

Relazione di Laboratorio 3 - Rimbaldi

Walhout Francesco - Iallorenci Michele

6 settembre 2022

1 Introduzione

Una pallina elastica lasciata cadere da un'altezza h_0 completa un certo numero di rimbalzi, ad intervalli di tempo non costanti, prima di fermarsi. La sua energia meccanica varia di un fattore $\gamma < 1$ per ogni rimbalzo, per questo possiamo dire che l'altezza massima h_n raggiunta tra il rimbalzo n e il rimbalzo $n + 1$ è data dalla formula:

$$h_n = h_0 \gamma^n \quad (1)$$

Lo scopo dell'esperienza è quello di studiare il comportamento della pallina a partire dalle misure degli istanti di tempo dei rimbalzi, e confrontare le misure con i modelli matematici che predicono l'andamento delle altezze e la frequenza dei rimbalzi.

1.1 Strumenti utilizzati

- Una pallina elastica
- Uno smartphone o dispositivo di registrazione audio
- Un metro a nastro

2 Misure ed Analisi

2.1 Misurazione

Vogliamo misurare i tempi analizzando una registrazione audio dei rimbalzi della pallina (nel nostro caso una pallina da ping pong), quindi è necessario posizionare lo strumento di registrazione per terra vicino a dove faremo cadere la pallina e assicurarsi che l'ambiente sia sufficientemente silenzioso. Per poter conoscere il valore di h_0 , abbiamo utilizzato un metro a nastro per fare un segno su un muro ad 1 m dal suolo, e abbiamo poi lasciato cadere la pallina dall'altezza del segno, assicurandoci di lasciare spazio a sufficienza per evitare che la palla si scontri con il muro o con lo strumento di misurazione. Abbiamo registrato il rumore dei rimbalzi della pallina avviando la registrazione poco prima di lasciar cadere la pallina e arrestandola subito dopo l'ultimo rimbalzo.

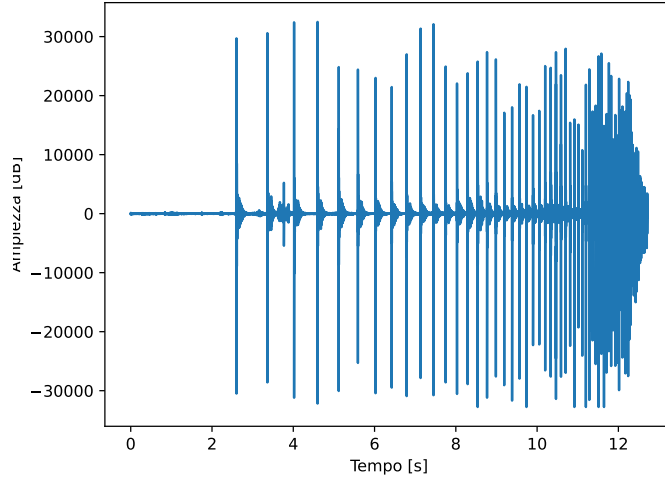


Figura 1: Grafico delle ampiezze della registrazione

2.2 Campionamento

Osservando il grafico delle ampiezze delle registrazioni fatte, si nota che ciascun rimbalzo ha un picco iniziale ben definito e una coda più lunga. Abbiamo scelto di campionare come istante di impatto il picco maggiore all'inizio di ciascun rimbalzo, ignorando la coda.

Per effettuare il campionamento abbiamo scritto un programma in python che individua gli intervalli di tempo in cui l'ampiezza della traccia audio sale sopra ad un threshold arbitrario e per ciascun intervallo restituisce il punto centrale come istante d'impatto. Come incertezza abbiamo utilizzato metà della durata del picco audio più lungo, che risulta essere 0.002 s.

I dati così ottenuti sono riassunti nella tabella 1, oltre il cinquantesimo rimbalzo diventa difficile distinguere i picchi perciò non abbiamo campionato ulteriori impatti.

2.3 Elaborazione dei dati

Utilizzando le leggi della cinematica per corpi in moto uniformemente accelerato, e ignorando quindi l'attrito dell'aria ed altre perturbazioni, si può dimostrare la seguente formula:

$$h_n = -\frac{1}{8}g(t_{n+1} - t_n)^2 \quad (2)$$

che ci permette di calcolare le altezze a partire dai dati di cui disponiamo.

Abbiamo quindi fatto un grafico di dispersione ed un fit di questi dati utilizzando la funzione `curve_fit` della libreria `scipy`, il risultato è mostrato in figura 2. Osservando il grafico dei residui ottenuto si nota che i punti che più si discostano dal modello utilizzato sono i primi, ovvero i rimbalzi effettuati da un'altezza notevolmente maggiore rispetto ai successivi.

Abbiamo quindi ritenuto opportuno eseguire un ulteriore fit ignorando i primi

Rimbalzo	Istante [s]	Rimbalzo	Istante [s]	Rimbalzo	Istante [s]
1	2.604	18	9.191	35	11.365
2	3.366	19	9.385	36	11.441
3	4.022	20	9.568	37	11.523
4	4.600	21	9.738	38	11.581
5	5.119	22	9.900	39	11.647
6	5.591	23	10.054	40	11.708
7	6.025	24	10.198	41	11.767
8	6.423	25	10.336	42	11.822
9	6.791	26	10.465	43	11.875
10	7.133	27	10.588	44	11.925
11	7.452	28	10.703	45	11.972
12	7.750	29	10.813	46	12.018
13	8.030	30	10.918	47	12.060
14	8.292	31	11.017	48	12.100
15	8.538	32	11.111	49	12.138
16	8.769	33	11.201	50	12.175
17	8.986	34	11.285		

Tabella 1: Istanti di ciascun rimbalzo della pallina. L'incertezza è di 0.002s.

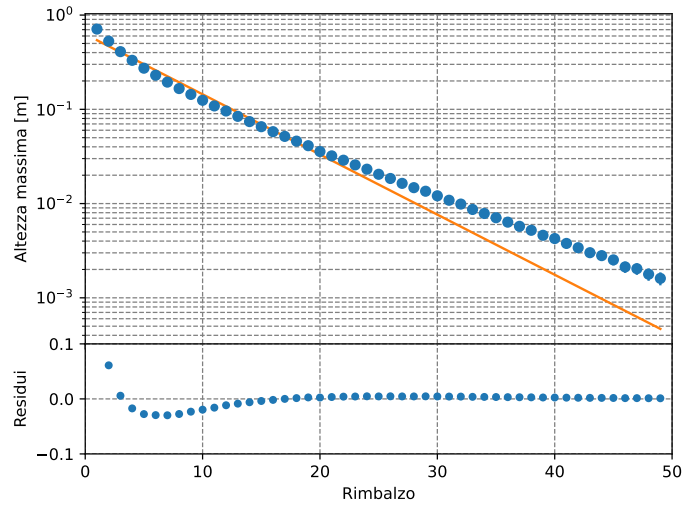


Figura 2: Grafico di dispersione delle altezze massime di ciascun rimbalzo, con best fit e grafico dei residui.

10 rimbalzi per verificare se gli urti a velocità più moderate si adattassero meglio al modello in considerazione, il risultato è mostrato in figura 3. Per entrambi i fit, i valori ottenuti per le altezze iniziali h_0 , il fattore γ e le relative incertezze sono mostrati in tabella 2

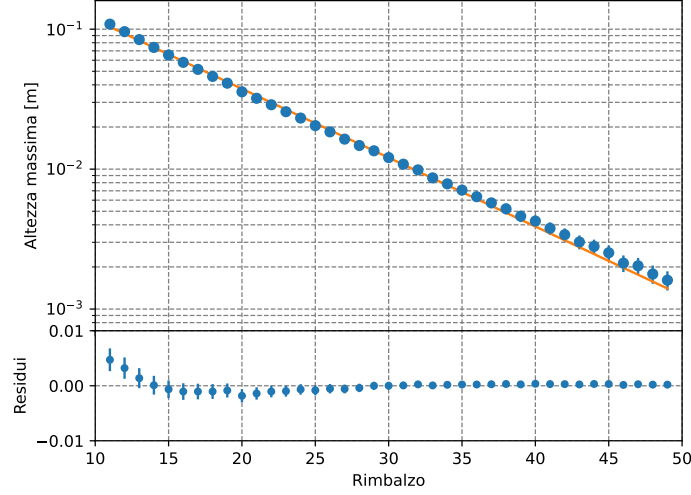


Figura 3: Grafico di dispersione con fit degli ultimi 40 rimbalzi della pallina.

Fit su 50 rimbalzi		Fit su 40 rimbalzi	
h_0 [m]	0.627	h_{10} [m]	0.116
σ_{h_0} [m]	0.024	$\sigma_{h_{10}}$ [m]	0.001
γ	0.8634	γ	0.8929
σ_γ	0.0036	σ_γ	0.0007

Tabella 2: Parametri ottenuti dai fit.

3 Conclusioni

Osservando i due diversi fit eseguiti, si può subito notare che in generale il modello esponenziale non descrive adeguatamente il comportamento della pallina, tuttavia considerando solo urti ad altezze (e quindi velocità) sufficientemente basse, i dati si adattano molto bene al modello scelto. Per determinare, nel caso generale, quale sia un'altezza iniziale sufficientemente bassa da rendere trascurabile l'errore commesso dal modello esponenziale sarebbe necessario studiare un modello più generale che descriva con maggiore precisione la perdita di energia della pallina e permetta quindi di determinare l'errore commesso dal modello esponenziale.

Possiamo ipotizzare che le cause dell'errore per i primi 10 rimbalzi siano la maggiore deformazione della pallina causata dalla velocità degli urti e il maggiore attrito con l'aria a cui la pallina va incontro muovendosi a velocità maggiori lungo traiettorie più lunghe.

Per quanto riguarda i valori ottenuti per le altezze iniziali h_0 per il primo fit si è ottenuto un valore inferiore di quello misurato, anche se considerassimo 5 cm di incertezza sulla misura (molto superiore alla risoluzione strumentale di 1 mm). Per il secondo fit, secondo l'equazione 2, l'altezza massima raggiunta prima dell'undicesimo rimbalzo è (0.125 ± 0.002) m, questa quantità risulta incompatibile con quella ottenuta attraverso il fit che è decisamente inferiore.