

7ª Lista de PE

1. Identifique as hipóteses que estão sendo testadas em cada caso:
 - a) Uma companhia de transportes afirma que, em média, o intervalo de chegada entre sucessivos ônibus é de 15 minutos. Uma associação de usuários de transportes coletivos acha que a pontualidade é muito importante e pretende testar essa afirmação da companhia.
 - b) Os amortecedores de automóveis que circulam em cidades duram em média 30 mil quilômetros, segundo informações de algumas oficinas especializadas. Um proprietário de automóvel deseja testar essa afirmação.
 - c) Um veterinário conseguiu ganho médio diário de 3 litros de leite por vaca com uma nova composição de ração. Um pecuarista acredita que o ganho não é tão grande assim.
2. Garrafas de cerveja deveriam conter 600 ml, porém existem flutuações aleatórias. Os órgãos de fiscalização permitem oscilações e entendem esse número como a média dos conteúdos engarrafados. Discuta um critério para a aplicação de multas por diminuição do conteúdo engarrafado.
3. Um fabricante afirma que sua vacina previne 80% dos casos de uma certa doença. Um grupo de médicos desconfia que a vacina não é tão eficiente assim. Você poderia ajudá-los e indicar como resolver a questão?
4. Para decidir sobre o vício de uma moeda, são feitos 100 lançamentos e o número de caras é contado. Aceita-se o equilíbrio da moeda se obtivermos entre 45 e 50 caras, caso contrário, a moeda é considerada viciada. Discuta a eficiência desse critério.
5. Uma variável aleatória tem distribuição Normal e desvio padrão igual a 12. Estamos testando se sua média é igual ou diferente de 20 e coletamos uma amostra de 100 valores dessa variável, obtendo uma média amostral de 17,4.
 - a) Formule as hipóteses.
 - b) Obtenha a região crítica e dê a conclusão do teste para os seguintes níveis de significância: 1%, 2%, 4%, 6% e 8%.
6. Para uma variável aleatória com densidade Normal e desvio padrão 5, o teste da média $\mu = 10$ contra $\mu = 14$, teve uma região crítica dada por $\{x \in \mathbb{R} : x > 12\}$ para uma amostra de tamanho $n = 25$. Determine as probabilidades dos erros tipo I e tipo II.
7. A vida média de uma amostra de 100 lâmpadas de certa marca é 1615 horas. Por similaridade com outros processos de fabricação, supomos o desvio padrão igual a 120 horas. Utilizando $\alpha = 5\%$, desejamos testar se a duração média de todas as lâmpadas dessa marca é igual ou diferente de 1600 horas. Qual é a conclusão?
8. Um estudo foi desenvolvido para avaliar o salário de empregadas domésticas na cidade de São Paulo. Foram sorteadas e entrevistadas 200 trabalhadoras. Admita que o desvio padrão dessa variável na cidade é de 0,8 salários mínimos.

- a) Você conhece a distribuição do estimador \bar{X} ? Se não, é possível fazer alguma suposição?
- b) Deseja-se testar se a média é igual a 3 salários mínimos ou menor. Formule as hipóteses adequadas.
- c) Para um nível de significância de 3% construa a região crítica.
- d) Se a amostra forneceu média de 2,5 salários mínimos, qual seria a conclusão?
9. Um pesquisador está realizando um teste para a média e obteve nível descritivo igual a 0,035. Ele não rejeitará a hipótese nula para níveis de significância superiores ou inferiores à 0,035?
10. **Com gabarito, mas sem solução** Uma máquina deve produzir peças com diâmetro de 2 cm. Entretanto, variações acontecem e vamos assumir que o diâmetro dessas peças siga o modelo Normal com variância igual a 0,09 cm². Para testar se a máquina está bem regulada, 100 peças são observadas e sua média calculada em 2,1 cm.
- a) Formule o problema como um teste de hipóteses (defina as hipóteses).
- b) Se considerarmos um nível de significância de 2%, qual seria a região crítica do teste?
- c) Supondo que a região de aceitação é $\{x \in \mathbb{R} : 1,9 \leq x \leq 2,1\}$, qual seria a probabilidade do erro tipo II se $\mu = 1,9$?
11. **Gabarito incompleto e sem solução** O atual tempo de travessia com balsas entre Santos e Guarujá é considerado uma variável aleatória com distribuição Normal de média 10 minutos e desvio-padrão 3 minutos. Uma nova balsa vai entrar em operação e desconfia-se que será mais lenta que as anteriores, isto é, haverá aumento na média especificada no modelo acima.
- a) Especifique as hipóteses em discussão.
- b) Interprete os erros tipo I e tipo II.
- c) Para uma amostra de 20 tempos de travessia com a nova balsa, obtenha a região crítica do teste considerando um nível de significância de 5%.
- d) Calcule a probabilidade do erro tipo II, se a nova balsa demora, em média, 2 minutos a mais que as anteriores para completar a travessia.
12. Uma variável aleatória tem distribuição Normal e desvio padrão igual a 10. Uma amostra de 50 valores dessa variável forneceu média igual a 15,2. Para cada um dos testes abaixo, responda qual o p-valor (nível descritivo).
- a) $H_0 : \mu = 18$ versus $H_a : \mu = 13$.
- b) $H_0 : \mu = 18$ versus $H_a : \mu < 18$.
- c) $H_0 : \mu = 18$ versus $H_a : \mu \neq 18$.
- d) $H_0 : \mu = 17$ versus $H_a : \mu = 14$.
13. A resistência de um certo tipo de cabo de aço é uma variável aleatória modelada pela distribuição Normal com desvio padrão 6 kgf. Uma amostra de tamanho 25 desses cabos, escolhida ao acaso, forneceu média igual a 9,8 kgf. Para o teste $\mu = 13$ contra $\mu = 8$, qual é o nível descritivo? Que conclusão você considera adequada?

14. Os pesos de salmões criados em uma incubadora comercial são normalmente distribuídos com um desvio padrão de 1,2 libras. O incubatório afirma que o peso médio da safra deste ano é de pelo menos 7,6 libras. Suponha que uma amostra aleatória de 16 peixes rendeu um peso médio de 7,2 libras.
 - a) Esta evidência é suficientemente forte para rejeitar as alegações do incubatório a um nível de significância de 5%?
 - b) Calcule o nível descritivo (p-valor) e explique o seu significado.
15. Admitindo que a pressão sanguínea arterial em homens siga o modelo Normal, 7 pacientes foram sorteados e tiveram sua pressão medida com os seguintes resultados: 84, 81, 77, 85, 69, 80 e 79.
 - a) Teste a hipótese de que a média é 82 com confiança de 5%.
 - b) Teste a hipótese de que a média é 82 contra a alternativa de ser 80 com confiança de 2%.
16. Uma amostra com 10 observações de uma variável aleatória Normal forneceu média 5,5 e variância amostral 4. Deseja-se testar, ao nível de significância de 5%, se a média na população é igual ou é menor que 6. Qual é a conclusão?
17. Um fabricante afirma que seus cigarros contêm não mais que 30 mg de nicotina. Uma amostra de 25 cigarros fornece média de 31,5 mg e desvio padrão amostral de 3 mg. Ao nível de 5%, os dados refutam ou não a afirmação do fabricante?
18. Um produtor especifica que o tempo de vida médio de um determinado tipo de bateria é de pelo menos 240 horas. Uma amostra de 18 dessas baterias, forneceu os seguintes dados:

237	242	232	242	248	230
244	243	254	262	234	220
225	236	232	218	228	240

Assumindo que a vida útil das baterias é aproximadamente normal, os dados indicam que as especificações não estão sendo atendidas se escolhermos um nível de significância de 5%?

19. O tempo de permanência de engenheiros recém formados no primeiro emprego, em anos, foi estudado considerando um modelo Normal com média e variância desconhecidas. Por analogia com outras categorias profissionais, deseja-se testar se a média é de 2 anos contra a alternativa de ser 3 anos. Para uma amostra de 15 engenheiros, a média obtida foi de 2,7 anos e o desvio padrão amostral de 1,4 anos. Ao nível de 1%, qual a conclusão do teste?
20. O número de pontos em um exame de inglês tem sido historicamente ao redor de 80. Sorteamos 10 estudantes que fizeram recentemente esse exame e observamos as notas: 65, 74, 78, 86, 59, 84, 75, 72, 81 e 83. Especialistas desconfiam que a média diminuiu e desejam testar essa afirmação através de um teste de hipóteses, com nível de significância de 5%. Fazendo as suposições necessárias, qual seria a conclusão do teste?

21. Sorteamos, ao acaso, 12 observações de uma variável aleatória que segue o modelo Normal. Da amostra obtivemos média 21,7 e desvio padrão 5,5. Determine o nível descritivo do teste $\mu = 18$ contra $\mu > 18$.
22. A resistência à ruptura em cabos de aço é considerada uma variável Normal com média e variância dependendo de outros fatores. Uma amostra de 12 cabos produzidos por uma empresa são levados a teste para indicar se eles podem ser usados na construção de uma ponte. Cada cabo, para ser usado, precisa ter carga média de ruptura de no mínimo 2500kg. Indique a conclusão que se pode retirar, baseado no nível descritivo, se os seguintes resultados foram observados:

2518	2492	2450	2535	2547	2486
2455	2499	2522	2505	2469	2440

23. Um fabricante garante que 90% dos equipamentos que fornece a uma fábrica estão de acordo com as especificações exigidas. O exame de uma amostra de 200 peças desse equipamento revelou 25 delas defeituosas. Teste, ao nível de 10%, a afirmação do fabricante. O que diz o p-valor?
24. Uma estação de televisão afirma que 60% dos televisores estavam ligados no seu programa especial do último domingo. Uma rede competidora deseja contestar essa afirmação e decide usar uma amostra de 200 famílias para um teste. Se durante a pesquisa 104 famílias afirmaram que estavam assistindo ao programa, teste a veracidade da afirmação da estação ao nível de 5%. O que diz o p-valor?
25. Para evitar um colapso na economia e combater a desigualdade um governante recém reeleito enviou ao congresso uma proposta de imposto progressivo sobre a renda além da taxaço de grandes heranças. Preocupado com sua popularidade após as medidas o candidato encomendou uma pesquisa para saber se a aprovação do seu governo, anteriormente calculada em 52%, permanece ou se houve um aumento significativo. A empresa contratada entrevistou 1.250 eleitores e 717 deles responderam que aprovam o governo atual. À partir do p-valor, qual deve ser a conclusão apresentada ao governante?

Respostas

1. a) $H_0 : \mu = 15$ versus $H_a : \mu \neq 15$.
b) $H_0 : \mu = 30.000$ versus $H_a : \mu \neq 30.000$.
c) $H_0 : \mu = 3$ versus $H_a : \mu < 3$.
2. Admita uma tolerância de t ml e multe se o conteúdo estiver abaixo de $600 - t$.
3. Escolha uma amostra, aplique a vacina e teste $H_0 : p = 0,8$ versus $H_a : p < 0,8$.
4. O critério parece estar desbalanceado, pois a flutuação ao redor do valor esperado está desigual. Um intervalo $(45, 55)$ parece mais adequado.
5. a) $H_0 : \mu = 20$ versus $H_a : \mu \neq 20$.
b) As regiões críticas são
$$\begin{aligned} \text{RC} &= \{x \in \mathbb{R} : x < 16,92 \text{ ou } x > 23,08\} \\ \text{RC} &= \{x \in \mathbb{R} : x < 17,20 \text{ ou } x > 22,80\} \\ \text{RC} &= \{x \in \mathbb{R} : x < 17,53 \text{ ou } x > 22,57\} \\ \text{RC} &= \{x \in \mathbb{R} : x < 17,74 \text{ ou } x > 22,26\} \\ \text{RC} &= \{x \in \mathbb{R} : x < 17,90 \text{ ou } x > 22,10\} \end{aligned}$$
6. 0,02275 e 0,02275.
7. Rejeitamos H_0 .
8. a) Não conhecemos a distribuição de \bar{X} . Supomos n grande o suficiente para que possamos aplicar o TLC.
b) $H_0 : \mu = 3$ versus $H_a : \mu < 3$.
c) $\text{RC} = \{x \in \mathbb{R} : x < 2,89\}$.
d) Rejeitamos a hipótese H_0 .
9. Ele não rejeitará H_0 para níveis de significância inferiores a 0,035.
10. a) $H_0 : \mu = 2$ versus $H_a : \mu \neq 2$.
b) $\text{RC} = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 1,93 \text{ ou } x \geq 2,07\}$ e a hipótese é rejeitada.
c) $\beta \approx 0,5$.
11. a)
b)
c) $\text{RC} = \{x \in \mathbb{R} : x > 11,07\}$.
d) 0,0823.

12. a) 0,0239.
 b) 0,0239.
 c) 0,0478.
 d) 0,1020.
13. Rejeitamos a hipótese nula.
14. a) Não rejeitamos H_0 .
 b) $\alpha^* = 0,0918$. Isso significa que a hipótese não seria rejeitada até um nível de significância de 9,18% que, sendo um valor mediano, indica a não rejeição de H_0 .
15. a) Não rejeitamos H_0 .
 b) Não rejeitamos H_0 .
16. Não rejeitamos H_0 .
17. Rejeitamos a afirmação do fabricante.
18. Os dados indicam que as especificações estão sendo atendidas.
19. Não rejeitamos H_0 .
20. Não rejeitamos a hipótese de que a média é 80.
21. Rejeitamos H_0 .
22. Não rejeitamos a hipótese de que a média é maior ou igual a 2500.
23. Temos fortes indícios à favor da afirmação do fabricante.
24. Temos fortes indícios contra a afirmação a emissora.
25. Houve um aumento significativo da popularidade do governante.