Esami svolti – Parte Microeconomia (I Esonero)

14 Novembre 2012 - Fila E - esercizio 3

Il costo di breve periodo di un'azienda può essere rappresentato dalla seguente tabella.

Y	C_{tot}	$C_{Marginale}$	C_{Medio}
0	10	5	
1		6	
2		7	
3		8	

a. Si illustrino graficamente le funzioni di costo medio e marginale, nell'intervallo dato.

b. Quale sarà il livello di produzione ottimale rispetto ai costi?

Soluzione

Il costo medio è pari a:

$$C_{Medio}(y) = \frac{C_{tot}(y)}{y}$$

Quindi ciò significa che mi indica quanto mi costa produrre in media una singola unità rispetto a y unità prodotte. Cioè, se produco 2 beni al costo di €10, allora in media ciascun bene mi è costato €5.

Quindi il costo medio della prima riga è pari a:

$$C_{Medio}(y) = \frac{C_{tot}(y)}{y} = \frac{10}{0} = \infty$$

In questo caso, bisogna notare che poiché siamo nel breve periodo abbiamo già un costo fisso da sostenere pari a 10 (infatti anche se produco 0 ho un costo di 10). Altrimenti, se fossimo stati nel lungo periodo saremmo partiti con un costo totale pari a zero. Se il costo totale fosse stato pari a zero il costo medio di quando $y = 0$ allora sarebbe venuto $0/0$. In quest'ultimo caso, allora, il costo medio sarebbe stato indeterminato.

Il costo marginale della prima riga ($C_{Marginale} = 5$) ci indica che se io volessi aumentare di una unità la produzione, allora dovrei incrementare il costo totale di 5. Perciò il costo totale della seconda riga (quando $y = 1$, cioè quando ho incrementato di una unità la produzione) sarà pari a 15, dal quale poi posso ricavare il costo medio pari a $15/1 = 15$.

Più formalmente il costo marginale è così definito:

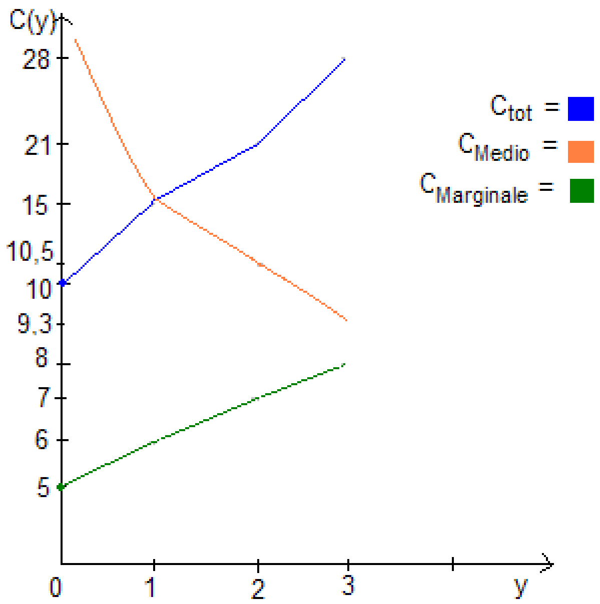
$$C_{Marginale}(y) = \frac{dC_{tot}(y)}{dy} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta C_{tot}(y)}{\Delta y}$$

Quindi il costo totale della terza riga sarà 21 poiché aumentando di uno la produzione al costo totale precedente (15) devo sommare il costo marginale (6).

Perciò la tabella completa risulta:

Y	C_{tot}	$C_{Marginale}$	C_{Medio}
0	10	5	∞
1	15	6	15
2	21	7	10,5
3	28	8	9,333

I grafici delle tre funzioni di costo risultano:



In questo caso all'aumentare di y, cioè dei beni prodotti, il costo medio scende, ciò significa che necessariamente il costo marginale sarà minore del costo medio, quindi avremo delle economie di scala. Cioè, dato che più beni si producono e più il costo medio che spendiamo per produrre ciascun bene diminuisce, ci conviene produrre su larga scala.

Nel nostro esercizio, dato che nell'intervallo considerato abbiamo economie di scala, ci conviene produrre il massimo.

Si hanno, invece, diseconomie quando il costo medio cresce, cioè quando produrre su larga scala non conviene poiché più quantità produci e più il costo medio per unità aumenta.

Quando $C_{Medio} = C_{Marginale}$ non ho ne economie ne diseconomie.

Una funzione di costo di questo tipo è: $C_{tot}(y) = 3y$

Esercizio

Determinare il minimo prezzo a cui vendere 10 unità avendo la seguente funzione di costo:

$C_{tot}(y) = 3y + 10$

Soluzione

Produrre 10 unità ($y = 10$) mi costa: $C_{tot} = 3 \cdot 10 + 10 = 40$

Per non andare in perdita i profitti devono essere maggiori o uguali a zero. Quindi:

$$Profitti = Ricavi - C_{tot} \geq 0 \quad => \quad Ricavi \geq 40$$

Quindi dato che devo avere dei ricavi (derivanti dalla vendita delle 10 unità) almeno pari a 40 significa che devo vendere ciascuna unità a 4.

Tutto questo si poteva evitare semplicemente calcolandosi il costo medio:

$$C_{Medio} = 3 + \frac{10}{y} = 3 + \frac{10}{10} = 4$$

Quindi il costo medio indica anche il minimo prezzo a cui vendere le singole unità.

14 Novembre 2012 – Fila F – Esercizio 3

Quali sono le motivazioni per cui i costi totali di lungo periodo sono non superiori ai costi di breve, al variare della y?

Soluzione

Perché i costi di lungo periodo rappresentano per ogni valore della y i costi ottimali.

14 Novembre 2012 – Fila F – Esercizio 2

Un'azienda è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione. Supponendo che i due input abbiano lo stesso prezzo e che la funzione di costo totale sia $C_{tot}(y) = 24y$, qual è il prezzo degli input?

Y	Z_1	Z_2
0	0	0
1	2	4
2	4	8

Soluzione

$\omega_1 = \omega_2 = \omega$

Fisso un valore di y, ad esempio: $y = 1$

Allora usando i dati della tabella, in particolare la seconda riga, che mi indica quanto utilizzo gli input per il valore di y scelto, avrò:

$$C_{tot}(y = 1) = 24 \cdot 1 = 2\omega + 4\omega$$

Questo perché il costo totale è dato dalla somma dei costi degli input:

$$C_{tot}(y) = 24y = \omega_1 z_1 + \omega_2 z_2$$

Quindi risolvendo l'equazione ad un'incognita precedente si ottiene: $\omega = 4$

14 Novembre 2012 – Fila G – Esercizio 2

Se un'azienda ha soli costi variabili che crescono quadraticamente con la produzione, che tipo di economie/diseconomie ha? Se ai costi variabili si aggiungono costi fissi, cambiano le valutazioni circa la presenza di economie/diseconomie?

Soluzione

Un costo variabile che cresce quadraticamente è della forma:

$$C_{tot}(y) = ay^2$$

Quindi costo medio e marginale sono:

$$C_{Medio}(y) = ay \qquad C_{Marginale}(y) = 2ay$$

Poiché $C_{Marginale} > C_{Medio}$ si hanno diseconomie di scala, ciò significa che produrre un'altra unità aggiuntiva mi costa più di quanto in media mi costano le singole unità.

In realtà si poteva rispondere fin da subito, poiché se la funzione di costo cresce linearmente non ho ne economie ne diseconomie, se è parabolica ho diseconomie.

Se avessi avuto, invece, anche un costo fisso, la forma della funzione di costo sarebbe del tipo:

$$C_{tot}(y) = ay^2 + C_{Fisso}$$

Quindi:

$$C_{Medio}(y) = ay + \frac{C_{Fisso}}{y} \qquad C_{Marginale} = 20y$$

Verifico se $C_{Medio} > C_{Marginale}$:

$$ay + \frac{C_{Fisso}}{y} > 2ay \quad => \quad ay^2 < C_{Fisso} \quad => \quad y < \sqrt{\frac{C_{Fisso}}{a}}$$

Quindi solo per y bassi (in particolar modo minori di $\sqrt{C_{Fisso}/a}$) si ha che $C_{Medio} > C_{Marginale}$ e quindi ho economie di scala, altrimenti ho diseconomie.

Se il costo fisso fosse stato molto grande avrei avuto in qualsiasi caso economie di scala perché ay^2 sarebbe diventato trascurabile.

14 Novembre 2012 – Fila H – Esercizio 3

Supponiamo che il costo marginale di produzione di un determinato bene sia pari a 4, costante al variare della produzione. Se siamo nel breve periodo e, producendo 10 unità non possiamo superare un prezzo di vendita di 6 euro, quanto possiamo sostenere al massimo come costo fisso?

Soluzione

Poiché $C_{Marginale} = 4$ si ha che:

$$C_{Marginale} = \frac{dC(y)}{dy} = 4 \quad => \quad C(y) = \int 4\, dy = 4y$$

Quindi aggiungendo il costo fisso, abbiamo un costo totale pari a:

$$C_{tot}(y) = 4y + C_{Fisso}$$

Il costo totale per $y = 10$ unità è al massimo 60, perciò:

$$60 = 4 \cdot 10 + C_{Fisso} \qquad => \qquad C_{Fisso} = 20$$

14 Novembre 2012 – Fila A – Esercizio 3

Un'azienda ha costi fissi pari a 300 euro e costi variabili linearmente con y, la quantità prodotta. Se il costo totale di produzione, per produrre 20 unità è pari a 500 euro, si dimostri che il costo marginale di produzione è costante e se ne valuti l'importo.

Soluzione

Poiché i costi variabili variano linearmente, sono della forma:

$$C_{Variabili}(y) = ay$$

Il costo marginale è costante poiché il costo è lineare:

$$C_{tot}(y) = ay + 300 \qquad\qquad C_{Marginale}(y) = a$$

Per calcolare l'importo (cioè il prezzo a cui vendere le 20 unità per sanare il costo totale di 500) basta fare:

$$500 = 300 + a \cdot 20 \qquad => \qquad a = 10$$

14 Novembre 2012 – Fila C – Esercizio 3

Un'azienda produce un output sostenendo un costo medio di produzione pari a 10 euro, costante, qualunque siano le unità di output prodotte. L'azienda può sfruttare economie di scala di produzione?

Soluzione

La funzione di costo totale deve essere necessariamente lineare poiché:

$$C_{Medio}(y) = \frac{C_{tot}(y)}{y} = 10 \qquad => \qquad C_{tot}(y) = 10y$$

Quindi $C_{Medio} = C_{Marginale}$ e dunque non ci sono ne economie ne diseconomie di scala.

14 Novembre 2012 – Fila H – Esercizio 1

Si determini la funzione di domanda inversa relativa ad un bene con mercato ad elasticità costante pari a -4 e nel quale ad un prezzo pari a 2 euro vengono vendute 64 unità di bene.

Soluzione

Poiché le domande del tipo:

$$q = \frac{a}{p^b}$$

Hanno ε costante ($\varepsilon = -b$) quindi:

$$64 = \frac{a}{2^4} \quad => \quad a = 64 \cdot 16 = 1024$$

Dunque:

$$q = \frac{1024}{p^4} \qquad => \qquad p = \sqrt[4]{1024/q}$$

9 Novembre 2011 – Fila C – Esercizio 1

Per produrre un’azienda può scegliere tra due macchinari, rispettivamente di capacità 100 e 200 unità lavorate al giorno e del costo di 200 e 300 euro. Deve disporre, inoltre, di un secondo input produttivo, del costo unitario di 1 euro, variabile con la produzione e, rispettivamente, in corrispondenza 2:1 (per ogni unità prodotta devono essere usate 2 unità di input), se associato al primo macchinario, in corrispondenza 1:1 se associato al secondo macchinario. Si illustri l’andamento della curva di costo di lungo periodo nell’intervallo (0;400).

Soluzione

Quando devo produrre 0, ho un costo 0.

Quando devo produrre da 0 a 100 uso il primo macchinario e quindi ho un costo pari a $200 + 2y$.

Quando devo produrre fino a 200 uso il secondo macchinario, che mi costa $300 + y$

Se volessi utilizzare due macchinari con capacità 100 e costo 200 allora il costo totale sarebbe:

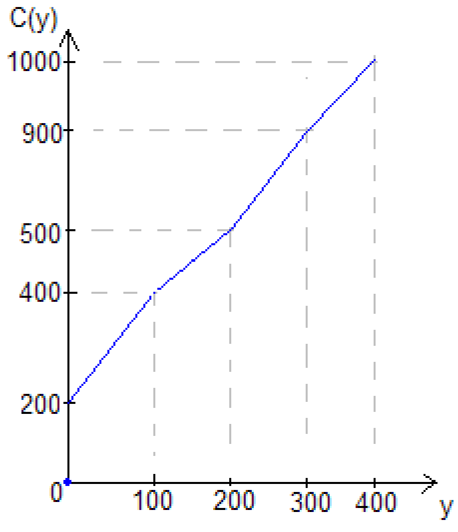
400 + 2y con y (cioè i pezzi prodotti) che può arrivare fino a 200.

In teoria potrebbe essere scritto come: 200 + 2y + 200 + 2y’ con una quantità di pezzi prodotti dal primo macchinario e dal secondo ciascuna pari a 100 (quindi sia y che y’ sono minori o uguali a 100). Possiamo inglobare tutto sotto un unico 2y dicendo che la quantità di pezzi prodotti complessivamente può essere al massimo pari a 200 ($y \leq 200$).

Quando devo produrre fino a 300 uso il primo macchinario e il secondo macchinario avendo quindi un costo pari a (200+2y)+(300+y).

Quando devo produrre fino a 400 uso due volte il secondo macchinario avendo un costo di 600+2y.

Il grafico è dunque:



9 Novembre 2011 – Fila A – Esercizio 1

Si definiscano i concetti di vincolo di bilancio, di curve di indifferenza. Si illustri, inoltre, graficamente il vincolo di bilancio di un consumatore che abbia un reddito pari a 200, che distribuisce nell'acquisto di due beni. I prezzi dei due beni siano, rispettivamente, 2 e 4 euro. Come varia il vincolo di bilancio in corrispondenza di un sussidio sul reddito del 20%?

Soluzione

Il vincolo di bilancio è:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 200$$

Questo mi dice che la somma delle spese non può superare il mio reddito.

L'inclinazione è data da:

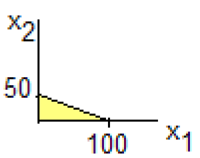
$$\frac{dx_2}{dx_1}$$

Che è il tasso marginale di scambio, cioè mi indica quanto sono disposto a scambiare un bene con l'altro.

Svolgendo i calcoli si può verificare che:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

Più semplicemente per disegnare la retta basta dividere il reddito per i prezzi e tracciare la retta passante per quei due punti:



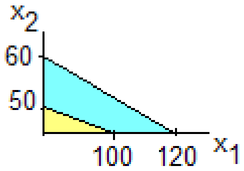
L’area del triangolo (evidenziata in giallo) è chiamato insieme di bilancio, ed è l’insieme di punti (chiamati anche panieri) acquistabili.

Aumentare il reddito del 20% significa fare: $m' = m + 20\%\, m = 200 + 40 = 240$

Quindi il nuovo vincolo diventa:

$2x_1 + 4x_2 \leq 240$

E quindi il grafico diventa:



Quindi la retta di bilancio si allontana dall’origine rimanendo parallela alla retta precedente.

14 Novembre 2012 – Fila D – Esercizio 1

Un consumatore ha la seguente funzione di utilità $U(x_1, x_2) = x_1^2 \cdot x_2^3$. I beni hanno prezzi rispettivamente p1=4, p2=2. Il reddito del consumatore sia 100 euro. Si determini la scelta ottima del consumatore in corrispondenza alle condizioni date.

Soluzione

La scelta ottima è data dal punto di tangenza tra retta di bilancio e curva d’indifferenza:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 100 \\ -\dfrac{dU/dx_1}{dU/dx_2} = -\dfrac{p_1}{p_2} \end{cases} = \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 100 \\ 2x_2 = 6x_1 \end{cases} = \begin{cases} x_1^* = 10 \\ x_2^* = 30 \end{cases}$$

Ora, devo accertarmi che la soluzione trovata sia effettivamente ottima.

Quindi mi calcolo l’utilità all’ottimo:

$U(10{,}30) = 10^2 \cdot 30^3 = 2700000$

E mi calcolo l’utilità nei punti di frontiera (cioè agli estremi della retta di bilancio):

$U(25{,}0) = 0 \qquad U(0{,}50) = 0$

Poiché l’utilità della soluzione appena trovata è maggiore di quella dei punti di frontiera ciò dimostra che le curve di indifferenza sono convesse e che quindi la nostra soluzione è effettivamente quella ottima.

14 Novembre 2012 – Fila B – Esercizio 1

Sia data la seguente funzione di domanda: $q = -3p + 10$. In corrispondenza di una quantità venduta pari ad 4, quanto vale l'elasticità della domanda? Cosa succederebbe ai ricavi dell'azienda se decidesse di aumentare il prezzo di vendita?

Soluzione

Mi calcolo q:

$q = -3p + 10 \quad => \quad 4 = -3p + 10 \quad => \quad p = 2$

Mi calcolo l'elasticità:

$$\varepsilon = \frac{dq/q}{dp/p} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -3 \cdot \frac{p}{q} = -3 \cdot \frac{p}{4} = -\frac{3 \cdot 2}{4} = -\frac{3}{2}$$

Poiché l'elasticità presa in modulo è maggiore di 1 si ha che la domanda è elastica. Aumentare il prezzo di vendita comporterebbe una diminuzione della domanda, ovvero una diminuzione dei ricavi.

14 Novembre 2012 – Fila G – Esercizio 1

Un consumatore ha utilità pari a U(x1,x2)=x1+3x2. Se il prezzo del secondo bene è pari a 15 euro, a quanto dovrà essere venduto il primo bene affinché il consumatore decida di acquistarlo? E quanto ne compra, al massimo, se ha un reddito pari a 300 euro?

Soluzione

$$-\frac{dU/dx_1}{dU/dx_2} = -\frac{p_1}{p_2} \quad => \quad -\frac{1}{3} = -\frac{p_1}{p_2} \quad => \quad -\frac{1}{3} = -\frac{p_1}{15} \quad => \quad p_1 = 5$$

Quindi il prezzo del bene uno deve essere almeno pari a 5.

Con $m = 300$:

$5x_1 + 15x_2 = 300$

Ma poiché voglio solo x_1 allora ho che $x_2 = 0$ quindi:

$5x_1 = 300 \quad => \quad x_1 = 60$

14 Novembre 2012 – Fila F – Esercizio 2

Un'azienda è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione. Supponendo che i due input abbiano lo stesso prezzo e che la funzione di costo totale sia C(y)=24y, qual è il prezzo degli input?

Y	z_1	z_2
0	0	0
1	2	4
2	4	8

Soluzione

$C_{tot}(y) = 24y = \omega_1 z_1 + \omega_2 z_2$

Sapendo che $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ e basandomi sulla tabella (in particolare sulla seconda riga), posso dire:

$24 \cdot 1 = \omega 2 + \omega 4 \quad => \quad \omega = 4$