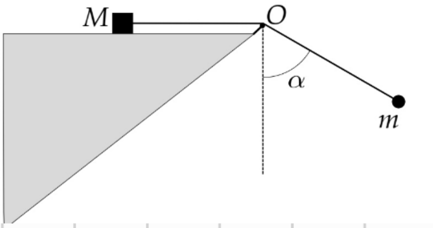
(a) Un corpo di massa $M = 2$ kg è poggiato su un piano orizzontale scabro ($\mu_S = 1$). Al corpo è collegato, tramite un filo ideale (inestensibile e di massa trascurabile) passante per il perno fisso $O$, una massa puntiforme $m$ (vedi figura). Quest'ultima è tenuta inizialmente in quiete a un angolo $\alpha = \pi/3$ rispetto alla verticale, quindi viene lasciata libera di muoversi. Calcolare il massimo valore di $m$ per cui il corpo $M$ permane in quiete.




corpo 1

$g \simeq 9.81$

lungo x

$-F_A + T = 0$

$T = +F_A$

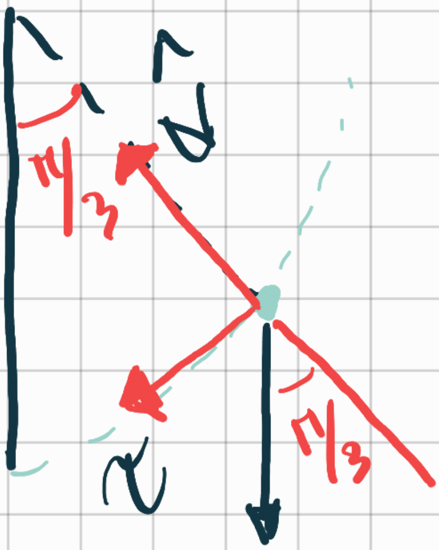
$\downarrow$

$\mu_S N = \mu_S mg$

lungo y

$mg = N$

Corpo 2




lungo $\hat{\tau}$

$m a_\tau = -mg \sin \pi/6$

lungo $\nu$

$-mg \cos \pi/6 + T = m a_\nu$

$\Delta$ A | B

Assumo B come

punto a potenziale nullo

$E_{mB} = \frac{1}{2} m v_B^2$

PARTO DA FERMO ($v_A = 0$

$E_{mA} = mgh_A$

$h = l - l\cos\frac{\pi}{6} = l(1 - \cos\frac{\pi}{3})$

$= mgl(1 - \cos\frac{\pi}{3})$ → $\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} mgl$

$\cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} v_B^2 = \cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} g l \qquad v_B^2 = gl$

$v_B = \sqrt{gl}$

$a_v = \frac{v_B^2}{l} \Rightarrow g$

calcolo T su verticale

$\Rightarrow \cos(0) = 1$

$-mg \qquad + T = m a_v$

$$-m_2 g \quad + \mu_s m_1 g = m_2 g$$

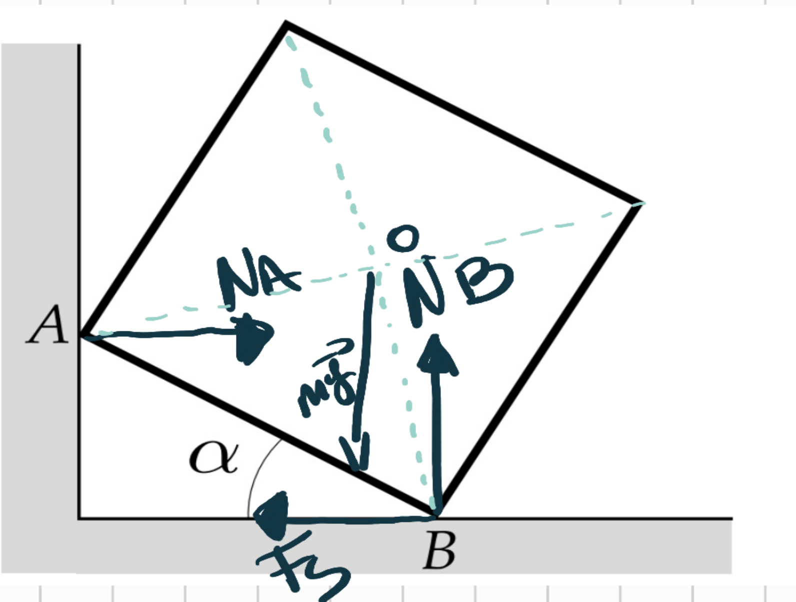
$$\mu_s m_1 \cancel{g} = m_2 \cancel{g} + \quad m_2 \cancel{g}$$

$$\mu_s m_1 = 2 m_2$$

$$\frac{\mu_s m_1}{2} = m_2$$

$$m_2 = 1 \text{ Kg}$$

(b) Una piastra quadrata omogenea di massa $M = 1$ kg viene posta in contatto con una parete verticale perfettamente liscia e un piano orizzontale scabro come mostrato in figura, dove $\alpha = \pi/6$. Calcolare il valore minimo del coefficiente di attrito statico necessario per garantire l'equilibrio statico della piastra e le corrispondenti reazioni vincolari.



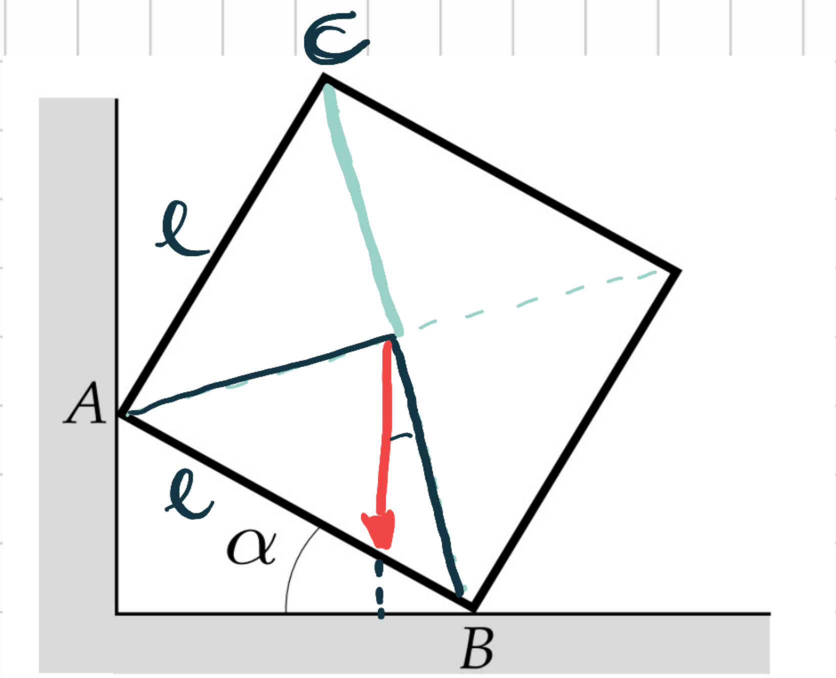
$N_A = F_s$

$N_B = mg$

$F_s \geq \mu_d N_B$

$= \mu_d mg$

CALCOLO MOMENTI

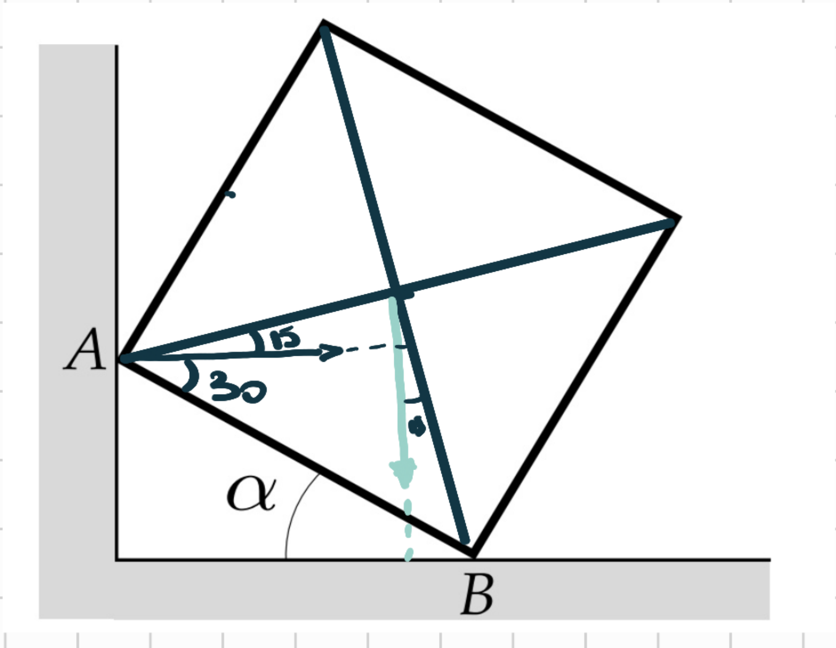



BC IPOTENUSA

$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2}$

$BC = \sqrt{2\ell^2}$

$BC = \ell\sqrt{2}$



$$M_{mg} = l\sqrt{2} \cdot mg \sin 15$$

$$M_{NA} = l \, N_A \sin 30$$

$$\frac{1}{2} \cancel{l} \sqrt{2} \, mg \sin 15 = \cancel{l} N_A \sin 30$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{2} \, mg \sin 15 = N_A \sin 30$$

$$\frac{\frac{1}{2} \sqrt{2} \, mg \sin 15}{\sin 30} = N_A$$

$$N_A = \mu_d \, mg$$

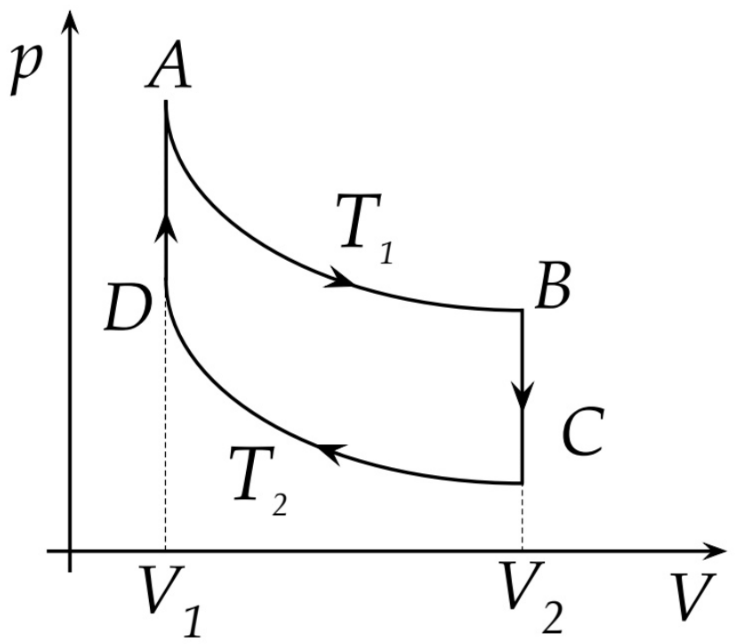
$$\frac{\sqrt{2} \, \cancel{mg} \sin 15}{2 \sin 30} = \mu_d \, \cancel{mg}$$

$$0.36 = \mu_d$$

$$\frac{\quad}{2 \cdot 0.5}$$

$$0.36 = \mu d$$

(c) Una mole di gas perfetto monoatomico compie la trasformazione ciclica reversibile $ABCDA$ illustrata nella figura. Le trasformazioni $AB$ e $CD$ sono due isoterme rispettivamente alle temperature $T_1$ e $T_2$, mentre le trasformazioni $BC$ e $DA$ sono isocore. Calcolare il rendimento del ciclo in funzione dei rapporti $T_2/T_1$ e $V_2/V_1$.




$$Q_{BC} = ncv\Delta T$$
$$= ncv(T_C - T_B) \quad < 0$$

$$Q_{DA} = ncv(T_A - T_D) \quad > 0$$

$$Q_{AB} = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$V_A < V_B \Rightarrow Q > 0$$

$$V_A < V_B \Rightarrow Q > 0$$

$$Q_{CD} = nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

$$V_C > V_D \qquad Q < 0$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}}$$

$$\frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = \frac{nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C} + nc_v(T_C - T_B)}{nRT_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + nc_v(T_A - T_D)}$$

$$T_A = T_B = T_1$$

$$T_C = T_D = T_2$$

$$= \frac{\cancel{n}\cancel{R}T_2 \ln \frac{V_D}{V_C} + \cancel{n}\,\frac{3}{2}\cancel{R}(T_2 - T_1)}{\cancel{n}\cancel{R}T_1 \ln \frac{V_B}{V_A} + \cancel{n}\,\frac{3}{2}\cancel{R}(T_1 - T_2)}$$

$$= T_2 \ln \frac{V_D}{V_C} + \frac{3}{2}(T_2 - T_1)$$

$$\overline{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A} + \frac{3}{2}(T_1 - T_2)}$$

$V_B = V_C = V_2$

$V_A = V_D = V_1$

$$= \frac{T_2 \ln \frac{V_1}{V_2} + \frac{3}{2}(T_2 - T_1)}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{3}{2}(T_1 - T_2)}$$

$\frac{T_2}{T_1}$ $\qquad$ $\frac{V_2}{V_1}$

$$= \frac{\frac{3}{2} T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) - T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) - T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_1 \left(\ln \frac{V_2}{V_1} + 1 - \frac{T_2}{T_1}\right)}$$