regime permanente sinusoidale

  Chiamiamo questa potenza istantanea poichè non è costante, ad ogni istante essa sarà diversa.

  Avevamo osservato che la nel regime del tempo si tramuterà in ovvero piazzandoci dentro:

  -
  -

  Avremmo allora che la potenza istantanea nel tempo sarà:

  Dalla formula di eulero ricaviamo che passando quindi dalla forma trigonometrica a quella esponenziale dei numeri complessi scopriamo che:

ovvero:

e dividendo tutto per 2 otteniamo:

riportandola in forma trigonometrica avremmo quindi:

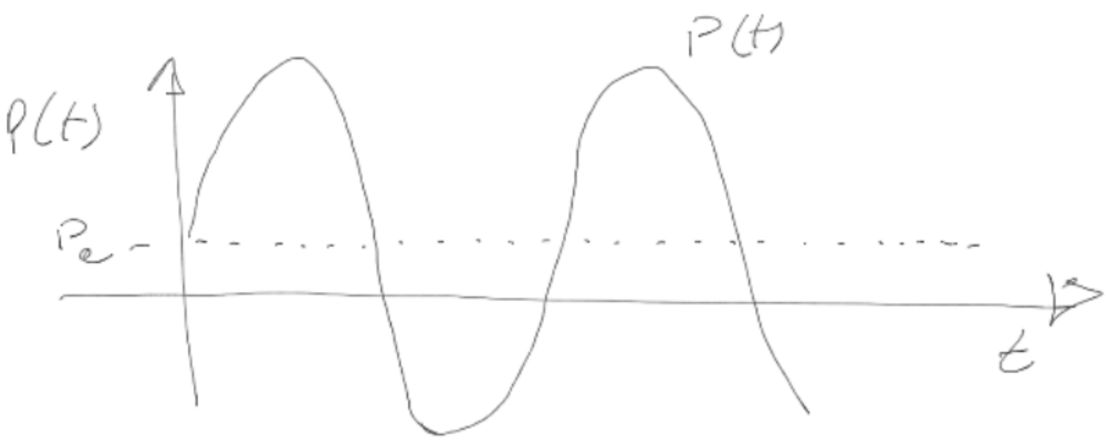
Essa sarà la formula della potenza istantanea nel regime permanente sinusoidale

In cui identifichiamo 3 elementi importanti in regime permanente sinusoidale:

- è chiamata **potenza attiva**
- è chiamata **potenza fluttuante**
- è chiamato **fattore di potenza**

Vediamo quindi che nella formula la potenza attiva non dipenderà dal tempo mentre la potenza fluttuante è dipendente dal tempo.

> ## Semplificando di molto capiamo che



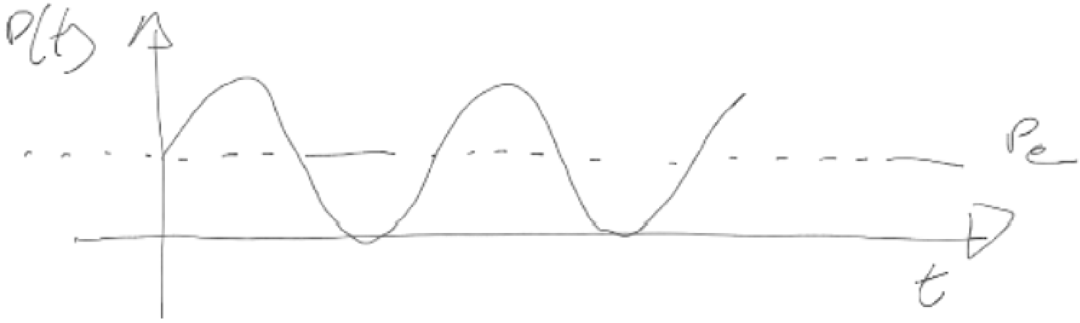
Sapendo quindi che la potenza è la somma delle due potenze, e che la potenza attiva è descrivibile come una costante nel tempo capiamo che la potenza attiva è un offset sul quale flutturà l'altra potenza, l'altra potenza sarà di fatto identificabile come rumore.

> La potenza media in un periodi di è la potenza fisicamente erogata(o assorbita) dal bipolo. Se calcolo la potenza media di otterrò proprio la potenza attiva.

- Potenza istantanea nel regime permanente sinusoidale sui bipoli
  - Potenza sul resistore

    Dopo aver visto che in cui e quindi ovvero massimizzato, potremmo definire la potenza istantanea sul bipolo resisotore a regime sinusoidale:

    Notando che la Potenza attiva sarà moltiplicata quindi per 1.

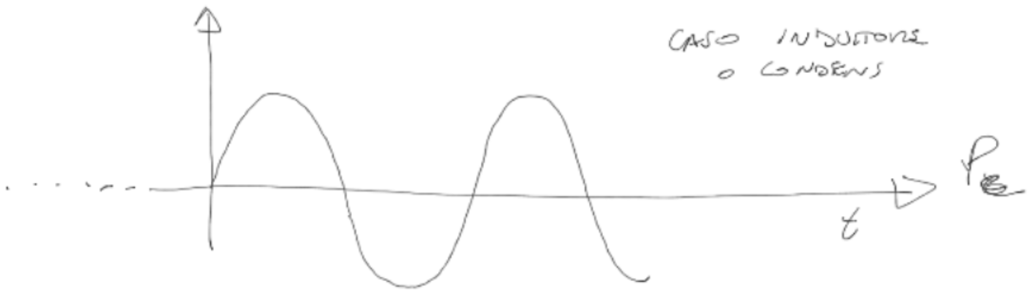
    

  - Potenza su condensatore e induttore

    Sapendo invece che la fase per i bipoli con memoria è diversa e quindi:

    - – per il condensatore
    - – per l'induttore
    - quindi –

    Otterremo che – , la potenza attiva sarà quindi nulla nel bilancio energetico di condensatori e induttori, e ciò vorrà dire che **essi non assorbiranno potenza**:



Vediamo che la potenza media assorbita è nulla

Il condensatore e l'induttore saranno trasparenti alla potenza

▼ Metodo dei fasori (impedenze e ammettenze)

Esso è una delle tecniche per studiare un circuito a regime permanente sinusoidale.

Questo metodo si riferisce al dominio della frequenza, poichè facendo operazioni nel dominio del tempo, avremmo lo stesso andamenteo sinusoidale con la stessa frequenza.

Applicando i principi che conosciamo fino ad ora faremo tutte somme di sinusoidi nel dominio del tempo.

Cosa succederà invece nel dominio della frequenza?

▼ Cosa è un fasore?

$$v(t) = V_M \sin(\omega t + \varphi_v) \longrightarrow \boxed{\bar{V} = V_M e^{j\varphi_v}}$$

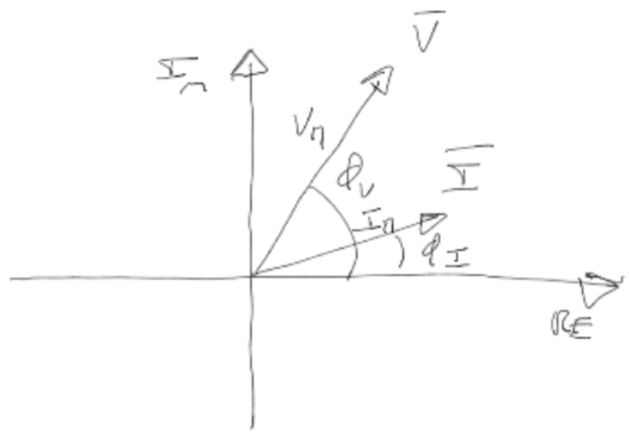
FASORE

L'oggetto fasore è un numero complesso composto da modulo e fase in forma esponenziale

Un fasore è un elemento nel dominio dei numeri complessi che lega fase ed ampiezza.

> Sommando due funzioni sinusoidali isofrequenziali, otterremmo una funzione con la stessa frequenza

$$i(t) = I_M \, sen(\omega t + \varphi_I) \longrightarrow \bar{I} = I_M e^{j\varphi_I}$$



Capiamo quindi che possiamo rappresentare corrente e tensione come due fasori

▼ *Esempio di applicazione di fasori*

in questo caso passiamo dalla forma in cui abbiamo delle sinusoidi con ampiezza e fase per arrivare ai fasori

$$v_1(t) + v_2(t) = v_3(t)$$

$$\bar{V}_1 + \bar{V}_2 = \bar{V}_3$$

$$\bar{V}_1 = V_{M_1} e^{j\varphi_{v_1}} \qquad \bar{V}_2 = V_{M_2} e^{j\varphi_{v_2}}$$

$$\bar{V}_1 = V_{M_1}\left(\cos\varphi_{v_1} + j\,\mathrm{sen}\,\varphi_{v_1}\right) = a_1 + jb_1$$

potendo poi a nostro piacere passare alla forma trigonometrica se necessario

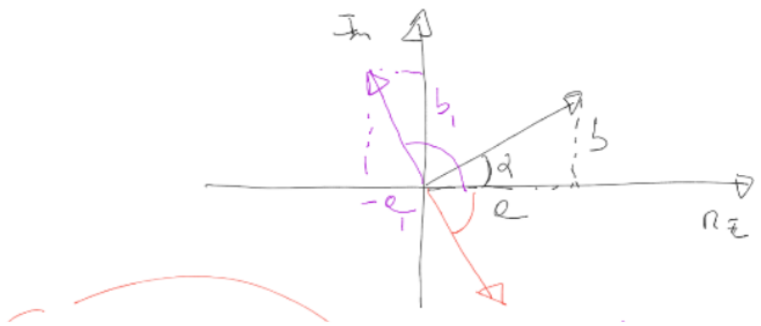
$$\bar{V}_3 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2) \longrightarrow v_3(t)$$

$$\bar{V}_3 = V_{M_3} e^{j\varphi_{v_3}} \longrightarrow v_3(t) = V_{M_3}\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_{v_3})$$

per poter calcolare e poter rappresentare sul grafico il fasore, mi dovrò calcolare modulo e fase(anche chiamati modulo e fase) del fasore in questione con le formule forniteci dai numeri complessi

$$|\bar{V}_1| = |a_1 + jb_1| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

$$\arg(\bar{V}_1) = \operatorname{arctg}\frac{b_1}{a_1} \quad \text{o} \quad \operatorname{arctg}\frac{b_1}{a_1} + \pi \quad \text{se } a_1 < 0$$



- modulo $\sqrt{}$
- la fase invece o argomento – che è valida in – –
  oppure —

Esempio numerico:

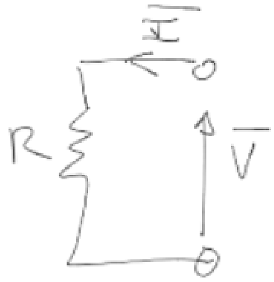
Esempio

$$I_g(t) = 2\sin(\omega t + 0{,}1) \longrightarrow \bar{I}_g = 2e^{j0{,}1}$$

Potremmo quindi esprimere le leggi costitutive dei vari bipoli con questi nuovi oggetti denominati fasori

▼ Fasori e resisitori

vediamo che la legge costitutiva diviene un prodotto fra un numero reale ed un numero complesso



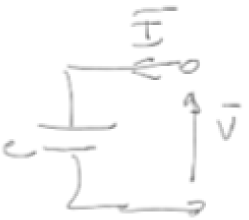
$$v(t) = \underbrace{R I_M}_{V_M} \operatorname{sen}(\omega t + \underbrace{\varphi_I}_{\varphi_V})$$

$$\bar{V} = R I_M e^{j\varphi_I}$$

$$\boxed{\bar{V} = R \cdot \bar{I}}$$

▼ Fasori e condensatori

dato che l'obiettivo è quello di utilizzare metodi e modelli usati in precedenza, portiamo nel dominio de fasori anche il condensatore, osservando che

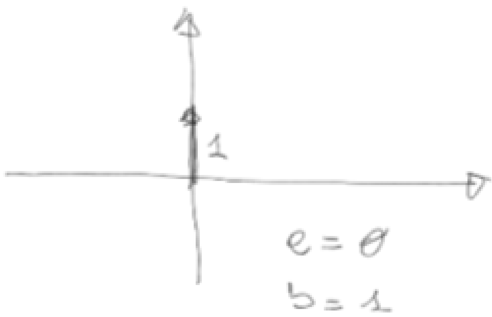


$$i(t) = \underbrace{\omega C V_M}_{I_M} \sin(\omega t + \underbrace{\varphi_V + \frac{\pi}{2}}_{\varphi_I})$$

$$\bar{I} = I_M e^{j\varphi_I} = \omega C V_M e^{j(\varphi_V + \frac{\pi}{2})} =$$

$$= \underbrace{\omega C V_M e^{j\varphi_V}}_{\bar{V}} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = j$$

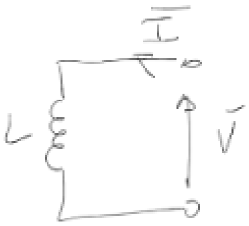


$$\bar{I} = j\omega C \bar{V}$$

$$\boxed{\bar{V} = \frac{1}{j\omega C} \bar{I}}$$

▼ Fasori e induttori

Osserviamo che quella che prima era la resistenza nel resistore, nel caso dell'induttore la parte verrà chiamata **impedenza**, e ci sarà utile in seguito



$$v(t) = \underbrace{\omega L I_M}_{V_M} \sin(\omega t + \underbrace{\varphi_I + \tfrac{\pi}{2}}_{\varphi_V})$$

$$\bar{V} = V_M e^{j\varphi_V} = \omega L I_M e^{j(\varphi_I + \frac{\pi}{2})} =$$

$$= \omega L I_M e^{j\varphi_I} \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}}}_{j}$$

$$= j\omega L \underbrace{I_M e^{j\varphi_I}}_{\bar{I}}$$

$$\boxed{\bar{V} = j\omega L \bar{I}}$$

Otterremo con il metodo dei fasori tutte relazioni algebriche della tipologia:

▼ Che cos'è ?

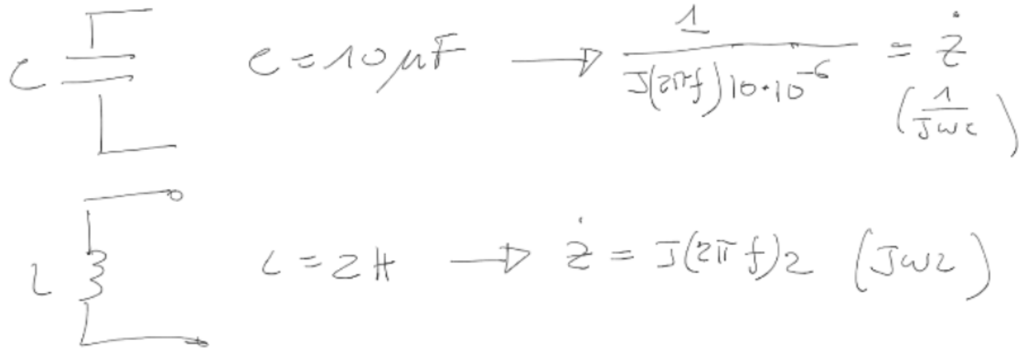
è chiamata **impedenza** e realizzerà la relazione appena descritta per tutti i bipoli passivi

- impedenza per un resistore →
- impedenza per un condensatore →
- impedenza per un condensatore →

▼ Cosa succederà alle impedenze passando nel dominio dei fasori nel regime permanete sinusoidale?

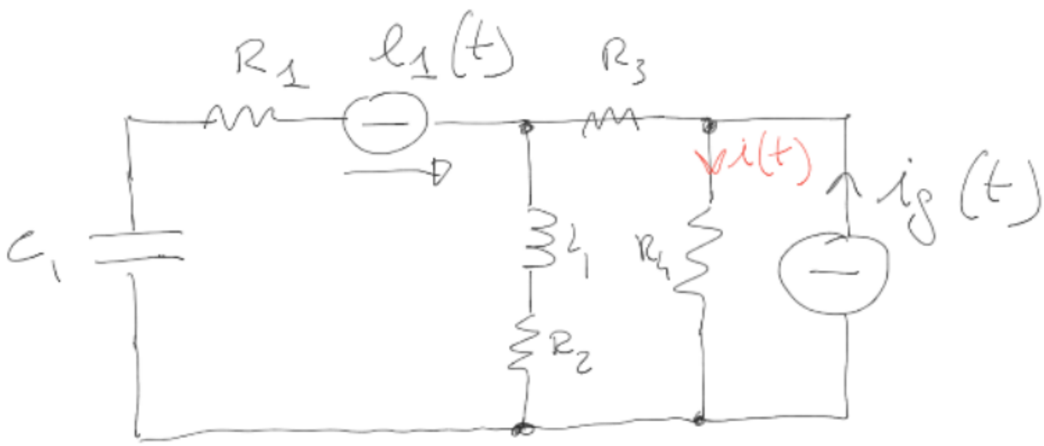
Troveremo un'altra grandezza che potremmo utilizzare che corrisponderà all'**ammettenza**

▼ *Esempio di utilizzo dell'impedenze*



▼ *Esempio di risoluzione di un circuito a regime permanente sinusoidale utilizzando i fasori*

Come possiamo trovare la indicata in rosso?



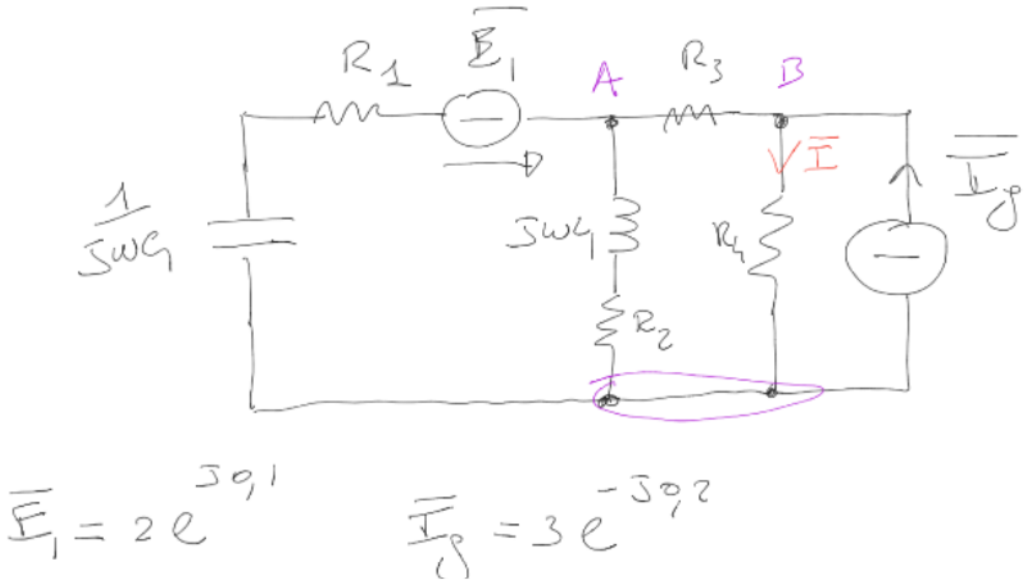
Sappiamo che il nostro circuito ha

$$e_1(t) = 2 \sin(\omega t + 0{,}1)$$

$$i_g(t) = 3 \sin(\omega t - 0{,}2)$$

Con i seguenti dati

Non interessandoci il transitorio ma solamente quando il circuito va a regime, passiamo ai fasori



Otterremo quindi dei numeri complessi con cui potremmo risolvere il circuito applicando il metodo dei nodi o degli anelli.

Applicando il metodo dei nodi, utilizziamo invece delle conduttanze, le ammettenze ottenendo le matrici:

$$
\begin{array}{c|cc}
 & A & B \\
\hline
A & & \\
B & &
\end{array}
\quad
\begin{bmatrix}
\dfrac{1}{R_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1}} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_2 + j\omega L_1} & -\dfrac{1}{R_3} \\[2ex]
-\dfrac{1}{R_3} & \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\overline{V}_A \\[2ex]
\overline{V}_B
\end{bmatrix}
=
$$

$$
= \begin{bmatrix}
\dfrac{\overline{E}_1}{R_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1}} \\
+ \overline{I}_p
\end{bmatrix}
$$

E calcolando la corrente attraverso il fasore per mezzo dell'impedenza e della tensione espressa come fasore anch'essa:

Calcolata la corrente e trovata nella forma esponenziale, possiamo riscriverla nella forma trigonometrica e calcolarne modulo e fase:

$$\overline{I} = I_M e^{j\varphi_I} \longrightarrow i(t) = I_M \,\text{sen}(2\pi f + \varphi_I)$$

$$I_M = |\overline{I}| = |4 - j5| = \sqrt{4^2 + 5^2}$$

$$\varphi_I = \text{arctg}\left(\frac{-5}{4}\right)$$

Notando che nel calcolare la fase, non dovró aggiungerci il

▼ Potenza complessa: potenza attiva, reattiva e apparente

Rimanendo nel regime sinusoidale applicato con i fasori, andremo a calcolare la potenza complessa.

Avevamo visto che la potenza istantanea era

Ora a regime permanente sinusoidale vedremo come muterà la potenza applicando il metodo dei fasori.

Dalla potenza istantanea troviamo la potenza complessa nel dominio dei fasori(ovvero con numeri complessi) in cui avremo:

$$P(t) = \frac{V_M I_M}{2}\cos(\varphi_V - \varphi_I) + \frac{V_M I_M}{2}\cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I)$$

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\overline{V}\cdot\overline{I}^{*} = \frac{1}{2}V_M e^{j\varphi_V} I_M e^{-j\varphi_I} = \frac{1}{2}V_M I_M e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}$$

$$e^{\pm j\alpha} = \cos\alpha \pm j\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

$$\overline{P} = \underbrace{\frac{1}{2}V_M I_M \cos(\overbrace{\varphi_V - \varphi_I}^{\varphi})}_{\text{POTENZA ATTIVA}} + \underbrace{j\frac{1}{2}V_M I_M\,\mathrm{sen}(\overbrace{\varphi_V - \varphi_I}^{\varphi})}_{\text{POTENZA REATTIVA}}$$

Sapendo che ci siamo riportati dai fasori alla forma trigonometrica

Capiamo quindi che la potenza complessa (   ) possiamo esprimerla come somma di due potenze:

- la **potenza attiva**   espressa in Watt (potenza media) → ciò da l'idea di quanto assorbe o produce un bipolo

  ▼ *Esempio dal mondo reale*

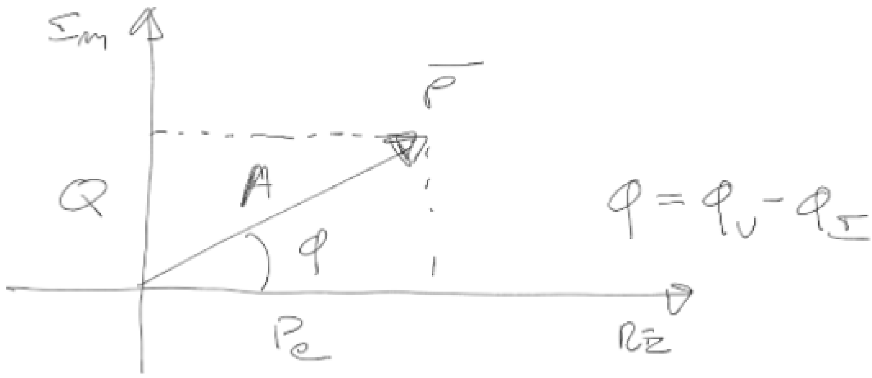
  Su una lavatrice se vediamo scritti   essi saranno sempre riferiti alla Potenza Attiva

- la **potenza reattiva**   espressa in VAR(Volt-Ampere-Reattivi), in cui Q e la proiezione della componente lungo l'asse degli immaginari(asse y)

Quindi avremo che la potenza complessa sarà: –

> Se la potenza attiva è nulla, il bipolo è neutrale alla potenza ovvero nel caso di Induttori e condensatori.

- La **potenza apparente** ed è espressa in VA(Volt-Ampere) → essa è la potenza massima che possiamo ottenere sul bipolo



$$\overline{P} = A e^{j\varphi}$$

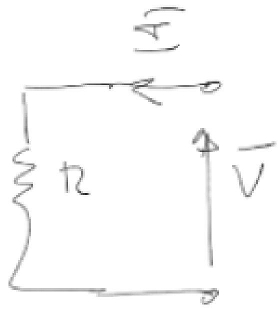
A si chiama <u>potenza apparente</u> [VA]

$$A = \frac{1}{2} V_m I_m$$

La potenza massima sarà quando il vettore della potenza è schiacciato sull'asse dei numeri reali, anche se dovrò tenere conto delle fasi.

Ricordandoci le leggi costitutive sui bipoli, introdotte in precedenza, andiamo a definire anche le potenze complesse sui vari bipoli:

▼ Potenza complessa sul resistore



$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^* = \frac{1}{2}V_n I_n}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^* = \frac{1}{2}(\dot{z}\cdot\bar{I})\bar{I}^*$$

$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2}R|\bar{I}|^2 = \frac{1}{2}R I_n^2}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^* = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\left(\frac{\bar{V}}{\dot{z}}\right)^* = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\frac{\bar{V}^*}{\dot{z}^*}$$

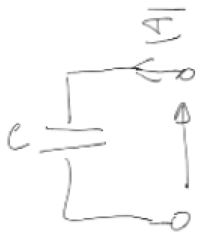
$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2}\frac{|\bar{V}|^2}{R} = \frac{1}{2}\frac{V_n^2}{R}}$$

Otterremo che la potenza complessa su un generatore sarà composta dalla sola parte reale che potremmo esprimere in vari modi e che nel dominio dei fasori sarà come l'ultima formula.

> Il fatto che la potenza reattiva sia nulla non significherà che, lo sia anche la potenza fluttuante. **Non c 'è alcun legame tra potenza fluttuante e potenza reattiva.** La potenza fluttuante, dovrà sempre esserci.

▼ Potenza complessa sul condensatore

In questo caso vedremo che la parte reale sarà nulla, infatti il condensatore è **trasparente alla potenza**.



$$\bar{P} = \frac{1}{2} V_M I_M \overbrace{\cos(\underbrace{\varphi_V - \varphi_I}_{-\frac{\pi}{2}})}^{\emptyset} + j\frac{1}{2} V_M I_M \overbrace{\operatorname{sen}(\underbrace{\varphi_V - \varphi_I}_{-\frac{\pi}{2}})}^{-1}$$

$$\bar{P} = j\left(-\frac{1}{2} V_M I_M\right)$$

CIOÈ LA POTENZA REATTIVA Q, È NEGATIVA

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \frac{1}{2} (\bar{Z} \cdot \bar{I}) \bar{I}^* = \frac{1}{2} \frac{1}{j\omega C} I_M^2$$

$$\boxed{\bar{P} = j\left(-\frac{1}{2} \frac{I_M^2}{\omega C}\right)}$$

Inoltre scopriamo che la potenza reattiva   è negativa per il condensatore

Potrò esprimere la potenza complessa anche con altre formule:

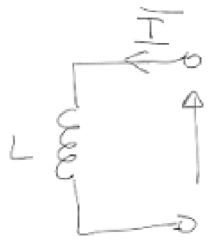
$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \frac{\bar{V}^*}{\bar{Z}^*} = \frac{1}{2} \frac{V_M^2}{\left(-\frac{j}{\omega C}\right)^*}$$

$$\boxed{\bar{P} = j\left(-\frac{1}{2} V_M^2 \omega C\right)}$$

Posso usare quest'ultima formula se conosco la tensione massima

▼ Potenza complessa sull'induttore

In questo caso la potenza attiva sarà nulla e il bipolo sarà quindi **trasparente alla potenza**



$$\bar P = \overbrace{\frac{1}{2} V_n I \cos(\underbrace{\varphi_V - \varphi_I}_{+\frac{\pi}{2}})}^{\varnothing} + j\frac{1}{2} V_n I_n \overbrace{\operatorname{sen}(\underbrace{\varphi_V - \varphi_I}_{+\frac{\pi}{2}})}^{+1}$$

$$\boxed{\bar P = j\frac{1}{2} V_n I_n}$$

CIOÈ, LA POTENZA REATTIVA SULL'INDUTTORE È POSITIVA E LA POTENZA ATTIVA È NULLA (TRASP. ALLA POTEN)

$$\bar P = \frac{1}{2}\bar V \bar I^* = \frac{1}{2}(\bar z \cdot \bar I)\bar I^* = \frac{1}{2} j\omega L \cdot I_M^2$$

$$\boxed{\bar P = j\frac{1}{2}\omega L I_n^2}$$

$$\bar P = \frac{1}{2}\bar V \cdot \bar I^* = \frac{1}{2}\bar V \cdot \left(\frac{\bar V}{\bar z}\right)^* = \frac{1}{2}\frac{V_n^2}{(j\omega L)^*}$$

Al contrario del condensatore, in questo caso la **potenza reattiva è positiva**.

▼ Valore Efficace

Esso è un modo per scrivere i fasori di tensione e corrente in altro modo

PER DEFINIZIONE IL VALORE EFFICACE DI UN FASORE $\bar{V}$ (o $\bar{I}$) $V_M e^{j\varphi_V}$ (o $I_M e^{j\varphi_I}$) È UGUALE A:

$$V_{EFF} = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \quad \text{o} \quad I_{EFF} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

COSÌ FACENDO OTTENGO:

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^* = \frac{V_M I_M}{2}\cos(\varphi) + j\frac{V_M I_M}{2}\operatorname{sen}(\varphi)$$

Potendo cosí riscrivere la potenza complessa con i valori efficaci scriveremo quindi sostituendo i due fasori con i valori efficaci:

DOVE $\bar{V} = V_{EFF}\, e^{j\varphi_V}$ e $\bar{I} = I_{EFF}\, e^{j\varphi_I}$

Potremmo fare un discorso analogo per la potenza istantanea – ,
ottenendo quindi:

$$\bar{V} = 2e^{j0,1} \qquad \bar{I} = 3e^{j0,2}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V} \cdot \bar{I}^* =$$

MA SE 2 e 3 SONO VALORI EFFIC. ALLORA

$$\bar{P} = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$$

- *Esempio di valore efficace nel mondo reale*

  Alle reti elettriche delle nostre case spesso non arrivano 220 Volt, bensí il valore massimo(o di picco) è $\sqrt{}$ ciò significa che spesso a livello di calcoli viene utilizzato il valore efficace

- *Esempio di valore efficace in un circuito*

  Se in un circuito ho specificato come dato che sto utilizzando i valori efficaci, allora il calcolo della potenza non sarà piú – bensí dovremmo utilizzare:

- Bipoli ohmico-induttivi e ohmico-capacitivi

  Avendo visto i 3 casi in cui abbiamo:

  - potenza attiva e non potenza reattiva
  - potenza attiva nulla e potenza reattiva positiva
  - potenza attiva nulla e potenza reattiva negativa

  Avremmo quindi in generale con e diversi da zero.

  Cosa succede se non sono in uno dei 3 casi precedenti?

  1. con e avremo un **bipolo ohmico-induttivo**

2. con e avremo un **bipolo ohmico-capacitivo**

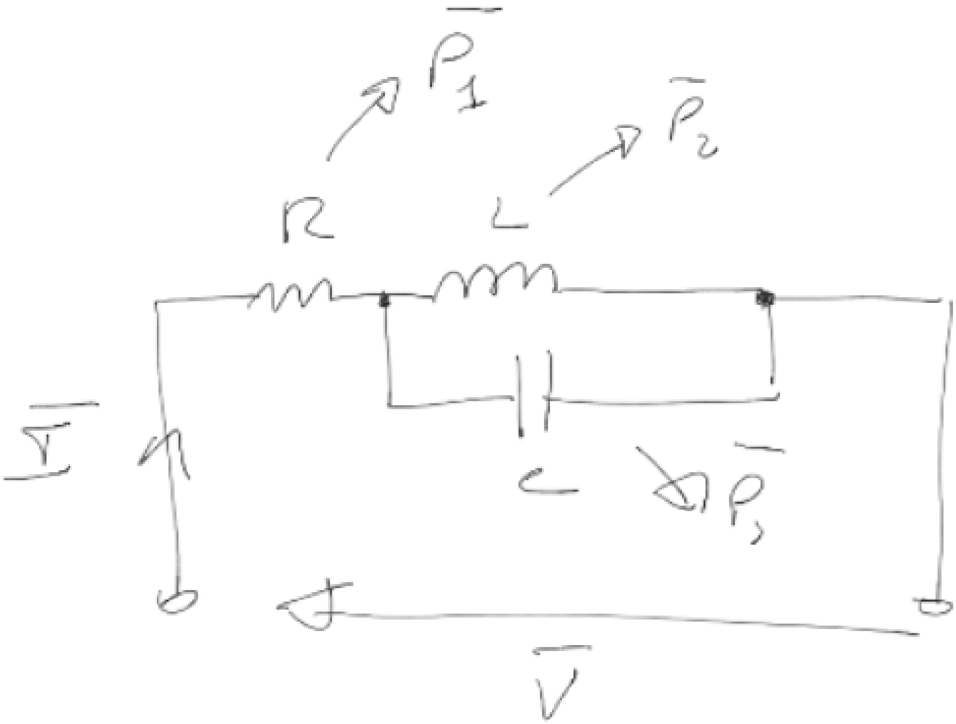
Avremo quindi sia parte reale che parte immaginaria!

> La parte reale ci indicherà sempre la presenza di una resistenza nel circuito.

Un circuito composto da sole resistenze si dirà **puramente ohmico**

▼ *Esempio di circuito che non sappiamo se sia ohmico-induttivo o ohmico capacitivo*

Osservando il circuito sappiamo che avremo una parte reale positiva, ma non riusciamo a capire il segno della parte immaginaria, poichè è presente sia un induttore che un condensatore



Ricordandoci la formula della potenza complessa(–) ci ricaviamo che:

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^{*} = \underset{\neq 0}{P_e} + jQ$$

$$\bar{P} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 = P_e + jQ$$

$$\bar{P} = P_R + j(\underset{\text{POSITIVA}}{Q_L} + \underset{\text{NEGATIVA}}{Q_C})$$

Ciò significa che:

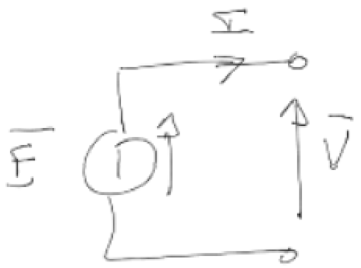
Quindi se $|Q_L| > |Q_C|$ il bipolo è ohmico induttivo

se $|Q_L| < |Q_C|$ il bipolo è ohmico-capacitivo

Osservando che per ottenere un bipolo puramente ohmico dovrò eguagliare la dei due bipolo portando a zero la potenza reattiva e lasciando solamente la potenza attiva → questo è il meccansimo di compensazione sfruttato per rifasare i sistemi trifase

È da notare che in configurazione dei generatori:

- la potenza attiva deve essere positiva (in configurazione degli utilizzatori essa dovrà essere negativa)
- la potenza reattiva può essere positiva e negativa



CONFIG. GENERATORI

$\bar{P} = P_e + jQ$ $\quad P_e \geq 0$

> In genere i **motori elettrici** sono bipoli ohmico-induttivi, che avranno quindi parte reale e immaginaria positiva.

▼ Rifasamento nei sistemi monofase

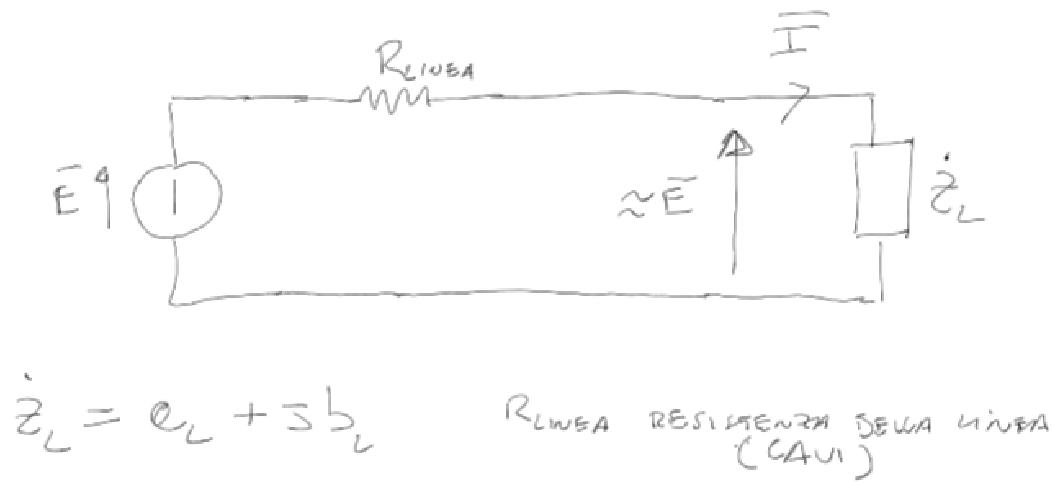
Esso va in genere a modificare la differenza di fase tra la tensione e la corrente, essa è una situazione che avviene ogni giorno nella nostra rete elettrica.

▼ *Esempio*

Ovviamente siamo nel regime permanente sinusoidale e ci arrivano due poli dal distributore di corrente.

- in genere l'alta tensione è distribuita da Terna

- in genere la bassa tensione è distribuita da Enel



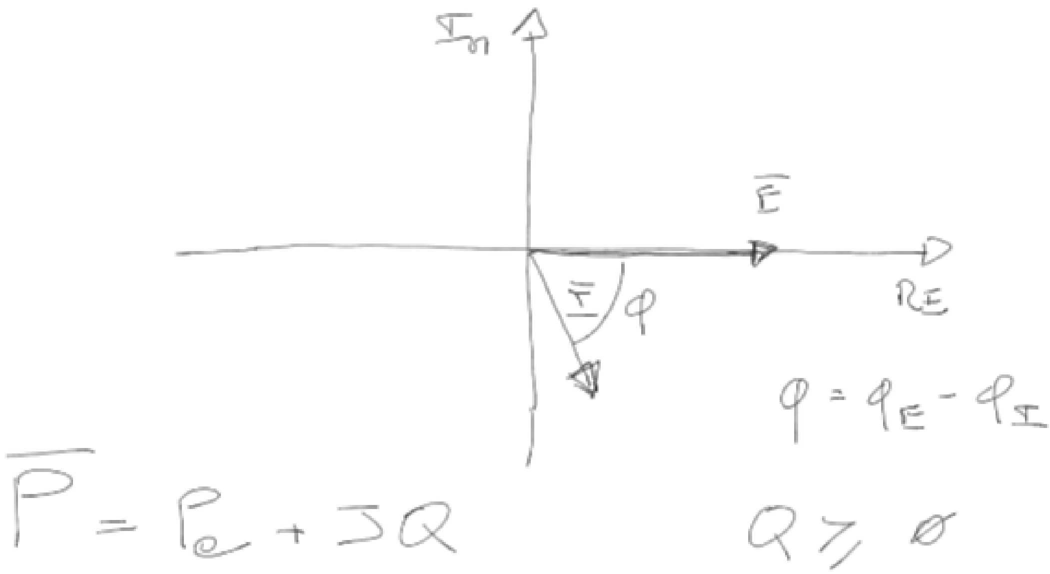
In un circuito di questo tipo, abbiamo che è definita **impedenza di carico**, che è di fatto l'oggetto che utilizza la tensione che arriva dal generatore. Questa impedenza di carico(essendo nel regime permanente sinusoidale) è composta da una parte reale e da una parte immaginaria:

▼ *Esempi di impedenze di carico*

- una stufa è vista come un impedenza di carico con sola parte reale(poichè è di fatto un a resistenza)
- una lavatrice, essendo composta parte reale ed immaginaria avrà parte reale e parte imaginaria

Nel disegno la è la resistenza dei conduttori che portano la corrente sino al carico.

Andiamo a vedere il diagramma delle fasi per identificare lo sfasamento:



Sapevamo che la potenza sul bipolo era

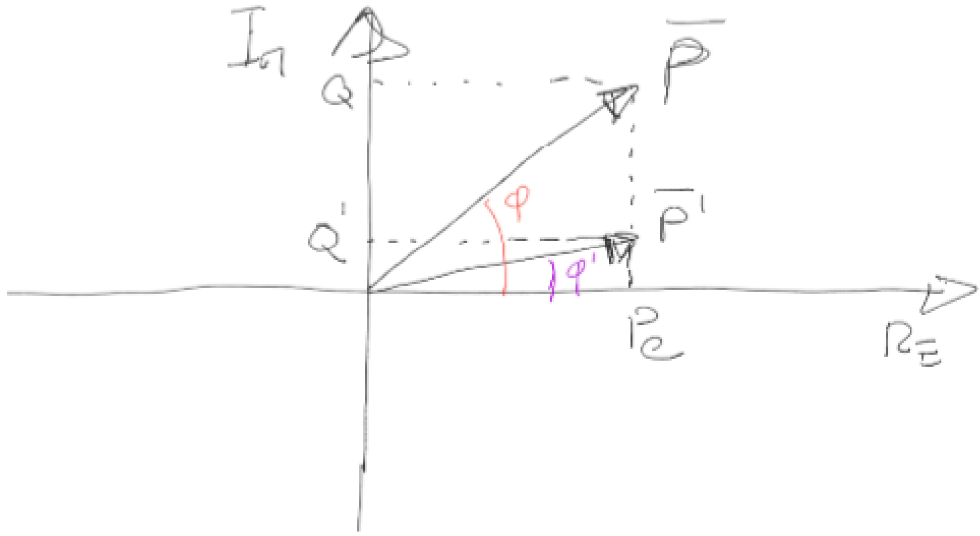
▼ Quanta è la potenza che si perde sulla resistenza di di linea ?

Essa equivale a:

– –

La perdita è equivalente a un tubo con dei buchi da cui perdo un po' di potenza.

> Ogni linea dato che non è ideale ha una sua resistenza, e perdo una certa potenza sempre(questo fenomeno è in genere indicato dal fatto che l'aria intorno al cavo si scalda).



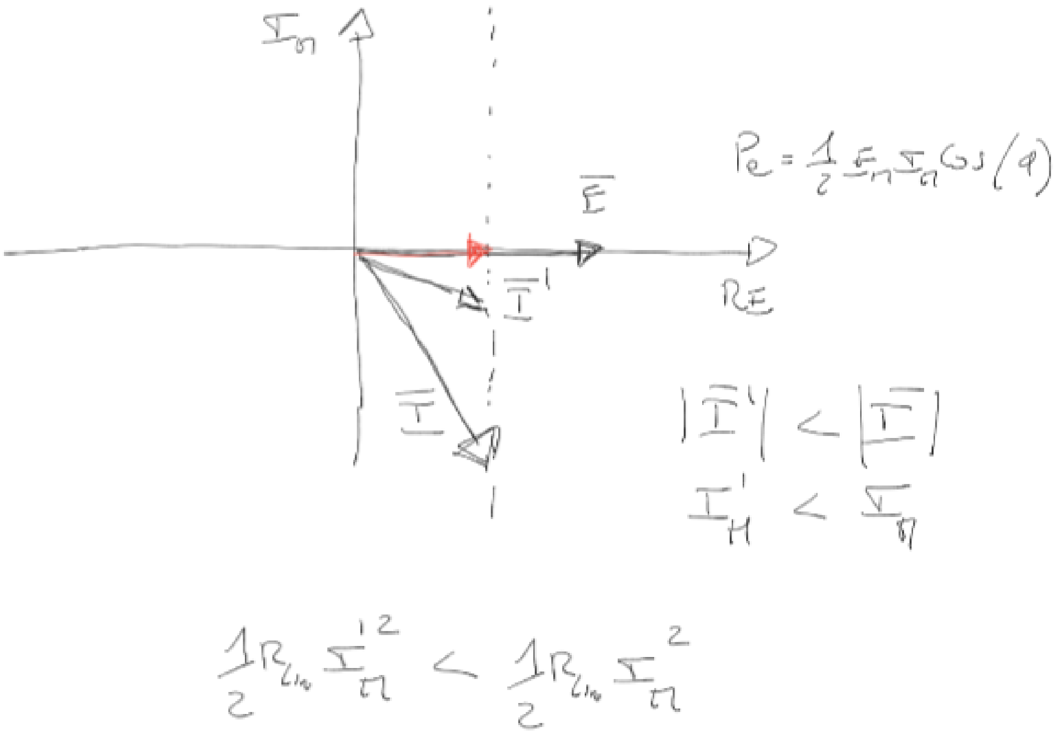
- Come si fa ad abbassare la resistenza sul cavo?
  - con impianti criogenici e super conduttori
  - abbassando la potenza, nel fattore di potenza
- Come abbassare il consumo di corrente per ottenere la stessa potenza?

  Alzando il fattore di potenza, avremo lo stesso valore di potenza finale, ma altereremo il consumo di potenza, ottenendo piccola potenza reattiva ma stessa potenza attiva.

  Altero quindi solamente la potenza reattiva per ottenere una potenza attiva uguale.

> Per modulare la potenza reattiva devo lavorare sul carico, in particolare sulla corrente.

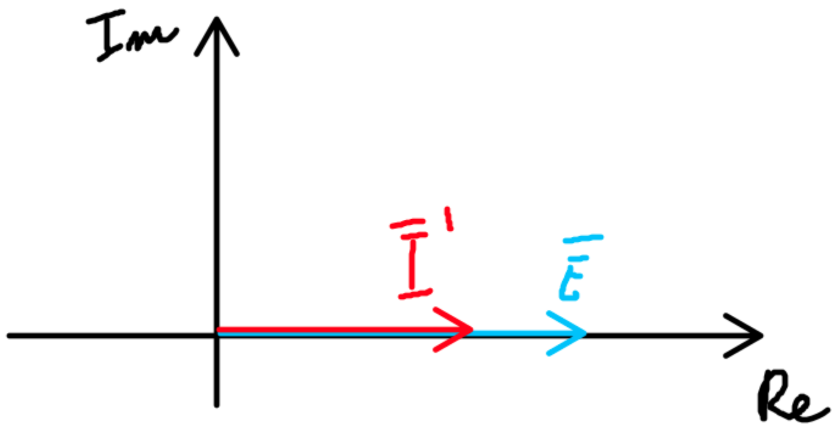
Nella formula alzerò il fattore di potenza(ovvero)



la parte reale della potenza non cambia, essa è sola una proiezione

Quindi rifasando la corrente la potenza sarà analoga utilizzando un minor quantitativo di corrente.

Possiamo quindi abbassare le perdite, diminuendo il modulo della corrente, ma rifasando l'impedenza(cambieremo quindi la potenza reattiva)



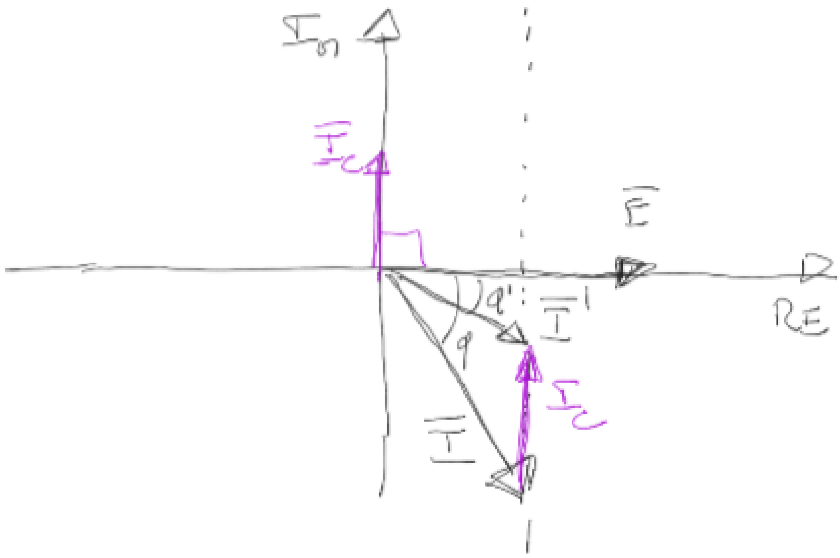
l'ideale sarebbe avere la fase nulla con potenza attiva uguale

> Rifasando la corrente avremo minori perdite sulla linea.

- Rifasando → diminuisco l'ampiezza della corrente applicando il primo principio di K.

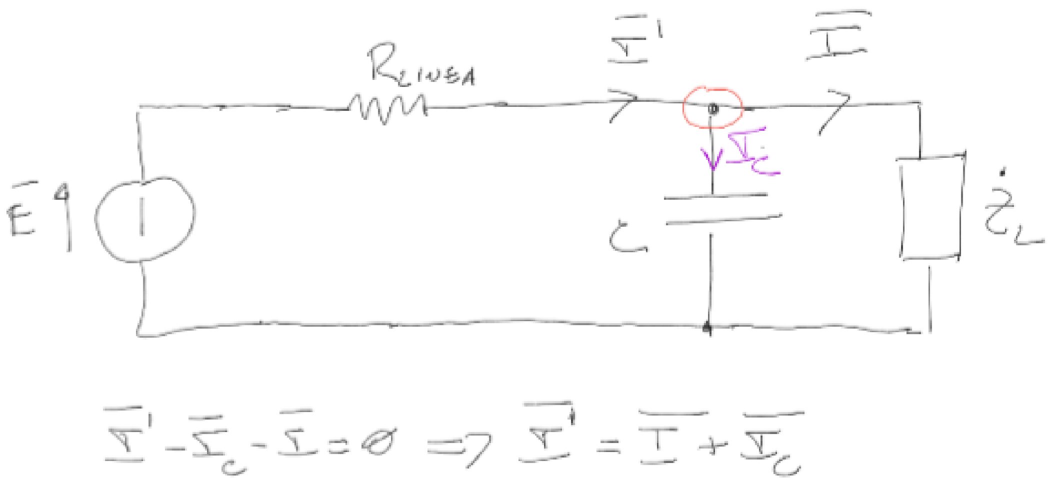
▼ Come si rifasa praticamente?

Sommando i due vettori e ottengo la risultante.



è rifasato

Questo procedemento è impletato su circuito **inserendo un condensatore in parallelo** il piú vicino possibile al carico.



cambia la corrente che vede la resistenza di linea

Ora la potenza persa sulla linea sarà: – che sarà minore di quella iniziale.

▼ Come calcolare la in funzione di quanto voglio abbassare la potenza reattiva?

Dovrò calcolare la capacità in funzione dello sfasamento finale

$$Q' = Q + Q_c$$

Q È LA POT. REATTIVA DI Z_L
Q_c È LA POT. REATTIVA DEL CONDENS.

$$Q_c = Q' - Q$$

considerano che Q' e Q sono valori noti

Quindi sapendo che:

$$Tg\varphi = \frac{Q}{P_e} \Rightarrow Q = P_e Tg(\varphi)$$

La tangente dello sfasamento è la parte immaginaria divisa per la parte reale.

$$Q_c = P_e Tg(\varphi') - P_e Tg(\varphi) = P_e [Tg(\varphi') - Tg(\varphi)]$$

SAPENDO CHE $Q_c = -\frac{1}{2} E_M^2 \omega C$ SCRIVO:

$$-\frac{1}{2} E_M^2 \omega C = P_e [Tg(\varphi') - Tg(\varphi)]$$

$$\boxed{C = \frac{2 P_e [Tg(\varphi) - Tg(\varphi')]}{\omega E_M^2}}$$

l'ultima formula sarà quella da utilizzare per calcolare la capacità del condensatore utile per il rifasamento

Per trovare potremmo usare:

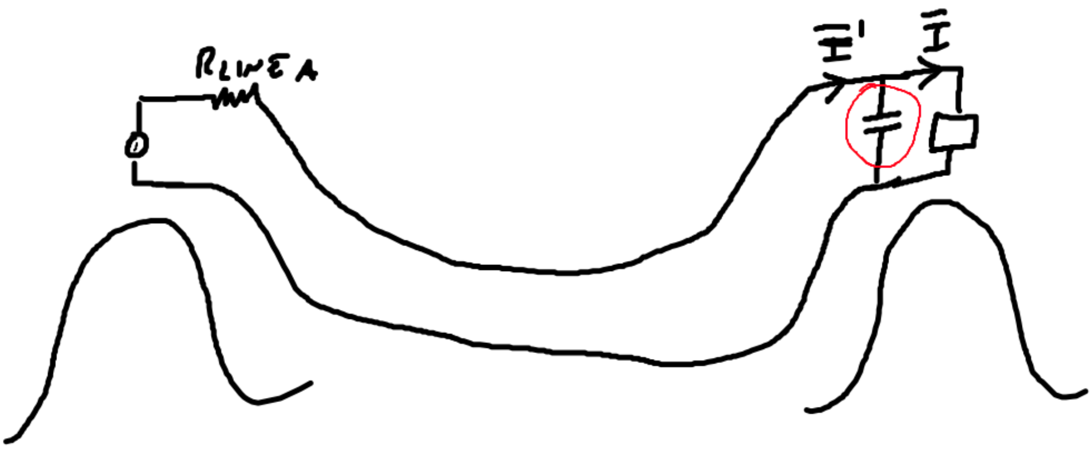
> Ricordandosi che esistono diverse formule per calcolare che sarebbe la , e potremmo usare sia la tensione che la corrente per calcolarcelo

▼ formula con la corrente

$$\boxed{\overline{P} = \Im\left(-\frac{1}{2}\frac{I_M^2}{\omega C}\right)}$$

▼ formula con la tensione

$$\overline{P} = \Im\left(-\frac{1}{2} V_M^2 \omega C\right)$$



in questo modo sto rifasando tutto ciò a sinistra del banco di condensatori

> Il condensatore viene sempre posto vicino al carico per poter rifasare tutta la macchina, ottenendo quindi una potenza reattiva quasi nulla.

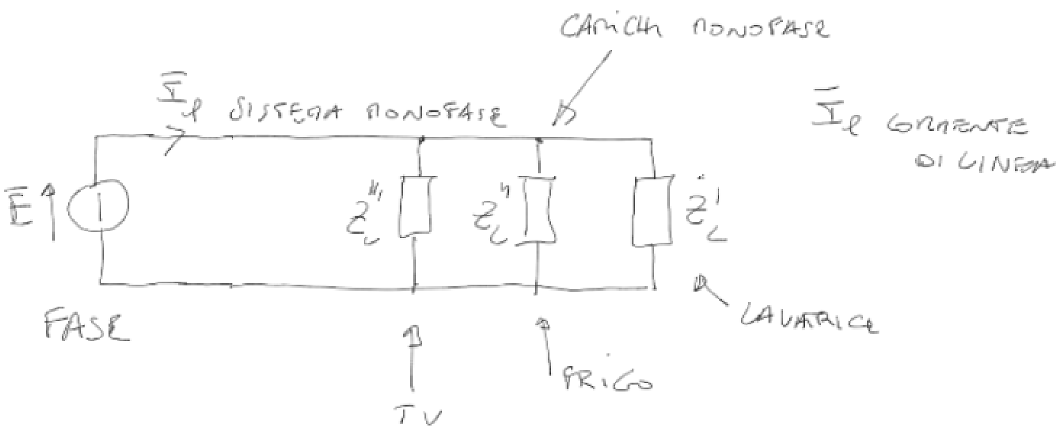
Come abbiamo rifasato un carico ohmico-induttivo, potremmo anche rifase un carico ohmico-capacitivo.

- ▼ Sistemi trifase

  Essi sono un sotto-applicazione dei circuiti permanenti sinusoidali.

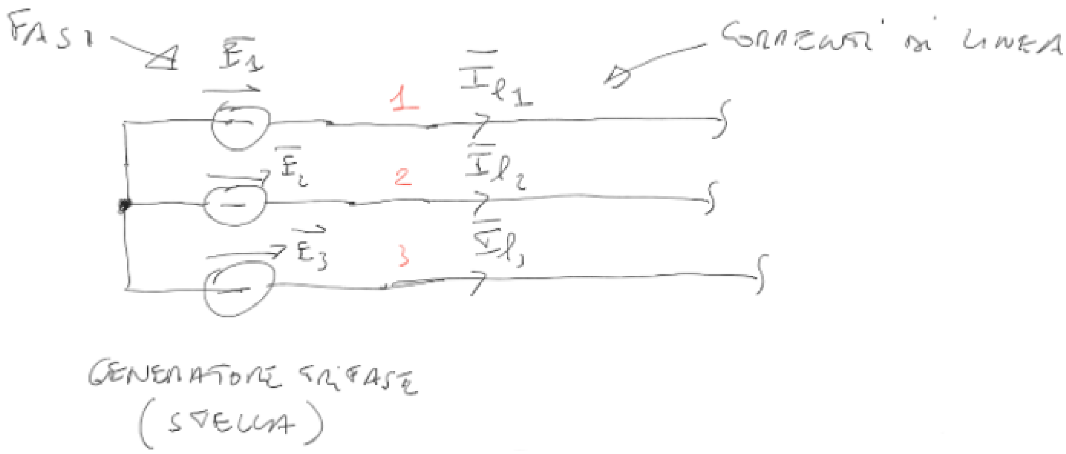
  Sono in genere utilizzati nelle reti di trasmissione e distribuzione per via di alcuni vantaggi che portano al sistema.

  - ▼ Sistemi monofase

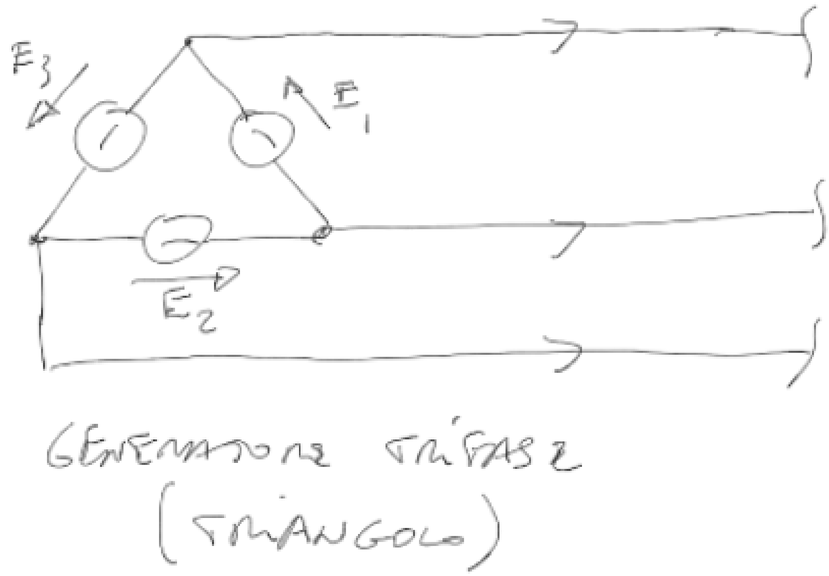
    

    Vediamo che in casa mettiamo tutti i carichi in parallelo al generatore di tensione che arriva dal distributore, questo sistema si chiamerà **monofase**, per distinguerlo da un altro caso, ovvero i **sistemi trifase**.

  - ▼ Generatori trifase



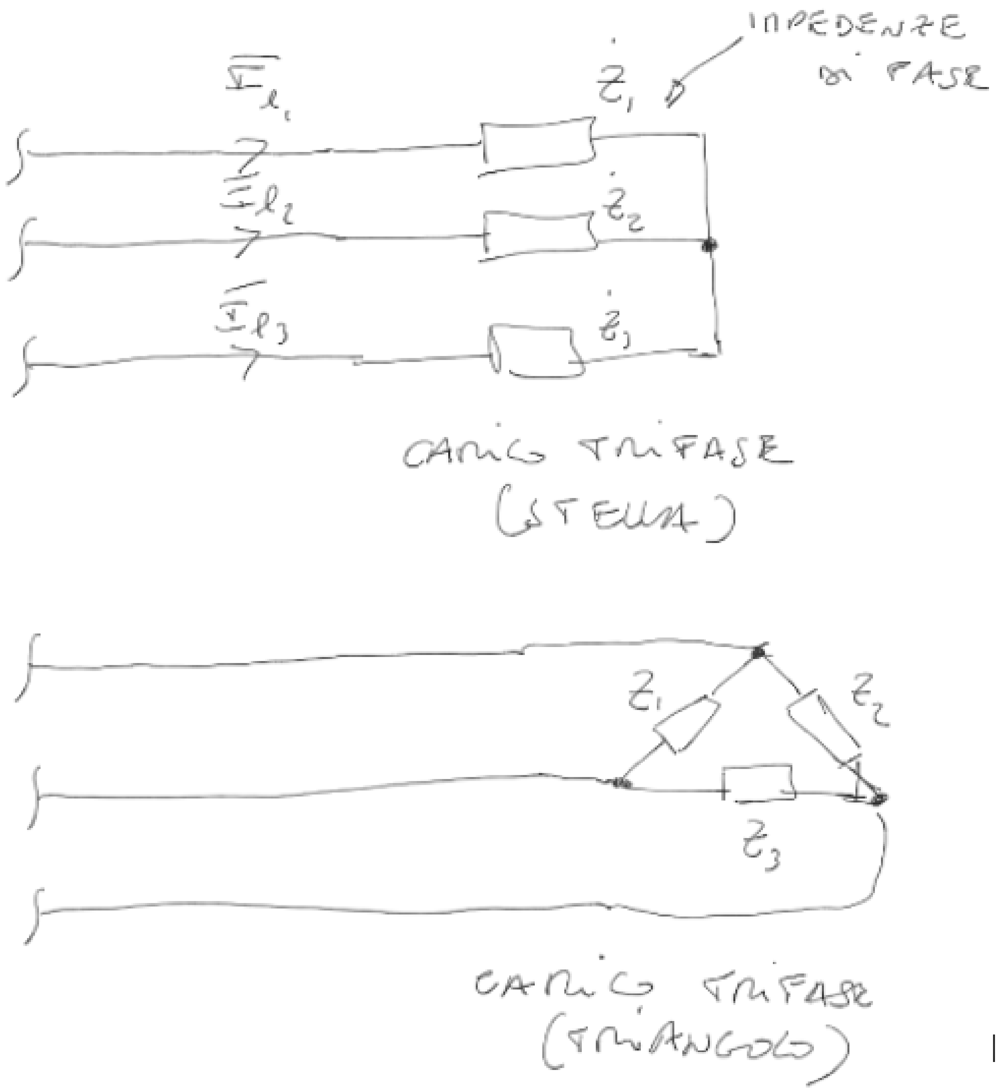
fisicamente li vediamo come 3 cavi



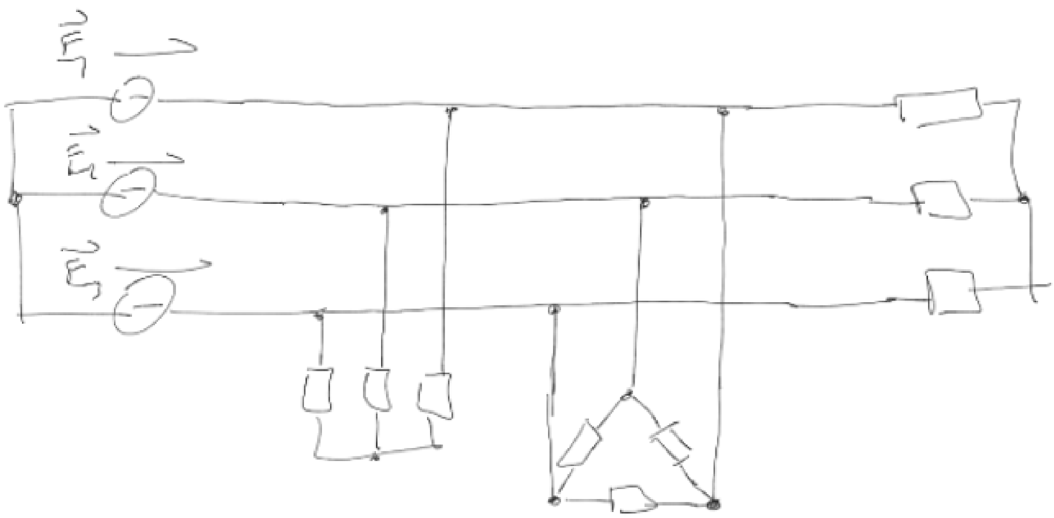
Il generatore trifase a stella puó esser visto come 3 generatori monofase

▼ Carichi trifase

Essi possono essere in configurazione stella o triangolo.

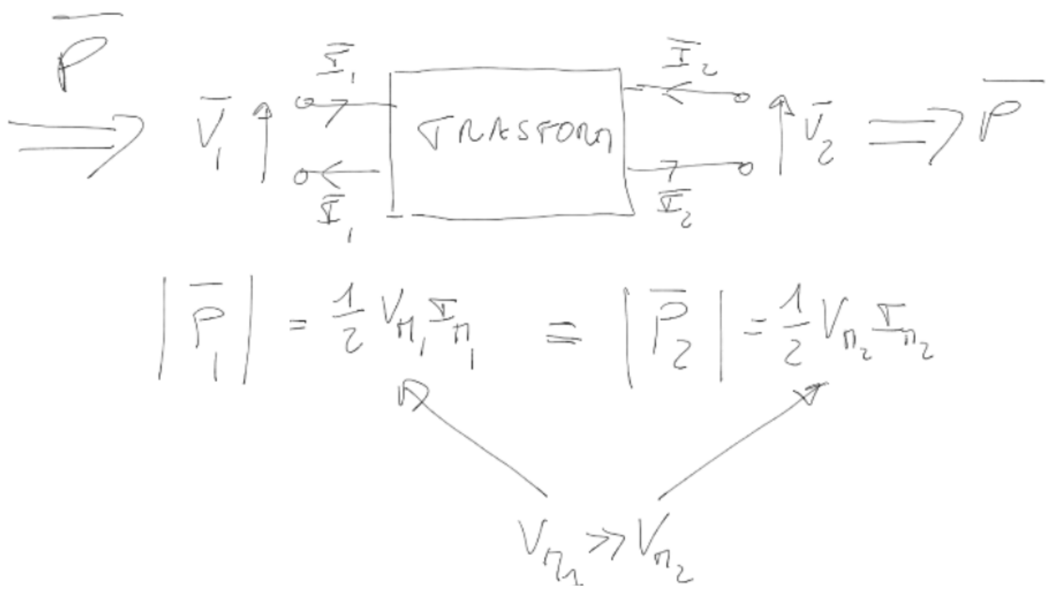


▼ *Esempio di sistema trifase*



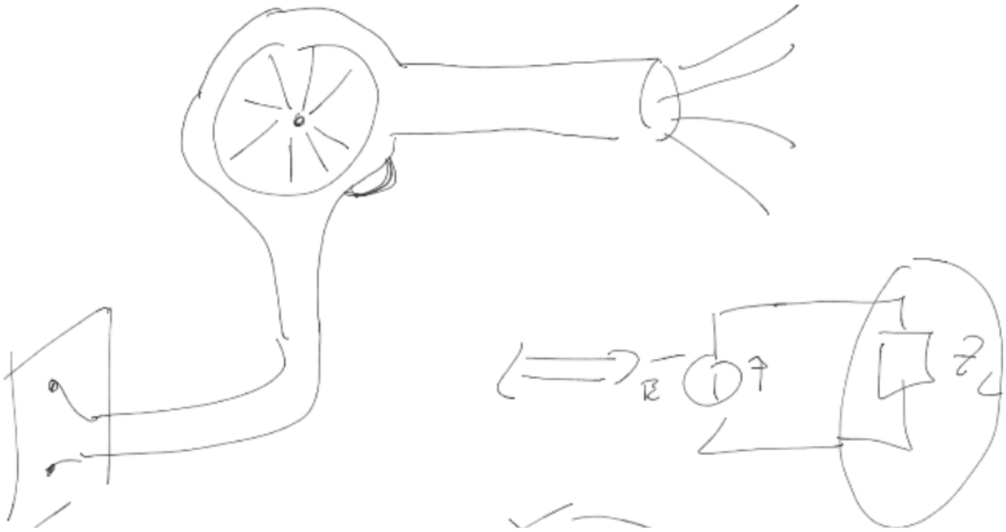
▼ Cos'è un trasformatore?

Esso è un dispositivo che aumenta o abbassa le tensioni. Esso può funzionare solamente con tensioni e correnti sinusoidali.

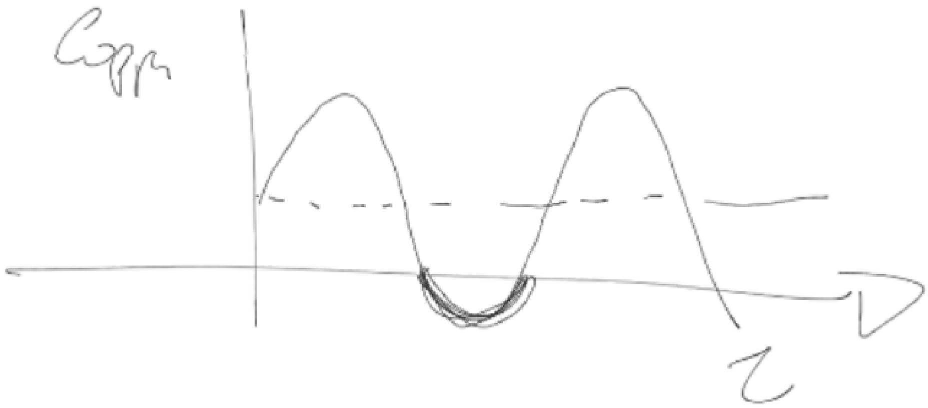


In figura vediamo che la tensione a sinistra è molta maggior e di quella a destra

▼ *Curiosità: perchè il phon fa rumore e un motore elettrico trifase no?*



Il phon fa rumore perchè essendo un motore monofase, e cambiando nel tempo la potenza e divenendo anche negativa, il motore tenterà di invertire il senso di rotazione generando rumore, ma continuando a girare nello stesso verso.

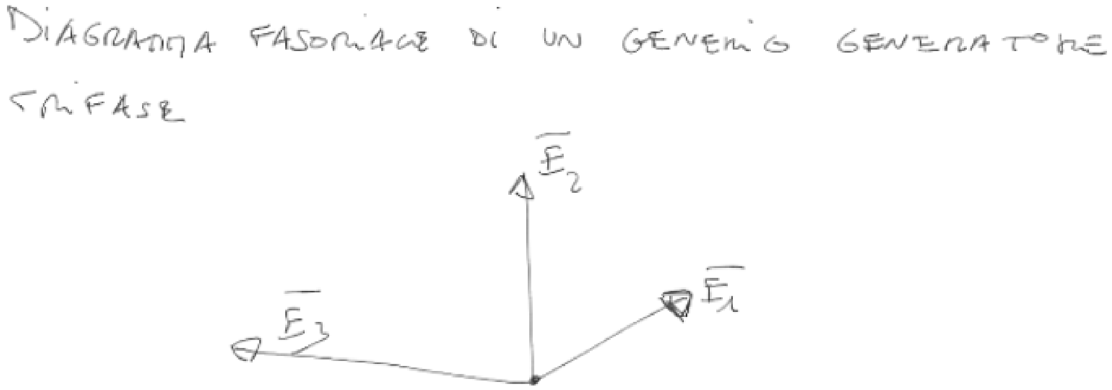


▼ Sistemi trifase simmetrici ed equilibrati

Parlando di generatori trifase devo aggiungere informazioni se esso è:

- simmetrico
- asimmetrico

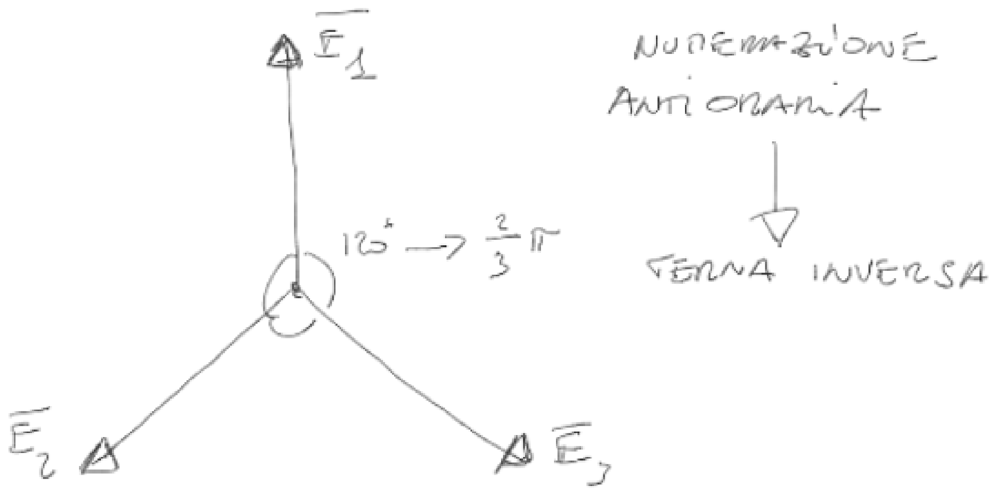
Osservando il **diagramma fasoriale** di un generatore vediamo come le 3 tensioni abbiano fasi diversi



Le applicazioni che vengo svolte prevedono un'ipotesi molto forte.

Generatore trifase simmetrico

- ▼ Terna inversa



Il fatto che la numerazione sia antioraria è chiamato **terna inversa**

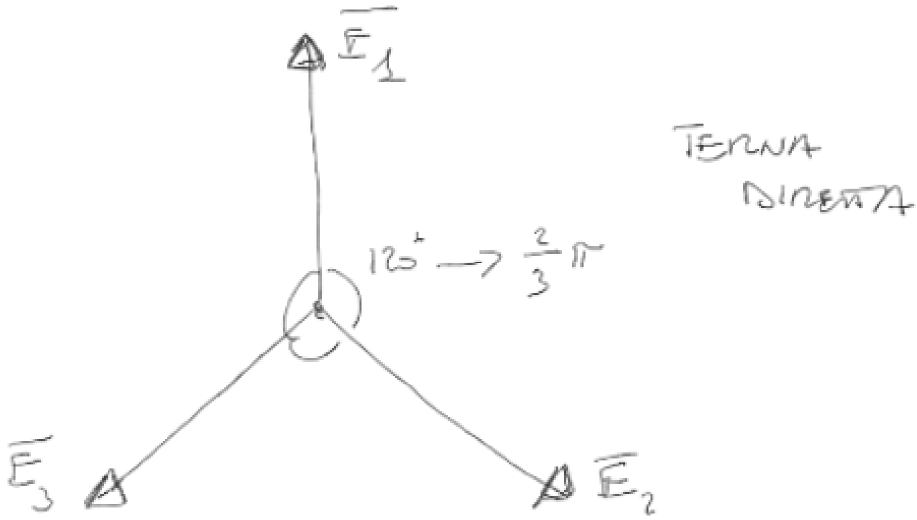
Ogni fasore è spostato di − dall'altro, ed hanno tutti lo stesso modulo

L'espressione della terna inversa è:

$$
\left.\begin{aligned}
\bar{E}_1 &= E_M e^{j\varphi} \\
\bar{E}_2 &= E_M e^{j\left(\varphi + \frac{2}{3}\pi\right)} \\
\bar{E}_3 &= E_M e^{j\left(\varphi + \frac{4}{3}\pi\right)}
\end{aligned}\right\} \text{TERNA SIMMETRICA INVERSA}
$$

▼ Terna diretta

Mentre la numerazione oraria si chiama **terna diretta**



L'espressione della terna diretta è:

$$\left.\begin{aligned} \bar{E}_1 &= E_M e^{j\varphi} \\ \bar{E}_2 &= E_M e^{j(\varphi - \frac{2}{3}\pi)} \\ \bar{E}_3 &= E_M e^{j(\varphi - \frac{4}{3}\pi)} \end{aligned}\right\} \text{TERNA SIMMETRICA DIRETTA}$$

▼ Com'è la somma delle tensioni nei generatori trifase simmetrici?

$$\boxed{\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0}$$

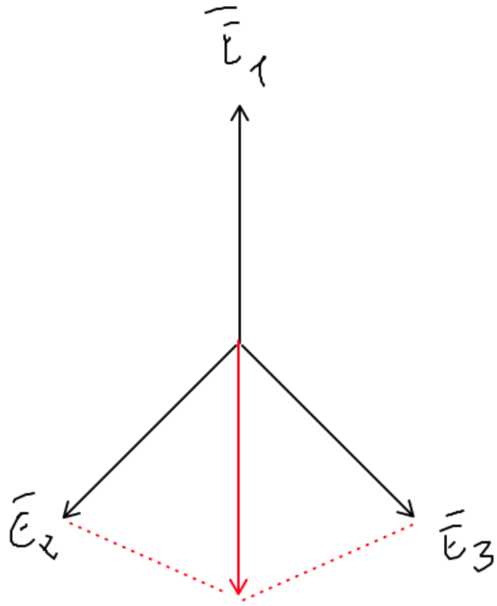
QUINDI ANCHE NEL DOMINIO DEL TEMPO SE

$e_1(t) \rightarrow \bar{E}_1$, $e_2(t) \rightarrow \bar{E}_2$, $e_3(t) \rightarrow \bar{E}_3$

SI HA:

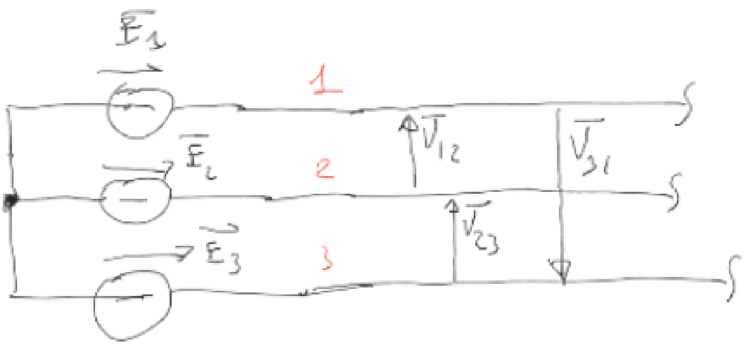
$$\boxed{e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0}$$

Poichè ad esempio facendo la somma di , e sommando otteniamo un fasore nullo:



▼ Tensioni concatenate

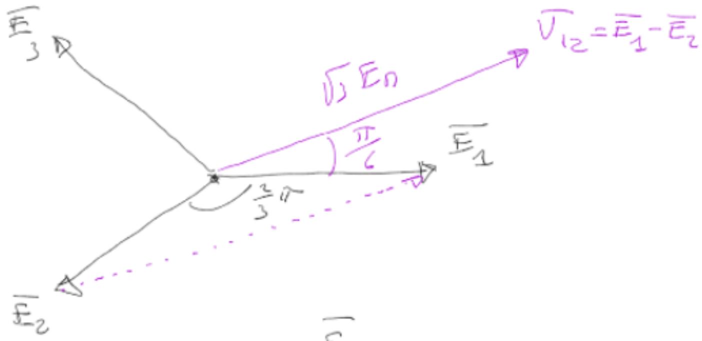
Essa è definibile come la tensione fra le varie linee



$$\left.\begin{aligned} \bar{V}_{12} &= \bar{E}_1 - \bar{E}_2 \\ \bar{V}_{23} &= \bar{E}_2 - \bar{E}_3 \\ \bar{V}_{31} &= \bar{E}_3 - \bar{E}_1 \end{aligned}\right\} \text{TENSIONI CONCATENATE}$$

▼ Che relazione c'è tra tensioni concatenate e tensioni di fase?

Osservando una terna simmetrica diretta, vediamo che avremo anche una terna trifase simmetrica di tensioni concatenate.



$$\bar{V}_{12} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2 = \overbrace{E_M}^{\bar{E}_1} - \overbrace{E_M\left[\underbrace{\cos\left(-\tfrac{2}{3}\pi\right)}_{-\frac{1}{2}} + j\,\underbrace{\sin\left(-\tfrac{2}{3}\pi\right)}_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}\right]}^{\bar{E}_2}$$

$$\bar{V}_{12} = E_M\left(1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2}E_M + j\frac{\sqrt{3}}{2}E_M$$

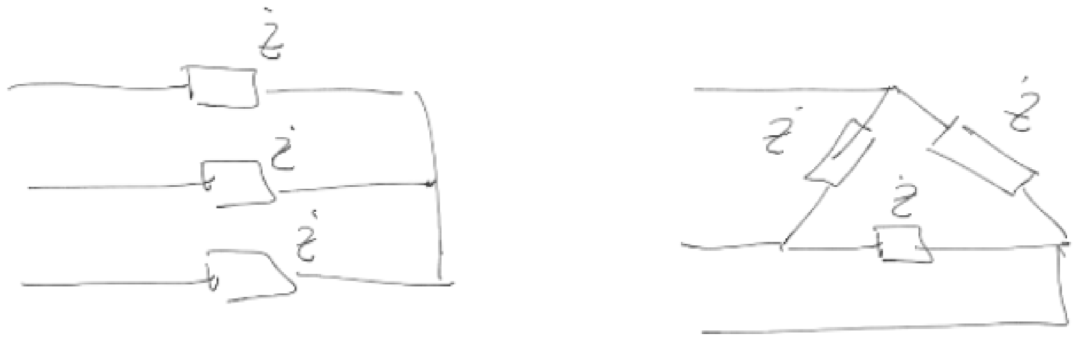
Potendo quindi calcolarne il modulo e la fase(argomento):

$$\arg\left(\bar{V}_{12}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cancel{E_M}}{\frac{3}{\cancel{2}}\cancel{E_M}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$\boxed{\arg\left(\bar{V}_{12}\right) = \frac{\pi}{6}\ \left(30^\circ\right)}$$

Carico equilibrato

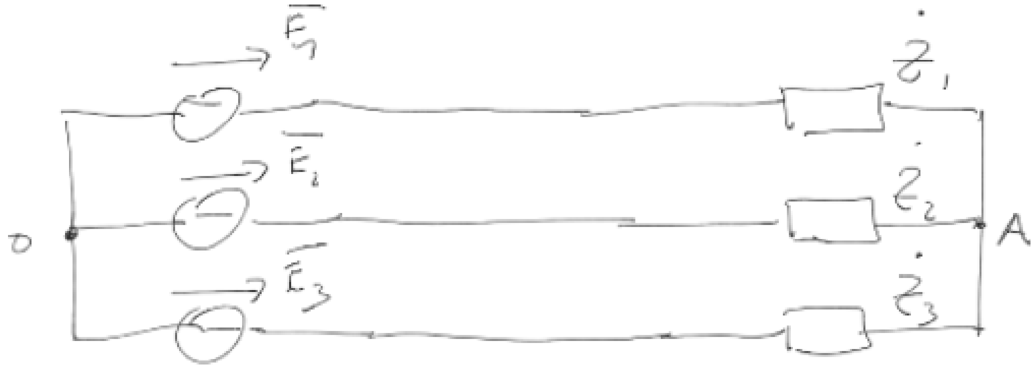
Un **carico trifase** si dice equilibrato quando le **tre impedenze sono uguali**.



CARICHI EQUILIBRATI

> Un sistema trifase si dice simmetrico ed equilibrato se il generatore è simmetrico e il carico equilibrato.

▼ Unicità del centro stella



Usando il metodo dei nodi per calcolare in cui è il nodo di saldo otterremo:

$$\left[\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3\right]\left[\bar{V}_A\right] = \left[\dot{Y}_1\bar{E}_1 + \dot{Y}_2\bar{E}_2 + \dot{Y}_3\bar{E}_3\right]$$

$$\bar{V}_A = \frac{\left[\dot{Y}_1\bar{E}_1 + \dot{Y}_2\bar{E}_2 + \dot{Y}_3\bar{E}_3\right]}{\left[\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3\right]}$$

E quindi:

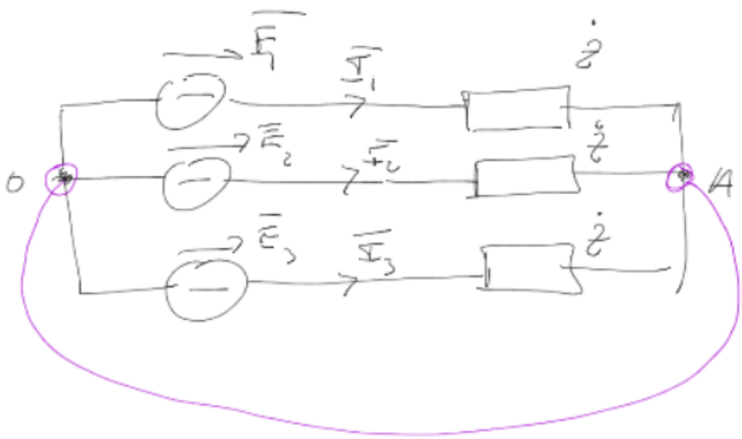
SE IL SISTEMA È SIMMETRICO ED EQUILIBRATO AVRÒ:

$$\bar{V}_A = \frac{[\dot{Y}_1\bar{E}_1+\dot{Y}_2\bar{E}_2+\dot{Y}_3\bar{E}_3]}{[\dot{Y}_1+\dot{Y}_2+\dot{Y}_3]} = \frac{\cancel{\dot{Y}}[\bar{E}_1+\bar{E}_2+\bar{E}_3]}{3\cancel{\dot{Y}}}$$

$$\boxed{\bar{V}_A = \frac{\overbrace{[\bar{E}_1+\bar{E}_2+\bar{E}_3]}^{\emptyset}}{3} = \emptyset}$$

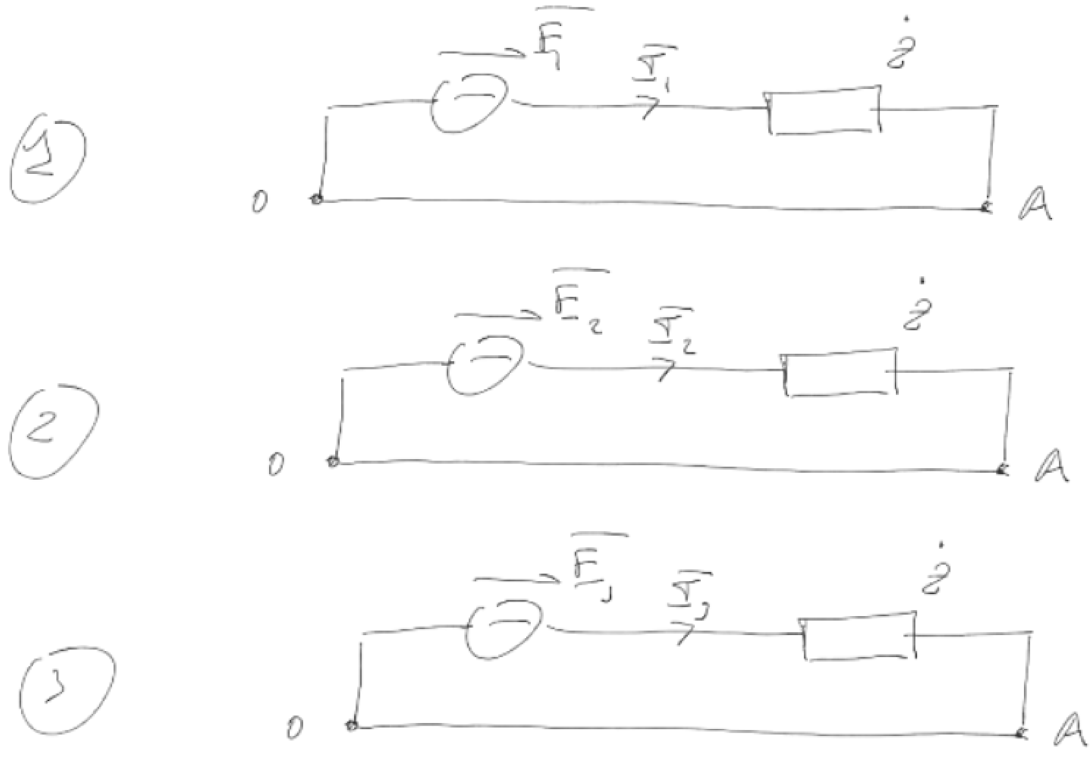
SISTEMA SIMMETRICO ED EQUILIBRATO

Con carico trifase e sistema simmetrico ed equilibrato avremmo una tensione nulla, **come se ci fosse un corto-circuito virtuale** fra i due nodi.

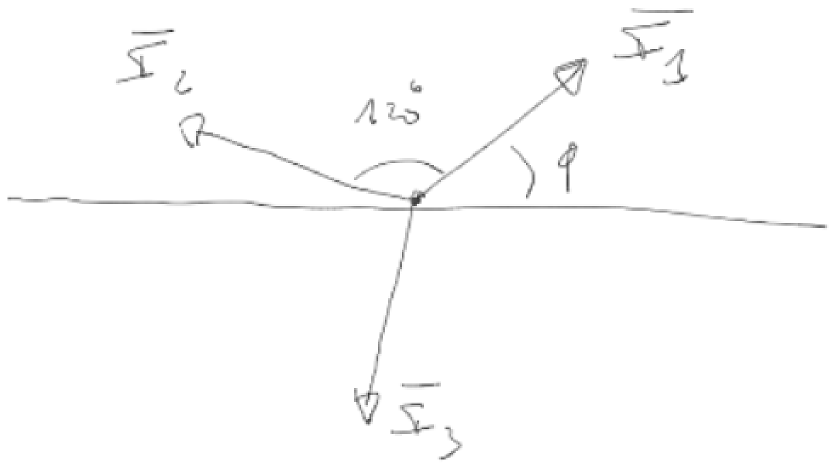


Dunque essi possono essere visti come un unico nodo .

> Potremmo quindi considerare le 3 linee separatamente.



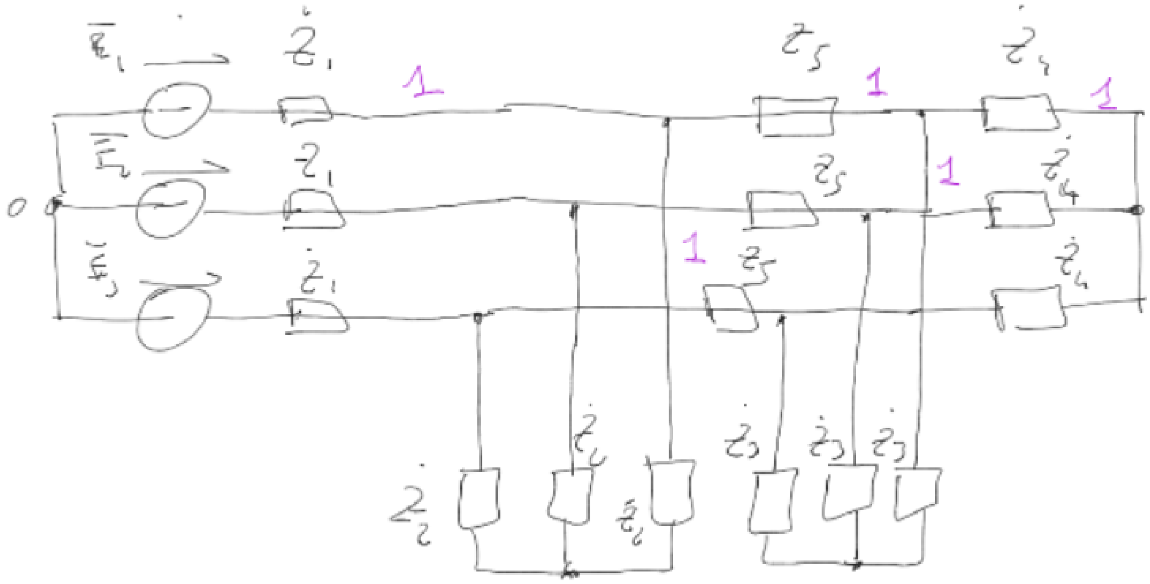
I moduli delle correnti saranno uguali e cambierà solamente la fase:



considerando la terna in cui siamo in questo caso inversa

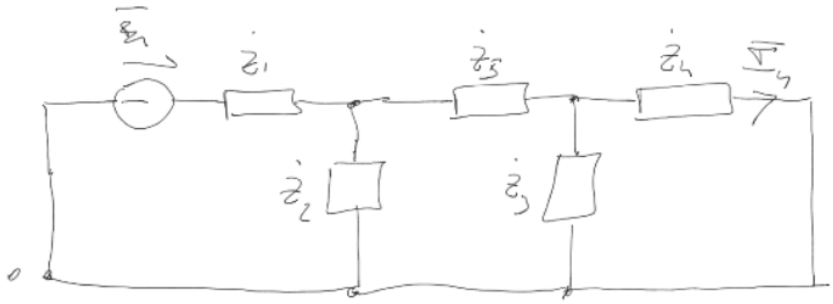
▼ Risoluzione di un circuito trifase

Risolviamo il circuito con il metodo dei nodi



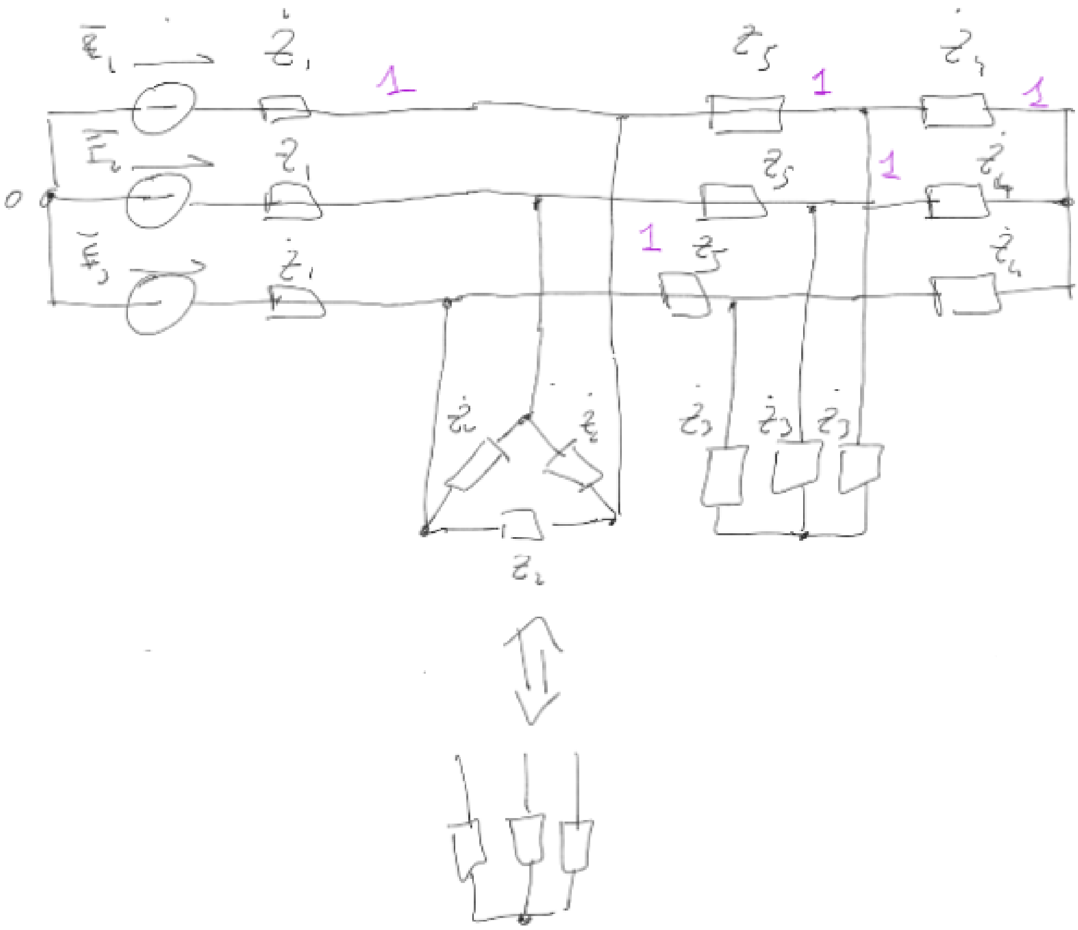
Posso scriverlo come 3 circuiti indipendenti, dato che ho so che ho un generatore trifase simmetrico con carichi equilibrati

- non ho un circuito planare
- non posso applicare anelli
- ho 10 nodi
- i centri stella sono tutti virtualmente cortocircuitati



Come calcolo ?

- se sono presenti carichi a triangolo li trasformo in stella



La trasformazione stella-triangolo con impedenze è analoga a quella con le resistenze

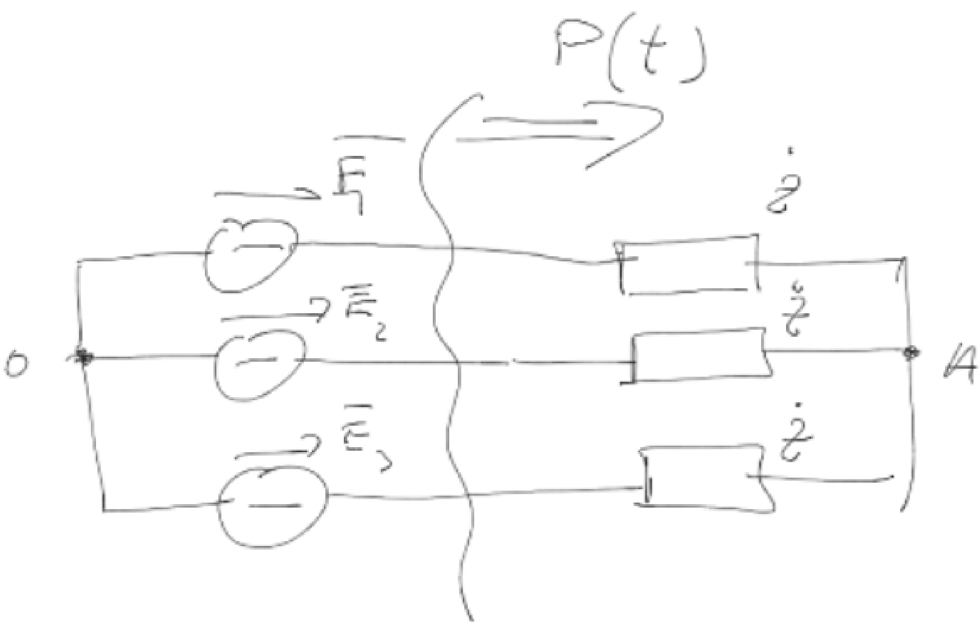
In pratica cosa dovremo fare in un circuito trifase?

1. separo in 3 circuiti monofase
2. applico il metodo che preferisco come un circuito normale

▼ Potenza nei sitemi trifase

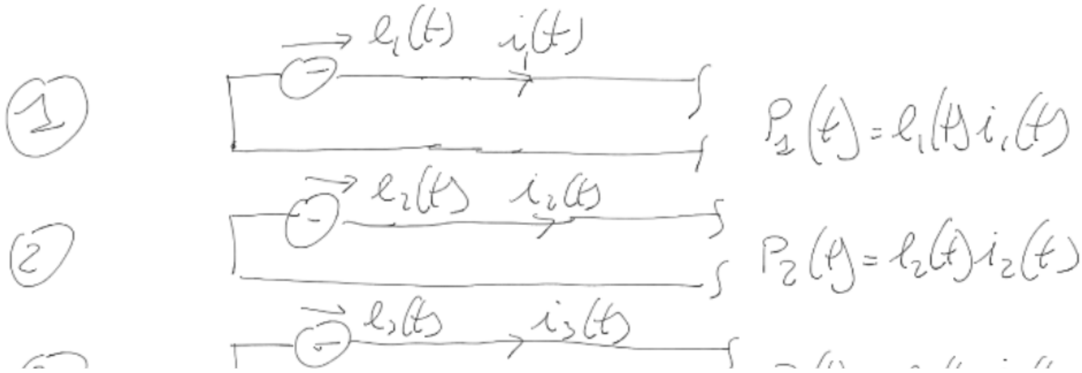
▼ Potenza istantanea nei sitemi trifase

Per calcolare la dovrei fare la somma delle 3 potenze.



$$P(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t)$$

Ponendoci nell'ipotesi che il sistema sia trifase simmetrico equilibrato, in cui le 3 potenze sono le rispettive potenze istantanee dei generatori di tensione.



Dato che ho 3 linee identiche con sfasamento di 120° l'una dall'altra allora:

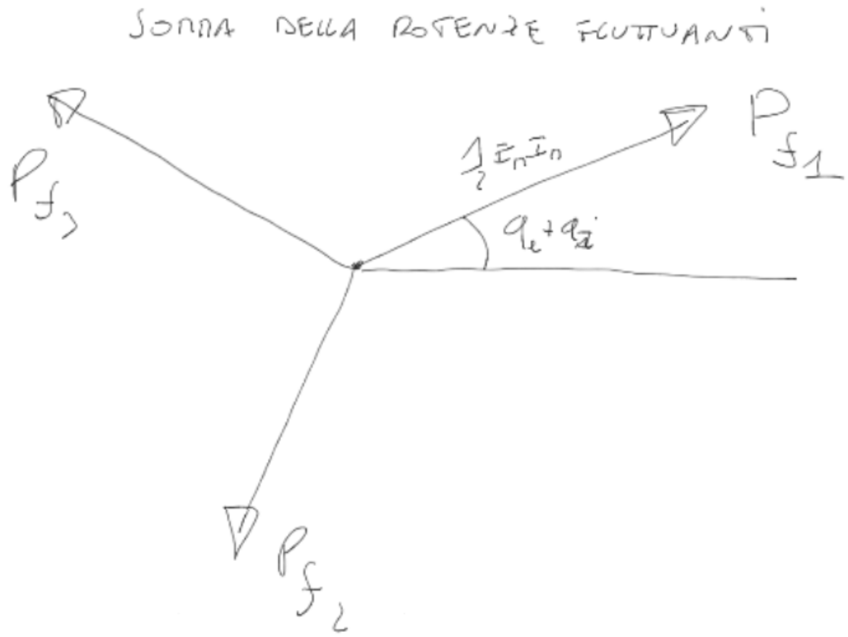
$$e_1(t) = E_n \sin(\omega t + \varphi_e)$$

$$i_1(t) = I_n \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$P_1(t) = e_1(t)\, i_1(t) = \frac{1}{2} E_n I_n \cos(\overbrace{\varphi_e - \varphi_i}^{\varphi}) + \overbrace{\frac{1}{2} E_n I_n \cos(2\omega t + \varphi_e + \varphi_I)}^{P_{f_1}}$$

P_{f_2}

Sommando le 3 potenze fluttuanti otterremo una potenza fluttuante nulla poichè corrispondente a una terna simmetrica la cui somma delle potenza è nulla:

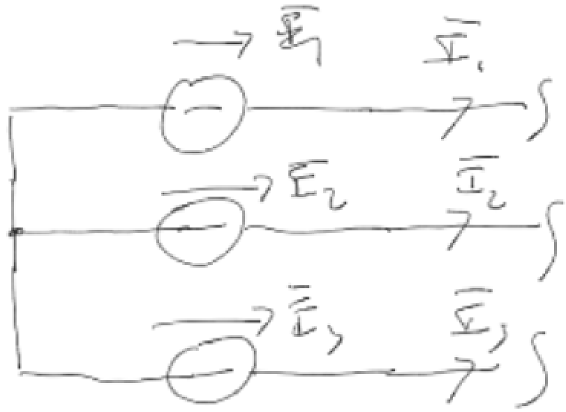


Quindi:

–

▼ Potenza complessa nei sitemi trifase

Andiamo ora a calcolare la potenza complessa nei sistemi trifase, che si esprimerà quindi attraverso dei fasori.



Andando a calcolarla sulla linea 1 otterremo:

$$\bar{P}_1 = \frac{1}{2}\bar{E}_1 \cdot \bar{I}_1^* = \underbrace{\frac{1}{2}E_n I_n \cos(\varphi)}_{P_e} + j\underbrace{\frac{1}{2}E_n I_n \,\text{sen}(\varphi)}_{Q}$$

$$\bar{P}_2 = \frac{1}{2}\bar{E}_2 \cdot \bar{I}_2^* = \frac{1}{2}E_n I_n \cos(\varphi) + j\frac{1}{2}E_n I_n \,\text{sen}(\varphi)$$

$$\bar{P}_3 = \frac{1}{2}\bar{E}_3 \cdot \bar{I}_3^* = \frac{1}{2}E_n I_n \cos(\varphi) + j\frac{1}{2}E_n I_n \,\text{sen}(\varphi)$$

$$\boxed{\bar{P} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 = 3P_e + j3Q}$$

$$P_e = \frac{1}{2}E_n I_n \cos(\varphi) \qquad Q = \frac{1}{2}E_n I_n \,\text{sen}(\varphi)$$

Osserviamo che la potenza istantanea era composta dalla sola potenza attiva, poichè sommando le 3 potenze istantanee per la terna simmetrica, la potenza reattiva risultava nulla. Tenendo bene a mente il fatto che **non vi è nessun legame tra potenza fluttuante e attiva**, vediamo che:

- la potenza fluttuante è nulla
- la potenza reattiva è ed in generale diversa da zero

Poichè avremo che il modulo della tensione concatenata in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato è: $\sqrt{}$ $\frac{\sqrt{}}{}$

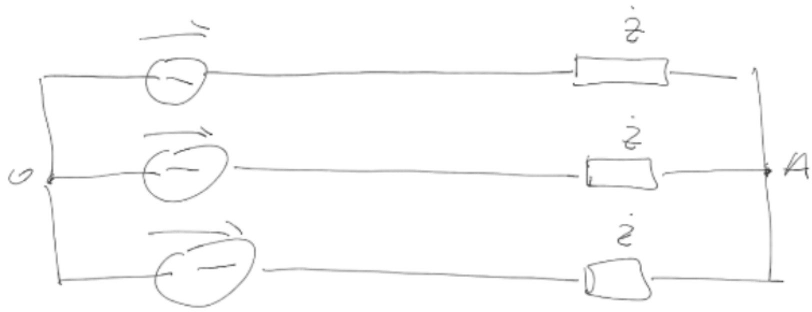
Quindi otterremo che la potenza complessa in funzione di sarà:

$$\overline{P} = 3\frac{1}{2}E_n I_n \cos(\varphi) + j\,3\frac{1}{2}E_n I_n \,\text{sen}(\varphi)$$

$$\boxed{\overline{P} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,V_n I_n \cos(\varphi) + j\,\frac{1}{2}\sqrt{3}\,V_n I_n \,\text{sen}(\varphi)}$$

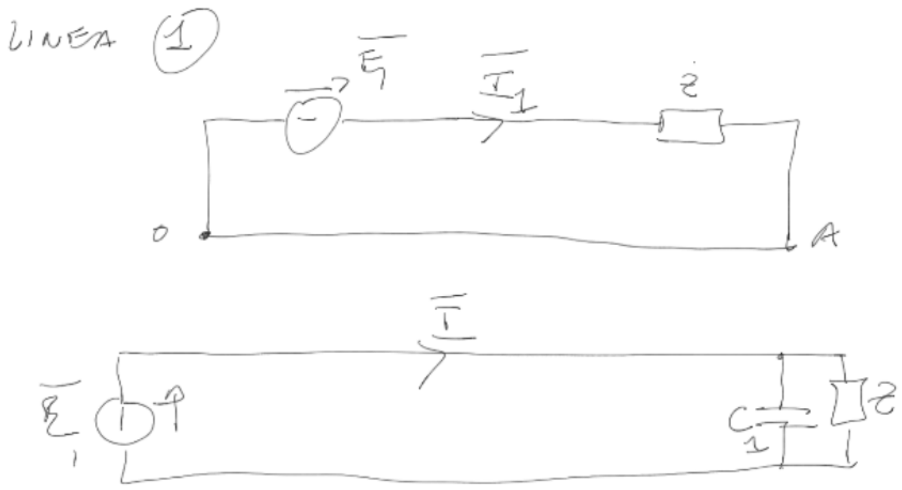
- ▼ Rifasamento nei sistemi trifase simmetrici ed equilibrati

  Avevamo visto il rifasamento nei sistemi monofase, che era ottenuto ponendo un condensatore sulla linea, il piú vicino possibile al carico.



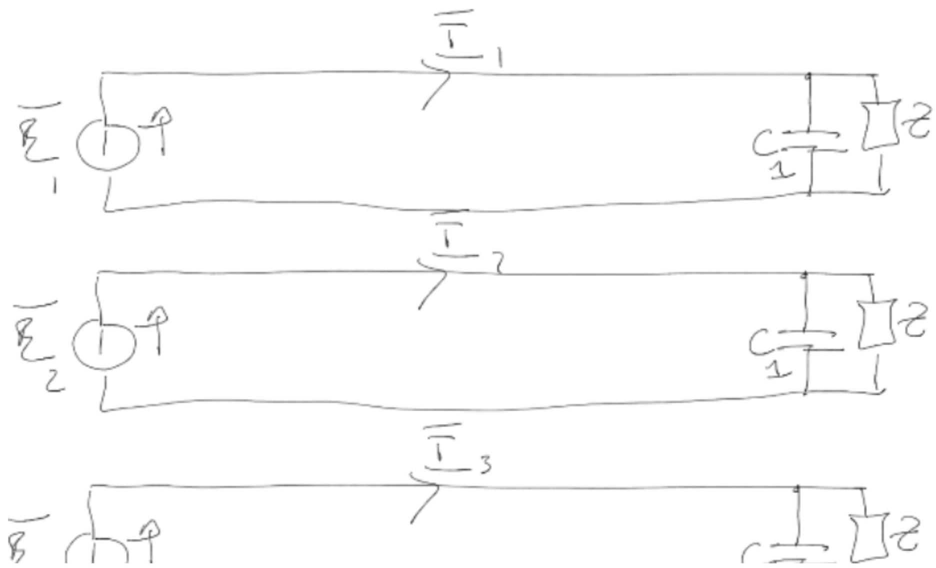
  Ora andremo a vedere come rifasare invece un sistema trifase simmetrico ed equilibrato.

  Separando le 3 linee, potrò rifasarle singolarmente, poichè potrò andare a fare un calcolo unico ed ottenere poi la capacità del condensatore che sarà identica su ogni linea(per le ipotesi che posto).

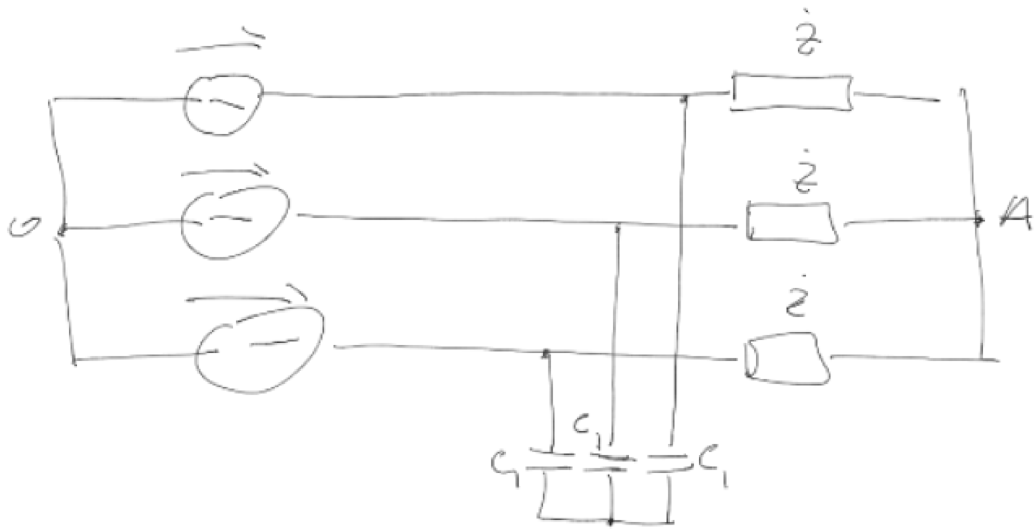


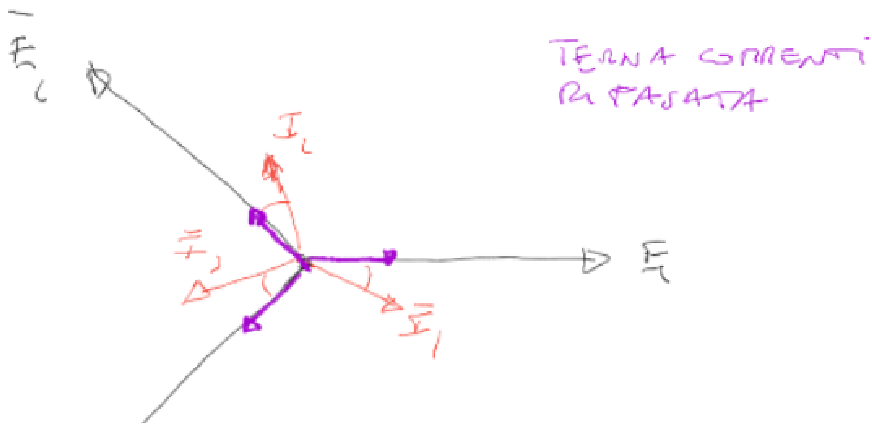
Rifasamento sulla linea 1 di un circuito trifase

Come il carico ed i generatori, anche i condensatori di uguale capacità per ogni linea.



Ed andando a riunire le 3 linee otterrei un circuito con un banco di condensatori in parallelo a ciascuna linea, che ci porta di fatto ad una terna di correnti rifasata:





In questo caso abbiamo una terna inversa

Ora le 3 correnti in viola saranno in fase rispetto alle tensioni.

Osserviamo come per **rifasare completamente (   ) una linea monofase occorre che l'impedenza(   ) complessiva vista dal generatore** **<u>non abbia parte immaginaria diversa da zero.</u>**

Quindi sapendo che   potevamo scriverla come:

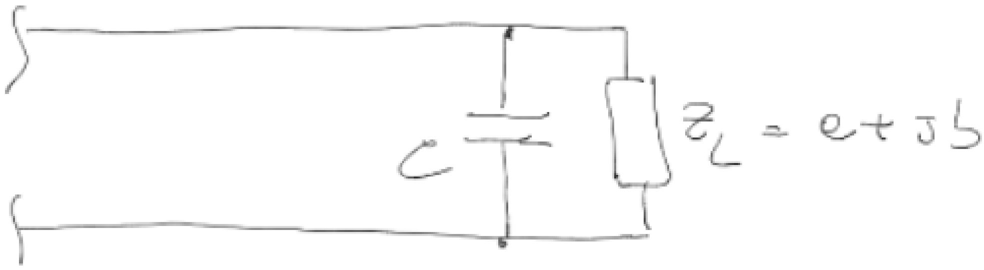
$$\bar{V} = \dot{Z} \cdot \bar{I} = Z_n e^{j\varphi} \cdot I_n e^{j\varphi_I} = Z_n I_n e^{j(\varphi_I + \varphi)}$$

In cui   è lo sfasamento introdotto da   , otterremo che essendo la parte immaginaria nulla lo sfasamento sarà nullo e viceversa:

$$\dot{Z} = Z_M e^{j\varphi} = \underbrace{Z_M \cos\varphi}_{a} + j \underbrace{Z_M \sin\varphi}_{b}$$

$$\text{SE } \varphi = 0 \iff b = 0$$

Quindi per **ottenere uno sfasamento nullo dovrò ottenere un'impedenza puramente reale**(puramente ohmica), ovvero un ammettenza puramente reale.



Quindi dovrò cercare di ottenere puramente reale:

$$\dot{Y}_C + \dot{Y}_L = \dot{Y} \quad \text{TALE CHE } Im[\dot{Y}] = 0$$

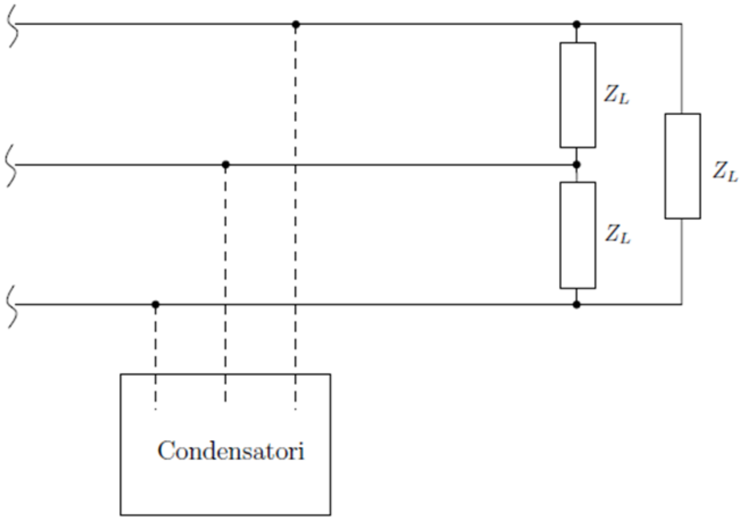
$$Im[\dot{Y}_C] + Im[\dot{Y}_L] = 0 \qquad \dot{Y}_C = j\omega C$$

$$\boxed{\omega C = -Im[\dot{Y}_L]}$$

E per trovare la capacità del condensatore dovrò semplicemente applicare la formula:

▼ *Esempio di rifasamento in un circuito trifase simmetrico ed equilibrato*

Nel sistema trifase di figura, progettare un banco id condensatori per rifasare (idealmente   il carico indicato nel circuito. La frequanza è pari a **50Hz** e inoltre :



- Divido l'impedenza   per il numero dei carichi, quindi per 3 e trovo

- Calcolo le ammettenze

- Sapendo che:

- Troveremo che:

- troveremo la capacità del condensatore espressa in Farad, utile a rifasare il circuito trifase

---

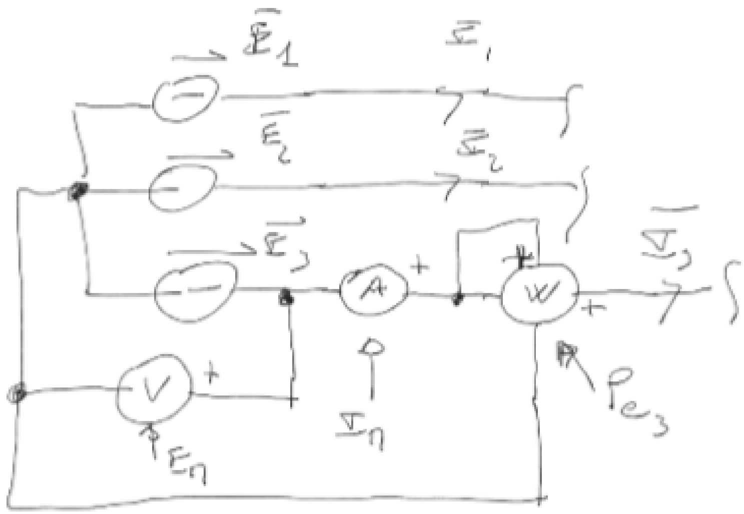
▼ Misura della potenza nei sitemi trifase

Come possiamo misurare il flusso della potenza nei sistemi trifase?

Partiamo da tre dati, ovvero che per conoscere la potenza avremmo bisogno di:

-
-
- lo sfasamento fra le due

Sapendo che per via della resistenza di linea i fasori potrebbero essere minori e conoscendo la formula della potenza complessa e lo sfasamento fra la potenza attiva e quella reattiva:



$$\bar{P} = \overbrace{\frac{3}{2} E_n I_n \cos\varphi}^{P_e} + \overbrace{j\frac{3}{2} E_n I_n \sin\varphi}^{Q}$$

φ È LO SFASAMENTO (DI OGNI FASE)

$$P_{e_3} = \frac{1}{2} E_n I_n \cos\varphi$$

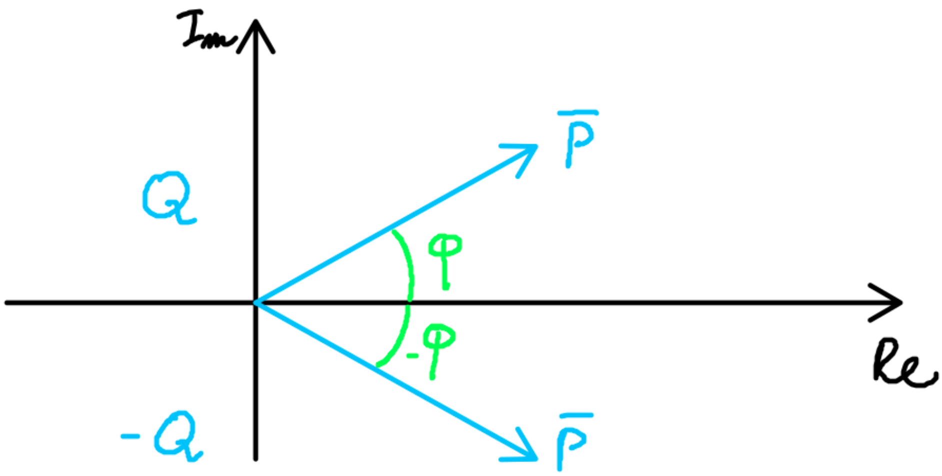
In cui potrei calcolarla come, notando che potrebbe avere 2 valori:

Non ci sarà utile il solo **voltmetro** che ci permette di misurare la tensione, posizionandolo in parallelo a un generatore di tensione(troveremo quindi la sola

). La resistenza del voltmetro è vista dal circuito come poichè esso deve essere visto come un circuito aperto.

E neanche il solo **amperometro** che posizionandolo in serie ci potrà fornire la , la resistenza di questo dispositivo dovrà invece poichè il circuito dovra risultare un corto circuito anche ponendo il dispositivo su una linea.

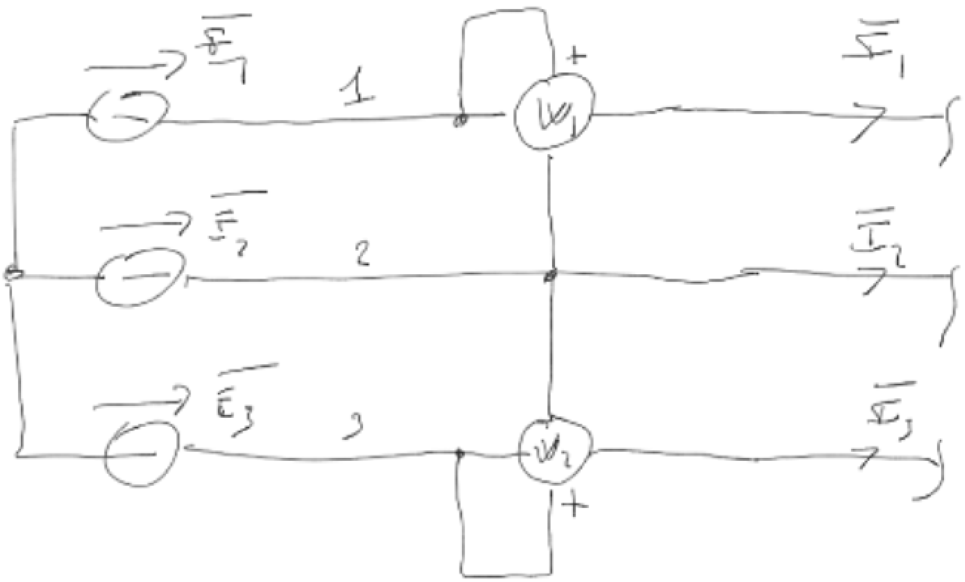
Ci mancherà a questo punto ancora un'informazione fondamentale, ovvero la fase(infatti avevamo visto che potevamo ottenere 2 valori della fase) per poter ottenere la potenza complessa avendo come valori probabili di :



▼ Inserzione Aron

Con la procedura di misura precedentemente vista non ero quindi in grado di conoscere la natura dei carichi, poichè non conoscevo il segno della . Ma è molto importante nei sistemi automatizzati sapere se immettere potenza reattiva positiva o negativa, dunque è stato trovato un metodo per poter calcolare la potenza complessa nei sistemi trifase.

Il metodo noto usato tutt'oggi prende il nome di **inserzione Aron**, dal fisico tedesco che la inventò. Con questo metodo è possibile misurare la potenza direttamente sui cavi della linea trifase per mezzo dell'ausilio di 2 **wattmetri**(considerando che spesso non si può accedere al centro stella sui generatori per inserire il wattmetro).



Dove vengono posizionati i due wattmetri nell'inserzione Aron

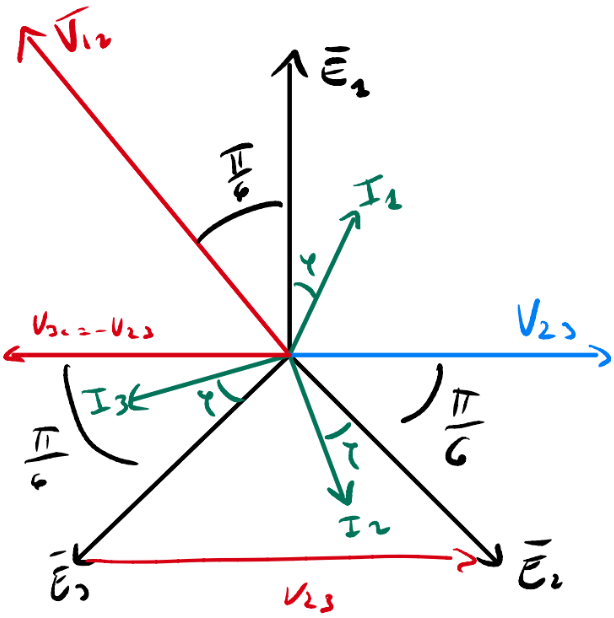
Vediamo che il primo (   ) prende:

- la corrente della prima linea
- la tensione concatenata

il secondo invece (   ) prende:

- la corrente della terza linea
- la tensione concatenata   (analoga a   )

Osservando il diagramma fasoriale vedremo che:



Usiamo in questo caso una terna diretta

Sapendo che:

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V} \cdot \bar{I}^* = \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \cos\varphi}_{P_e} + j\frac{1}{2} V_m I_m \sin\varphi$$

▼ Come calcoleremo la potenza attiva

Osserviamo che otterremo la potenza attiva dei wattmetri come parte reale della formula precedente, osservando che vi è uno sfasamento di −tra le due potenze attive:

$$P_{e_1} = R_E\left[\frac{1}{2}\bar{V}_{12}\cdot\bar{I}_1^*\right] = \frac{1}{2}V_n I_n\cos\left(\varphi+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$P_{e_2} = R_E\left[\frac{1}{2}\bar{V}_{32}\cdot\bar{I}_3^*\right] = \frac{1}{2}V_n I_n\cos\left(\frac{\pi}{6}-\varphi\right)$$

$$P_{e_2} = \frac{1}{2}V_n I_n\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$P_{e_1}+P_{e_2} = \frac{1}{2}V_n I_n\cos\left(\varphi+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}V_n I_n\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$$

Sommando la somma delle 2 potenze otterrò qualcosa di significativo per trovare la potenza complessa finale

Sapendo che

Otterrò che:

$$P_{e_1}+P_{e_2} = \frac{1}{2}V_n I_n\left[\underline{\cos\varphi\cos\frac{\pi}{6}}\cancel{-\sin\varphi\sin\frac{\pi}{6}}+\cos\varphi\underbrace{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)}_{\cos\frac{\pi}{6}}\cancel{-\sin\varphi\underbrace{\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}_{-\sin\frac{\pi}{6}}}\right]$$

$$P_{e_1}+P_{e_2} = \frac{1}{2}V_n I_n\cdot 2\cos\varphi\overbrace{\cos\frac{\pi}{6}}^{\sqrt{3}/2}$$

$$\boxed{P_{e_1}+P_{e_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}V_n I_n\cos\varphi}$$

POTENZA ATTIVA TOTALE DELLA LINE

Ricordandoci che la potenza complessa complessiva della linea era:

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\, V_n I_n \cos(\varphi) + j\,\frac{1}{2}\sqrt{3}\, V_n I_n \operatorname{sen}(\varphi)$$

▼ Come calcoleremo la potenza reattiva

Come troveremo la potenza reattiva, semplicemente facendo la sottrazione delle due potenze attive trovate in precedenza?

$$P_{e_2} - P_{e_1} = \frac{1}{2} V_n I_n \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} V_n I_n \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$P_{e_2} - P_{e_1} = \frac{1}{2} V_n I_n \left[\cancel{\cos\varphi \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} \underbrace{- \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{6}\right)}_{+\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\frac{\pi}{6}} \cancel{- \cos\varphi \cos\frac{\pi}{6}} + \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\frac{\pi}{6}\right]$$

$$P_{e_2} - P_{e_1} = \frac{1}{2} V_n I_n\, 2 \operatorname{sen}\varphi \underbrace{\operatorname{sen}\frac{\pi}{6}}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} V_n I_n \operatorname{sen}\varphi$$

$$\boxed{\sqrt{3}\left[P_{e_2} - P_{e_1}\right] = \frac{\sqrt{3}}{2} V_n I_n \operatorname{sen}\varphi}$$

Avremo il valore della potenza reattiva totale corredata anche di segno

Quindi:

$$\overline{P} = \underbrace{(P_{e_1}+P_{e_2})}_{P_e} + j\underbrace{\left[\sqrt{3}\,(P_{e_2}-P_{e_1})\right]}_{Q}$$

E potrò calcolarmi lo sfasamento con la formula per calcolarmi la fase di un numero complesso, quindi:

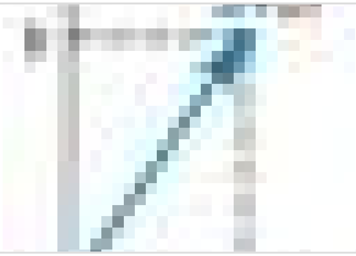
$$\boxed{\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{Q}{P_e}\right) = \operatorname{arctg}\left[\frac{\sqrt{3}\,(P_{e_2}-P_{e_1})}{P_{e_1}+P_{e_2}}\right]}$$

> Con 2 soli strumenti potremmo porci in qualsiasi punto della rete e calcolarene la potenza grazie all'inserzione Aron.

Numeri complessi

▼ Numeri complessi e calcolatrici

Complex number calculator
This calculator does basic arithmetic on complex numbers and evaluates expressions in the set of complex numbers. As imaginary unit use i or j (in electrical engineering), which
$e^{i\pi}$ https://www.hackmath.net/en/calculator/complex-number



https://www.youtube.com/watch?v=0tA1wO7rRoo&ab_channel=EddieWoo

▼ Approfondimenti sui numeri complessi

$$\frac{z}{w} = \frac{a+ib}{c+id} =$$

$$= \frac{a+ib}{c+id} \cdot \frac{c-id}{c-id} = \frac{ac - iad + ibc - i^2bd}{c^2 - i^2d^2} =$$

Come effettuare la divisione nei numeri complessi

$$\arctan2(y,x) = \begin{cases} \arctan(\frac{y}{x}) & \text{se } x > 0 \\ \arctan(\frac{y}{x}) + \pi & \text{se } x < 0 \wedge y \geq 0 \\ \arctan(\frac{y}{x}) - \pi & \text{se } x < 0 \wedge y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \wedge y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \wedge y < 0 \\ \text{non definita} & \text{se } x = 0 \wedge y = 0 \end{cases}$$

$\wedge$ **significa "per ogni..."**

https://www.youmath.it/lezioni/analisi-matematica/numeri-complessi/2700-numeri-complessi-in-forma-esponenziale.html

https://www.youmath.it/lezioni/analisi-matematica/numeri-complessi/2698-numeri-complessi-in-forma-algebrica.html

https://www.youmath.it/lezioni/analisi-matematica/numeri-complessi/773-operazioni-con-i-numeri-complessi.html

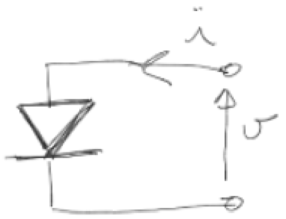
---

Secondo modulo

- ▼ Bipoli resistori non lineari: il diodo
  - ▼ Resistore non lineare

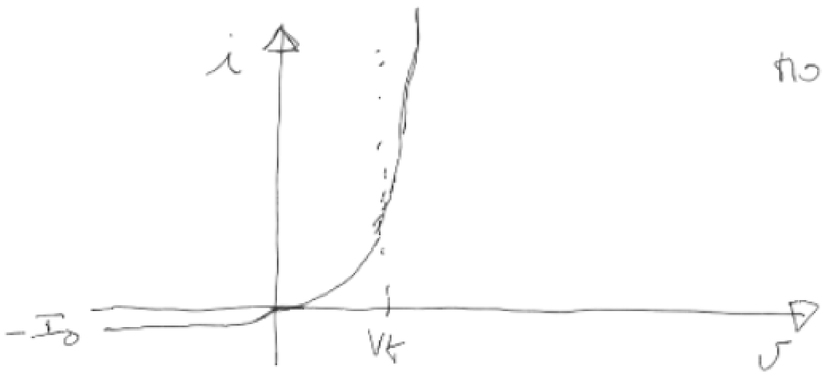
    dove f è non lineare
  - ▼ Il diodo reale

> Esso è un resistore non lineare simile a un senso unico, il verso di passaggio della corrente è dato dal simbolo(la corrente potrà scorrere solamente in un verso e non dall'altro)



$i = g(v)$ NON LINEARE

$$\boxed{i = I_0\left[e^{v/V_t} - 1\right]}$$



MODELLO REALE

Il comportamento di un diodo reale è descritto dal seguente grafico in cui:

- è la tensione di soglia ( )
- è la corrente inversa di saturazione ( )

> Notiamo che il comportamento è esponenziale solamente dopo

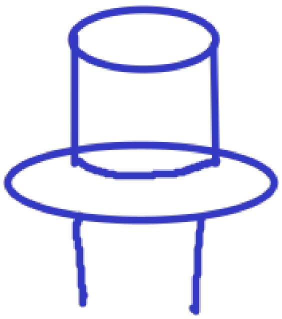
Per il diodo reale ho quindi:

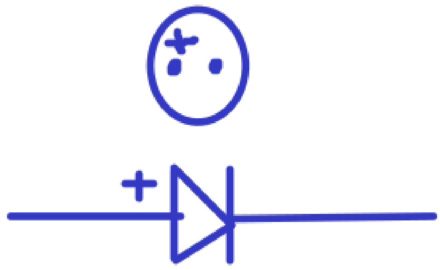
- con un andamento esponenziale → POLARIZZAZIONE DIRETTA

  per allora

- con invece non passerà corrente e avrò (non passerà corrente) → POLARIZZAZIONE INVERSA

  per allora

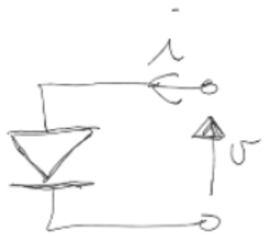


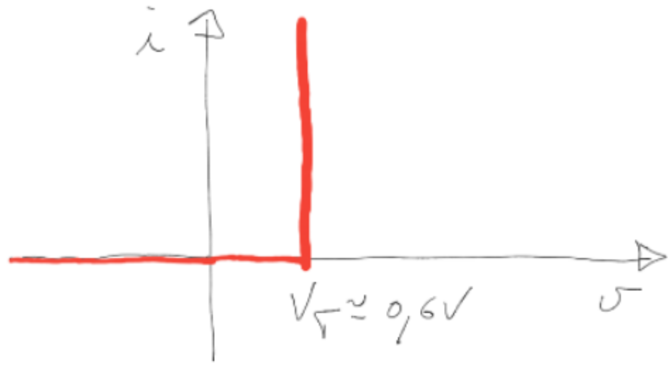


▼ Esempio di linearizzazione dei circuiti non lineari: linearizzazione del diodo (modello per piccoli segnali)

▼ Diodo ideale

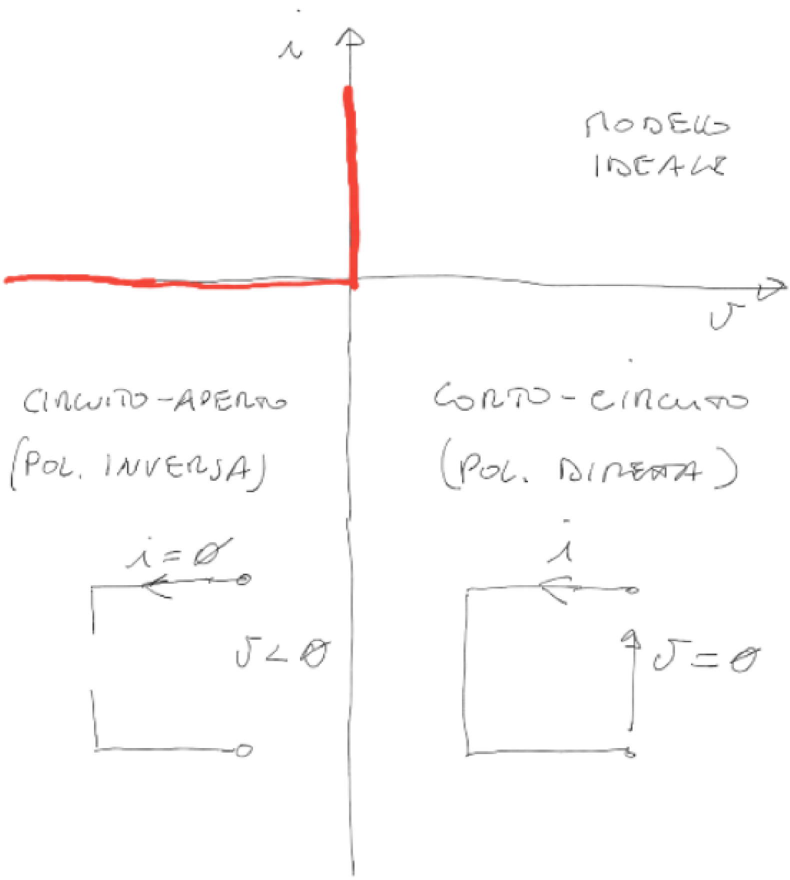
Analizzando qualitativamente un circuito si tralascia talvolta qualche parte di un circuito realizzando un discorso diverso





Un diodo ideale può esser di fatto visto come un interruttore che è acceso dopo la tensione di soglia e spento prima.

Ma un'approssimazione ancora maggiore puó essere raggiunta utilizzando un modello in cui trascuro la corrente e la tensione di soglia



Vediamo come tale approssimazione porti a considerare un circuito con un diodo un circuito aperto o chiuso, il diodo non è quindi bidirezionale, poichè se montato al contrario non permette alla corrente di passare

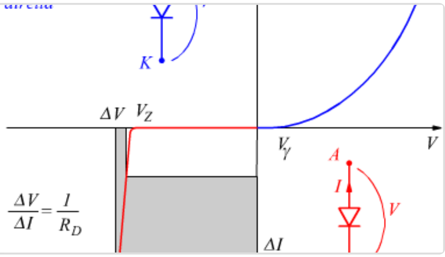
- esso è usato nell'elettronica di potenza
- usato nell'elettronica digitale insieme al transistore

▼ Diodo zener

Diodo Zener

I diodi Zener sono diodi costruiti per funzionare nella regione di breakdown, in prossimità della tensione di Zener V Z (ginocchio) dove la caratteristica del diodo diventa

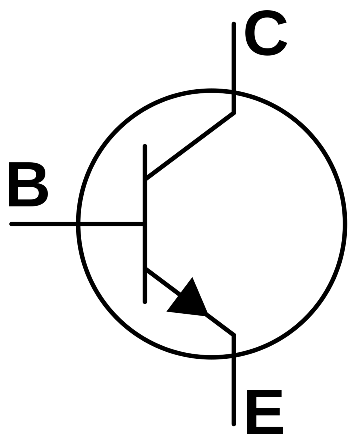
http://www.edutecnica.it/elettronica/zener/zener.htm



▼ Circuito stabilizzatore con zener

▼ Il transistore: zona di interdizione, zona di saturazione

> Esso è un tripolo(ha 3 connettori) bipolare, ovvero lavora con cariche elettriche positive e negative per permetterne il funzionamento.



B è la base, C è il collettore ed E è l'emettitore

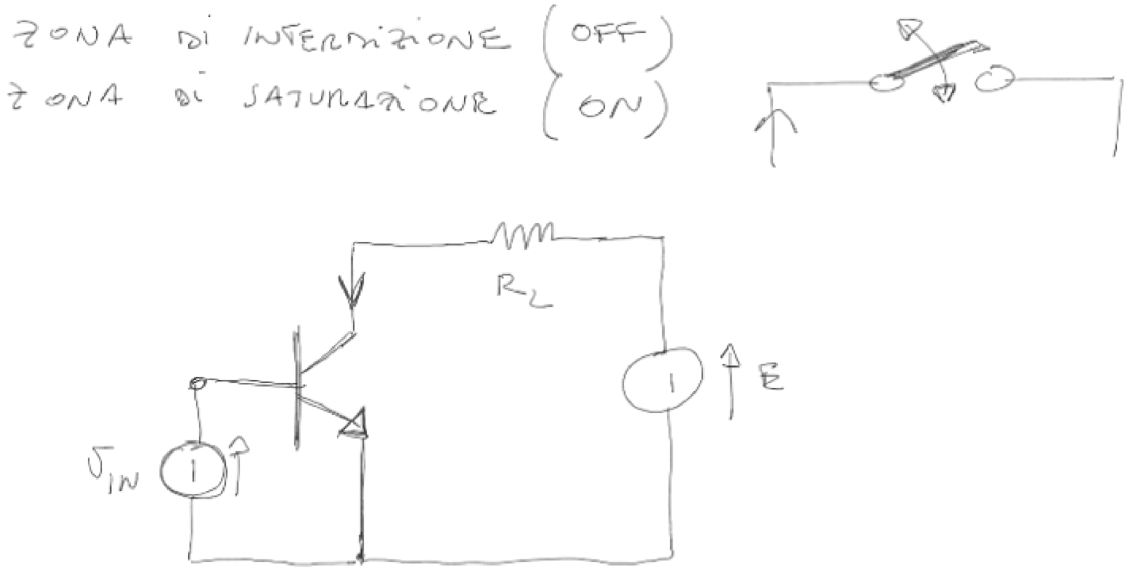
Prima della realizzazione piú recente di transistore, esistevano le valvole che erano però di grandi dimensioni e poco pratiche.

La miniaturizzazione ha permesso di aumentare la frequenza di clock, ovvero di funzionamento di un transistore.

Esso è caratterizzato da:

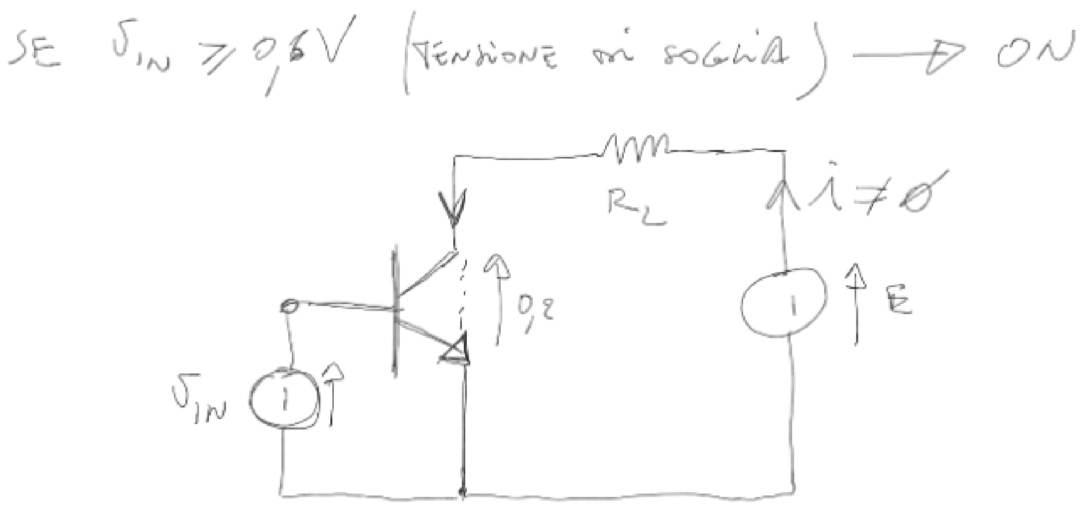
1. una base
2. un emettitore
3. un collettore

Esso può essere visto come un interruttore pilotato, ovvero comandato, in tensione.



Se esso è in **zona di interdizione** allora è come se l'interruttore fosse spento (OFF)

Se esso è in **zona di saturazione** allora è come se l'interruttore fosse acceso(ON)

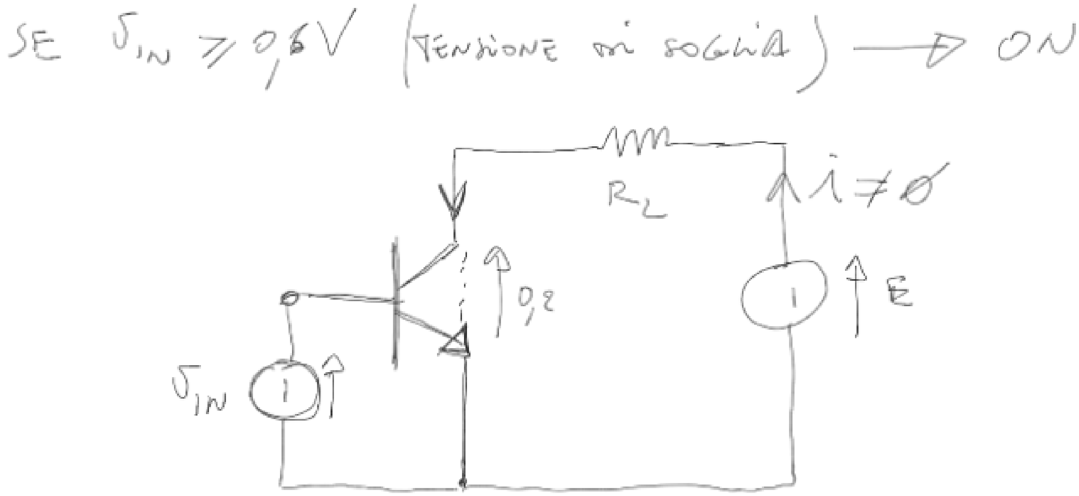


▼ Il transistore in zona attiva: modello per grandi segnali

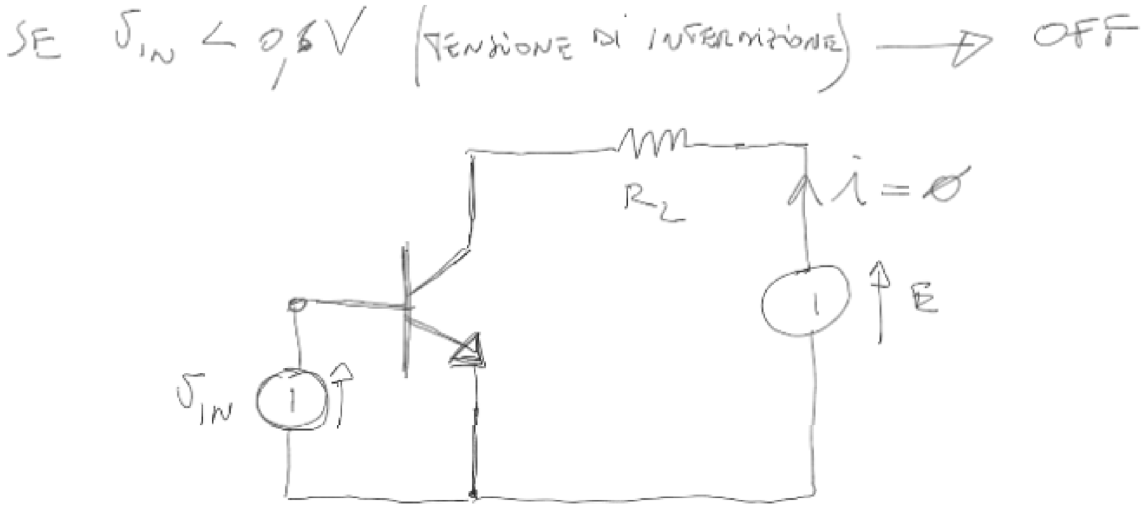
▼ Modello per piccoli segnali di un transistore in zona attiva

▼ Il transistore come bipoli corto circuito e circuito aperto comandati in corrente

Osservando il funzionamento del transistore, notiamo che se l'interruttore che realizza è chiuso e quindi siamo **sopra la tensione di soglia** allora avremo una condizione paragonabile al **corto circuito**:

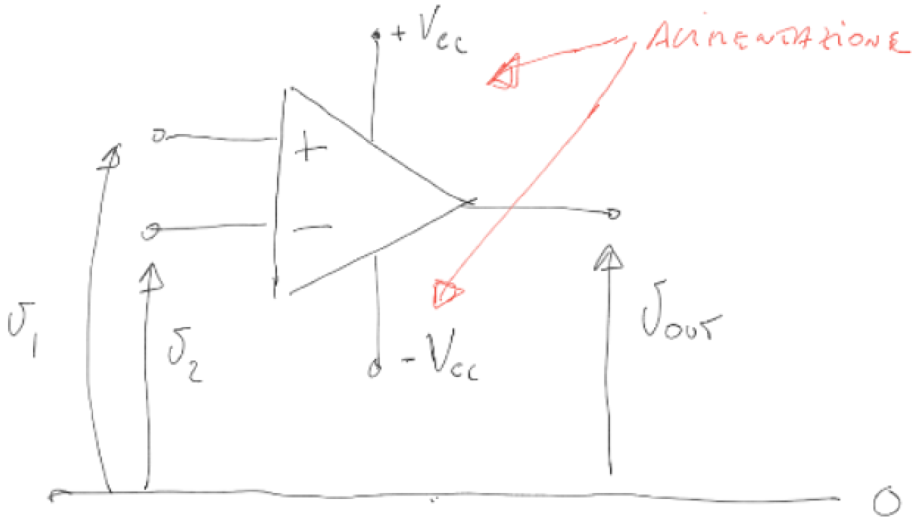


Sotto la tensione di soglia avremo invece un **circuito aperto**



▼ L'amplificatore operazionale

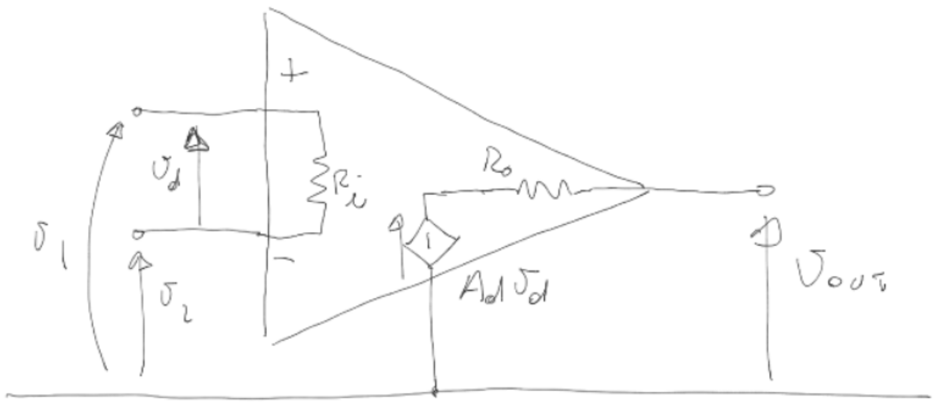
Esso è molto duttile e permette di realizzare molti dispositivi.



Esso viene identificato dall'esterno come un multipolo particolare.

- *cc* identifica la corrente continua ovvero costante
- e sono i poli di alimentazione del circuito
- e sono due ingressi di tensione che provengno da altre parti del circuito
- è anch'essa in tensione ed è l'usita dall'amplificatore

▼ Rappresentazione matematica di un amplifiatore operazionale



Ri → RESISTENZA DI INGRESSO
Ro → RESISTENZA DI USCITA
Ad → coeff. di amplificazione

Alcuni dispositivi particolarmente ben costruiti potranno essere rappresentati nel seguente modo, in cui tutte le tensioni sono ancora riferite al nodo *o*

- in questo modello scompaiono le alimentazioni, che sono date per scontate

Vediamo che vi sono alcuni parametri da tenere a mente in questo modello:

- la resistenza di ingresso
- la resistenza di uscita
- il coeffiiente di amplifiazione
- in cui è la tensione tra la massa e il polo positivo e è la tensione tra la massa e il polo negativo

Notiamo dunque che un generatore di tensione reale ha sempre una resistenza interna facendo un equivalente Thevenin in ingresso e uscita.

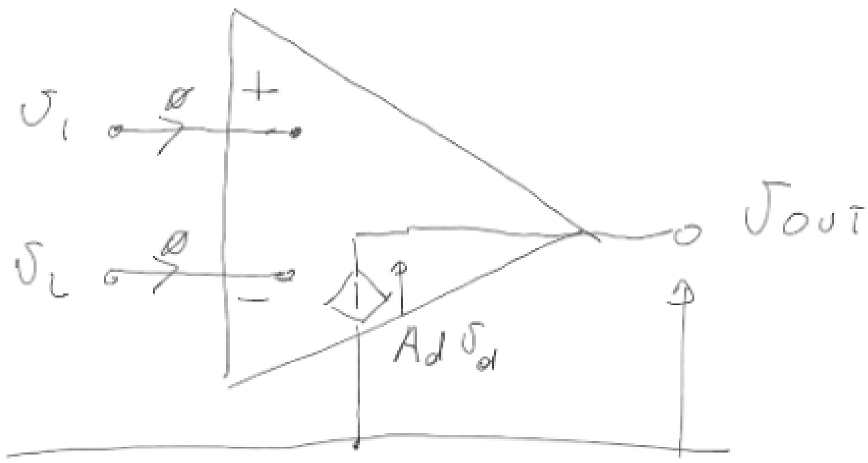
▼ Amplificatore operazionale ideale

Se un Amplificatore Operazionale è costruito molto bene posso vederlo ancora in un altro modo, semplificandolo ulteriormente.

$$R_i \to \infty \quad (G_i \to 0)$$

$$R_o \to 0 \quad (G_o \to \infty)$$

$$A_d \to \infty$$



$$\underset{1V}{v_{out}} = \underset{10^6}{A_d} \, \underset{10^{-6}}{v_d}$$

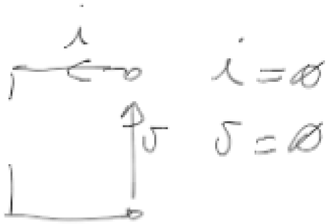
$$v_d \to 0$$

Ricordandi che è adimensionale, notiamo anhe che il circuito così disegnat prelevera delle tensioni ma non preleverà delle correnti.

Alle tre ipotesi sopra descritte che di fatto realizzano

1. per la un circuito aperto → conduttanza nulla
2. per la un corto circuito
3. diviene un coefficiente di amplificazione molto grande

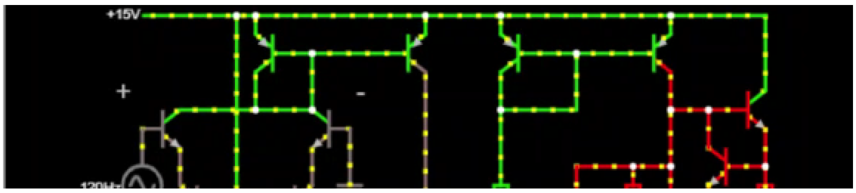
Si aggiunge una conseguenza, ovvero che la grandezza pilota del generatore di tensione controllato tenderà a 0 realizzando un circuito che se semplificato, porterà ad ancora un'altro bipolo denominato **cortocircuito virtuale**

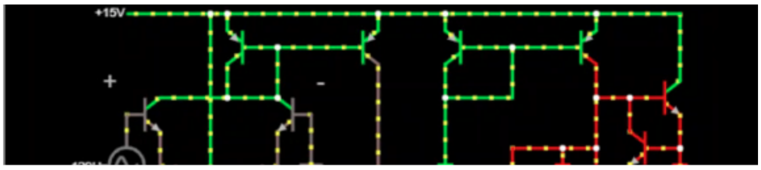


- esso è un cortocircuito poichè la tensione è nulla e la corrente quindi non passerà
- esso sarà un bipolo realizzabile solamente attraverso una circuiteria apposita

Nel modello ideale vengono tralasciate le tensioni di alimentazione ( )

▼ Com'è fatto un amplificatore operazionale al suo interno?





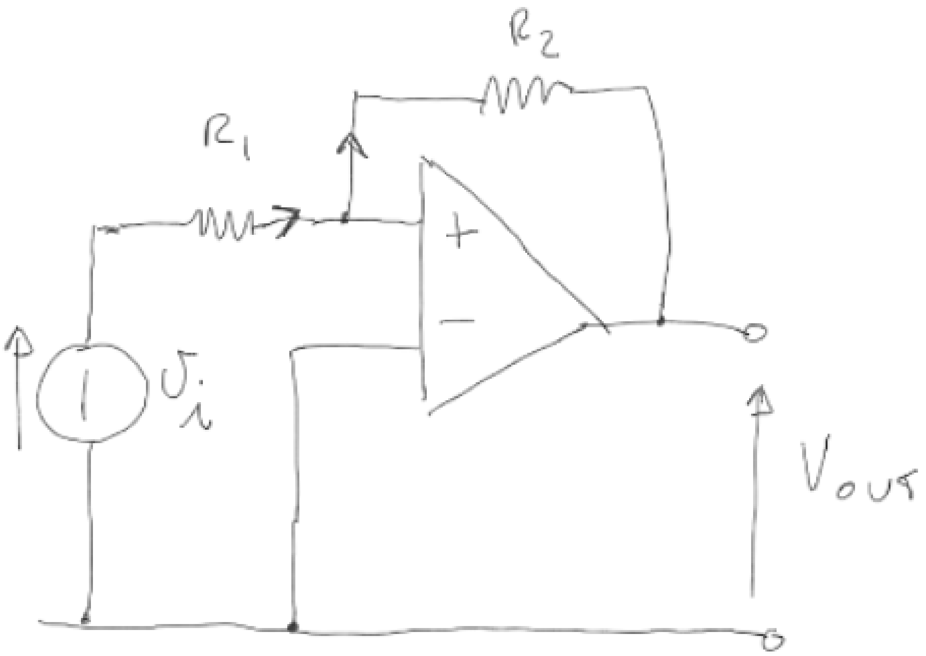
Come è realizzato un amplificatore operazionale all'interno

▼ AMP.OP. invertente

Esso tra le sue mille possibilità di utilizzo permette di amplificare dei segnali di tensione.

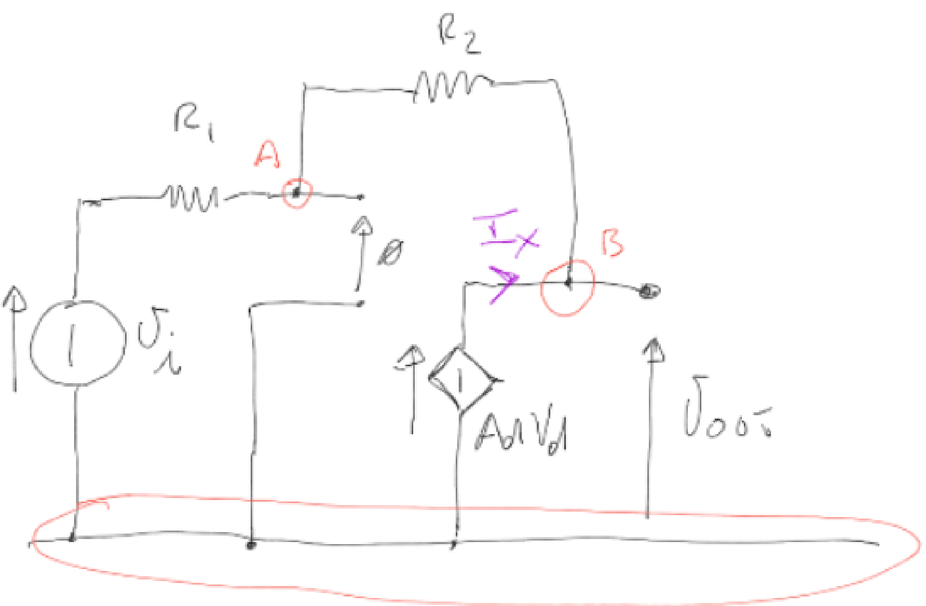
In questa configurazione è detto invertente poichè i segnali amplificati porteranno un segno negativo davanti, otterremo infatti:

In cui è il fattore di amplificazione e è la tensione d'ingresso.



Esso è un circuito che possiamo vedere e risolvere in diversi modi per arrivare al risultato sperato, ovvero la tensione in ingresso amplificata da un certo fattore di scala.

1. **Uso il metodo dei nodi**



Impostando la matrice e trovandone le soluzioni, vedrò che

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \quad A \quad & \quad B \quad \end{array} \\
\begin{array}{c} A \\ B \end{array} & \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_i}{R_1} \\ I_x \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \quad A \quad & \quad B \quad \end{array} \\
\begin{array}{c} A \\ B \end{array} & \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} 0 \\ V_{OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_i}{R_1} \\ I_x \end{bmatrix}
$$

Sapendo che e che essi sono in un amplificatore operazionale ideale, un circuito aperto,

$$\cancel{\begin{bmatrix} G_1+G_2 \\ -G_2 \end{bmatrix}} 0 + \begin{bmatrix} -G_2 \\ G_2 \end{bmatrix} V_{OUT} = \begin{bmatrix} \frac{V_i}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} I_X$$

$$\begin{bmatrix} -G_2 \\ G_2 \end{bmatrix} V_{OUT} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} I_X = \begin{bmatrix} \frac{V_i}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -G_2 & 0 \\ G_2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{OUT} \\ I_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_i}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Troveremo che il fattore di scala è —

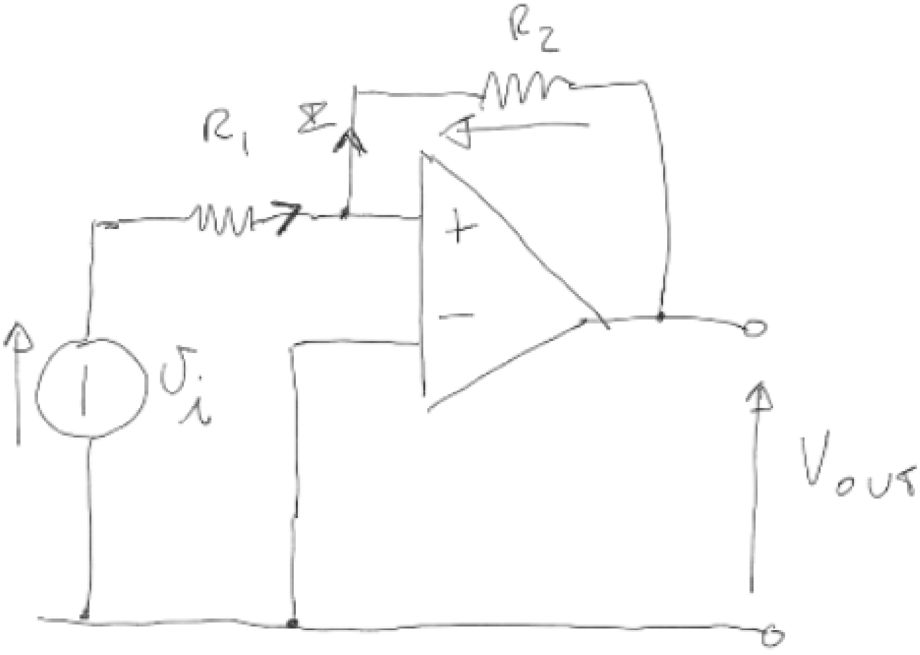
Esempio:

Se dunque volessi la tensione d'ingresso raddoppiata, dovrei prendere la la metà della

Avendo allora il fattore di scala sarà unitario

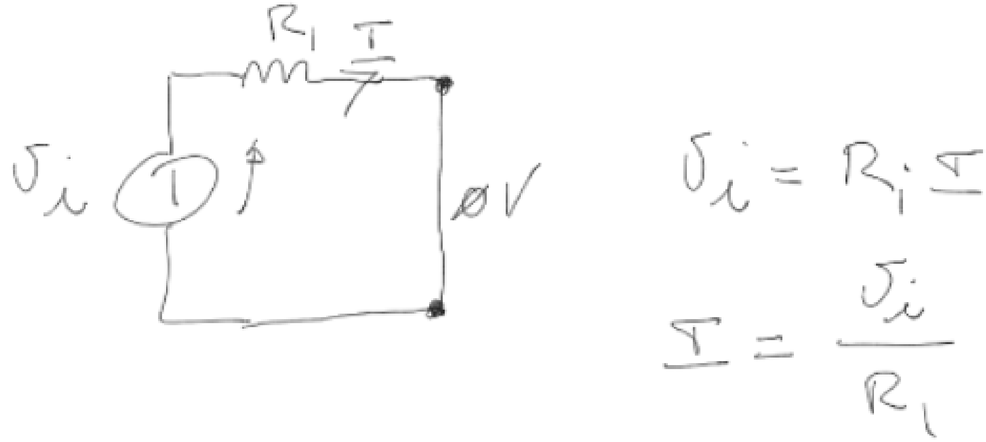
2. **Osservando approfonditamente il circuito**

Posso vedere come la corrente passante per sia la stessa passante per .



Sarà dunque possibile calcolare la tensione in uscita come

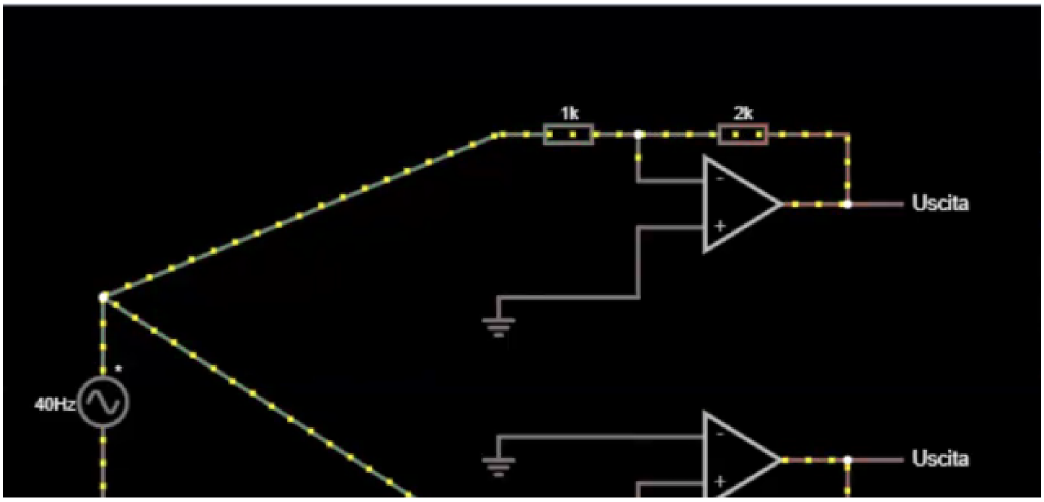
E ciò significherà che , ora calcolandomi la osserverò che:



Sostituendo quindi la corrente nella formula precedente otterremo che:

Ovvero la stessa tensione di uscita calcolata precedentemente con il metodo dei nodi.

Esempio in Falstad:

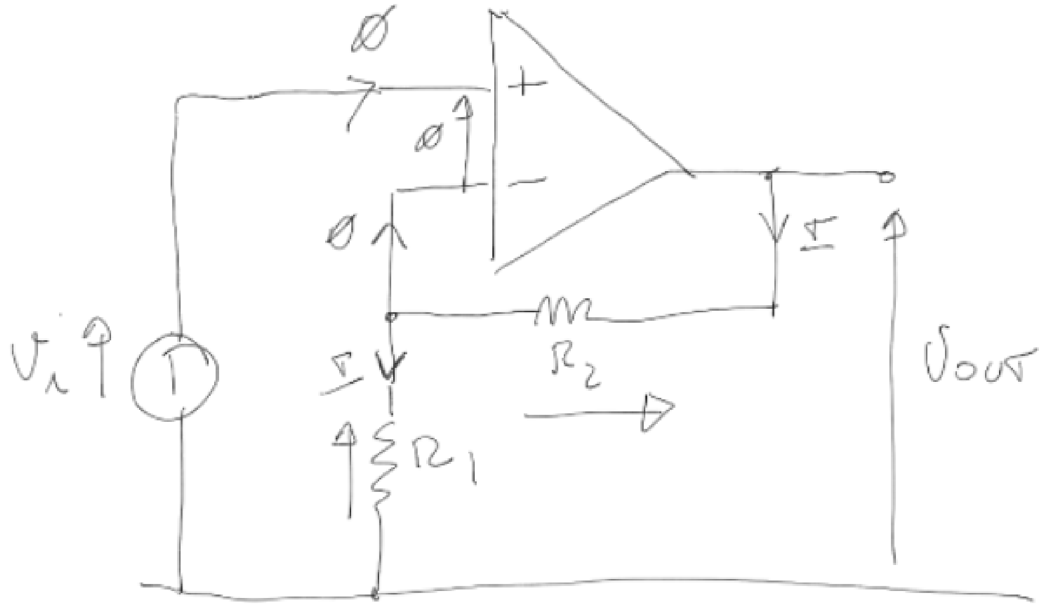


Notiamo che il verso della tensione viene invertito in uscita

- AMP.OP. non invertente

  Analogamente all'amplificatore invertente, esso viene utilizzato per amplificare una tensione in ingresso, arrivando ad una tensione di uscita esprimibile come:

  In cui è il fattore di amplificazione e è la tensione d'ingresso.



In esso a differenza dell'amplificatore operazionale invertente, **collego la circuiteria al polo negativo**(oltre il generatore di tensione), ed utilizzando il metodo piú veloce(Kirchhoff alle tensioni) mi calcolo la tensione di uscita.

$$V_{out} - R_2 I - R_1 I = 0$$

$$V_{out} = (R_1 + R_2) I$$

$$V_i - R_1 I = 0 \iff I = \frac{V_i}{R_1}$$

$$\boxed{V_{out} = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) V_i}$$

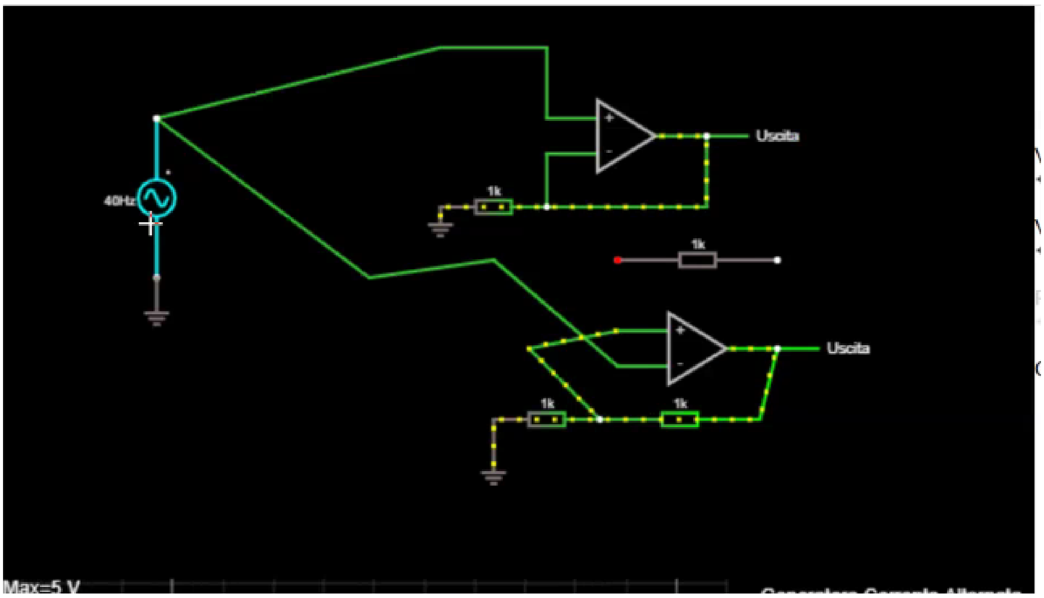
Siamo arrivato alla forma in cui riconosciamo il ——— e possiamo verificare come il segno della tensione in uscita non venga invertito.

▼ Che differenze ha dall'amplificatore operazionale invertente?

- il fattore di scala nell'**amplificatore operazionale invertente può essere compreso anche fra 0 ed 1 abbassando all'occorrenza la tensione in ingresso** (nel non invertente ciò non è possibile)
- la tensione in uscita dall'amplificatore operazionale non invertente sarà sempre maggiore di quella in ingresso
- dovrei ipoteticamente avere un amplificatore operazionale con → avendo un corto circuito laddove vi è → che vedremo si chiamerà *buffer*

potrà essere unitario solamente se ottenendo ——

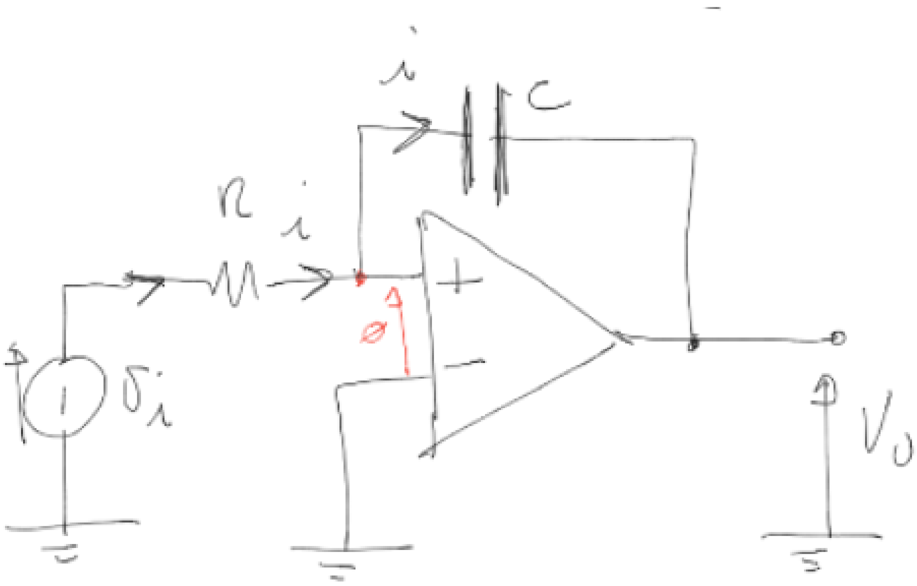
Esempio in Falstad:



▼ AMP.OP Integratore

Si dice che un circuito integratore: *integri un segnale d'ingressi.*

Esso fa un'operazione di integrazione analogica veloce e semplice.



Considerando il corto circuito virtuale che si crea in questa configurazione e la corrente entrante nel condensatore, mi ritroverò la corrente la tensione in uscita ai capi del condensatore. (Ma con verso invertito, dato che siamo sull'ingresso invertente)

Potremmo quindi scrivere che:

$$v_u(t) = -v_c(t)$$

$$v_u(t) = -\left[\frac{1}{C}\int_0^t i(t')\,dt' + v_c(0)\right]$$

$$i(t) = \frac{v_i(t)}{R}$$

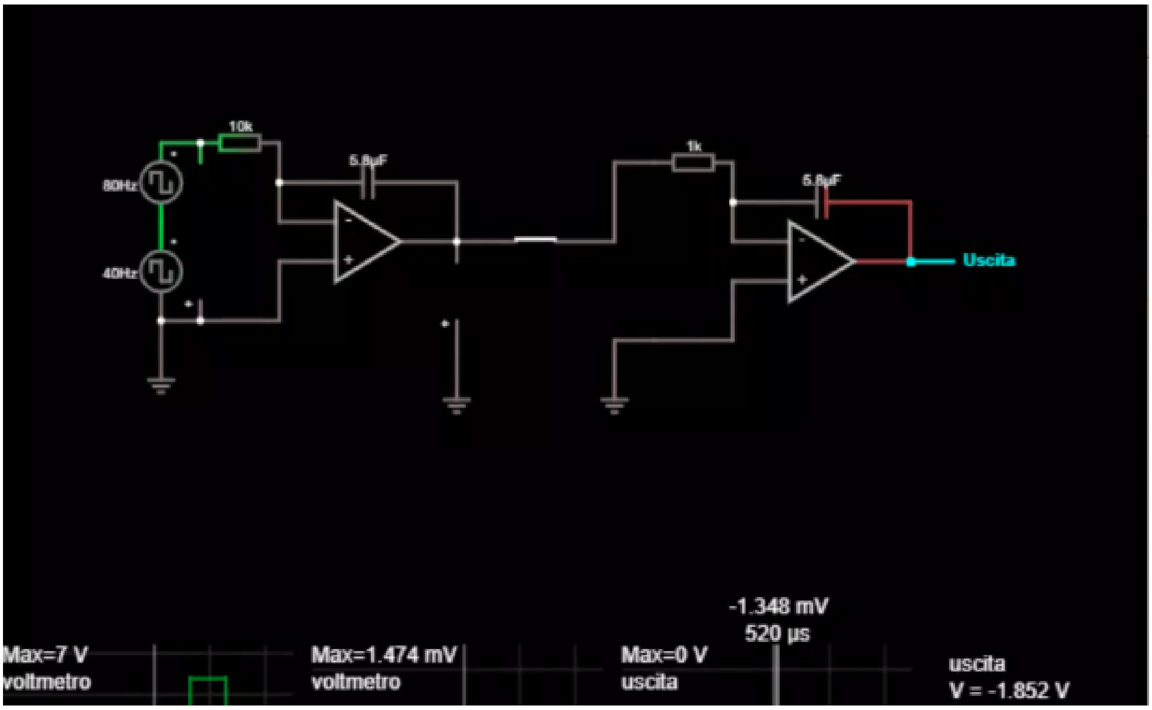
$$\boxed{v_u(t) = -\left[\frac{1}{RC}\int_0^t v(t')\,dt' + v_c(0)\right]}$$

La tensione in uscita è l'opposto della tensione sul condensatore, considerando che esso svolge un'operazione di integrazione sulla tensione in ingresso, riscrivendo la corrente nell'integrale otteniamo la tensione in uscita che presenta sempre:

- — ovvero il fattore di scala
- vi è un meno davanti poichè esso è invertente
- l'integrale della tensione in ingresso
- una costante che è la memoria allo stato iniziale del condensatore

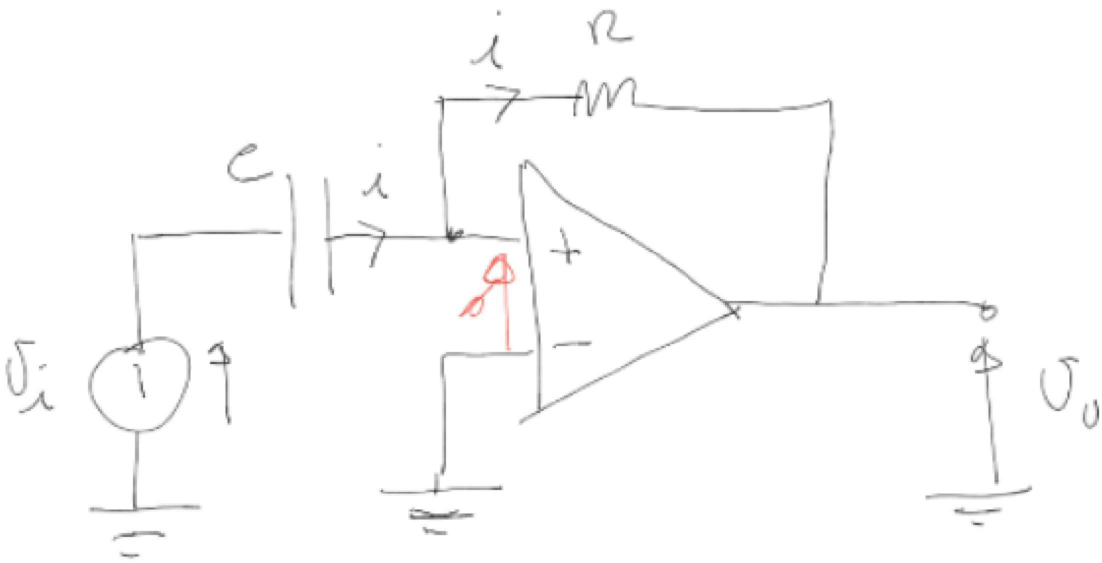
> Osservando l'operazione che effettua, ovvero l'integrazione di una tensione nel tempo, possiamo ben intenderne il nome.

Esempio in Falstad:



▼ AMP.OP Derivatore

Similmente all'amplificatore operazionale integratore, esso deriva il segnale della tensione in ingresso, e possiamo osservare come la tensione in uscita sia l'opposto di quella presente sul resistore .



Verifica le affermazioni precedenti vediamo che:

$$V_u = -V_R = -R \cdot i(t)$$

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = C\frac{dv_i(t)}{dt}$$

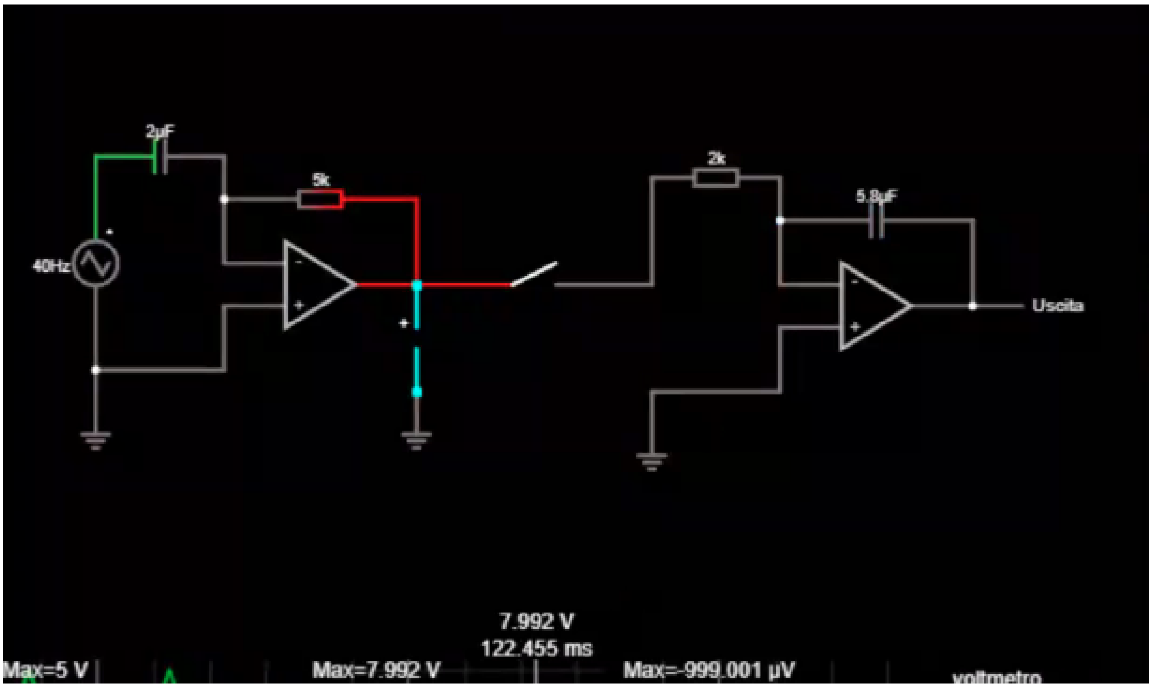
$$\boxed{V_u(t) = -RC\frac{dv_i(t)}{dt}}$$

Dunque anche in questo caso avremo:

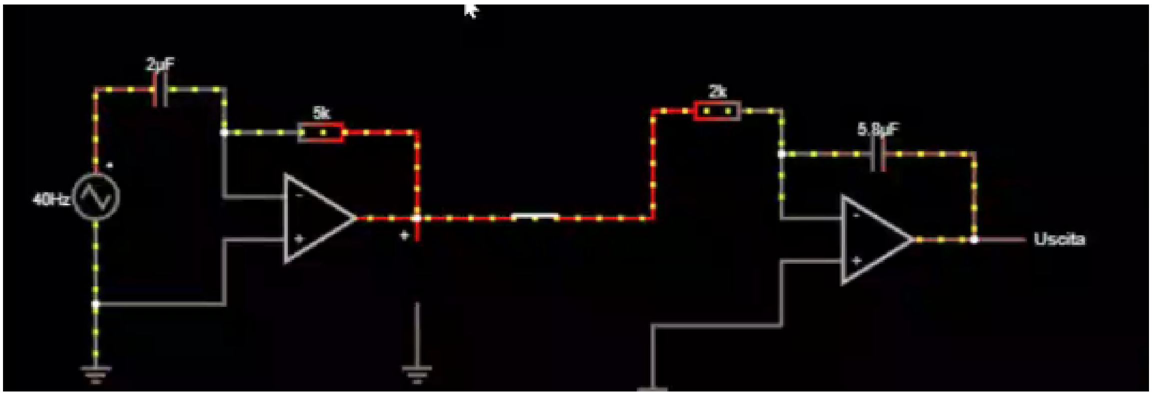
- ovvero il fattore di scala
- vi è un meno davanti poichè esso è invertente
- la derivata della tensione in ingresso

> Esso derivando la tensione in ingresso esplica autonomamente il proprio nome.

Esempio in Falstad:



Esempio in Falstad di un amplificatore operazionale derivatore in serie ad un amplificatore operazionale integratore:

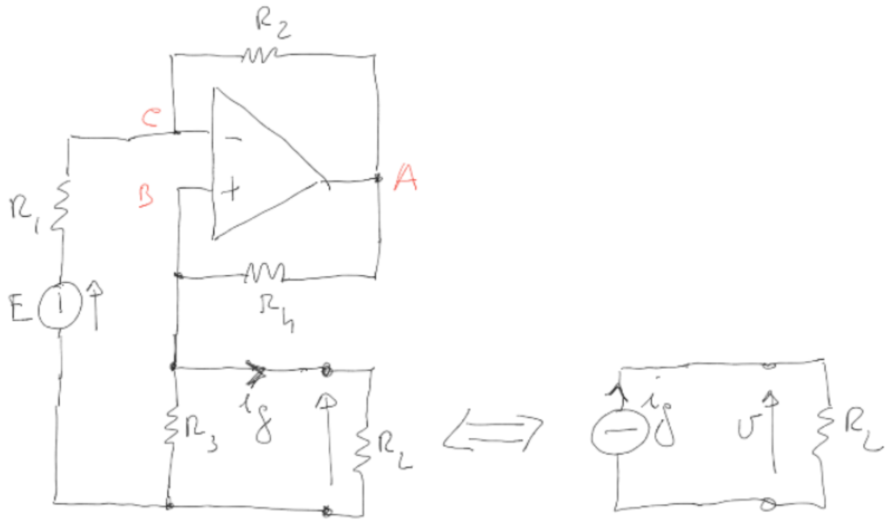


Osserviamo che il segnale in uscita avrà la stessa forma d'onda di quello in ingresso a meno di un fattore di scala

▼ Generatore di corrente Howland

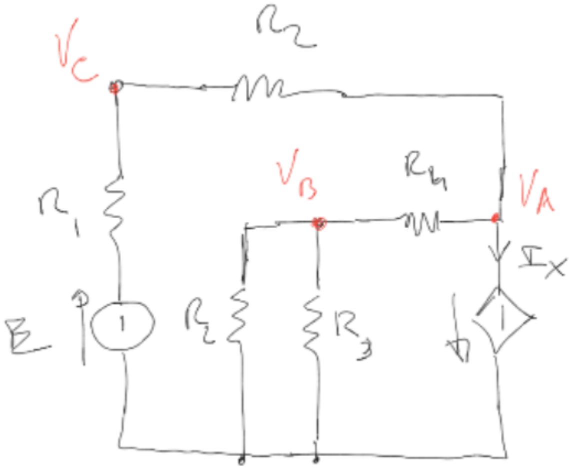
È molto semplice realizzare un generatore di tensione(come una pila o batteria), mentre per la realizzazione di un generatore di corrente bisogna utilizzare una circuteria apposita.

Una particolare realizzazione di generatore di corrente fa uso degli amplificatori operazionali, e viene chiamata **Generatore di corrente Howland**.



In questa configurazione circuitale vediamo come realizzare quindi un *modello reale*. Questa tipologia di implementazione differisce dal *modello ideale*, per il quale facendo tendere si avrebbe corrente infinita.

Rappresentando il circuito in altra maniera(ovvero sostituendo il modello ideale di amplificatore operazionale) potremmo risolverlo con i metodi, trovando di fatto la corrente —.



Risolvendolo ad esempio con il metodo dei nodi, vedremo che sarà proprio la tensione che ho in uscita dal circuito che sarà:

$$
\begin{array}{c}
 \\
A \\
B \\
C
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc}
\quad A \quad & \quad B \quad & \quad C \quad
\end{array} \\
\begin{bmatrix}
\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_2} \\
-\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4} & 0 \\
-\frac{1}{R_2} & 0 & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_1}
\end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix}
V_A \\
V_B \\
V_C
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
-I_X \\
\emptyset \\
\frac{E}{R_1}
\end{bmatrix}
$$

$$
V_B = \frac{-E}{\frac{R_1R_4}{\dots} + \frac{R_1R_4}{\dots} - 1}
$$

E ponendo l'ipotesi di Howland:

Otterremo:

$$V_B = \frac{-E}{\frac{R_1R_4}{R_L \cancel{R_2}} + \frac{\cancel{R_1R_4}}{\cancel{R_3R_2}} \cancel{-1}}$$

R_2R_3 $\quad$ 1

$$V_B = \frac{-E}{\frac{R_3}{R_L}}$$

$$V_B = -\frac{R_L E}{R_3}$$

V_B dipende da R_L

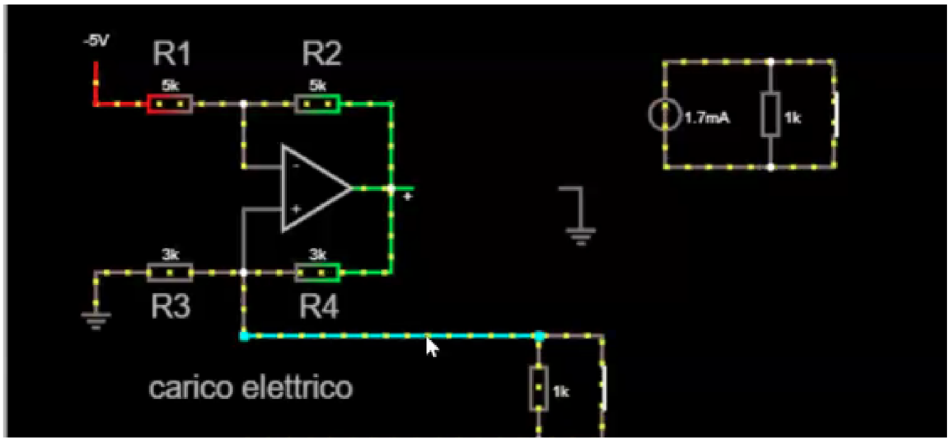
$$\boxed{i_g = \frac{V_B}{R_L} = -\frac{E}{R_3}}$$

Quindi **la tensione** **ai capi di** (che è in parallelo con **) dipenderà da**

Dunque a prescindere dalla resistenza del carico otterrò una corrente.
Invertendo il generatore di tensione , invertirò il verso della corrente.

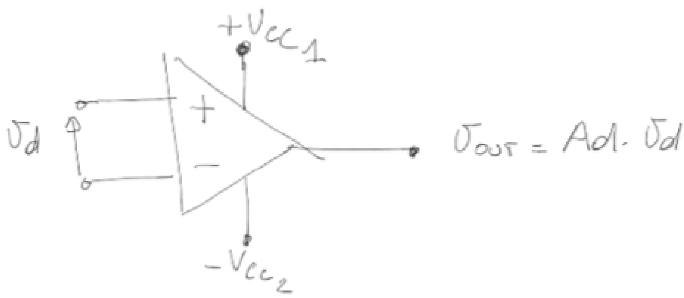
> Controllerò la corrente in uscita, scegliendo il valore da porre a ed . L'uscita non dipenderà quindi dal carico che metterò, ma avrò sempre la stessa corrente in un *modello ideale*.

Possiamo dire però che un *modello reale*, non rispetterà questa legge, poichè il carico da una certa soglia in poi saturerà.

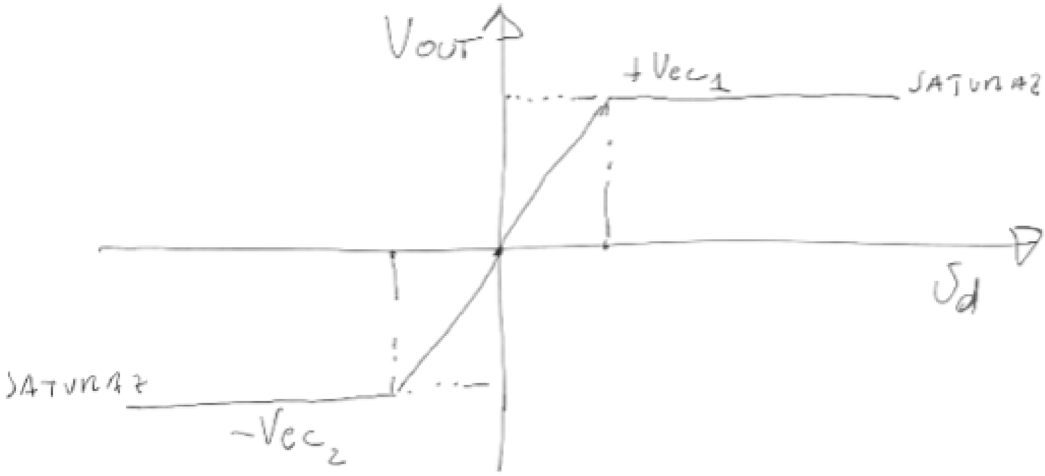


Generatore di Howland che funziona come un modello ideale, poichè al di sotto della tensione di saturazione.

▼ Saturazione di un AMP.OP.



Osserviamo che vi è un rapporto lineare tra e , se (ovvero il fattore di scala)sarà molto alto allora si schiaccerà sempre di piú sull'asse delle . È da notare però, che la tensione in uscita non potrà crescere infinitamente, ma verrà troncata ad una particolare tensione definita di **saturazione**.



La tensione di saturazione vi sarà sia in ambito positivo che negativo

> Per come è realizzato un amplificatore operazionale, vedremo che esso saturerà al valore della tensione di alimentazione

Superata questa soglia, la crescita di tensione non sarà piú lineare ma la tensione rimarrà costante al livello di saturazione. La tensione di alimentazione rappresenterà quindi il limite fisico dell'amplificatore operazionale.

▼ Perchè se un amplificatore operazionale satura, allora non erogherà più la stessa corrente?

Avevamo visto nel generatore di Howland, come la corrente in uscita dipendesse dalla tensione e dalla , ora vediamo come per calcolare la tensione in uscita dall'operazionale che equivale alla , essa dipenderà sempre dalla tensione e stavolta anche da .

$$V_{OUT} = V_A = -E \frac{R_L R_3 + R_1 R_3 + R_4 R_L}{R_3^2}$$

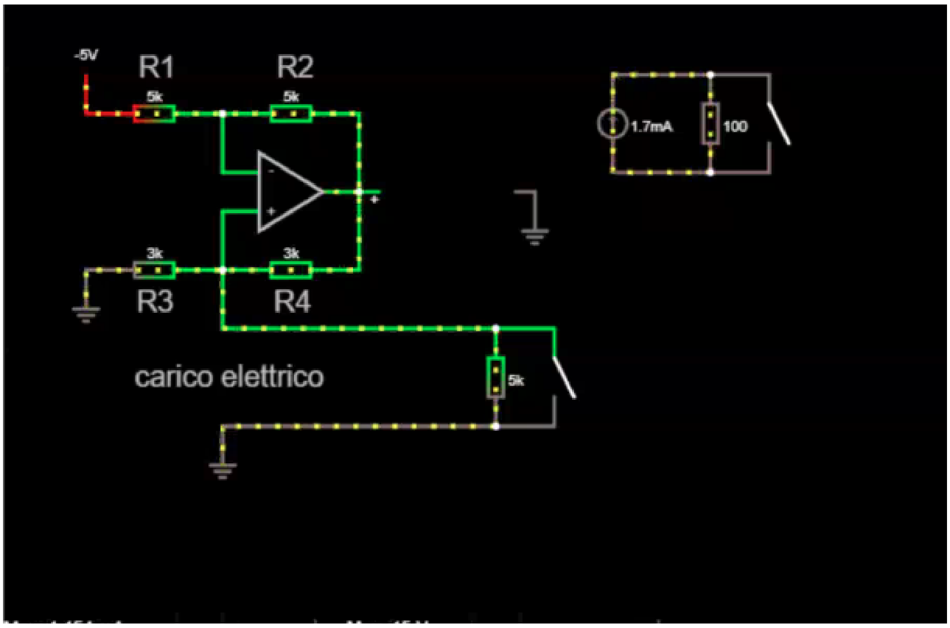
$$|V_A| \le V_{SAT} = 10V \quad \text{(AD ESEMPIO)}$$

$$R_L^* = \frac{1}{R_3 + R_4}\left(10 \cdot \frac{R_3^2}{|E|} - R_1 R_3\right)$$

(VALORE MASSIMO DEL CARICO)

Allora aumentando la tensione in uscita crescerà sino a quando ovvero quando la tensione di alimentazione dell'operazionale sarà inferiore alla tensione di saturazione(in questo esempio 10 volt). Aumentando la , ovvero la resistenza del carico posto all'uscita del generatore di corrente di Howland, mi diminuirà la corrente. Poichè la tensione non risucirà piú a inseguire la resistenza del carico.

Vi sarà quindi un valore massimo di resistenza del carico definito come , ovvero il valore massimo del carico che posso porre per far si che il modello rimanga ideale.

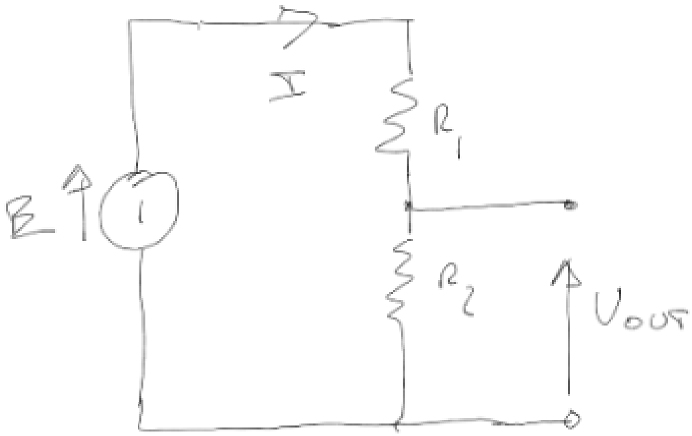


Oltre la tensione di alimentazione (15 V) il comportamento del generatore di Howland, si scontra con la soglia tensione di saturazione, facendo diminuire la corrente in uscita(che inizialmente si aggiustava e rimaneva a 1.667 mA).

▼ AMP.OP. Buffer

Come indica la parola stessa *buffer*(dall'inglese, *cuscinetto*, elemento tampone), consiste in un adattatore di stati.

> Un partitore di tensione è ad esempio un buffer.

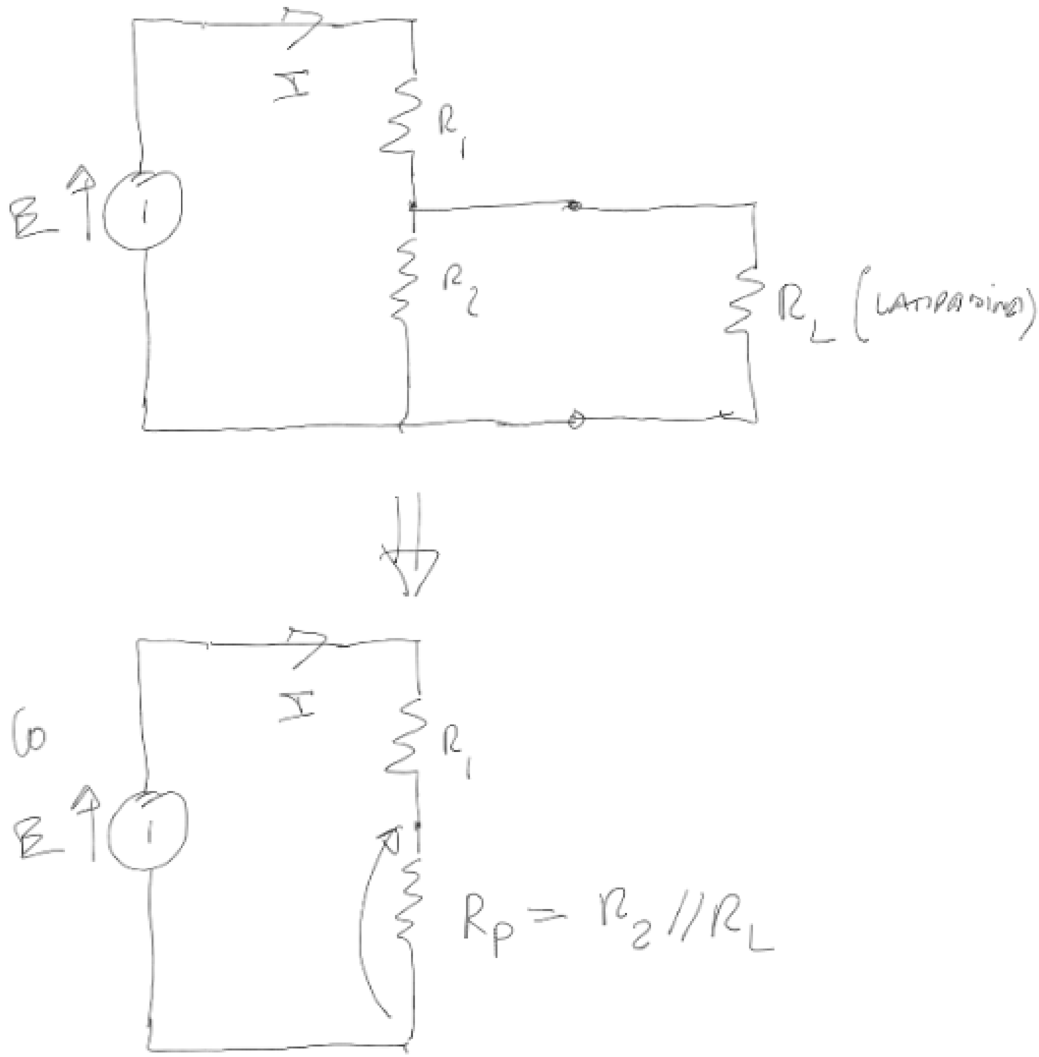


$$I = \frac{E}{R_1+R_2} \Rightarrow V_{OUT} = R_2 I = \frac{R_2}{R_1+R_2} E$$

Esso è un partitore di tensione che ripartisce la tensione fra 2 resistori.

Potrò con un partitore, selezionare una parte della tensione , e volendo prendere la metà della tensione ai capi del resistore dovrei porre .

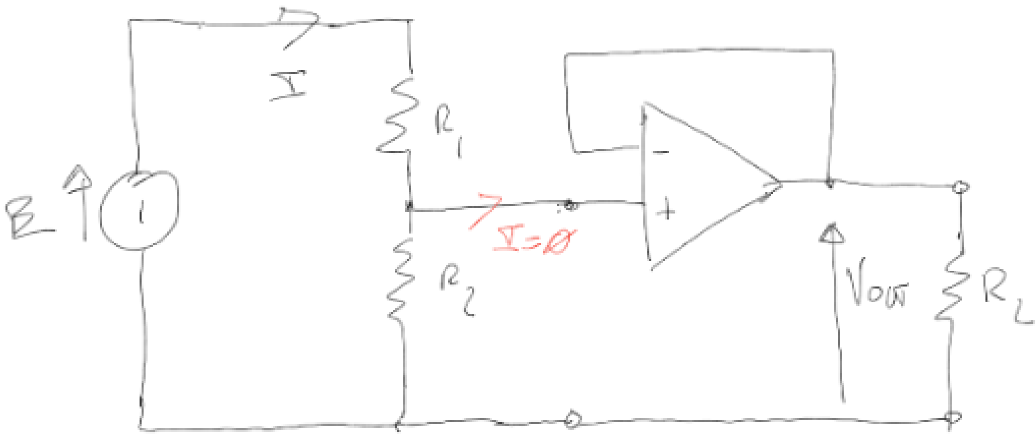
Ma cosa succede se metto in parallelo al resistore un carico?



Partitore di tensione e posizionamento di un carico.

Notiamo che la resistenza fra i due resistore in parallelo sarà , ma la nostra lampadina posta come carico risulterà fioca rispetto alla sua luminosità massiva che poteva raggiungere ad esempio a 5 Volt, poichè la tensione ai capi di .

Come posso ottenere i di cui la lampadina necessita?



Amplificatore operazionale buffer

Inserendo un buffer, riusciremo ad adattare gli stati d'ingresso e d'uscita. Ed a prescindere dal carico otterrò costanti.

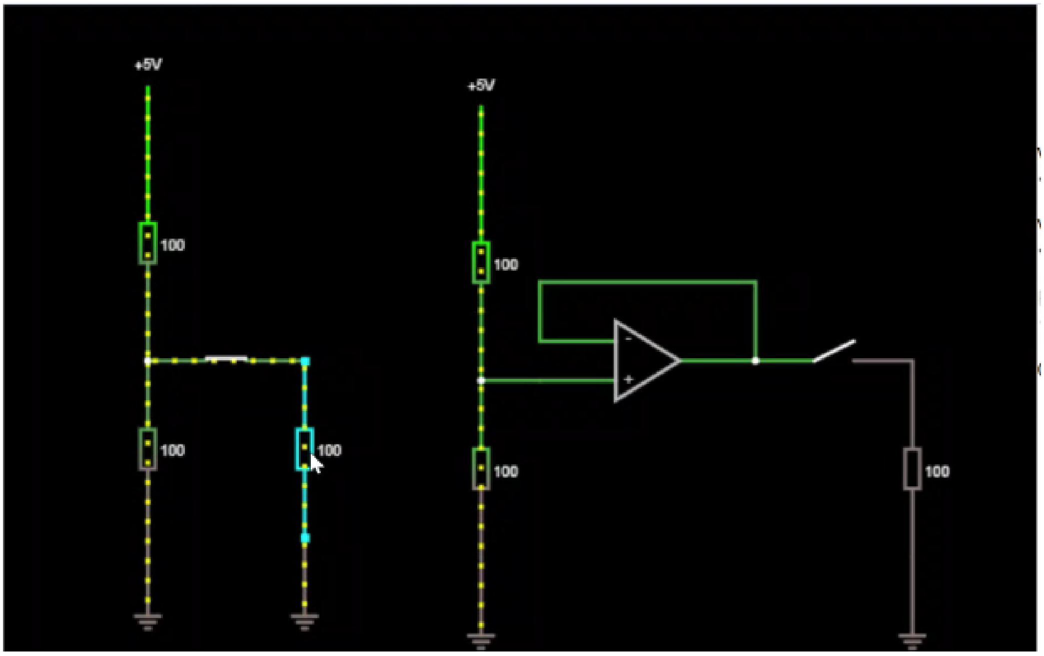
Per fissare la tensione si puó utilizzare un amplificatore operazionale poichè dato che in esso non fluisce corrente(avendo i terminali positivo e negativo scollegati internamente). Risulterà quindi un circuito disaccoppiato dall'altro, non accorgendosi della tensione che passa per la .

> La tensione ai capi di risulterà analoga a quella ai capi di

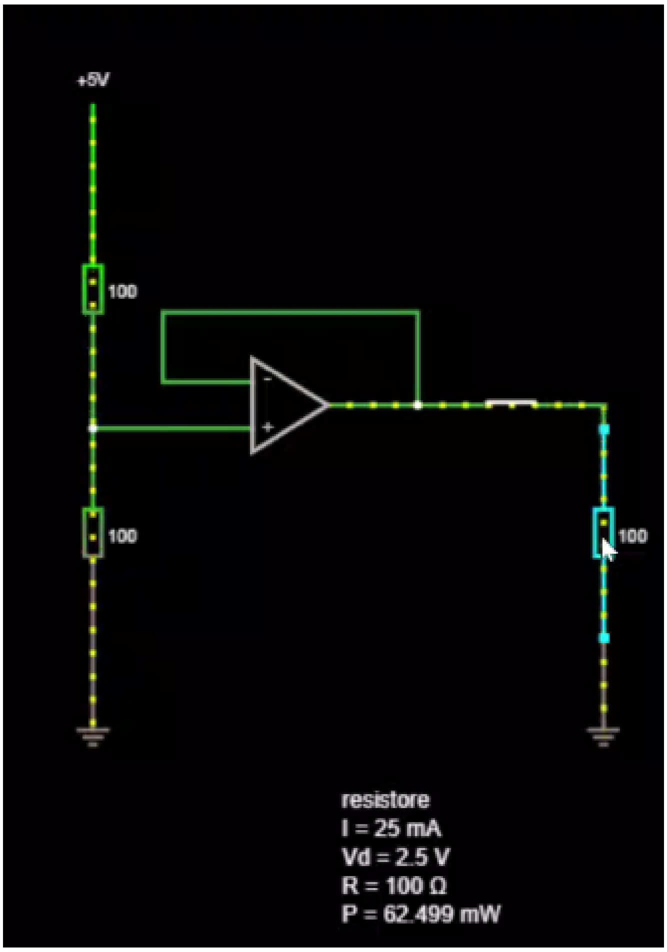
La tensione arriverà ad grazie alle alimentazioni ( )dell'amplificatore operazionale, esso disaccoppia elettricamente da .

> Quando vogliamo adattare uno stato d'ingresso a uno di uscita, piú la resistenza in ingresso sarà elevata, maggior tensione arriverà all'uscita.

Per trasferire la massima tensione dallo stato d'ingresso a quello d'uscita, dobbiamo realizzare un adattamento d'impedenza, che deve essere realizzata con la tensione maggiore in ingresso rispetto a quella in uscita.



Vediamo che senza l'operazionale la tensione sul carico è minore di quella voluta, ovvero 2,5V



Con l'operazionale, la tensione sul carico sarà esattamente uguale a quella sul resistore a sinistra, disaccoppiando così i due resistori.

▼ Circuito raddrizzatore (Ponte di Graetz)

I calcolatori e tutta l'elettronica digitale, lavora sottoposta ad un *clock* con frequenze determinate. Esso serve a sincronizzare ogni aspetto inerente il funzionamento dello stesso ed è come un metronomo che tiene a tempo ogni orchestrale.

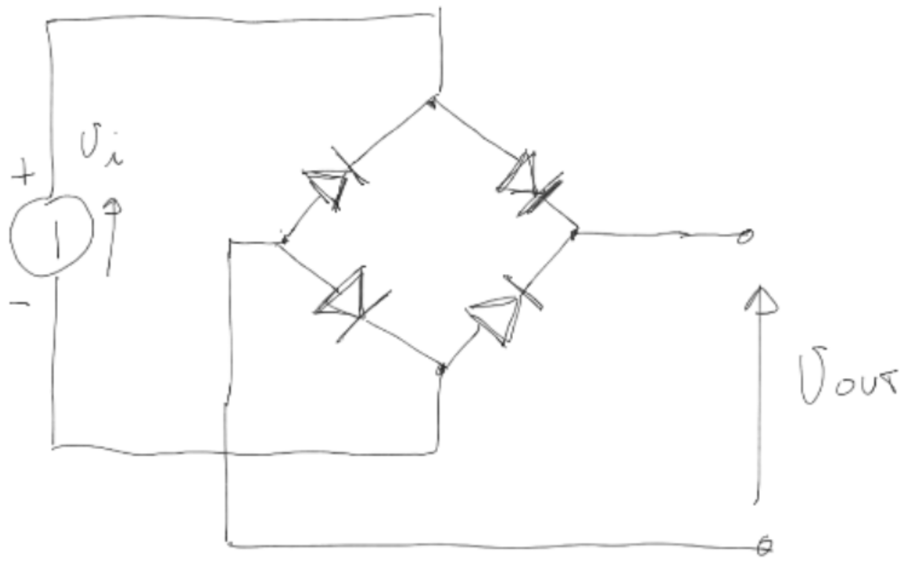
L'elettronica digitale è governata da queste frequenze di *clock* per avere quindi sincronismi nel funzionamento, ma **i circuiti utilizzati in ambito digitale sono alimentati in corrente continua!**

Esempi:

- la batteria di un computer
- la batteria di uno smartphone

Essi utilizzano un trasformatore, in grado di portare una tensione da 220 V a 10 V(ad esempio) e poi passando da Corrente Alternata a Corrente Continua.

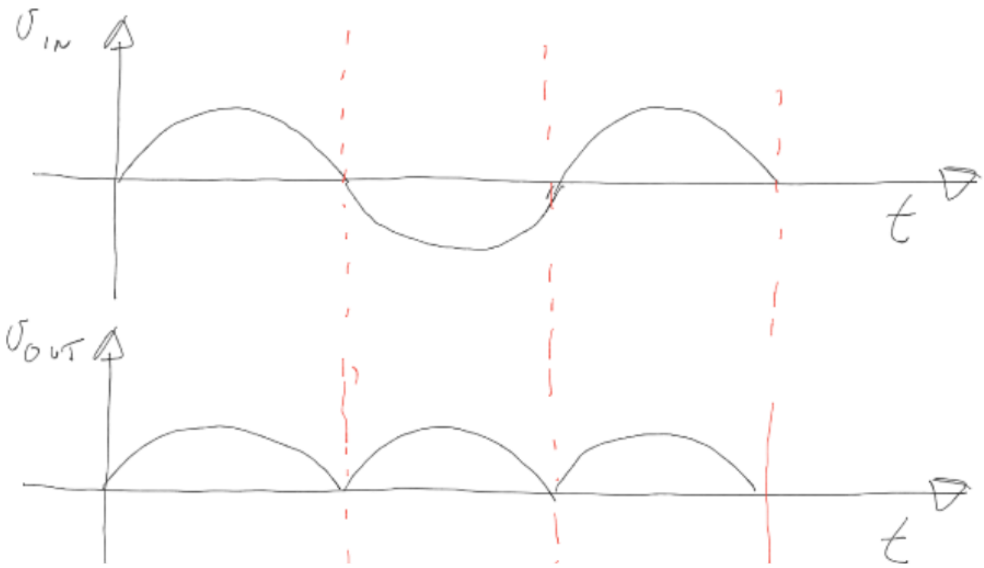
Il passaggio da CA a CC è realizzato per mezzo di un **raddrizzatore di tensione.**



Tale circuito, composto da quattro diodi prende il nome di **Ponte di Graetz** e permette di continuare a trasportare l'energia in regime sinusoidale.

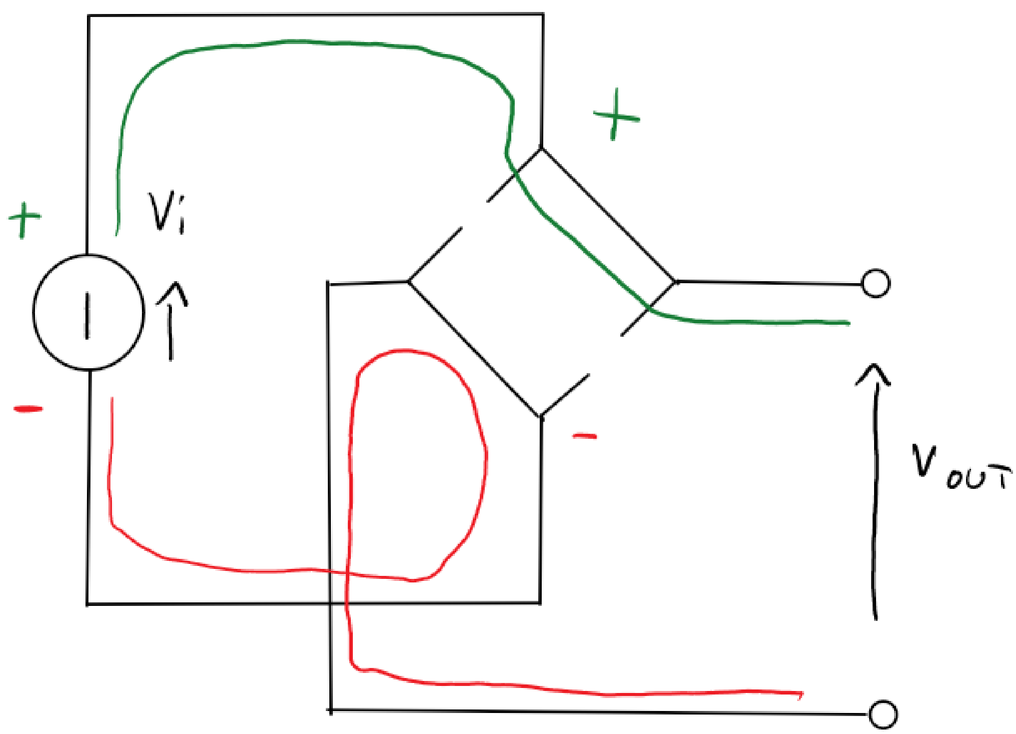
Il trasformatore è dunque dove è posto questo circuito formato dalle due parti:

1. alimentatore
2. raddrizzatore

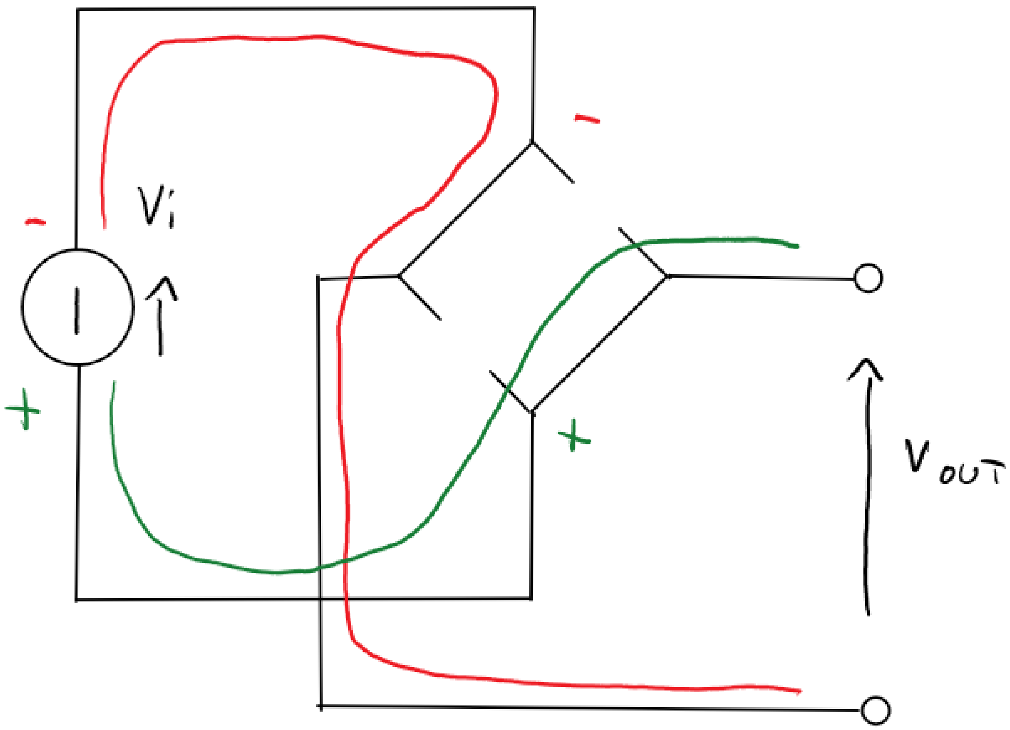


Esso realizzerà grazie al particolare posizionamento dei diodi un ribaltamento della sezione negativa dell'onda sull'asse delle ascisse(nella variante a doppia semionda)

Ciò è presto spiegato immaginando che il generatore di tensione cambiando di segno a una data frequenza (di solito) permetta di far passare la tensione sempre nello stesso verso:



Qui vediamo il funzionamento del ponte di Graetz sulla semionda positiva

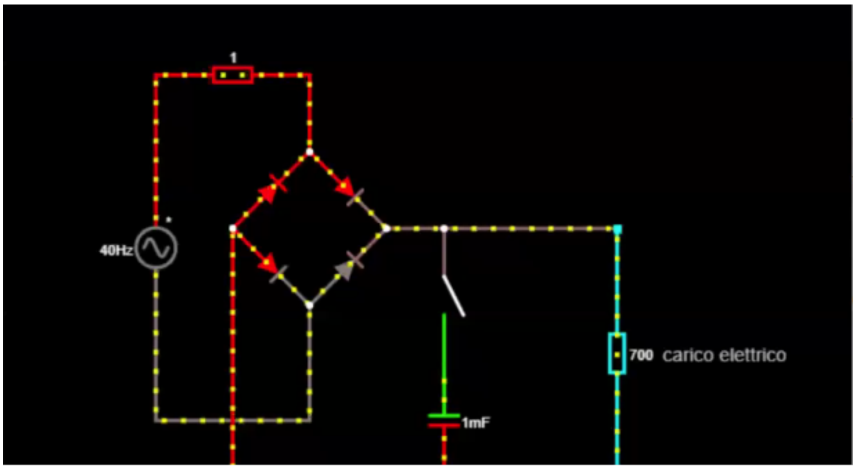


Mentre qui osserviamo lo osserviamo sulla semionda negativa

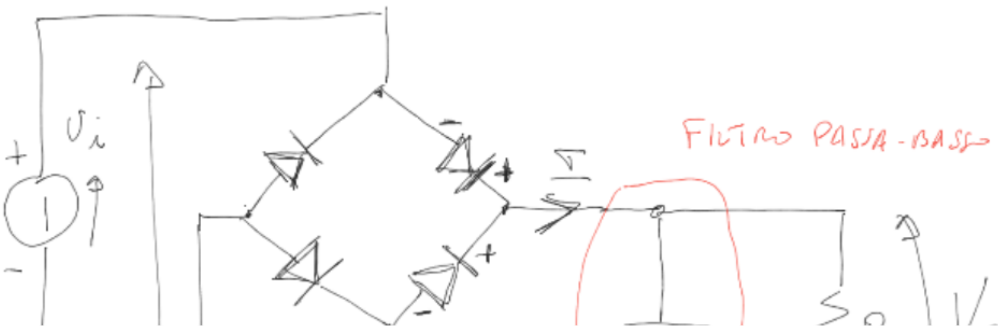
> Notiamo che in entrambi i casi al morsetto superiore arriva sempre la tensione positiva ed quello inferiore quella negativa.

Questo risultato è stato possibile solamente ponendo in quella particolare configurazione 4 diodi, ai quali se la tensione arriva dove è la barretta, si realizza un circuito aperto, mentre se la tensione arriva dal verso avremo un corto circuito.

> Il raddrizzatore a doppia semionda è piú efficiente poichè non viene sprecata la parte di semionda negativa.

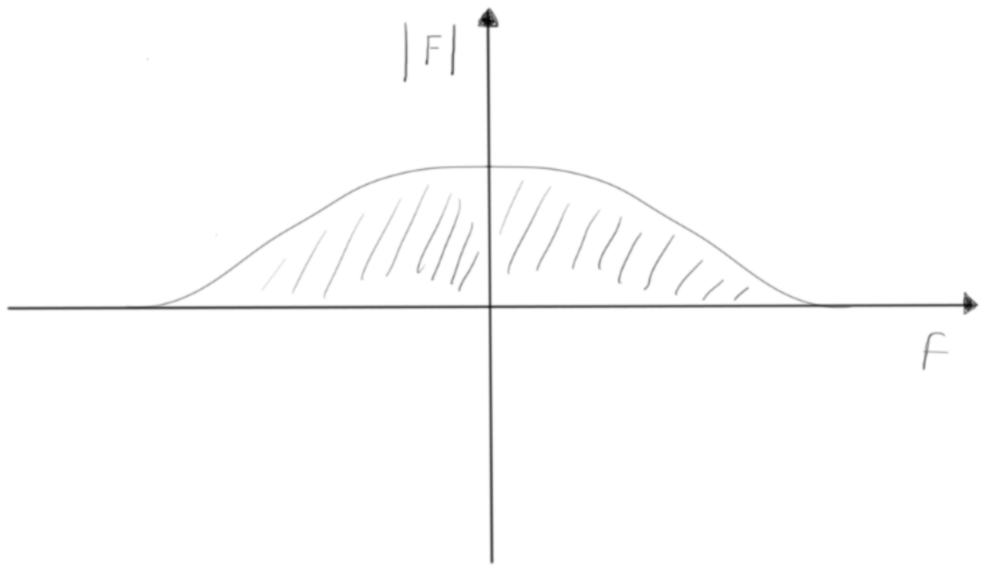


▼ Come posso far divenire costante il segnale ora dopo averlo fatto divenire puramente positivo?



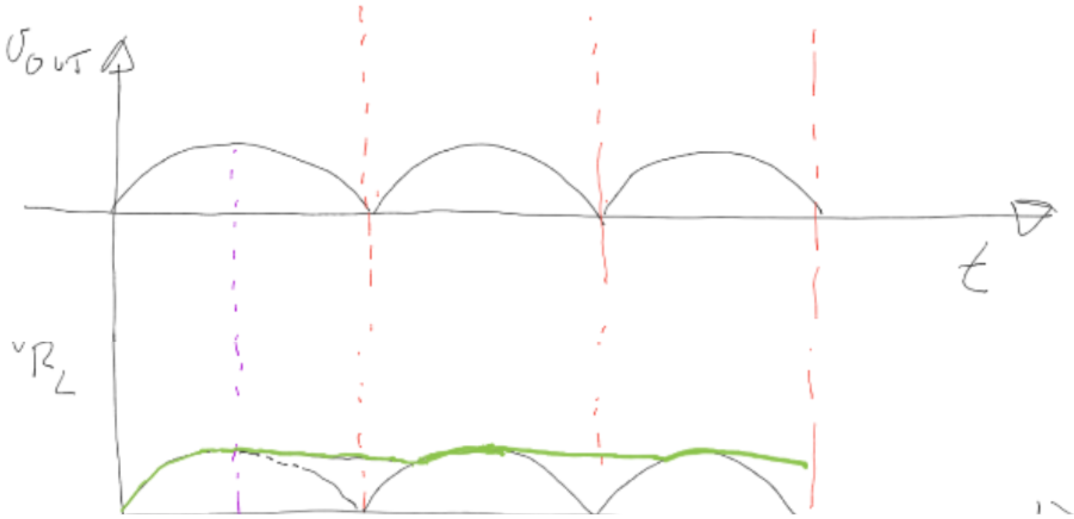
Esso diverrà costante ponendo un filtro passa-basso(LPF) in parallelo al carico.

Che ha un modulo della funzione di trasferimento cosí descritto:

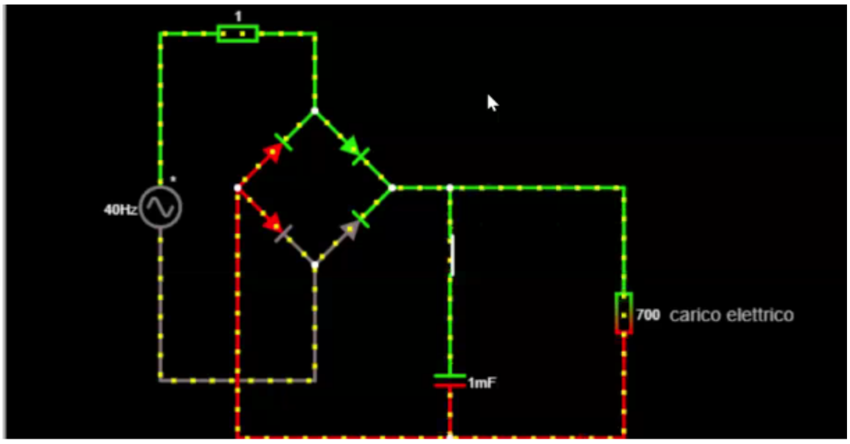


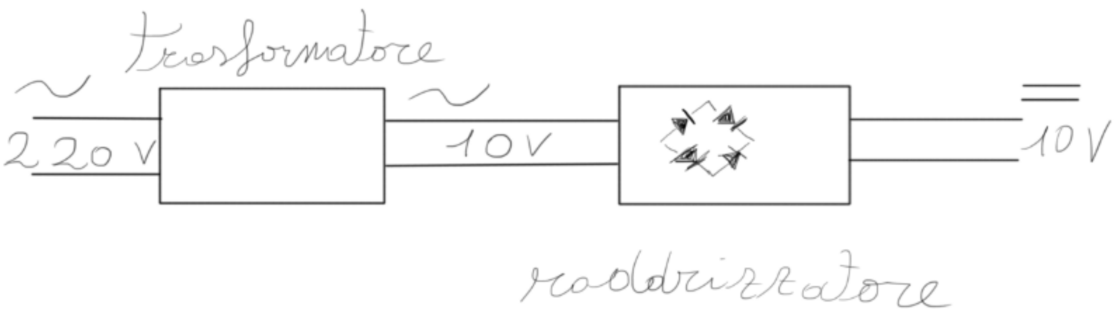
Essa è disegnata nel dominio della frequenza

A livello intuitivo, il condensatore si carica e scarica. Mettendo un condensatore in parallelo al carico otterremo dopo il transitorio(parte iniziale in verde), un segnale praticamente costante.



Abbiamo trasformato un fasore in un generatore di tensione continua:





Dato che tutte le alimentazioni nelle porte logiche saranno a tensione costante, utilizzeremo sempre questo circuito.

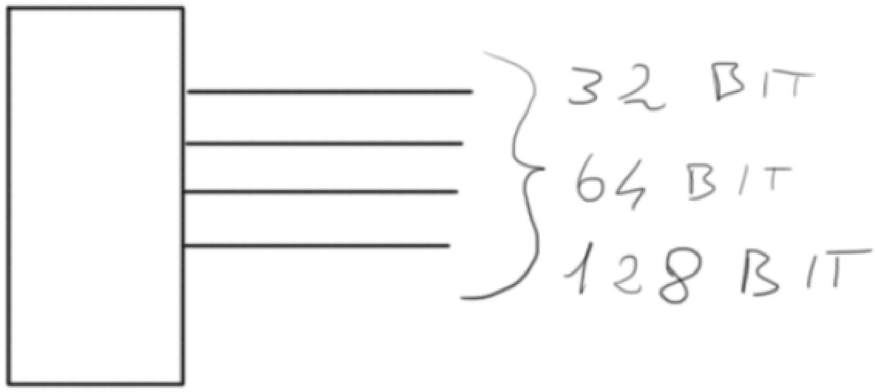
▼ Curiosità

Negli impianti fotovoltaici vi è un dispositivo che realizza il procedimento inverso, trasformando la tensione da costante a sinusoidale per immetterla nella rete.

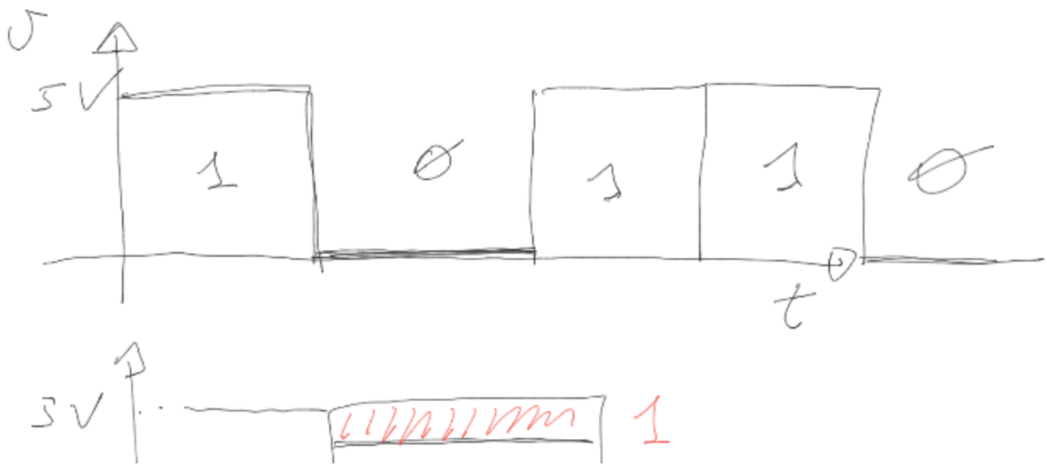
▼ Cosa è elettricamente un bit?

Esso è un segnale elettrico in tensione, per non far consumare corrente ed avere quindi produzione di calore inutile.

> Un segnale digitale è di fatto un segnale di tensione elettrica.



Le memorie ad esempio passano segnali di tensione.



Sopra la rappresentazione di un bit, sotto le zone soglia in cui il bit ha valore alto(in rosso) o basso(in viola)

- un bit di valore 1 è un bit di segnale elettrico di circa ovvero **valore alto(*high value*)**
- un bit di valore 0 è un bit di segnale elettrico di circa ovvero **valore basso(*low value*)**

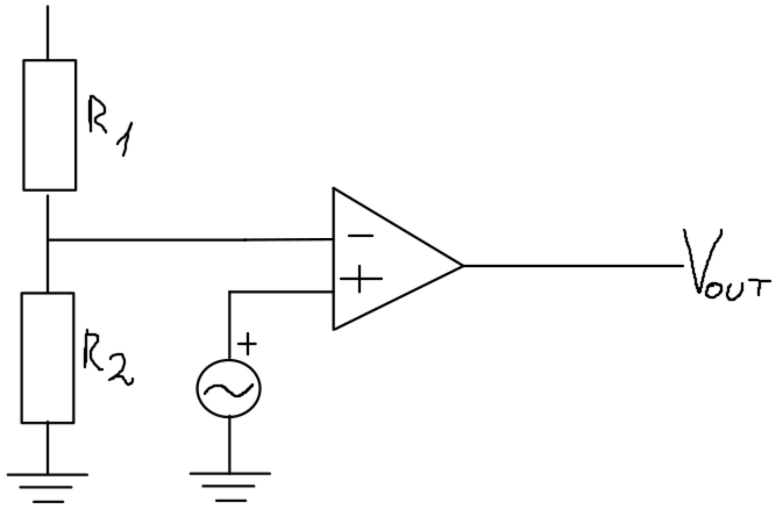
> La lunghezza di molti cavi per l'ambito digitale è limitata poichè il segnale elettrico dopo una certa lunghezza, si scontra

> con la resistenza realizzata dal cavo, e poichè esso dopo una certa lunghezza potrebbe generare delle risposte non prevedibili.

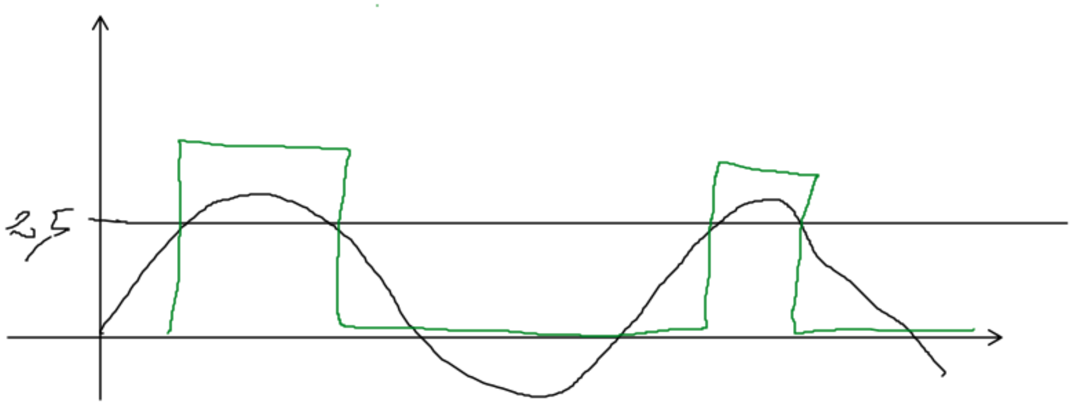
- AMP.OP. comparatore

  Partendo da un partitore di tensione introdurremo un amplificatore operazionale in parallelo ad uno dei due resistori.

  La tensione di saturazione dell'AMP. OP. sarà data dalla tensione sul resistore in parallelo allo stesso. Più la resistenza sarà elevata, più il *duty cycle* sarà breve; mentre in assenza di resistenza il livello alto e quello basso avranno la stessa durata(ad esempio rimuovendo totalmente il resistore in parallelo).



> Un comparatore è un circuito in grado di confrontare fra loro due segnali di ingresso, fornendo in uscita un livello alto e basso a seconda di quale dei due segnali di ingresso è maggiore dell'altro.



Esso è spesso realizzato per mezzo di un amplificatore operazionale ad anello aperto, ovvero senza collegamento di retroazione.

Può essere utilizzato per passare dal mondo analogico a quello digitale.

▼ Approfondimenti sul comparatore

Amplificatore operazionale comparatore

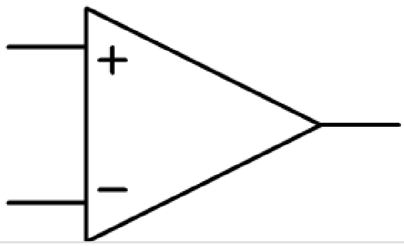
In elettronica si dice comparatore un circuito in grado di confrontare fra loro due segnali di ingresso, fornendo in uscita un livello alto e basso a seconda di quale dei

https://elettronicasemplice.weebly.com/amplificatore-operazionale-comparatore.html

Il comparatore di tensione

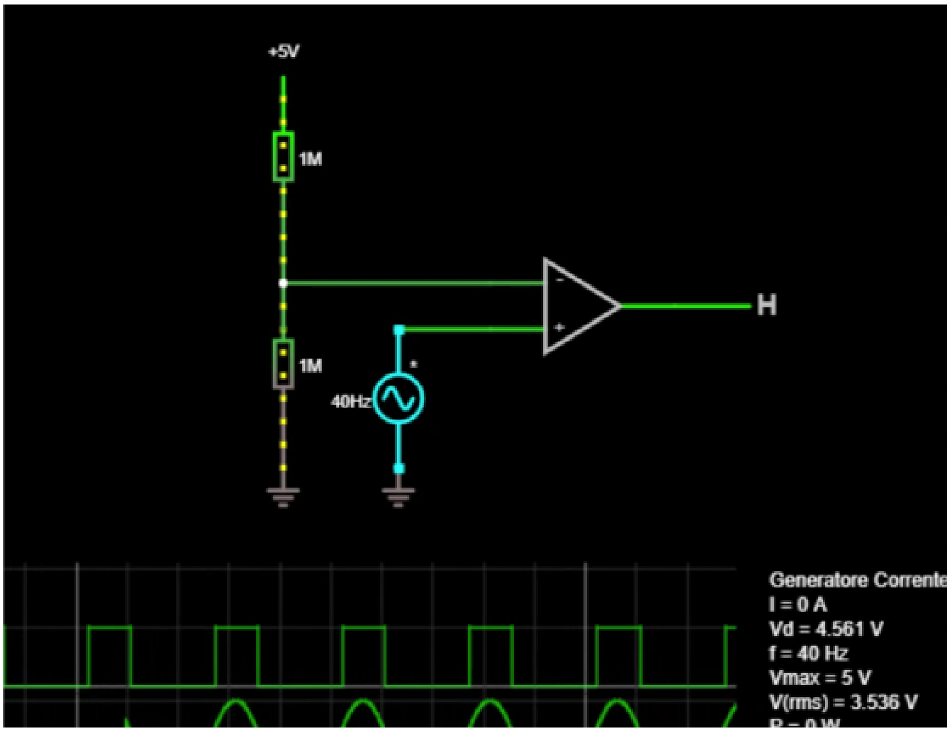
Un comparatore (di tensione) è un circuito a tre terminali: Un ingresso analogico invertente (in genere indicato con -) Un ingresso analogico non invertente (in

https://www.vincenzov.net/tutorial/elettronica-di-base/appunti-classe-terza/comparatore.htm



▼ Simulazione in Falstad di un comparatore

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/053a0f75-2039-4b18-abd0-f44c5758d43f/13_AMP_OP_Comparatore.txt



▼ Porte logiche: NOT,AND, OR

Una porta logica è una funzione che preleva uno o piú ingressi negli spazi dell'algebra booleana, dando in uscita un risultato booleano come segue:

- $high\text{-}value \rightarrow 1 \rightarrow$
- $low\text{-}vlaue \rightarrow 0 \rightarrow$

Vi è un numero massimo e minimo d' ingressi e uscite che una porta logica può accogliere.

Le porte logiche nascono con il linguaggio ASSEMBLY e vengono poi utilizzate solamente dal C, mentre dopo di esse se ne perde la concezione iniziale.

▼ Porta logica NOT

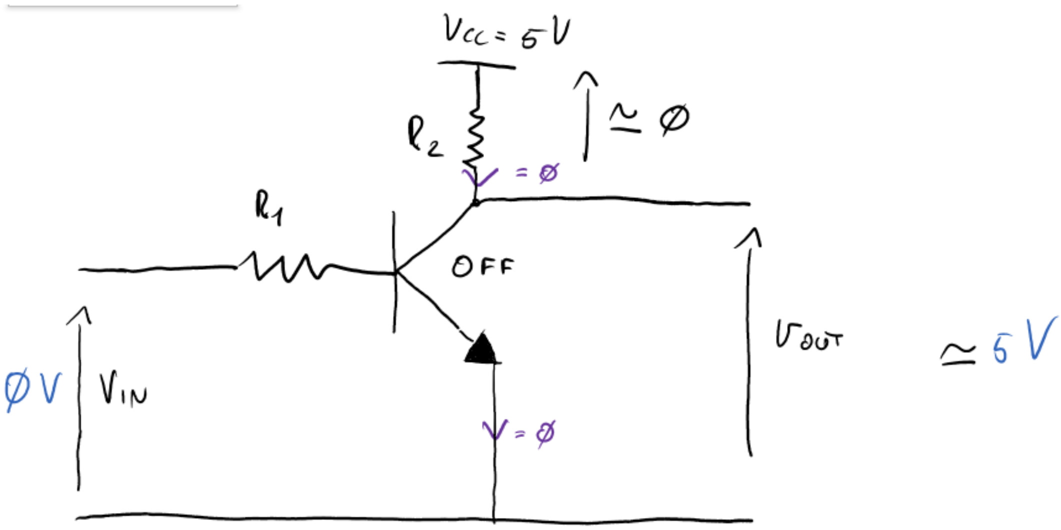
La porta NOT esegue una negazione del segnale in ingresso, essa ha un ingresso ed un'uscita.

Possiamo vederne il funzionamento dalla tabella della verità rappresentata qui sopra.

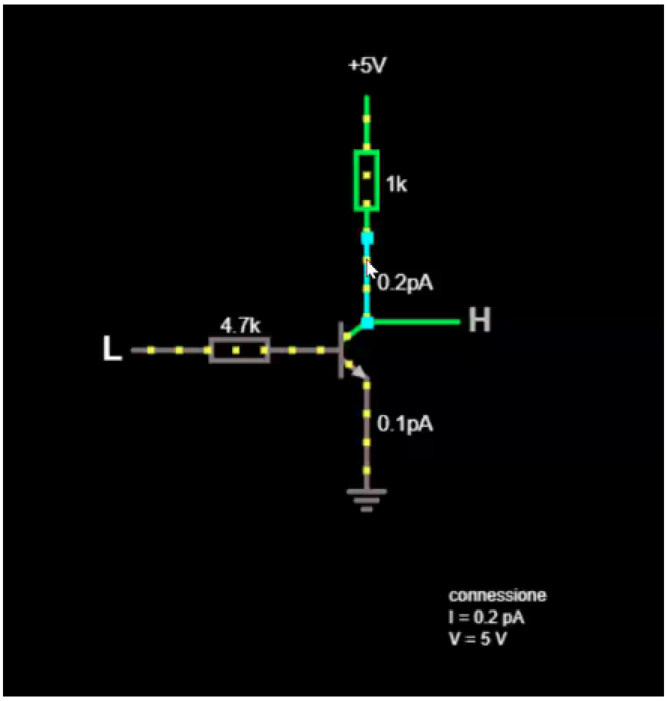
Lo circuito elettrico di un NOT viene realizzato con i transistori BJT(Bipolar Junction Transistor).

Se il transistore è attivo, la tensione di alimentazione arriverà su e quindi la differenza di potenziale sarà , quando invece il transistore sarà spento(ovvero non arriverà tensione alla base) la tensione di alimentazione finirà in , ed esso avrà valore logico 1 poichè la differenza di potenziale sarà .

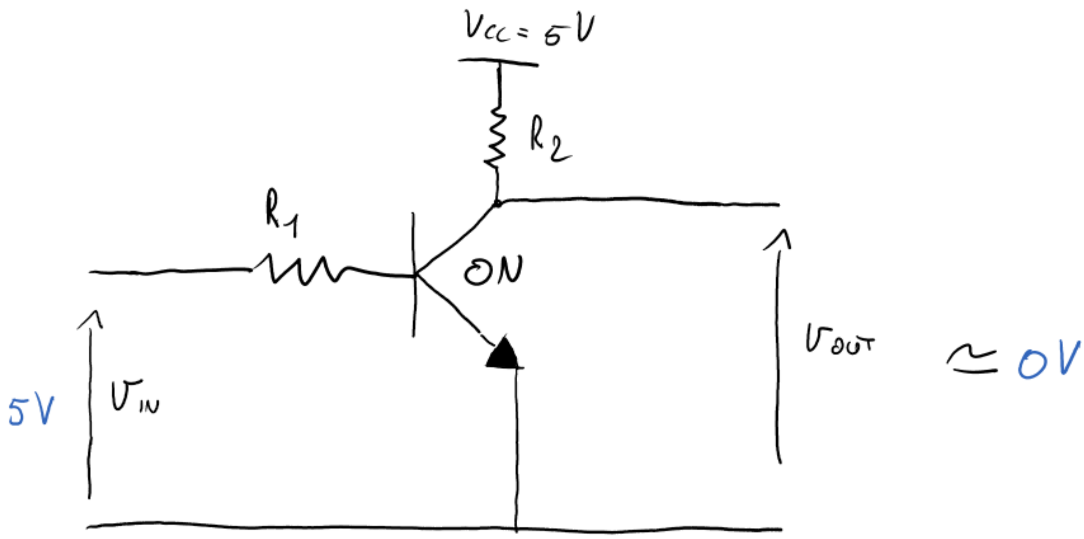
Funzionamento della porta logica NOT *high-value*

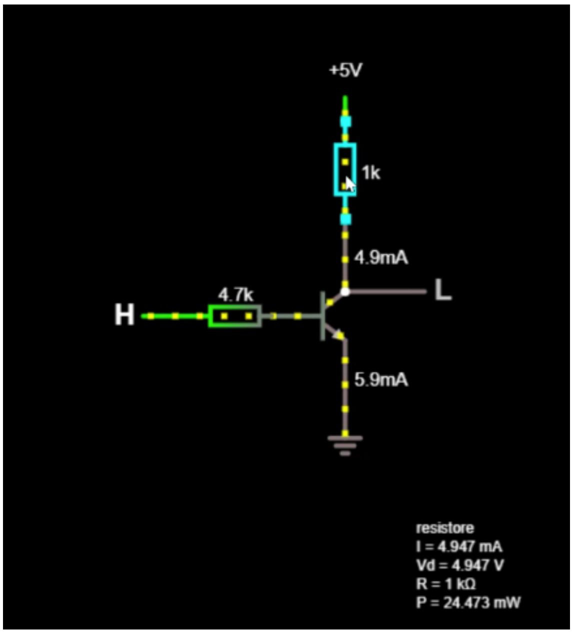


Se Vin è di 0V il transistore è OFF quindi la tensione di alimentazione arriverà tutta su Vout che si troverà nella zona high-value



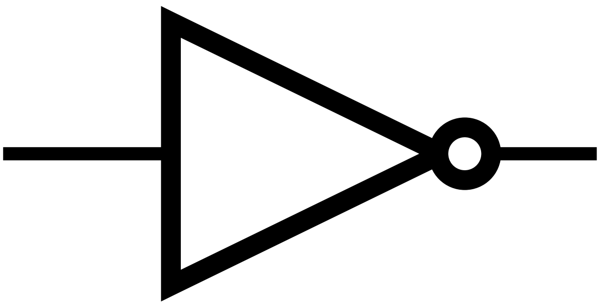
Funzionamento della porta logica NOT *low-value*





Simbolo del NOT nell'elettronica digitale

Essa è rappresentata nell'elettronica digitale con il seguente simbolo(rappresentazione matematica):



▼ Porta logica AND

Esso è un operatore logico a due o piú ingressi, è realizzato anch'esso con BJT, MOS o CMOS.

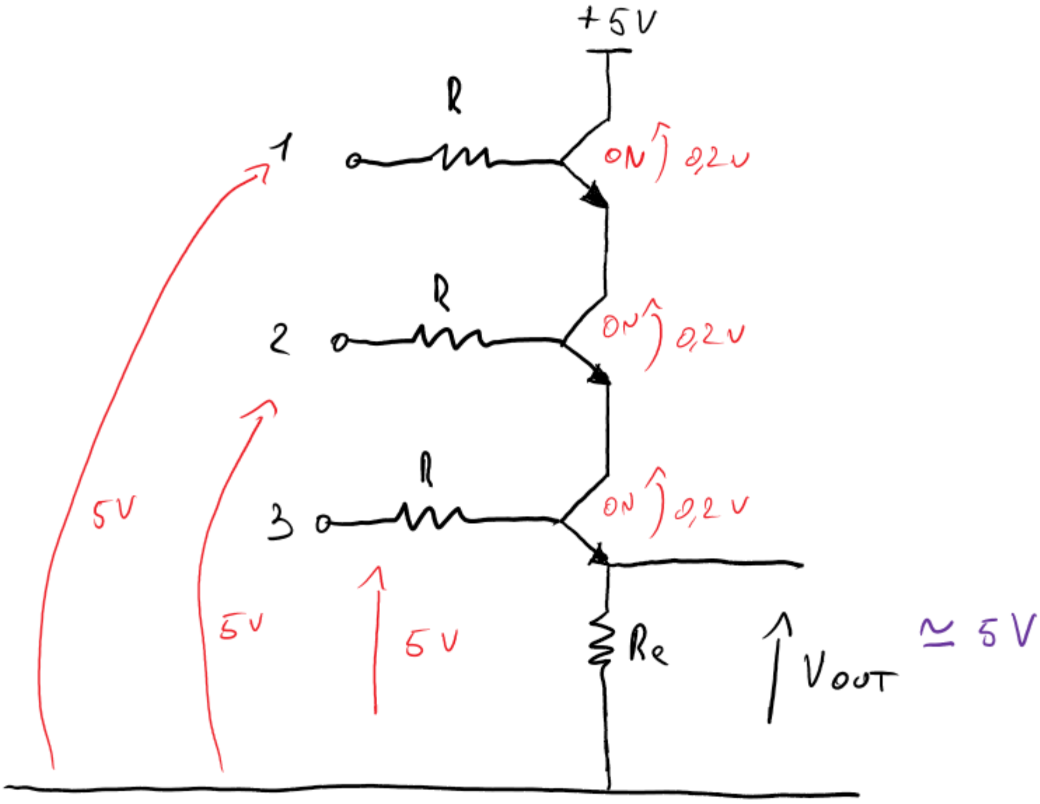
Analizziamo un operatore logico AND, realizzato in TTL(Transistor Transistor Logic).

Osservando la tabella di verità possiamo notare che avremo livello logico 1 solamente quando tutti e tre i transistori saranno attivi.

In tutti gli altri casi (quando almeno uno dei transistori non è attivo) avremo livello logico basso perché essendo i transistori in serie non arriverà corrente su , quindi la differenza di potenziale sarà .

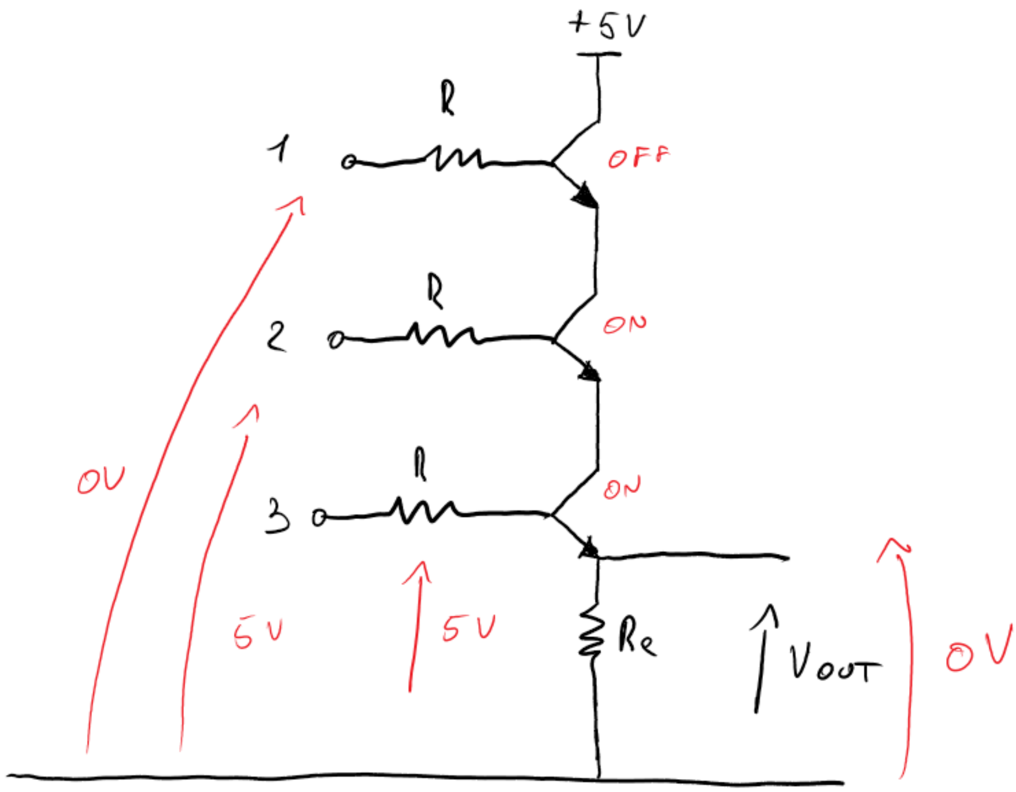
> Dato che potremmo avere un degrado dell'informazione, devremo in alcuni casi applicare dei sistemi di conservazione dell'informazione. Come quelli riportati qui.

Funzionamento della porta logica AND *high-value*



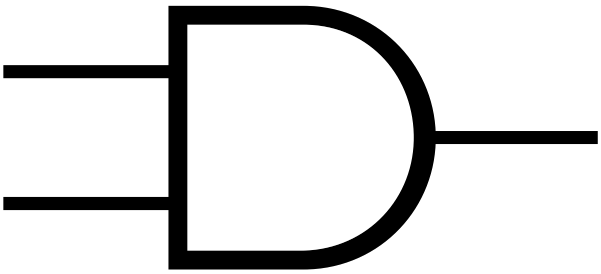
Quando tutti i transistor sono ON e la tensione resta nella zona dell'high-value(≈5V)

Funzionamento della porta logica AND *low-value*



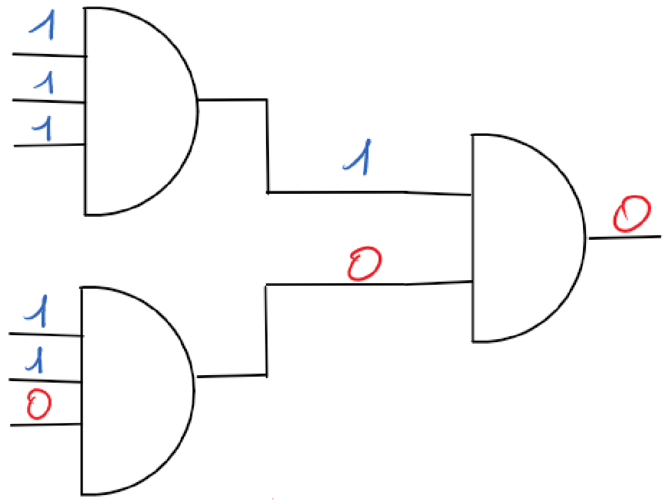
Mentre quando uno solo dei transistori è OFF la tensione di alimentazione non arriva ai capi di Re e quindi Vout si trova nella zona del low-value(≈0V)

Simbolo dell'AND nell'elettronica digitale

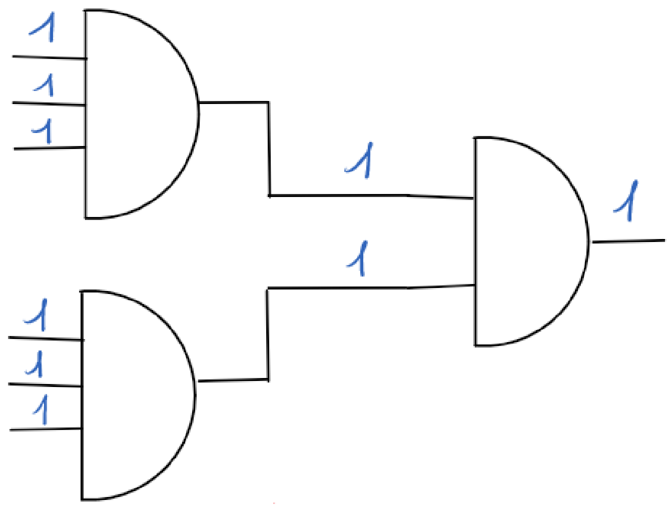


▼ Come possiamo realizzare una porta AND con 6 ingressi?

Potremo utilizzare 2 porte logiche AND con 3 ingressi ciascuna.



Funzionamento a livello logico basso



▼ Porta logica OR

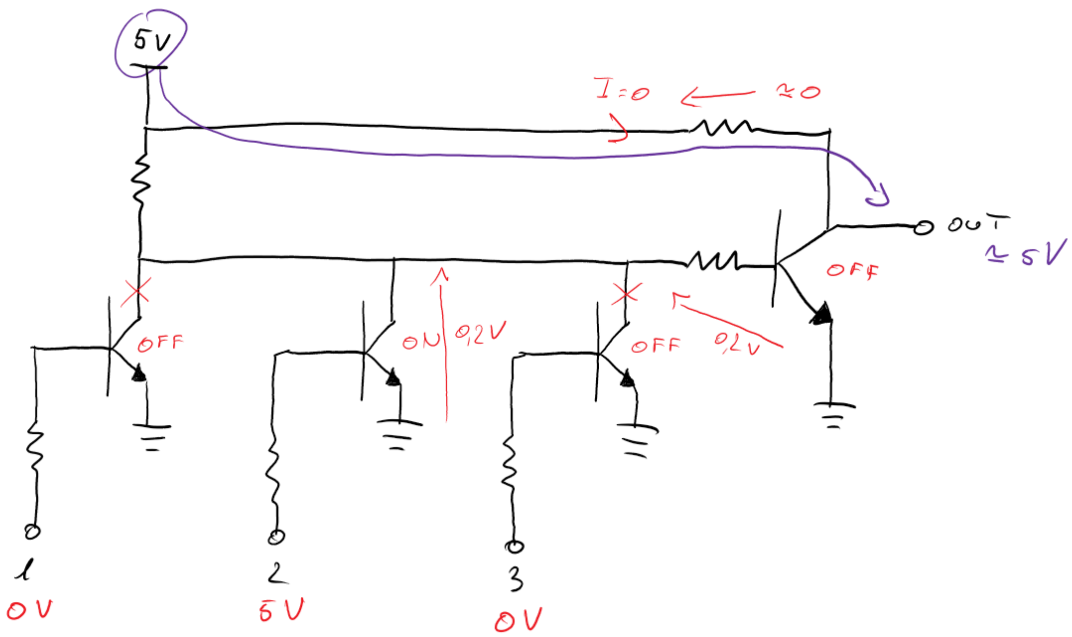
Essa a differenza dell'AND è una porta logica inclusiva, infatti osservando la tabella della verità, otterremo un livello logico basso solamente quando tutti e 3 gli ingressi avranno livello logico basso.

> "Uno forza gli altri"

Possiamo realizzarla come riportato qui sotto, in cui attivando anche solamente un transistore delle tensioni in ingresso(numerate da 1 a 3), otterremo che il transistore piú a destra non avrà tensione sulla base e si spegnerà. Ciò realizzerà una differenza di potenziale tra la massa e di ovvero il livello logico alto.

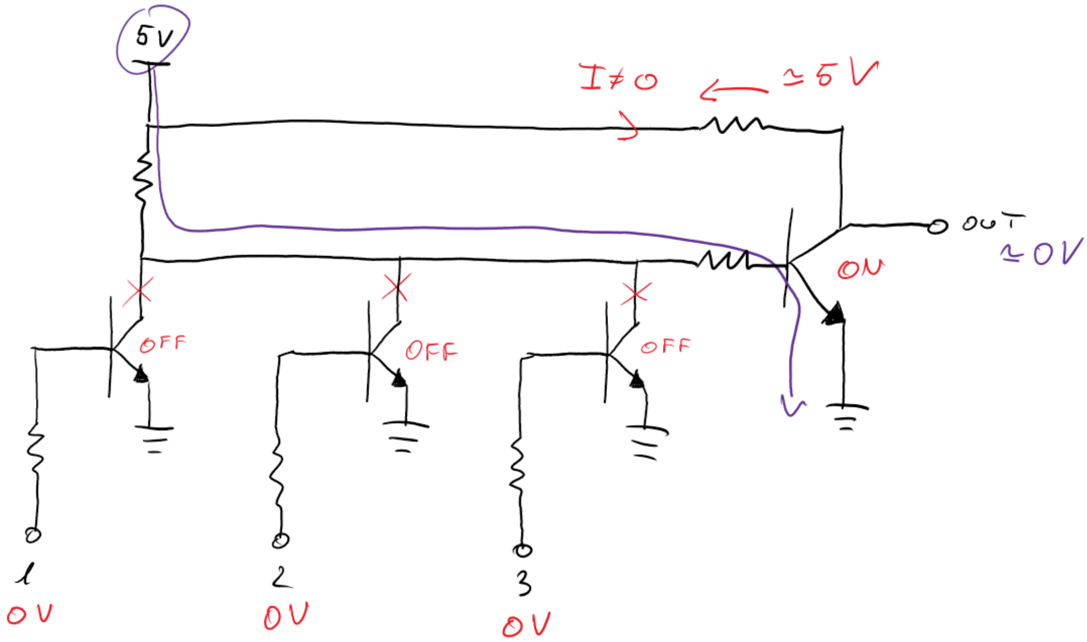
> Non potremo(come la porta logica AND) cortocircuitare troppi transistori, poichè l'informazione si degraderà.

Funzionamento della porta logica OR *high-value*

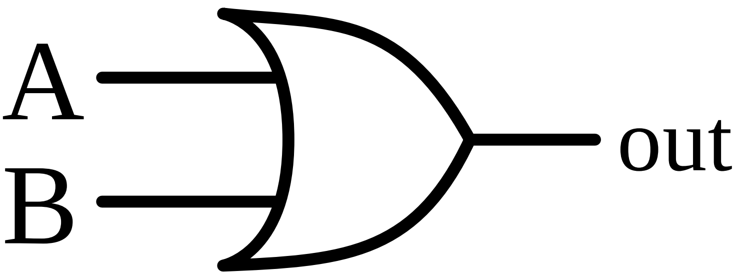


Quando almeno uno dei transistori è ON Vout è nella zona di high-value(≈5V) perché sull'ultimo transistore non arriva tensione a sufficienza (≈0.7V) per essere ON

Funzionamento della porta logica OR *low-value*

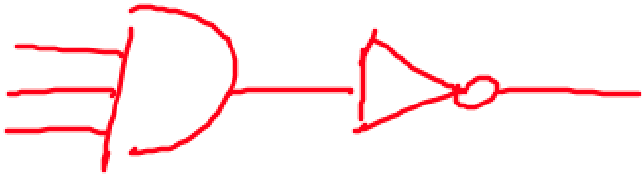


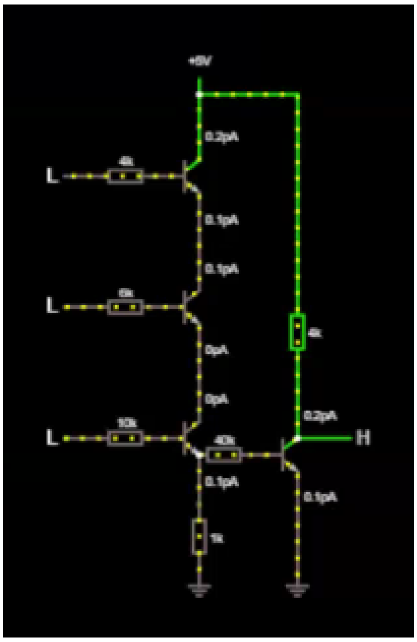
Simbolo dell'OR nell'elettronica digitale



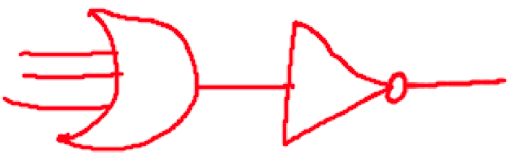
- Altre porte logiche: NAND, NOR, etc...
  - NAND

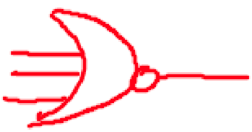

NAND



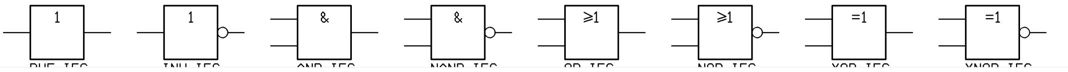

+5V
0.2pA
4k
L
0.1pA
0.1pA
6k
L
0pA
0pA
4k
10k
L
40k
0.2pA
H
0.1pA
0.1pA
1k

▼ NOR





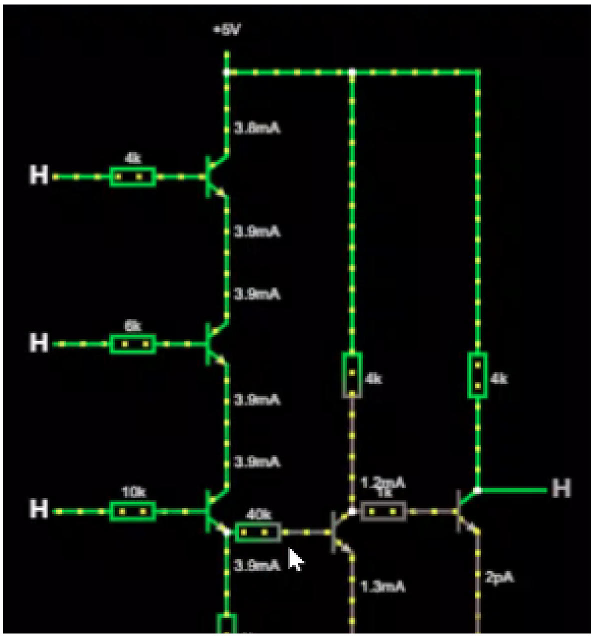
▼ Esistono altre porte logiche?



Nell'immagine vediamo riportate altre porte logiche oltre a quelle viste in dettaglio

▼ AMP.OP migliora AND

Con questo circuito si cerca di aggiustare la tensione in uscita di una porta logica AND, mettendo due NOT in uscita dalla dell'AND. Cosí facendo si otterrà un segnale di *high-value* precisamente a 5 Volt e di *low-value precisamente* a 0 Volt.



I due NOT lavorano infatti come doppia negazione, rafforzando il segnale d'uscita alla dell'AND.

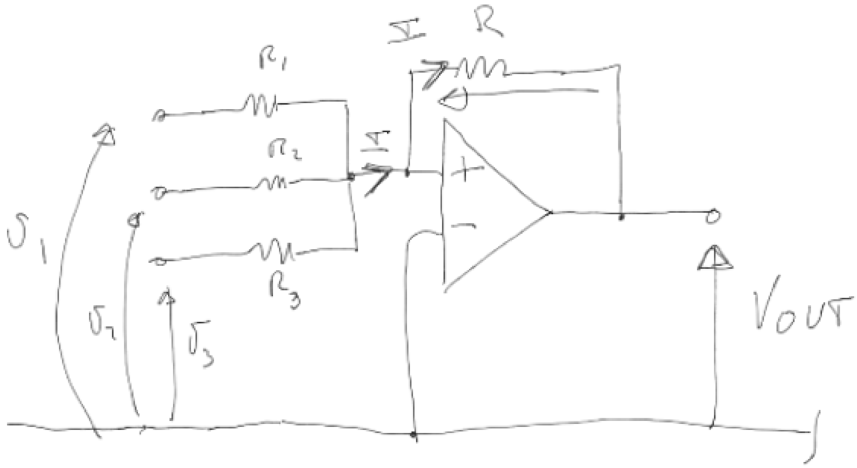
▼ AMP.OP clock

Esso è di fatto un amplificatore operazionale comparatore studiato per realizzare la funzione di clock, ovvero sincronizzando ogni operazione all'interno di un qualsiasi circuito digitale.

▼ AMP.OP Sommatore

Come possiamo sommare segnali in tensione in maniera analogica?

Attraverso un sommatore analogico, ovvero un dispositivo in grado di sommare delle tensioni per mezzo di un Amplificatore Operazionale.

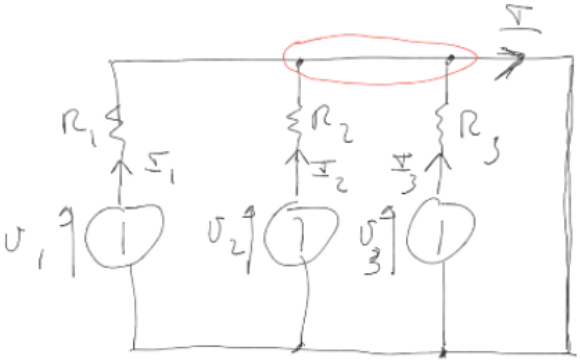


$$V_{OUT} = -RI$$

La come dipende da , e ?

va a finire ai capi di in convenzione degli utilizzatori:

dipenderà dunque dalle 3 tensioni d'ingresso.



$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3}$$

Esso è il modello reale tratto dal precedente modello ideale, in cui ogni generatore e resistore è di fatto un frammento cortocircuitato.

Ora calcolando la corrente , ovvero applicando il primo principio di Kirchhoff (alle correnti), troveremo che:

Ovvero:

$$I = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

$$\boxed{V_{OUT} = -R\left[\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right]}$$

Notiamo che il sommatore è quindi invertente.

E potremo calcolare la .

Ma essa è la somma esatta delle tensioni in ingresso?

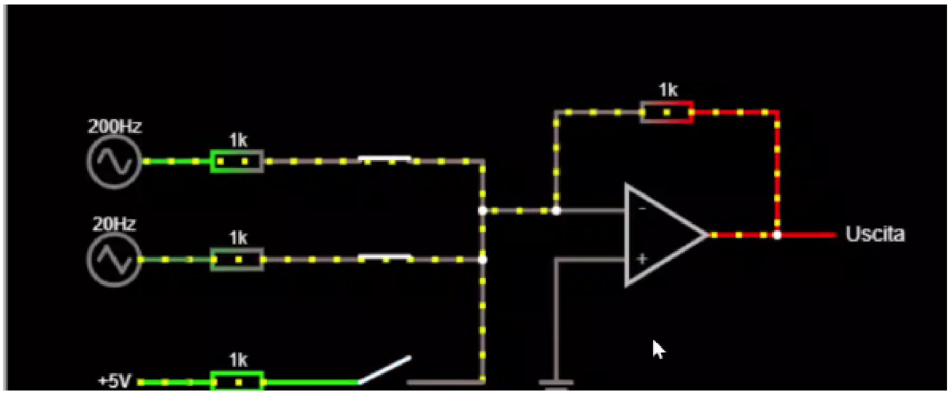
- facendo una combinazione lineare di 3 tensioni uguali (con 3 resistenze diverse)→ otterremo, non una semplice combinazione lineare, ma osserveremo che essa sarà una **somma pesata degli ingressi**.

▼ Sommatore approfondimento

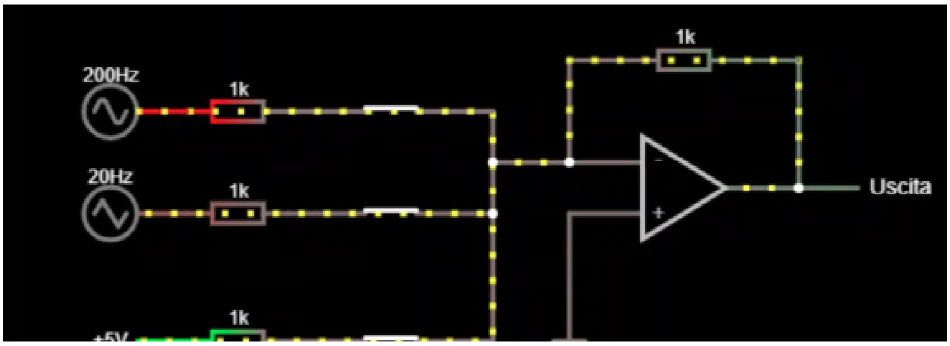
https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/29e55ccf-971e-4de6-90b8-12b3759de034/sommatore.pdf

▼ Simulazione in Falstad di un sommatore

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/3b4b67b1-14b4-4337-bd01-b6a5037ceb7d/18_AMP_OP_sommatore.txt



Sommando una tensione sinusoidale ad una triangolare osserviamo il risultato su un oscilloscopio.

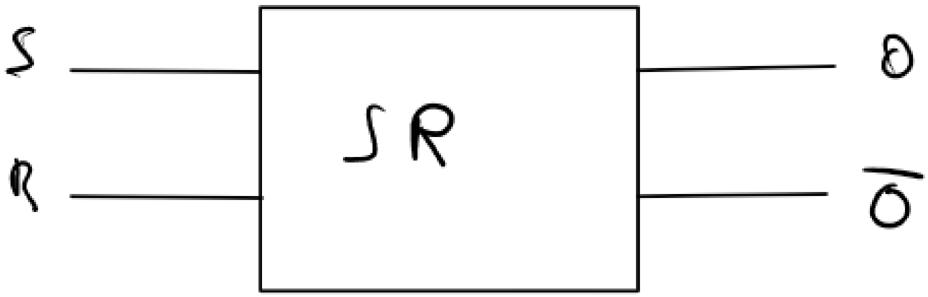


Sommando una tensione sinusoidale, ad una triangolare ed una costante a 5V osserviamo il risultato su un oscilloscopio.

- ▼ FLIP FLOP SR
  - ▼ Cos'è un FLIP FLOP?

Esso è un circuito composto da quattro terminali.

1. Set indicato con una **S**
2. Reset indicato con **R**
3. Output indicato con
4. Output *nottato* indicato con



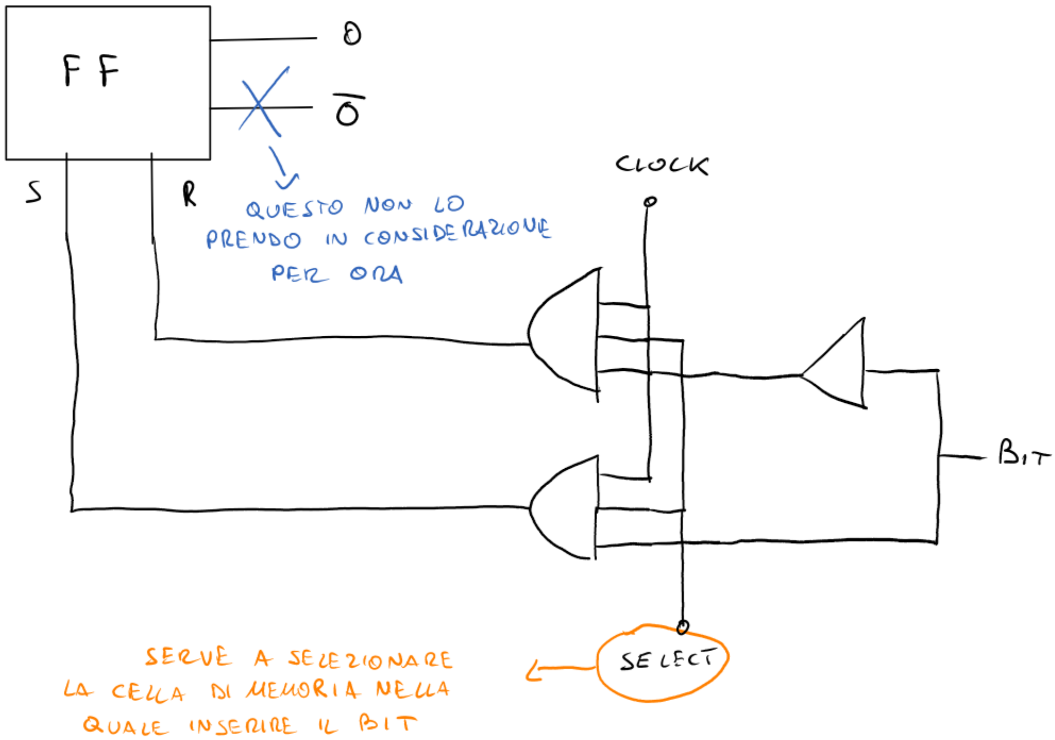
Esso è una memoria elementare. È denominato SR per via dei suoi terminali.

- Il terminale SET è utilizzato per scrivere sulla memoria
- il terminale RESET è utilizzato per pulire la memoria

▼ Cella di memoria elementare

Abbiamo visto come esso sia una cella di memoria elementare, tuttavia necessita di una circuiteria ausiliaria per potersi sincerare che una data informazione finisca nel posto giusto. Infatti ai terminali S ed R, l'informazione arriverà solamente dopo aver oltrepassato gli AND:

1. nel caso in cui il bit da memorizzare sia di livello alto l'output sarà 1 sull'AND del terminale SET e 0 sul terminale di RESET
2. nel caso in cui il bit da memorizzare sia di livello basso l'output sarà 1 sull'AND del terminale RESET e 0 sul terminale di SET



Su entrambi gli AND sui terminali in input avremo:

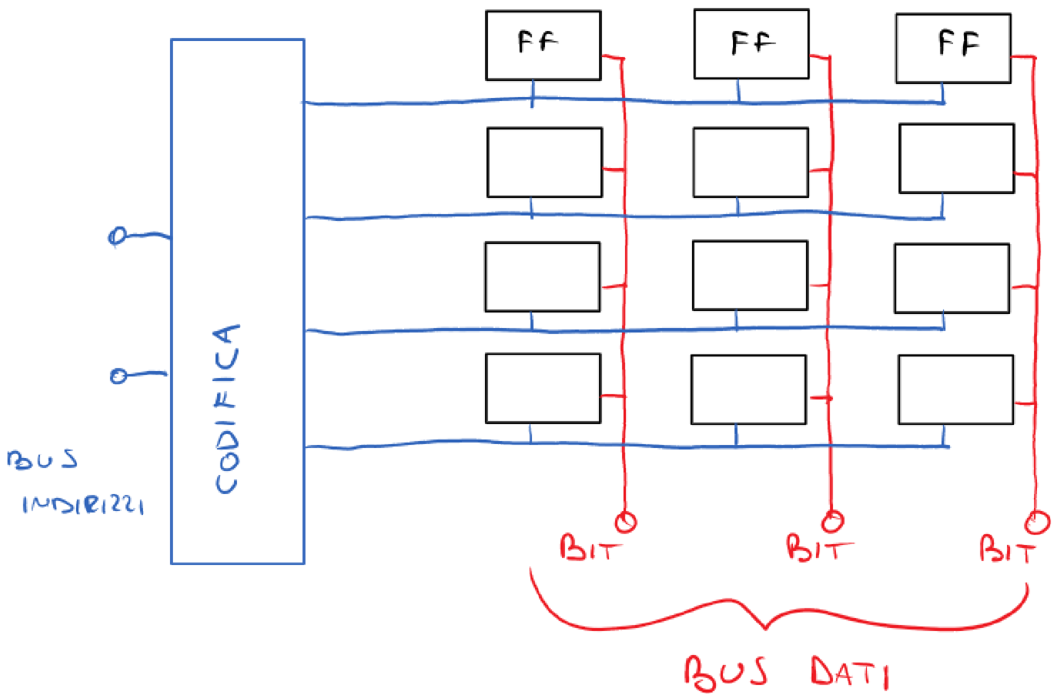
- clock → sincronizza le operazioni del calcolatore
- select → si accerta che possa usare la cella di memoria
- l'informazione da salvare

Per poter attivare il SET, sarà quindi necessario avere tutti e 3 gli ingressi ad 1.

Per poter attivare il RESET, gli ingressi dovranno essere 1 per il clock e il select, mentre l'informazione da salvare sarà 0. (Infatti dato che essa sarà *nottata* in ingresso all'AND attiverà il RESET)

Esempio di quattro celle di memoria elementare a 3 bit

Essa si compone di piú FLIP FLOP SR. Andando a dover gestire piú dispositivi insieme dovremmo poter selezionare la cella di memoria su cui scrivere e l'informazione da scrivere su di essa.



In ogni cella di memoria vediamo rappresentati 3 bit, che possono assumere stati.

Per poter indirizzare alle celle di memoria i dati mi servirà un *select* in grado di avere piú di due stati, poichè dovrà selezionare su quale cella scrivere. Esso sarà realizzato dal BUS INDIRIZZI. Attuo quindi un'operazione di **codifica** controllata da un chip, che mi da le possibilità di avere vari stadi di *select*.

Analogamente i dati dovranno essere gestiti da un BUS DATI, in grado di far arrivare l'informazione al FLIP FLOP giusto.

Il percorso per memorizzare un dato sarà il seguente:

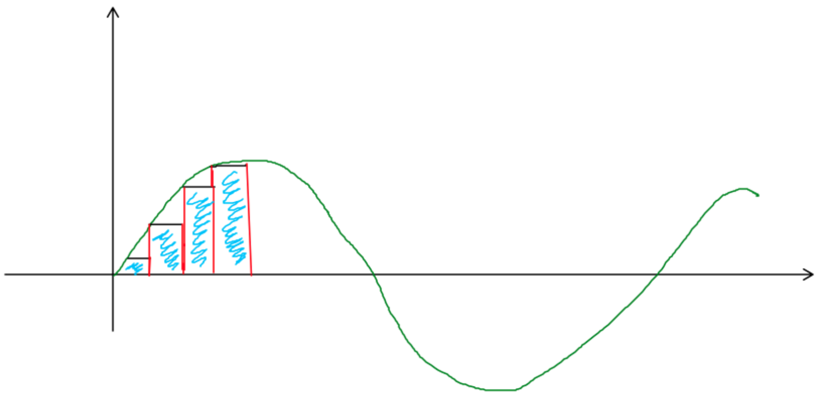
1. il dato viene reso disponibile
2. il dato è passato al BUS DATI che lo porta alla cella di memoria
3. il BUS INDIRIZZI attua la codifica e seleziona la cella su cui scrivere
4. l'informazione è nella cella di memoria

▼ Simulazione in Falstad di FLIP FLOP SR

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/44d42071-7b58-4108-91a4-93eee4eab160/09_FLIP_FLOP.txt

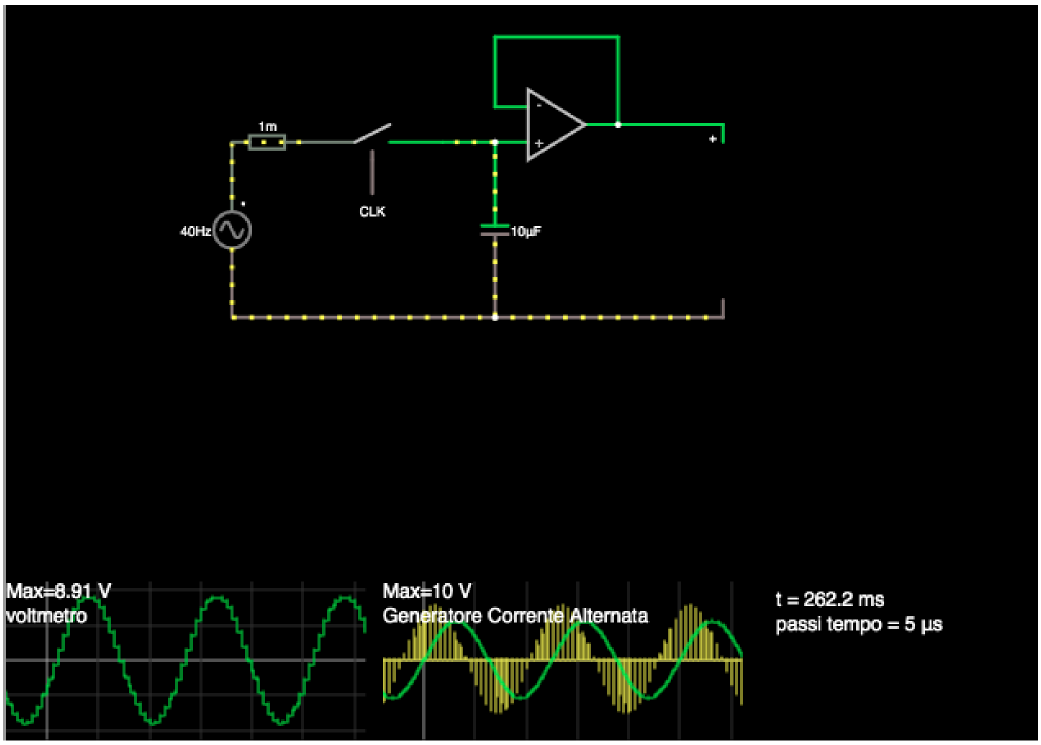
▼ Convertitore Analogico - Digitale (ADC)

Grazie al Teorema del campionamento di Shannon siamo a in grado trasformare un segnale analogico in un segnale discreto, dividendo in tanti campioni un valore reale.



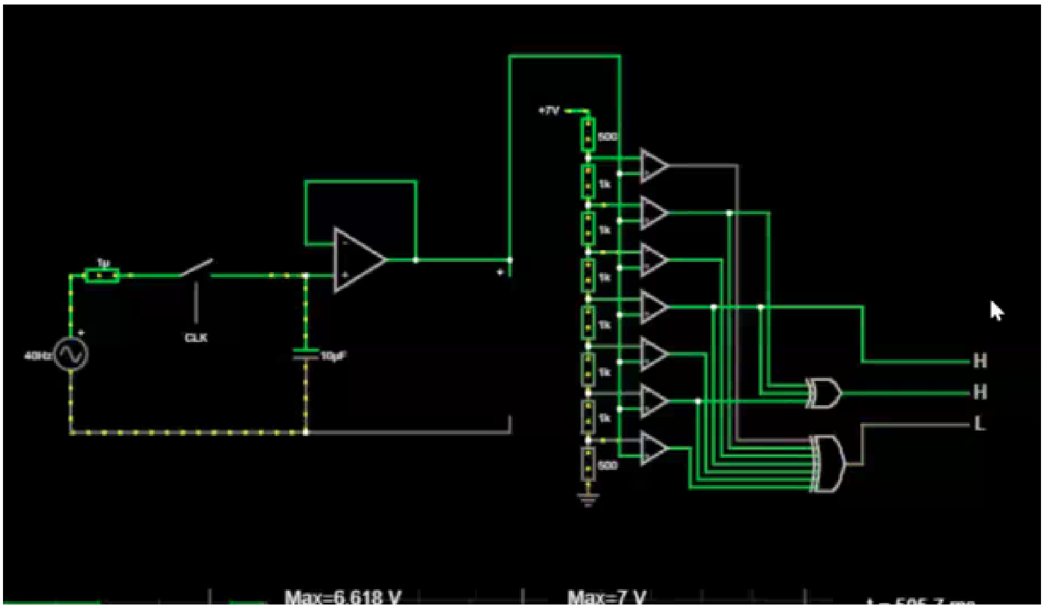
L'operazione che porta da analogico a digitale è chiamata conversione ed è realizzata per mezzo di uno specifico circuito. Esso è chiamato **convertitore** ed è composto da tre elementi:

1. Il clock
2. Il condensatore
3. L'AMP. OP.



Il segnale in ingresso passato per un clock(indicante la frequenza di campionamento) è mantenuto costante fino al successivo segnale di clock (questa operazione è chiamata **Sample and Hold** e consente di mantenere costante un segnale fino al successivo impulso del clocl) grazie al condensatore. L'operazionale realizza un buffer che viene aggiornato ad ogni segnale di clock.

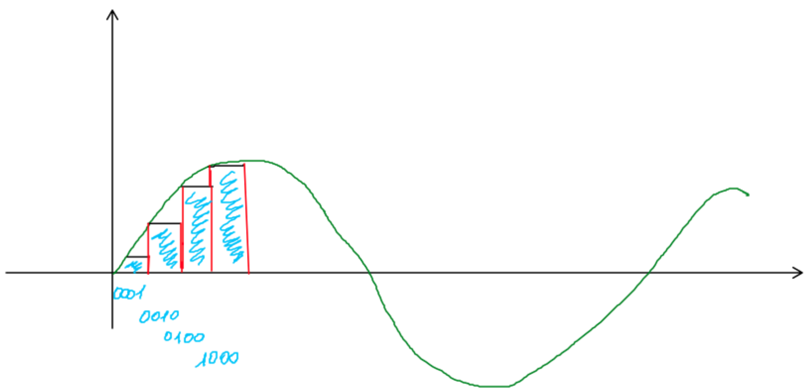
Dall’analogico al digitale



Il bit meno significativo è posto in basso in questa simulazione

Dopo aver discretizzato nel tempo un segnale continuo, dovremmo portarlo in digitale per mezzo dell'unità di rappresentazione minima che conosciamo: il bit.

Il segnale dopo essere transitato nell'operazionale attiva una serie di comparatori a soglia(con soglie diverse) che andranno a rappresentare il segnale campionato(a gradini), il numero di campioni dipenderà quindi dal clock, ed il segnale verrà rappresentato nei suoi stati dal numero di stati massimi che i bit utilizzati gli permetteranno di realizzare.



Otterremo quindi una rappresentazione del segnale originale in digitale in cui ogni scalino verrà rappresentato da uno dei possibili stati dei bit utilizzati.

Trasformeremo quindi quantizzandolo un segnale da analogico a digitale.

Esempio:

Con 3 bit potremmo realizzare scalini in cui poter dividere il segnale in ingresso. Maggiore sarà il numero di bit, maggiore sarà la precisione con cui potremmo rappresentare l'ampiezza del segnale in ingresso.

▼ Simulazione in Falstad di un ADC

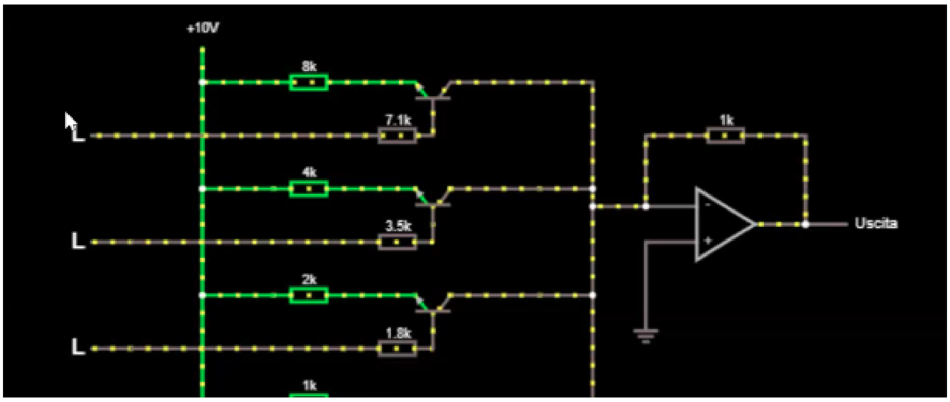
https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/704db2e1-f95d-476a-8859-834001c5c36a/21_Sample_Hold_AD.txt

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/c1bc1c73-b78a-4be6-8932-db00bf724e74/21_Sample_Hold.txt

▼ Convertitore Digitale - Analogico (DAC)

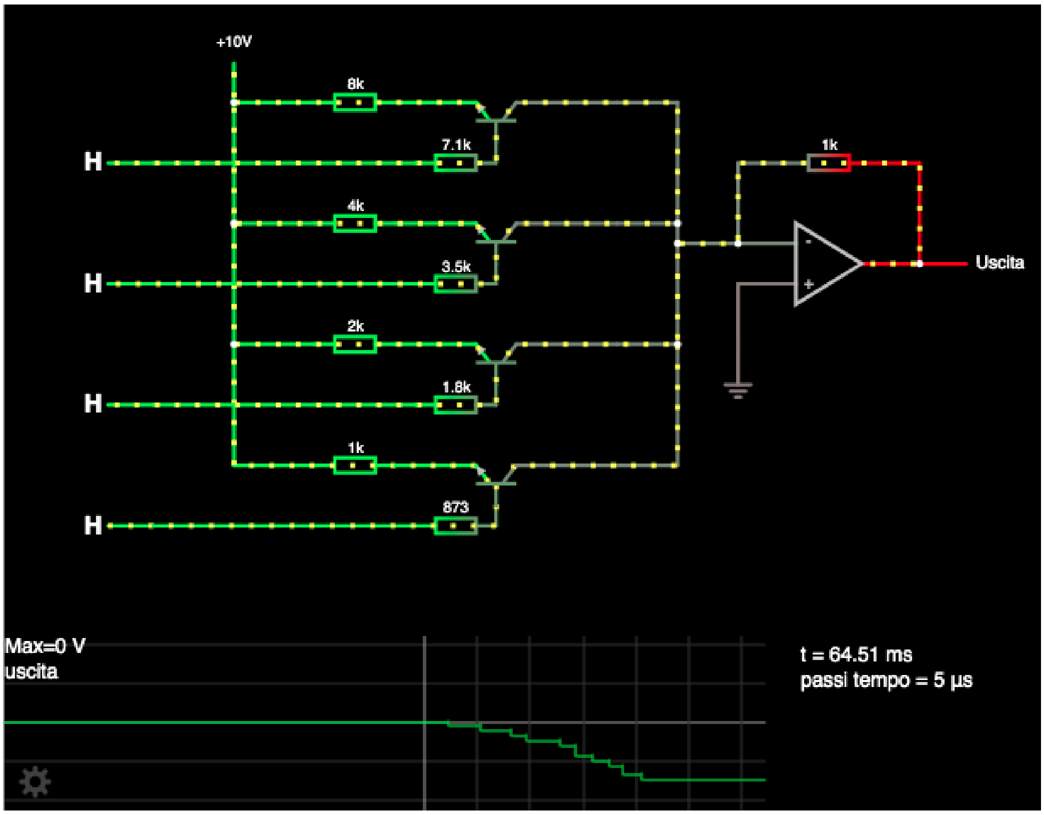
Contrariamente all'ADC esso rende un segnale digitale, analogico.

Dalla rappresentazione in bit si riesce infatti a passare ad un segnale *discretizzato* per mezzo di una serie di transistori posti in parallelo.



Un rudimentale convertitore da digitale ad analogico realizzato con transistor. Il bit meno significativo è posto in alto.

Peserò quindi un segnale diversamente in base agli ingressi, infatti dall'alto verso il basso potrò osservare i bit dal meno significativo al piú significativo.



Lo stesso convertitore precedente stavolta con tutti i valori in ingresso a *valore alto*.

▼ Simulazione in Falstad di un DAC

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/925695bd-f282-4268-a9dd-38c0b777346c/19_conv_DA_Trans.txt

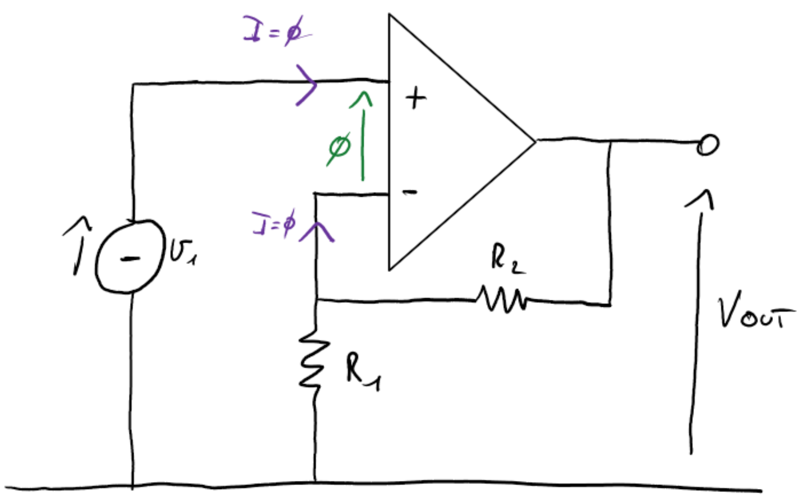
https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/6e888c87-b82d-4ecc-ba69-2bb7f7a0304a/19_conv_DA.txt

Esercizi richiesti all'esame

- esercizi leggi di Kirchhoff
- esercizi metodo dei nodi e metodo degli anelli per circuiti resistivi
- equivalenze Thevenin(resistori e tensione)
- esercizi in regime sinusoidale
- esercizi su sistemi trifase

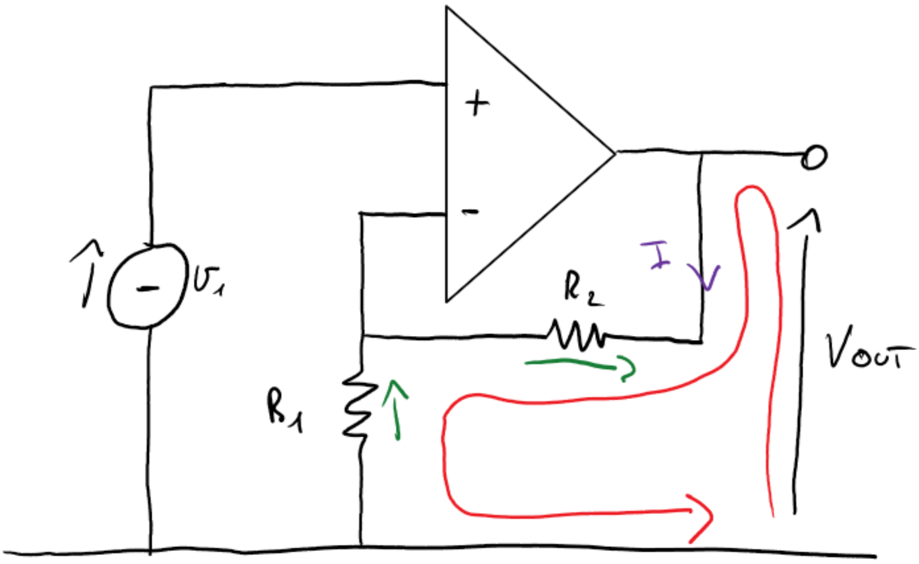
Domande teoriche tratte dagli scorsi esami

▼ Dimostrare la relazione tra tensione di ingresso e tensione di uscita di un amplificatore NON invertente ottenuto con un AMP. OP



Supponendo di avere un modello ideale di AMP. OP. potremo fare alcune considarazioni (già riportate in figura):

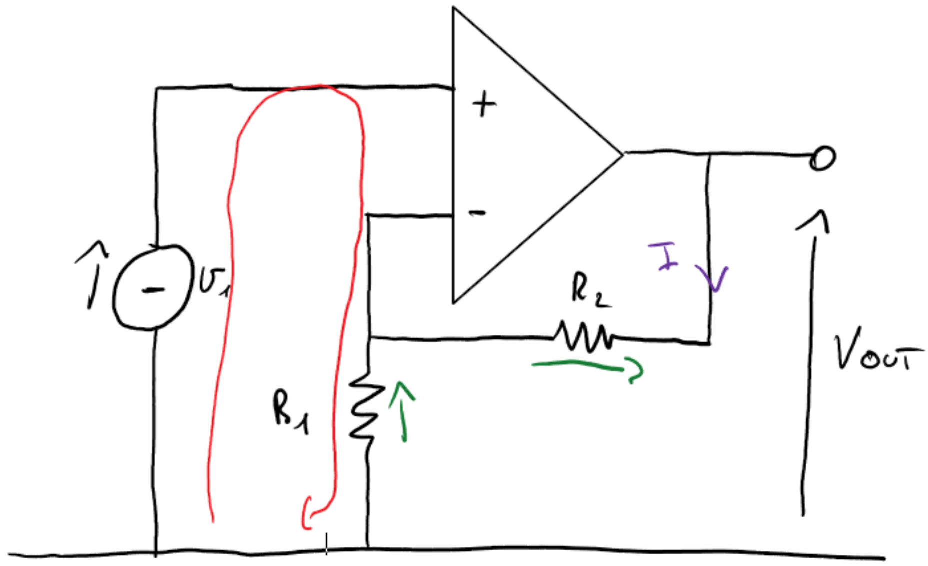
1. La corrente che scorre sul morsetto più e sul morsetto meno dell'operazionale è pari a zero perché tra i due c'è una resistenza che tende ad
2. Quindi anche la tensione tra i due morsetti sarà



Dopo queste considerazioni e dopo aver imposto che la corrente scorra come in figura, per calcolare mi basterà seguire la maglia disegnata in rosso e avrò che:

Esplicitando la avrò che

Non conoscendo la dovrò calcolarla e seguendo le stesse considerazioni fatte prima



seguendo la maglia in figura avrò che la — sostituendo questa equazione alla precendete otterrò:

L'equazione appena ottenuta è la relazione che lega la tensioni di ingresso con quella di uscita. Da questa equazione si può fare una considerazione cioè che il fattore di amplificazione nel AMP. OP non invertente può essere al più maggiore o uguale ad 1, questo avviene quando .

- Potenza complessa e istantanea nei sistemi trifase
- Dimostrare la relazione tra tensione di ingresso e tensione di uscita di un amplificatore invertente ottenuto con un AMP. OP.

▼ Descrivere l'inserzione Aron

L'inserzione Aron è un metodo, ideato da un fisico tedesco, per calcolare la potenza su sistemi trifase senza dover accedere al centro stella dei generatori di tensione(dato che molto spesso è difficile accedervi)

- Si introduca il metodo dei fasori evidenziandone l'utilità nello studio delle reti elettriche. Descrivere, inoltre, la potenza complessa.
- Dimostrare il teorema di Thevenin

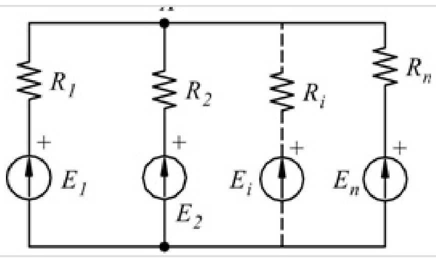
- Dimostrare il Teorema dell'unicità del centro stella nei sistemi trifase e giustificarne l'utilizzo
- Descrivere il rifasamento di un carico monofase
- Descrivere il metodo dei fasori con particolare riferimento alla potenza complessa/attiva/reattiva/apparente, alle impedenze per gli elementi R/L/C, ed evidenziare l'importanza per lo studio delle reti elettriche
- Sistema trifase simmetrico ed equilibrato: definizione e vantaggi per la trasmissione della potenza elettrica rispetto al monofase
- Descrivere l'implementazione tramite transistor BJT e il funzionamento delle porte logiche AND, OR, NOT
- Illustrare e dimostrare la relazione di ingresso/uscita di un buffer di tensione realizzato tramite amplificatore operazionale. Esemplificarne l'importanza applicativa
- Definire un sistema trifase simmetrico ed equilibrato ed dimostrarne i vantaggi, relativi alla trasmissione di potenza elettrica, rispetto ad un sistema trifase
- Illustrare e dimostrare la relazione di ingresso/uscita di un sommatore realizzato tramite amplificatore operazionale. Esemplificarne l'importanza applicativa
- Metodo dei fasori: descrizione e utilità nell'analisi delle reti elettriche. Definire e descrivere la potenza complessa

---

In +

Teorema di Millman → Metodo dei nodi con due soli nodi

Teorema di Millman
Viene applicato a circuiti costituiti da n rami in parallelo. Ipotizzando che A e B siano i morsetti in comune fra gli n rami la tensione V AB risulta uguale alla corrente che si ottiene
http://www.edutecnica.it/elettrotecnica/millman/millman.htm

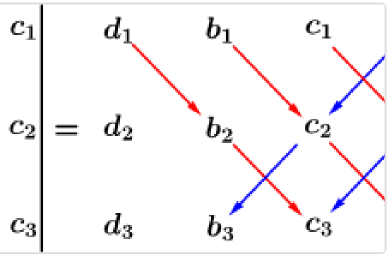


▼ Come calcolare la soluzione di un sistema di equazioni intelligentemente?

Metodo di Cramer

Il metodo di Cramer per sistemi lineari è un procedimento per la risoluzione dei sistemi di equazioni lineari, e prevede di determinare le soluzioni dei sistemi lineari quadrati*

https://www.youmath.it/lezioni/algebra-elementare/equazioni/170-metodi-di-risoluzione-per-sistemi-lineari-4-cramer.html



▼ esistono altri metodi di risoluzione?

Altri metodi di risoluzione dei sistemi lineari

1) Metodo di sostituzione ✓

2) Metodo del confronto ✓

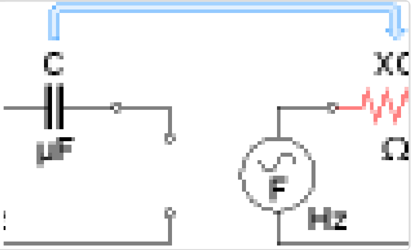
3) Metodo di riduzione ✓

4) Metodo di Cramer ✓

Tutte le relazioni tra corrente, potenza, resistenza e tensione.

L'intensità della corrente elettrica che fluisce in un conduttore é in proporzione diretta alla tensione applicata, ed in proporzione inversa della resistenza opposta. La tensione elettrica é la causa, la

http://www.claredot.net/it/sez_Elettronica/la-legge-di-ohm.php



Autopsia di un elettrodomestico: l'asciugacapelli - WeSchool

Smontare elettrodomestici vecchi può diventare un'attività dall'altissimo valore educativo: aprendo un dispositivo tecnologico e frugando al suo interno è possibile riscontrare, nella realtà di tutti i

https://library.weschool.com/lezione/autopsia-di-un-elettrodomestico-l-asciugacapelli-6146.html

https://youtu.be/SW2Bwc17_wA

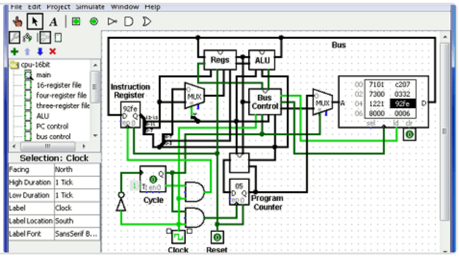
Simulatori circuitali

https://www.falstad.com/circuit/

Logisim

Screen shot of Logisim 2.7.0 Note: Further Logisim development is suspended indefinitely. [More information] (11 Oct 2014) Logisim is an educational tool for designing and simulating

http://www.cburch.com/logisim/

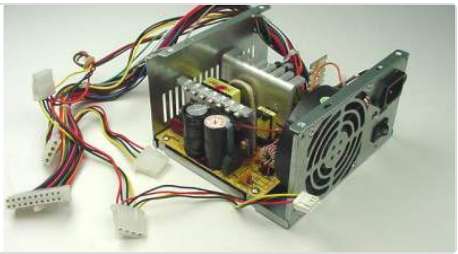


Cuoriosità

How PC Power Supplies Work

If there is any one component that is absolutely vital to the operation of a computer, it is the power supply. Without it, a computer is just an inert box full of plastic and metal. The power

https://computer.howstuffworks.com/power-supply.htm



Come Convertire la Corrente da Alternata a Continua

La corrente alternata (AC) è il modo più efficiente per fornire energia elettrica. Tuttavia la maggior parte dei dispositivi elettronici ha bisogno di corrente continua (DC) per funzionare.

https://www.wikihow.it/Convertire-la-Corrente-da-Alternata-a-Continua

Quale materia studia cosa?

Nome della materia	Cosa studia?	Tags	Commenti
Elettrotecnica	La teoria dei circuiti	Metodi	
Elettronica analogica	Gli apparecchi analogici e il loro funzionamento	Amplificatori operazionali, Valvole	
Elettronica digitale	Apparecchi e sistemi digitali	Computer	Essa è una forzatura dell'elettronica analogica, a cui viene applicato un dominio discreto.