Relazione di Laboratorio 1 - Pendolo Quadrifilare

Iallorenzi Michele - Wallout Francesco

6 settembre 2022

1 Introduzione

L'esperimento verte sullo studio del moto del Pendolo Quadrifilare al fine di dimostrare la validità della relazione predetta dalla teoria tra il periodo e l'ampiezza dell'angolo di oscillazione del pendolo. Per studiare questo fenomeno, "usciamo" dal regime delle piccole oscillazioni e posizioniamo il pendolo in modo da avere un moto più duraturo (nel tempo), con ampie oscillazioni. Il pendolo è composto da 4 fili che sorreggono un pezzo di legno (agli spigoli del blocco), in questo modo la traiettoria del pendolo si sviluppa su un piano (avviene un moto piano) ed il pendolo sarà stabile.
Al di sotto del blocchetto, troviamo un pezzo di piombo, che serve ad aumentare il peso dell'oggetto e rendere quindi trascurabile l'attrito dell'aria ed altre possibili perturbazioni.
Una bandiera metallica attaccata al pendolo ottura una fotocellula ogni volta che il pendolo raggiunge il punto più basso della sua traiettoria, questo permette ad un calcolatore connesso alla fotocellula di misurare il periodo di otturazione e il tempo di transito, ovvero il tempo per cui la fotocellula rimane coperta in ciascun passaggio.

2 Esperienza

2.1 Strumenti

- Pendolo Quadrifilare
- Cronometro
- Fotocellula (per contare le oscillazioni e la velocità istantanea)

2.2 Misurazione

Posizionare il grave ad un ampiezza abbastanza grande per permettere al pendolo di oscillare il più a lungo possibile. Appena parte il moto del pendolo, bisogna far partire il cronometro e poi fermarlo quando la bandiera del pendolo non registra più nessun oscillazione. Prima di questo esperimento è necessario prendere queste misure: "lunghezza del filo" (distanza tra punto di sospensione e centro di massa) (l), larghezza della bandierina (w), distanza tra punto di sospensione ed estremo della bandierina (d).

3 Elaborazione dati

3.1 Velocità del Pendolo

Sappiamo che la velocità di un qualsiasi pendolo (reale) diminuisce nel tempo. Immaginiamo quindi che ci sia uno smorzamento della velocità che varia sicuramente nel tempo, ma come varia la funzione velocità in funzione del tempo? Per scoprirlo facciamo un grafico che rappresenti le velocità in funzione del tempo e per ottenere la velocità del pendolo utilizziamo questa relazione:

$$v = \frac{wl}{t_T d} \tag{1}$$

(t_T è il tempo di transito della bandierina nel punto di massima velocità) Otterremo il grafico in figura 1.

Grazie alla scala semilogaritmica, notiamo subito che i dati sembrano dispor-

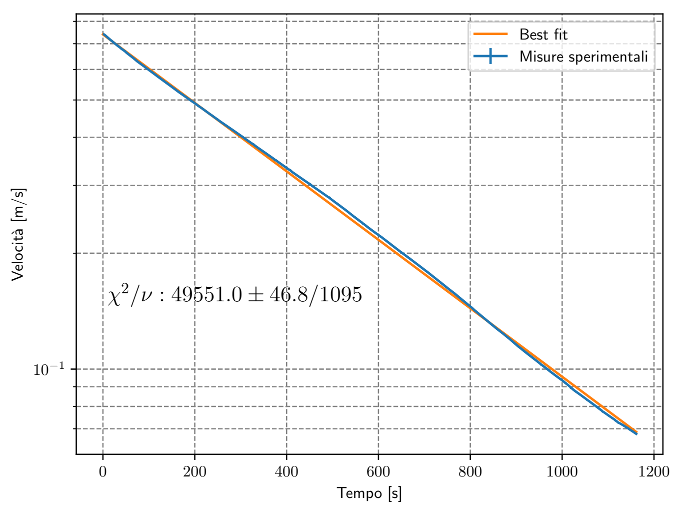

Figura 1: Grafico delle velocità massime di ciascun oscillazione in funzione del tempo trascorso.

si approssimativamente secondo una legge esponenziale, quindi cerchiamo una relazione che sarà del tipo:

$$v(t) = v_0 e^{-\lambda t} \tag{2}$$

Come valore per il parametro v_0 utilizziamo semplicemente il primo valore ottenuto tramite l'equazione 1. Per trovare il valore λ eseguiamo un fit dei minimi quadrati utilizzando la funzione curve_fit di scipy, in questo modo troveremo un certo valore di λ, da cui possiamo inoltre ottenere il tempo di smorzamento $\tau = \frac{1}{\lambda}$.
Il fit ottenuto è mostrato in figura 1.

$$v_0 = (0.740 \pm 0.002)\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$
$$\lambda = (0.002\,046\,8 \pm 0.000\,000\,9)\,\mathrm{Hz}$$
$$\tau \pm \sigma_\tau = \frac{1}{\lambda} \pm \frac{\sigma_\lambda}{\lambda^2} =$$
$$= (488.5 \pm 0.2)\,\mathrm{s}$$

3.2 Periodo del pendolo

Per calcolare l'ampiezza delle oscillazioni, assumiamo trascurabile l'attrito con l'aria e ricaviamoci la relazione energetica:

$$mgl(1 - cos\theta_0) = \frac{1}{2}mv_0^2 \tag{3}$$

ottenuta uguagliando l'Energia Potenziale nel punto di massima altezza e l'Energia Cinetica nel punto di massima velocità per il Teorema della Conservazione dell'Energia Meccanica (ovviamente le forze in gioco sono tutte conservative e quelle non conservative fanno lavoro nullo). Si ricava che:

$$\theta_0 = \arccos\left(1 - \frac{v_0^2}{2gl}\right) \tag{4}$$

Sappiamo che è possibile fare uno sviluppo in serie di Taylor del periodo del pendolo, ottenendo il seguente risultato:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{16}\theta_0^2 + \frac{11}{3072}\theta_0^4 + ...\right) \tag{5}$$

Nel codice e nelle formule useremo solamente il secondo ordine di questo sviluppo e verificheremo quindi la validità di questa approssimazione.
L'angolo θ è noto perché si ottiene dalla 4, che varia secondo la velocità e quest'ultima è nota per la 1.
Possiamo inoltre ottenere un incertezza σ_T per i periodi predetti da questo modello attraverso la normale propagazione delle incertezze, conoscendo le incertezze di misura su l, d e w; risulta che il valore massimo di σ_T è $0.03\,\mathrm{s}$
Abbiamo quindi sovrapposto i grafici delle misure di T ottenute in laboratorio e di quelle previste dalla 5, il risultato è mostrato in figura 2

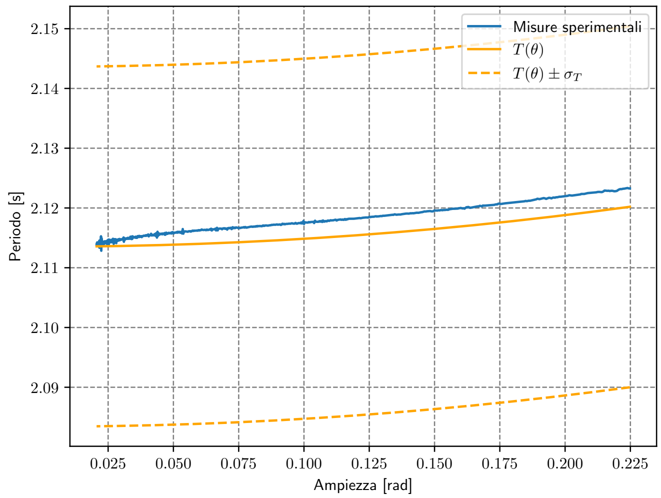

Figura 2: Grafici dei valori di T previsti dalla teoria e misurati in laboratoriorio

4 Conclusioni

Il fit ottenuto mostrato in figura 1 si dimostra insoddisfacente dato l'elevato valore del χ^2, possiamo quindi affermare che lo smorzamento del pendolo, almeno sul lungo periodo analizzato, non segue un modello esponenziale e che quindi i valori ottenuti per λ e τ non sono fisicamente sensati.
Per quanto riguarda i periodi in funzione delle ampiezze, invece, il grafico 2 mostra come il modello matematico è molto vicino ai valori sperimentali relativamente all'incertezza di misura.