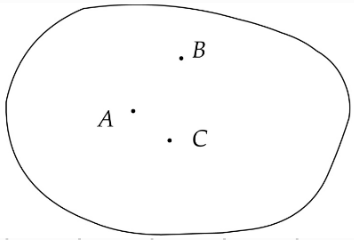
(d) Una piastra ha il proprio centro di massa nel punto C. Detti I_A e I_B i valori del momento d'inerzia della piastra rispetto a due assi ortogonali alla piastra e passanti per i punti A e B, determinare in quale modo devono essere disposti i punti A, B e C affinché valga la seguente relazione:

$$I_B = I_A + M\,\overline{AB}^2 .$$



sfrutto il teorema di H. Steiner (ricordando che vale solo se uso l'asse passante per CM)

$$I_B = I_A + M\overline{AB}^2$$

Riscrivo I_B con H. STEINER

$I_B = I_C + M\overline{CB}^2$ C è il CM

Riscrivo I_A con H STEINER

$$I_A = I_C + M\overline{CA}^2$$

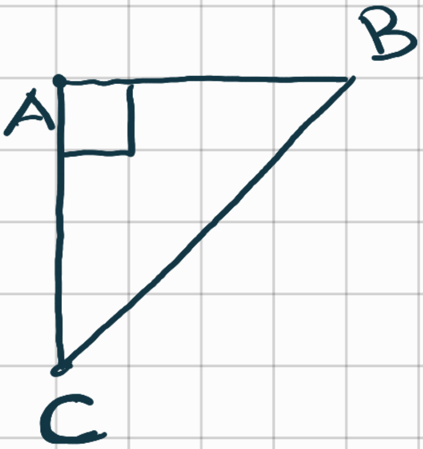
Quindi $I_B = I_A + M\overline{AB}^2$

$$\cancel{I_C} + M\overline{CB}^2 = \cancel{I_C} + M\overline{CA}^2 + M\overline{AB}^2$$

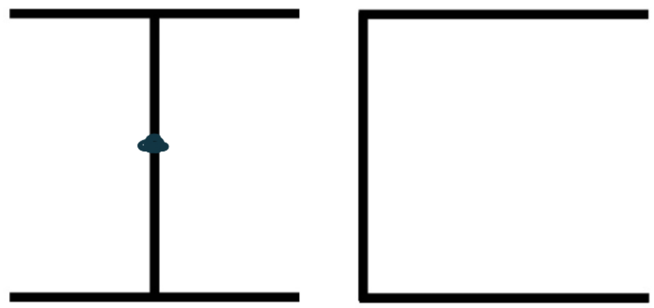
$$\cancel{M}\overline{CB}^2 = \cancel{M}\overline{CA}^2 + \cancel{M}\overline{AB}^2$$

TRIANGOLO RETTANGOLO

CON Ipotenusa CB



(b) Tre aste omogenee identiche sono saldate per formare le configurazioni mostrate nella figura (a) e nella figura (b). Calcolare il rapporto dei momenti d'inerzia per le due configurazioni, ciascuno calcolato rispetto all'asse ortogonale al piano delle aste e passante per il centro di massa.



SBARRETTA X CM = $\frac{1}{12} ML^2$

SBARRETTA X ESTREMO = $\frac{1}{3} ML^2$

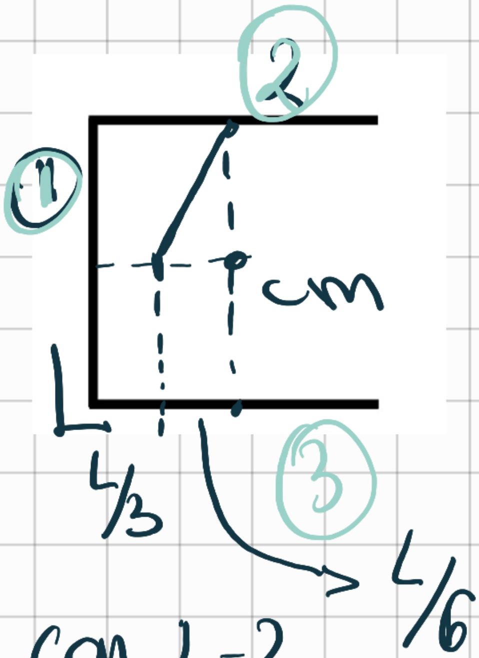
→ 2 sbarrette al bordo

$$\frac{1}{12}ML^2 + 2\left(\frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4}\right)$$

$$\frac{1}{12}ML^2 + 2\left(\frac{ML^2 + 3ML^2}{12}\right)$$

$$\frac{1}{12}ML^2 + 2\cdot\frac{1}{3}ML^2 = \frac{1+8}{12}ML^2$$

$$= \frac{\cancel{9}^{\,3}}{\cancel{12}_{\,4}}ML^2$$



con $L = 2$

$$CM = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$$

$$CM_x = \frac{1\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot 1}{1+1+1} = \frac{L}{3}$$

$$CM_y = \frac{1}{2}\cdot 1 + 1\cdot 1$$

$$3$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{L}{2}$$

(1)

$$\frac{1}{12} ML^2 + M\frac{L^2}{9} = \frac{3ML^2 + 4ML^2}{36}$$

$$= \frac{7}{36} ML^2$$

(2-3)

$$D^2 = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{36}}$$

$$= \sqrt{\frac{9L^2 + L^2}{36}} = \sqrt{\frac{\cancel{10}^{5} L^2}{\cancel{36}_{18}}}$$

$$= L\sqrt{5/18} = 0.52L$$

$$\frac{1}{3} ML^2 + M(0.52L)^2 = \frac{1}{3}ML^2 + 0.27L^2$$

$$\frac{1 + 0.84}{3} ML^2 = 0.61\ ML^2$$

$$\frac{7}{36} ML^2 + 2 \cdot 0.61\, ML^2 =$$

$$\frac{7+44}{36} ML^2 = \frac{51}{36} ML^2$$

?

$$\frac{3}{\cancel{4}_{1}} ML^2 \cdot \frac{\cancel{36}^{9}}{51\, ML^2} = \frac{27}{51} = 0.5$$

c) Una mole gas perfetto monoatomico si trova all'interno di un contenitore non isolato termicamente, chiuso da un pistone mobile. Il gas si trova nello stato termodimaico rappresentato dalle coordinate (p, V, T), dove $T = 300$ K. Il gas viene quindi lentamente scaldato fornendo una energia complessiva pari a $Q =$1050 J, permettendo al gas di potersi espandere a pressione costante fino al nuovo stato termodinamico (p, V', T'). Calcolare i valori della nuova temperatura T' e del rapporto V'/V.

REVERSIBILE

$$Q = 1050\ J$$

ISOBARA

$$Q = n c_p\, \Delta T$$

$$= n c_p (T_2 - T_1)$$

$T_1 = 300K$

$n = 1$

$c_p = 5/2 R$

$$= \frac{5}{2} R T_2 - \frac{5}{2} R \cdot 300$$

$$= \frac{5}{2} R T_2 - \frac{5}{2} R \cdot 150\ldots$$

$$= \frac{5}{2} R T_2 = 5R \cdot 150$$

$$Q + 5(8{,}31) \cdot 150 = \frac{5}{2}(8{,}31) T_2$$

$$\frac{2}{5}\left[\frac{Q + 5(8{,}31)\cdot 150}{8{,}31}\right] = T_2$$

$$\frac{14565}{41.55} = T_2$$

$$T_2 = 350\ K$$

$$\frac{V_2}{V_1}$$

$$P_2 V_2 = nRT_2$$
$$P_1 V_1 = nRT_1$$

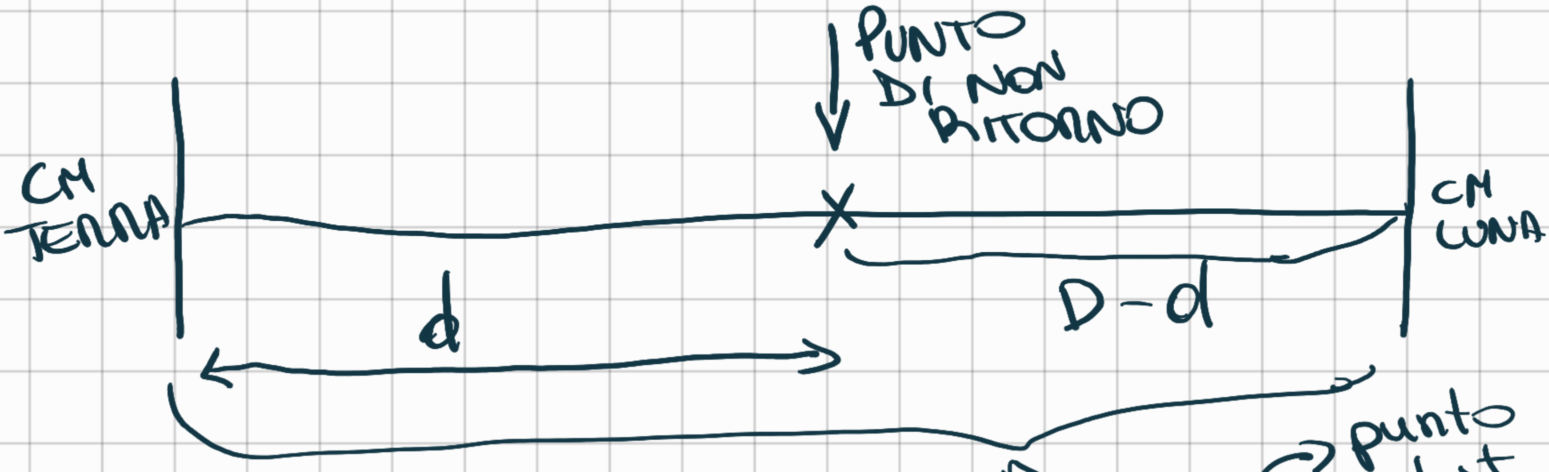
ma è ISOBARE $P_1 = P_2$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{350}{\ } = 1{,}2$$

$$V_1 \qquad T_1 \qquad 300$$

(a) Definiamo "punto di non ritorno" la posizione in cui la forza di attrazione gravitazionale dovuta alla Luna è uguale e contraria alla forza di attrazione gravitazionale terrestre. Supponendo che la distanza Terra-Luna sia approssimativamente pari a 60 raggi terrestri, che la gravità sulla superficie lunare sia pari a circa 1/6 di quella sulla superficie terrestre e che il diametro angolare della Luna visto dalla Terra sia pari a circa mezzo grado sessagesimale, stimare la distanza del punto di non ritorno dal centro della Terra.

Il 16 luglio 1969 il motore del terzo stadio del *Saturn V*, in orbita a circa 185 km dalla superficie terrestre, fu acceso per consentire all'equipaggio di raggiungere la Luna attraverso una manovra detta TLI (*Trans Lunar Injection*). Sapendo che allo spegnimento del motore la quota raggiunta era pari a circa 328 km e la velocità impressa pari a circa 39000 km/h, stimare la velocità raggiunta in corrispondenza del punto di non ritorno. [$g \simeq 9.81$ m/s^2, raggio terrestre $\simeq 6373$ km.]



$$F_{\text{ATTRAZIONE TERRA}} = \frac{G M_T m}{d^2}$$

punto a dist d

$$F_{\text{ATTRAZIONE LUNA}} = \frac{G M_L m}{(D-d^2)}$$

SONO UGUALI E CONTRARIE

$$\frac{G M_T \cancel{m}}{d^2} = \frac{G M_L \cancel{m}}{(D-d)^2}$$

$$g_L = \frac{G M_L}{R_L^2}$$

$$\frac{GM_T}{R_T^2} = g_T \qquad g_{luna} = g_T/6$$

$$\frac{R_T^2 \, G M_T}{d^2 R_T^2} = \frac{G M_L R_L^2}{R_L^2 (D-d)}$$

$$\frac{g R_T^2}{d^2} = \frac{g_L \, R_L^2}{(D-d)^2}$$

$$\frac{\cancel{g} \, R_T^2}{d^2} = \cancel{g}/6 \cdot \frac{R_L^2}{(D-d)^2}$$

$$\frac{(D-d)^2}{d^2} = \frac{R_L^2}{R_T^2} \, 1/6$$

$$\frac{D-d}{d} = \sqrt{\frac{R_L^2}{R_T^2} \, 1/6}$$

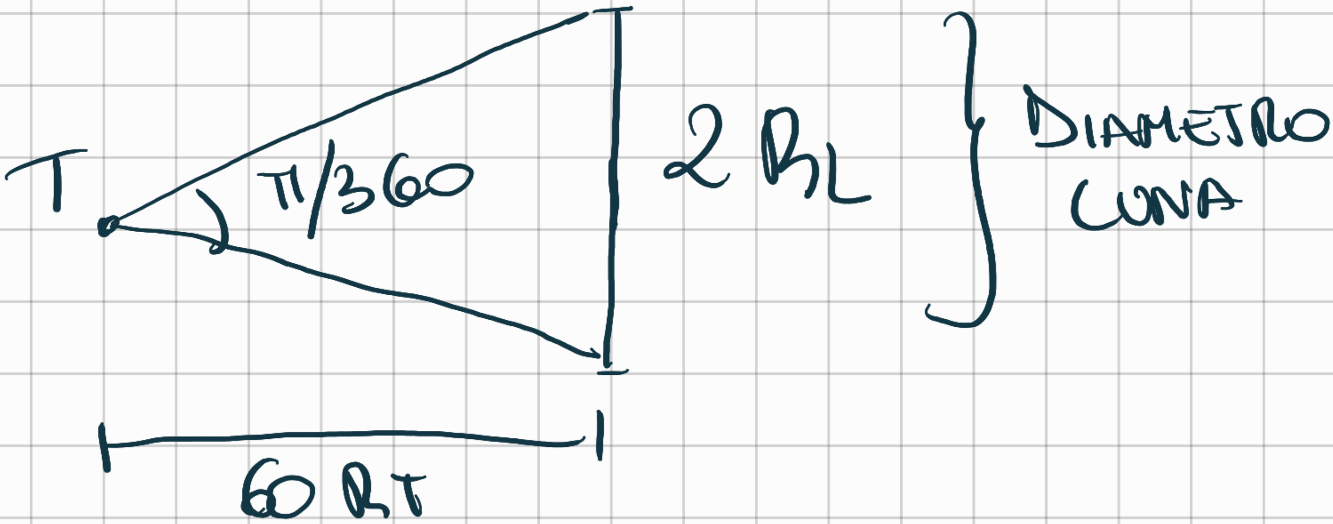
$$\frac{D}{d} - 1 = \sqrt{\frac{R_L^2}{R_T^2} \, 1/6} + 1$$

$$d = \frac{D}{1+\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{R_L}{R_T}} \simeq 0,9D$$

$$\simeq 344000 \text{ Km}$$

$$\frac{2R_L}{60R_T} \simeq \frac{\pi}{360}$$

perché



DISTANZA C TERRA $r_1 = 6370+320$
$= 6690$ Km

$E_{MA} =$ $\quad v_A = 39000$ Km/h

$$\stackrel{!}{=} -\frac{G m_T m_{AP}}{r_1} + \frac{m v_A^2}{2}$$

in realtà dovrei considerare anche l'energia potenziale dovuta alla luna ma essendo a circa 380000 di distanza dalla luna ho che il suo contributo sarà piccolissimo => lo trascuro

distanza d da terra

$$E_{MB} = -\frac{G m_T m}{d} + \frac{m v_B^2}{2} \underbrace{- \frac{G m_L m}{D-d}}_{\text{contributo luna}}$$

$E_{MA} = E_{MB}$ => CONSERVATIVITÀ

$$-\frac{G M_T \cancel{m}}{r'} + \frac{\cancel{m} v_A^2}{2} = -\frac{G M_T \cancel{m}}{d} + \frac{\cancel{m} v_B^2}{2} - \frac{G m_L \cancel{m}}{D-d}$$

$$\frac{G M_T}{r_T^2} = g$$

$$-\frac{r_T^2 g}{r'} + \frac{v_A}{2} = -\frac{g R_T^2}{d} - \frac{g}{6}\frac{r_L^2}{D-d} + \frac{v_B^2}{2}$$

$v_B^2 \quad v_A^2 + 2 g r_T^2 (1 \quad 1) + 2 g r_L^2$

$$\frac{v_B^2}{2} = \frac{v_A^2}{2} + gR^2\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{r_1}\right) + \frac{gR^2}{6D-d}$$

$$v_B = 1000 \text{ m/s}$$