

# ディジタル仮想インピーダンスによる LR 回路を用いた 圧電シャント制振のための安定化補償\*

松井 徳志<sup>\*1</sup>, 高木 賢太郎<sup>\*2</sup>, 井上 剛志<sup>\*2</sup>, 瀧上 唯夫<sup>\*3</sup>

## Stability Compensation for Piezoelectric Shunt Damping with a LR Circuit Using Digital Virtual Impedance

Atsushi MATSUI<sup>\*1</sup>, Kentaro TAKAGI, Tsuyoshi INOUE and Tadao TAKIGAMI

<sup>\*1</sup> Dept. of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University  
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, 464-8603 Japan

Piezoelectric shunt damping is a unique technique, which utilizes a piezoelectric element as both an actuator and a sensor. In this paper, we consider a virtual impedance circuit with a DSP. The analog lowpass filters are necessary for anti-aliasing and smoothing in the use of the digital virtual impedance, however the system becomes unstable due to the filters. Therefore we conduct stability analysis with the open-loop transfer function and propose a simple method for stabilizing the system using a digital band-pass filter. Experimental results show the effectiveness of the proposed method for the shunt damping with the digital virtual impedance.

**Key Words** : Piezo-Element, Vibration Control, Smart Structure, Synthetic Impedance

### 1. は じ め に

圧電素子の逆圧電効果と圧電効果を同時に利用し構造物の制振を行う方法として、圧電受動制振や圧電シャント制振と呼ばれる方法がある<sup>(1)(2)</sup>。図 1 に圧電シャント制振の概念図を示す。この方法は制振対象の構造物に取り付けられた圧電素子に電気回路(シャント回路)を接続し、その回路のインピーダンスを適切に設計することにより、制振効果を得るというものである。単一の圧電素子で制振が可能であるためセンサが不要な制振手法であり、またシャント回路が受動素子で構成される場合には安定性が保証されるという特長がある。

特にシャント回路としてコイルと抵抗からなる LR 回路を用いた場合、動吸振器と同様の特徴をもち<sup>(2)</sup>、安定性は保証される反面適切な制振効果を得るためには敏感なインダクタンス値の微調整が必要である<sup>(3)</sup>。LR 回路のインダクタンスや抵抗値は、設計式が提案されており<sup>(2)</sup>、さらに設計に必要な制振対象モードのパラメータは 3 つだけですむ。ところが、必要とされるインダクタンスは数十～数百[H]と非常に大きくなる場合が多い。このような高いインダクタンスをもつコイルを実際に作製し所望のインダクタンスに微調整するのは困難をとまなうため、電子インダクタやジャイレータもしくは一般化インピーダンス変換器などと呼ばれる電子回路を用いてコイルを模擬して実現する方法が従来広く用いられてきた<sup>(1)</sup>。近年、さらに調整や設計の自由度を上げる方法として、シャント回路を制御電源(アンプ)におきかえることで仮想的にインピーダンスを創り出す方法が提案された<sup>(4)~(9)</sup>。仮想インピーダンスによって実現される自由度の大きなシャント回路設計により、制振性能対質量比の向上や、複数モードの制振などが期待でき、さらにはディジタル信号処理と組み合わせることにより<sup>(4)(8)</sup>、アクティブ制御の知見を活かした高度な振動抑制機能の実現も今後期待できる。これまでに提案されている単純な仮想インピーダンス回路としては、アナログ微分回路を用いることで LR 回路を模擬したものや、またアナログ積分回路を用いることで負性キャパシタ回路を模擬したものが知られている<sup>(6)</sup>。仮想インピーダンスを用いる場合においても、

\* 原稿受付 2010 年 11 月 11 日

<sup>\*1</sup> 学生員, 名古屋大学工学研究科 (〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)

<sup>\*2</sup> 正員, 名古屋大学工学研究科 (〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)

<sup>\*3</sup> 正員, 鉄道総合技術研究所 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

Email: takagi@nuem.nagoya-u.ac.jp



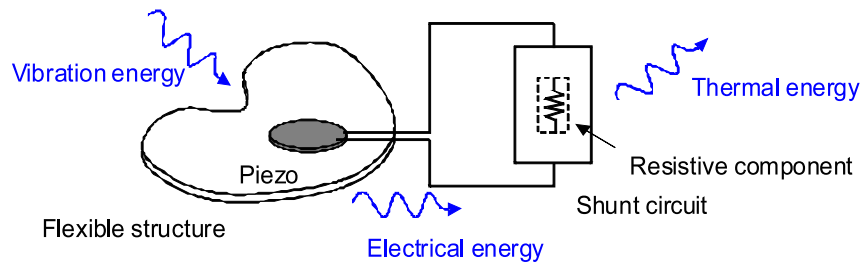


Fig. 1 Illustration of Piezoelectric Shunt Damping

受動回路の働きを模擬したものであれば受動性によって安定性が保証されるはずであり、実際アナログ微分回路の場合には LR 回路とほぼ同等の制振効果があることが報告されている<sup>(6)(9)</sup>。アナログ制御の代わりにディジタル制御を仮想インピーダンスに組み合わせる場合には、むだ時間やアンチエイリアシングフィルタ、平滑化フィルタの考慮が必要になる。通常の電気・機械系における制御では、サンプリング間隔が十分に短く、フィルタのカットオフ周波数が十分に高ければ、ディジタル制御による影響を無視することが多い。しかしながら、ディジタル制御された仮想インピーダンスを圧電材料に接続した場合の特性や系の安定性について自明ではないにもかかわらず、従来はまったく考慮されてこなかった。実験においてディジタル制御された仮想インピーダンスを圧電材料に接続すると、サンプリング周波数やフィルタのカットオフ周波数を非常に高くしても不安定化することが観察される。そこで本論文では、受動素子の代わりに制御されたインピーダンスを接続した圧電シャント制振系の特徴を明らかにすることを目的とし、ディジタル制御された仮想インピーダンスに単純な LR 回路を模擬する制御則を適用した場合の安定性解析を行う。そして、開ループ伝達関数に着目し、不安定化の原因とそれを防ぐ簡易な安定化補償法について議論する。

本論文の構成は以下のとおりである。まず圧電素子に接続するシャント回路のインピーダンスとして LR 直列回路を用いたときの最適な素子値の設計法と、DSP(Digital Signal Processor)などの計算機を用いて仮想的にインピーダンスを実現する方法<sup>(5)(8)</sup>を確認する。次に理想的な LR シャント回路を用いる場合と DSP によるディジタル仮想インピーダンスを用いる場合とをモデルを用いて解析を行う。特に、DSP の AD 入力において制御ループを切断した場合の開ループ伝達関数に着目し、ゲイン余裕をみて安定性解析を行う。そして、開ループ伝達関数が微分特性を持つために、制御ループにアンチエイリアシングや平滑化のためのフィルタなどによるわずかな位相遅れ要素があるだけでも不安定化することを明らかにする。そして、それを防ぐ方法として、理想とするインピーダンスとそれを安定化補償するためのバンドパスフィルタから構成される簡易な設計方法を提案する。さらにバイモルフ型の圧電セラミクスを用いて実験を行い、提案手法による安定化とその制振性能を確認する。

## 2. 圧電構造物のシャント制振のモデル

### 2.1 支配方程式

本節では、圧電構造物の機械的特性と電気的特性のモデルを示す<sup>(3)(9)(10)</sup>。制振対象とする機械構造物に外部電気回路(シャント回路)を接続した圧電素子を取り付ける。この機械構造物の位置  $r$ 、時刻  $t$  の変位を  $w(r, t)$  とすると、モード変位  $\eta_i(t)$  とモード形状関数  $\phi_i(r)$  によって変位  $w(r, t)$  は

$$w(r, t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t) \phi_i(r) \quad (1)$$

とあらわせる。ここで  $N$  はモードの総数である。本論文ではこの機械構造物の第  $n$  次モードのみに着目し、図 2 に示すような 1 自由度系として表現できると仮定する。PZT は圧電素子を指す。図 2 中の  $m_n, c_n, k_n$  はそれぞれモード質量、モード減衰係数、モード剛性であり、また  $v_n, f_n^p, f_n^d$  はそれぞれ圧電素子端子間電圧、逆圧電効果による力、系に働く外力である。 $\phi_n^d$  は外力  $f_n^d$  の  $n$  次モードへの寄与の大きさを表し、外力を集中外力としその作用する位置を  $r_d$  とすると  $\phi_n^d = \phi_n(r_d)$  である。モード変位  $\eta_n$  に関する運動方程式は次式で表される。

$$m_n \ddot{\eta}_n(t) + c_n \dot{\eta}_n(t) + k_n \eta_n(t) = -f_n^p(t) + \phi_n^d f_n^d(t) \quad (2)$$

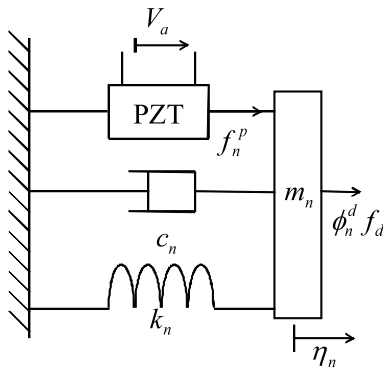


Fig. 2 Mechanical System Model

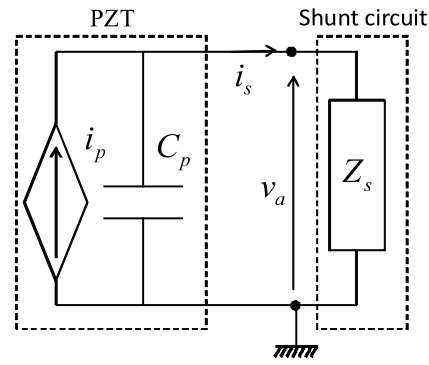


Fig. 3 Electrical System Model

また，圧電素子による逆圧電効果はモード空間で次のようにあらわせる．

$$f_n^p(t) = \psi_n v_a(t) \quad (3)$$

ここで  $\psi_n$  は圧電効果を表す定数であり，モード電気機械結合係数と呼ぶ．

図 3 は圧電素子の電気的特性の等価回路を表しており，それはキャパシタと電流源の並列回路からなる．図 3 中の  $C_p$  と  $Z_s(s)$  はそれぞれ圧電素子のキャパシタンスとシャント回路のインピーダンスであり， $i_p, i_s$  はそれぞれ圧電素子から生ずる電流，シャント回路へ流入する電流である．圧電素子のキャパシタに関して，次式が成り立つ．

$$v_a(t) = \frac{1}{C_p} \int (i_p(t) - i_s(t)) dt \quad (4)$$

また，シャント回路のインピーダンスに関して，次式が成り立つ．

$$Z_s(s) \tilde{i}_s(s) = \tilde{v}_a(s) \quad (5)$$

なおここではシャント回路の動特性を限定しないために伝達関数表現を用いた．また，本論文ではラプラス変換した変数は  $i_s(t) \rightarrow \tilde{i}_s(s)$  のように  $\sim$  をつけてあらわす．図 3 では電流源として示した，圧電素子による圧電効果は，モード空間で  $n$  次モードのみを考慮して近似すると

$$i_p(t) = \psi_n \dot{\eta}_n(t) \quad (6)$$

としてあらわせる．

式 (2), (3), (4), (5), (6) が系の支配方程式となる．圧電シャント制振では，適切なインピーダンス  $Z_s$  を設計することにより，対象とする振動モードの制振を行うことが目的となる．

## 2.2 シャント回路に理想 LR 直列回路を用いた場合の解析

この節ではシャント回路として理想 LR 直列回路を用いた場合の解析を行い，その特性を述べる．特に，圧電素子のキャパシタンスとシャント回路のインピーダンスを合わせた電気回路系の特性が制振効果に大きな影響を及ぼすことを示す．

外力  $f_d$  から変位  $\eta_n$  までの伝達関数  $G_{\eta_n f_d}(s) = \frac{\tilde{\eta}_n}{\tilde{f}_d}$  を求める．式 (2), (3), (4), (6) をラプラス変換し， $v_a$  と  $i_p$  を消去して整理すると以下ようになる．

$$\tilde{\eta}_n(s) = \frac{1}{m_n(s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2)} \left( -\psi_n \tilde{v}_a(s) + \phi_n^d \tilde{f}_d(s) \right) \quad (7)$$

$$\tilde{v}_a(s) = \frac{1}{C_p s} \left( \psi_n s \tilde{\eta}_n(s) - \tilde{i}_s(s) \right) \quad (8)$$

ここで，モード減衰比  $\zeta_n$  と第  $n$  次固有振動数  $\omega_n$  をそれぞれ，

$$\zeta_n := \frac{c_n}{2\sqrt{m_n k_n}}, \quad \omega_n := \sqrt{\frac{k_n}{m_n}} \quad (9)$$

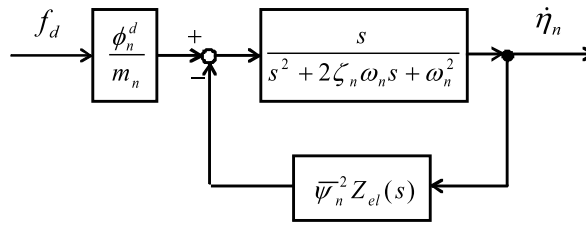


Fig. 4 Feedback Representation of the Mechanical System and the Electrical System

とした．また正規化されたモード電気機械結合係数を，

$$\bar{\psi}_n := \frac{\psi_n}{\sqrt{m_n}} \quad (10)$$

とおき，以上の式 (7), (8), (5) から  $\hat{v}_a$ ,  $\hat{i}_s$  を消去すると， $G_{\eta_n f_d}(s)$  は次式のように書ける．

$$G_{\eta_n f_d}(s) = \frac{1}{s^2 + (2\zeta_n \omega_n + \bar{\psi}_n^2 Z_{el}(s))s + \omega_n^2} \cdot \frac{\phi_n^d}{m_n} \quad (11)$$

ここで  $Z_{el}(s)$  は

$$Z_{el}(s) := \frac{Z_s(s)}{C_p s Z_s(s) + 1} \quad (12)$$

であり，圧電素子のキャパシタンスとシャント回路を合わせた電気系のインピーダンスを表す．

式 (11) をみると，式 (7) と比較して減衰係数に相当する部分が  $2\zeta_n \omega_n$  から  $2\zeta_n \omega_n + \bar{\psi}_n^2 Z_{el}(s)$  になっていることがわかる．このことから， $\omega_n$  付近における角振動数において， $Z_{el}(j\omega)$  の位相が 0 度であれば，速度フィードバックと同様の効果が得られることになり，減衰効果が付与できると予想される．図 4 に，式 (11) と等価な，機械構造系と電気系  $Z_{el}$  の接続を表すブロック線図を示す．LR 直列シャント回路を用いた場合，シャント回路のインピーダンス  $Z_s$  は

$$Z_s^{LR}(s) = Ls + R \quad (13)$$

と書ける．LR 直列シャント回路の素子の最適設計は，動吸振器の設計方法である定点理論を用いると以下のようになる<sup>(1)(2)</sup>．

$$L_{fp} = \frac{1}{C_p \omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2}, \quad R_{fp} = \frac{1}{C_p \omega_n^2 + \bar{\psi}_n^2} \sqrt{\frac{2\bar{\psi}_n^2}{C_p}} \quad (14)$$

ここで， $L_{fp}$ ,  $R_{fp}$  は定点理論により定められた  $L$ ,  $R$  の値を意味する．なお，ここで最適設計とは  $f_d \mapsto \eta_n$  の伝達関数のピークゲインが最小となるような  $L$ ,  $R$  の設計に対応している．式 (13), (14) を式 (12) に代入し， $Z_{el}$  の極を求めると

$$-\sqrt{\frac{\bar{\psi}_n^2}{2C_p}} \pm j\sqrt{\omega_n^2 + \frac{\bar{\psi}_n^2}{2C_p}}$$

となり， $Z_{el}$  の固有角振動数は  $\sqrt{\omega_n^2 + \frac{\bar{\psi}_n^2}{2C_p}}$  となる．実際，実験では  $\bar{\psi}_n^2 / C_p \omega_n^2 \ll 1$  であり， $Z_{el}$  の固有角振動数は機械系の固有角振動数  $\omega_n$  に非常に近いことがわかる．これは，電気系の固有角振動数を機械系の固有角振動数に合うようにシャント回路のパラメータ調整を行っているとして解釈することができる．もし電気系と機械系の固有角振動数が大きくずれた場合には制振効果がほとんど無くなり，動吸振器と同様にパラメータの変化に対して性能が敏感であることが知られている<sup>(3)</sup>．そのため，次節で述べる仮想インピーダンスを用いて理想 LR 回路と同様の効果を実現するためには， $\omega_n$  付近の角振動数における  $Z_{el}$  の特性を理想 LR 回路の場合によく一致させる必要がある．

### 2.3 仮想インピーダンスの実現

入力から出力までの伝達関数を自由に設計できる DSP を用いたソフトウェアによる演算によって仮想的にインピーダンスを創り出すことを考える．図 5 のように実現したいシャント回路のインピーダンス（例えば直列 LR 回路）が仮想インピーダンス  $Z_{vir}(s)$  と実抵抗  $R_{in}$  の直列回路で置き換えられたとする．すなわち，

$$Z_s(s) = R_{in} + Z_{vir}(s) \quad (15)$$

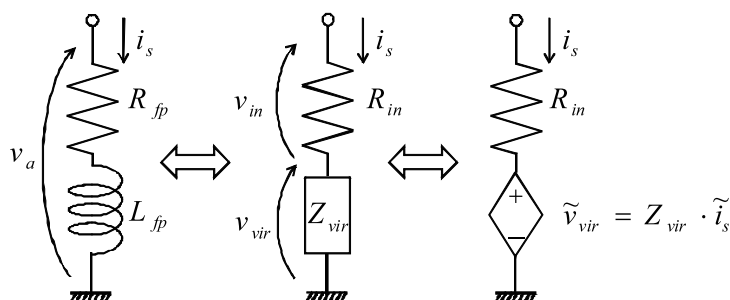


Fig. 5 Virtual Impedance

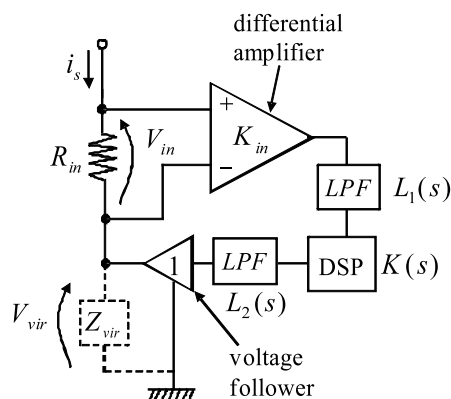


Fig. 6 Shunt Circuit with a Virtual Impedance Implemented with a DSP

と置き換える．ここで実抵抗  $R_{in}$  は電流計測のための抵抗であり， $Z_{vir}(s)$  は仮想的に実現されたインピーダンスである．電流  $i_s$  が流れる場合の  $Z_{vir}(s)$ ,  $R_{in}$  のそれぞれの両端電圧を  $V_{vir}$ ,  $V_{in}$  とする．シャント回路に流れる電流  $i_s$  は，実抵抗  $R_{in}$  の両端電圧  $v_{in}$  から

$$\tilde{i}_s(s) = \frac{1}{R_{in}} \tilde{v}_{in}(s) \quad (16)$$

として計測できる．また， $Z_{vir}$  の代わりに電圧  $v_{vir}$  をアンプなどの制御電圧源を用いて

$$\tilde{v}_{vir}(s) = Z_{vir}(s) \tilde{i}_s(s) \quad (17)$$

となるように与えることによって，インピーダンス  $Z_{vir}$  を仮想的に実現できる．すなわち， $i_s$  を計測し，電子回路やソフトウェアによる演算によって  $i_s$  と  $Z_{vir}$  から計算した  $v_{vir}$  を電圧源によって与えれば，あたかも  $Z_{vir}$  が存在することと等しくなる．

本論文では，図 6 に示す回路によって，仮想インピーダンスを実現する． $i_s$  に比例する電圧  $v_{in}$  は計装アンプによって  $K_{in}$  倍され，アナログローパスフィルタ  $L_1(s)$  の後で AD 変換され DSP 等の計算機に取り込まれる． $L_1(s)$  はナイキスト周波数以上の信号をカットするアンチエイリアシングのために用いている．計測した  $v_{in}$  をもとに，計算機内で演算を行う．計算機による演算では，任意の与えられた伝達関数  $K(s)$  を離散化して用いる．なお本論文ではサンプリング間隔が十分に小さく，制御帯域において  $K(s)$  の離散近似による影響は無視できるものとする．すなわち， $K(s)$  の離散化によって，制振に関する伝達特性は変化しないとする．演算によって得られた信号は DA 変換して出力され，アナログローパスフィルタ  $L_2(s)$  によって平滑化される．DA 変換後の信号は階段状であるため高調波を含み， $L_2(s)$  が無い場合には，圧電素子の電気的特性であるキャパシタの微分特性により，パルス状の大きな電流がサンプリング周期で発生してしまう．これは  $K(s)$  の離散近似の影響とは異なるもので，サンプリング間隔を非常に小さくしてもパルス状の電流が流れることで  $i_s$  が大きな高周波成分をもち問題となる．実際に，フィルタ  $L_1$  もしくは  $L_2$  を除いた場合には，系が発振し不安定化することを予備実験により確認している．そのため，アンチエイリアシングフィルタ  $L_1(s)$  と平滑化フィルタ  $L_2(s)$  を用いることとする． $L_2(s)$  によって平滑化された信号は，ボルテージフォロワによって電圧  $v_{vir}$  として出力される．

図 6 のような回路を用いた場合,  $Z_{vir}$  は次式のようになる.

$$Z_{vir}(s) = L_2(s)K(s)L_1(s)K_{in}R_{in} \quad (18)$$

式 (18) を式 (15) に代入すると, 仮想インピーダンスを用いた場合のシャント回路のインピーダンスが次のように得られる.

$$Z_s(s) = R_{in} + L_2(s)K(s)L_1(s)K_{in}R_{in} \quad (19)$$

次節では,  $K(s)$  を適切に設計することにより, 理想 LR 直列回路と同様な制振効果を得るための方法と安定化補償について述べる.

### 3. 解析と安定化補償

#### 3.1 理想 LR 直列回路を目標とした仮想インピーダンスの設計

仮想インピーダンスを用いて理想 LR 直列回路と同様の効果を得ることを目的とする場合,  $K(s)$  を適切に設計することにより, 式 (19) のインピーダンスを式 (13) に示したインピーダンス  $Z_s^{LR}$  に近づけることになる.  $L_1(s), L_2(s)$  のカットオフ周波数が十分に高ければ, 制振対象とする振動モード付近の角振動数において  $L_1(s), L_2(s)$  の影響は無視できる. そこで, まず  $K(s)$  を次のように設計した場合について考察する.

$$K^{ALR}(s) = \frac{1}{R_{in}K_{in}} \left( \frac{L_{fp}s}{\tau s + 1} + (R_{fp} - R_{in}) \right) \quad (20)$$

ここで,  $\tau$  は近似微分の時定数である. なお, 式 (20) を式 (19) に代入し,  $\tau \rightarrow 0, L_1(s) = L_2(s) \rightarrow 1$  とおくと,  $Z_s$  が式 (13) に示した理想 LR 直列回路のインピーダンス  $Z_s^{LR}$  に一致することがわかる.

式 (20) に示す  $K^{ALR}(s)$  を用いた場合, 制振対象とする振動モード付近の角振動数においては目標とする  $Z_s$  に近い周波数特性を持っていると考えられるが, 閉ループ系の安定性については何も保証されていない. 実際に後述の実験のパラメータの場合,  $K(s)$  として式 (20) を用いると (任意の  $\tau$  に対して) 系は不安定となる. そのため安定性の解析が必要であり, 次節では開ループ伝達関数に着目して解析を行う.

#### 3.2 開ループ伝達関数のゲイン余裕を用いた安定性解析

仮想インピーダンスシャント回路を理想 LR シャント回路と比較すると, その違いはローパスフィルタ  $L_1(s), L_2(s)$  と DSP によるフィルタ  $K(s)$  を含む閉ループがあることである. そこで,  $K(s)$  をコントローラとしてとらえ,  $K(s)$  の直前の信号でループを開く. 図 7 に仮想インピーダンス回路を開いた状態を示す. 図 7 で, 破線で囲まれた部分は圧電素子の等価回路である. 回路が開いた状態で,  $v_{vir}$  から  $i_s$  までの伝達関数を  $G_{i_s v_{vir}}(s)$  とおく.  $f_d \equiv 0$  とし, 式 (7), (8), (10) と,  $v_a = R_{in}i_s + v_{vir}$  であることを用いると,  $G_{i_s v_{vir}}(s)$  は次式となる.

$$G_{i_s v_{vir}}(s) = -\frac{s\{C_p(s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2) + \tilde{\Psi}_1^2\}}{(R_{in}C_p s + 1)(s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2) + R_{in}\tilde{\Psi}_1^2 s} \quad (21)$$

すると,  $K(s)$  をコントローラとみなした場合のフィードバック系の開ループ伝達関数  $G_o(s) (= -\tilde{y}/\tilde{u})$  は次式で表される.

$$G_o(s) = -L_1(s)K_{in}R_{in}G_{i_s v_{vir}}(s)L_2(s)K(s) \quad (22)$$

続いて, 後述の第 4 節の実験装置と同じパラメータを用いた数値例を示す. 図 8 は開ループ伝達関数のボード線図である. 実線は, 式 (20) に示した  $K^{ALR}(s)$  を式 (22) に代入したものである.  $\tau = 2.9552 \times 10^{-4}$  とし,  $L_1(s), L_2(s)$  はともにカットオフ周波数 4000[Hz], 4 次バターワース型ローパスフィルタ<sup>(12)</sup>とした. 比較として, 破線は  $L_1(s) = L_2(s) = 1, \tau = 0$  としたときの理想 LR 直列回路を用いた場合を示す. 破線で示される理想的な場合を見ると高周波帯域においてゲインが増大し, 定数に漸近するものの全周波数帯域で位相が  $\pm 180[\text{deg}]$  になることはないため, ゲイン余裕は無限大であり, 系は常に安定である. しかし実線で示されるローパスフィルタ  $L_1(s), L_2(s)$  を考慮した場合をみると, 約 2870[Hz] で位相が  $-180[\text{deg}]$  まで遅れ, その時のゲインは約 52.78[dB] と, 0[dB] を大きく上回っている. すなわちローパスフィルタによる位相遅れが原因となり, ゲインの増大する高周波帯域で位相が  $-180[\text{deg}]$  を下回り, ゲイン余裕が負 (ゲインが 1 以上) になって系が不安定となることがわかる. 実際に  $K(s)$  として式 (20) の  $K^{ALR}(s)$  を用いると系は不安定となり, 圧電素子が発振してしまう.

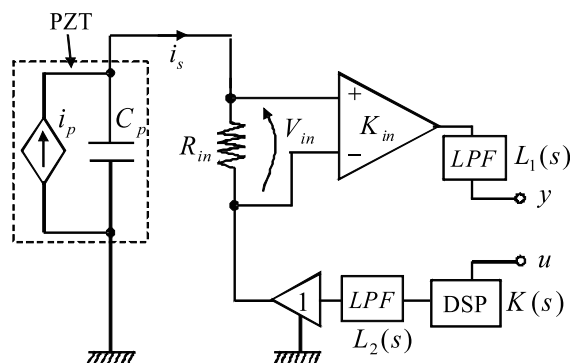


Fig. 7 Open-Loop Circuit Configuration of the Virtual Impedance

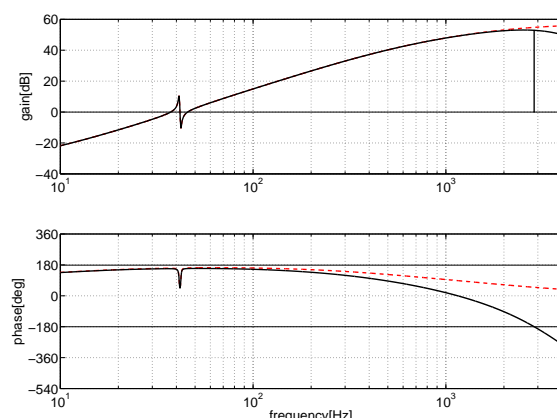


Fig. 8 Bode Diagram of Open-loop Transfer Function with Virtual Impedance (Without Compensation)

なお、わずかな位相遅れでも不安定になるのは、開ループ伝達関数  $G_o(s)$  が高周波になるほどゲインが大きくなるという微分特性を持つことに起因している。ローパスフィルタによって高周波では開ループ伝達関数の位相が  $-180[\text{deg}]$  を下回るが、フィルタのカットオフ周波数をいくら高くしても、高周波では  $G_o(s)$  のゲインが高いままで 1 を上回っているために、位相交差周波数においてゲイン余裕は負となる。そこで、安定化のためには位相交差周波数においてゲインを 1 未満にする必要がある。

### 3.3 バンドパスフィルタを用いた安定化補償とコントローラの設計

前小節で示した開ループ伝達関数の解析から、系の不安定化の原因は高周波で高い開ループゲインであるにもかかわらずローパスフィルタによって位相が  $-180[\text{deg}]$  を下回るためである。しかし、前述の理由によりアンチエイリアスや平滑化のためのローパスフィルタを取り替えることができない。そのため、 $G_o(s)$  が次に示す特性を持つような  $K(s)$  を設計することを考える。

- 制振対象とする振動モードの固有角振動数  $\omega_n$  付近の周波数において、式 (22) に示した  $G_o(s)$  の周波数特性が理想とする  $G_o(s)$  の周波数特性によく一致していること。ここで理想とする  $G_o(s)$  とは、式 (22) の  $K(s)$  に式 (20) を代入し、 $L_1 = L_2 = 1, \tau = 0$  としたものである。
- 式 (22) の  $G_o(s)$  の位相が  $\pm 180[\text{deg}]$  を超える周波数では  $G_o$  のゲインが 1 未満となること。すなわち、 $G_o(s)$  のゲイン余裕が正となること。

本論文ではコントローラの伝達関数  $K(s)$  は、所望のインピーダンス  $Z_s$  にバンドパスフィルタ (Band Pass Filter, BPF) を直列にかけて、安定化補償を行う事を提案する。すなわち、バンドパスフィルタの伝達関数を  $F(s)$  として、DSP に書き込む伝達関数  $K(s)$  を次式のように設計する。

$$K(s) = \frac{F(s)}{K_{in} R_{in}} (Z_s^{LR}(s) - R_{in}) = \frac{F(s)}{K_{in} R_{in}} (L_{fp}s + (R_{fp} - R_{in})) \quad (23)$$

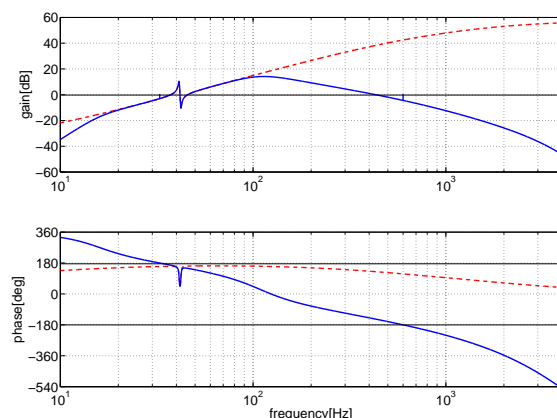


Fig. 9 Bode Diagram of Open-loop Transfer Function with Stabilized Virtual Impedance

このとき  $F(s)$  が厳密にプロパーであることから  $K(s)$  はプロパーとなり、式 (20) のように近似微分を用いる必要はない。なお、バンドパスフィルタの代わりにローパスフィルタを用いることも考えられるが、その場合カットオフ周波数を十分に高く設計しても制振対象モードの固有振動数付近の位相に遅れが生じ、性能が劣化して問題となる。バンドパスフィルタを用いて、固有振動数を中心とした通過帯域を設定すればその固有振動数付近において目的とする位相との変化を抑えつつ、高周波帯域のゲインを落とすことができる。

バンドパスフィルタは  $n$  次ハイパスフィルタと  $n$  次ローパスフィルタから構成されるとすると、次数は  $2n$  次となり、通過帯域より高周波のゲインの傾きは  $-20n$  [dB/dec] である。次数  $n$  を大きくするとゲインは理想的なバンドパスフィルタに近づけることができるが、通過帯域における位相の傾きが大きくなり、固有振動数付近の特性が理想的な開ループ周波数応答とずれてしまう。図 8 から、 $10^2$  [Hz] から  $10^3$  [Hz] のゲインの傾きはおよそ  $40$  [dB/dec] であることがわかる。そのため本論文では  $n = 3$  として  $-60$  [dB/dec] のゲインの減衰が得られる 6 次のバンドパスフィルタを用いることとした。バンドパスフィルタの通過帯域については、広く取るほど固有振動数付近の位相特性が理想的な開ループ周波数応答に近づく。しかし、広く取りすぎると位相が  $\pm 180$  [deg] を超えたときにゲインが  $0$  [dB] 以下に落ちないため系を安定化できない。数値例では若干の試行錯誤により、固有角振動数  $\omega_n$  を中心周波数として通過帯域の下限と上限をそれぞれ  $\omega_n/2.75$  と  $\omega_n \times 2.75$  とした。

理想インピーダンスとバンドパスフィルタによる安定化補償を用いたコントローラの設計手順を以下にまとめる。

1. 制振対象とする振動モードを選び、制振対象のモードパラメータ  $\omega_n$ ,  $C_p$ ,  $\bar{\psi}_n$  を推定しておく。また、仮想インピーダンス回路のパラメータ  $R_{in}$ ,  $K_{in}$  を定める。ローパスフィルタ  $L_1(s)$ ,  $L_2(s)$  のカットオフ周波数を DSP など計算機のナイキスト周波数未満になるように設計する。
2. バンドパスフィルタ  $F(s)$  を設計する。LR 回路を目標に選ぶ場合、式 (22) のゲインの傾きから次数は 6 次となる。また、中心周波数が  $\omega_n$  となるように、カットオン角周波数とカットオフ角周波数をそれぞれ  $\omega_n/a$ ,  $a\omega_n$  とおく。ここで  $a > 1$  は通過帯域の広さを表すパラメータである。
3. 式 (23) をコントローラ  $K(s)$  として用いる。式 (22) のゲインと位相から、ゲイン余裕が正となるように  $F(s)$  の遮断周波数を表すパラメータ  $a$  を決定する。目標とするインピーダンスの位相特性に近づけるために、通過帯域は安定となる範囲内でできるだけ広くとるとよい。

### 3.4 閉ループ系の制振性能

図 9 は、式 (22) に示した開ループ伝達関数のボード線図である。実線は式 (23) に示す提案手法により設計した  $K(s)$  による仮想インピーダンス回路を用いた場合であり、破線は理想的な直列 LR シャント回路を用いた場合である。また、パラメータは後述の実験装置のものと同じ値を用いている。実線を見ると位相が  $+180$  [deg] となる  $32.77$  [Hz] と、位相が  $-180$  [deg] となる  $599.8$  [Hz] のゲインはそれぞれ  $-3.022$  [dB] と  $-4.422$  [dB] であり、ゲイン余裕が正 (ゲインが 1 未満) になっていることから、提案手法によって系の安定化補償が行われることがわかる。

提案手法により安定化補償を行ったときの仮想シャント回路による制振性能を、外力から対象構造物の変位まで



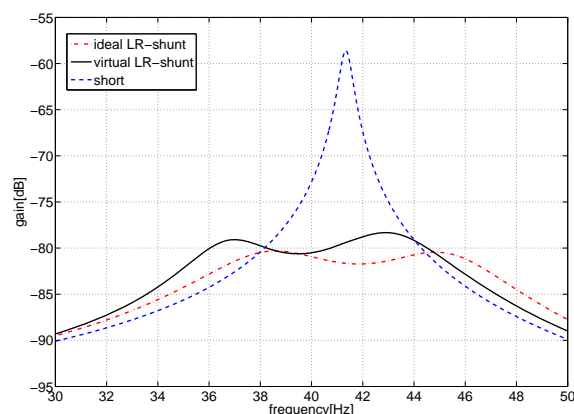
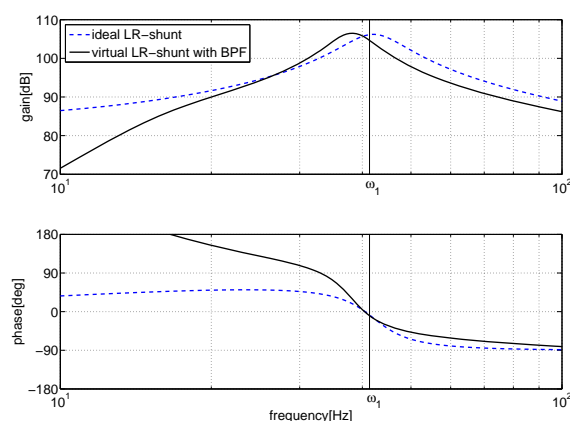
Fig. 10 Simulated Gain of  $G_{\eta_n f_d}$ 

Table 1 Simulation of the Shunt Damping Experiment

Circuit type	Normalized Peak Gain
Short	0 [dB]
Virtual LR with DSP	-19.74 [dB]
Ideal LR	-21.73 [dB]

Fig. 11 Bode Diagram of the Electrical System  $Z_{el}(s)$ 

の伝達関数のゲインを数値解析することによって比較する．図 10 は，式 (11), (12), (19), (23) から計算した  $G_{\eta_n f_d}(s)$  のゲイン線図である．実線は  $K(s)$  に式 (23) を提案手法により設計した仮想インピーダンス回路の場合であり，破線は理想的な直列 LR シャント回路を用いた場合である．点線は，圧電素子の極板間を短絡した場合である．それぞれのピークゲインを短絡した場合との比として表 1 にまとめた．DSP による仮想 LR シャントでは，圧電素子を短絡した場合と比較して，19.74[dB] ゲインを低減できることがわかる．なお仮想 LR シャントを用いた場合を理想 LR シャントを用いた場合と比較すると，ピークゲインの比で 1.99[dB] 劣化する．これはローパスフィルタ，バンドパスフィルタによるフィードバック信号の位相の変化が影響するためと考えられる．

第 3.2 節で述べたように，電気系の伝達関数  $Z_{el}(s)$  の特性が性能に大きく影響する．図 11 は  $Z_{el}(s)$  のボード線図である．破線は理想的な LR 直列回路を用いた場合であり，実線は提案する仮想インピーダンス回路を用いた場合である．どちらも，固有角振動数  $\omega_1$  の付近で，位相が 0[deg] となり，ゲインが大きくなっていることが確認できる．そのため，減衰効果があるということがわかる．なお， $\omega_1$  付近で実線と破線のゲインがずれているが，これが図 10 の  $G_{\eta_n f_d}$  の実線と破線のずれに表れている．また， $\omega_1$  以外の周波数では仮想インピーダンス回路の場合と理想 LR 回路の場合と比べるとゲインと位相が大きく異なるが，図 10 の  $G_{\eta_n f_d}$  にはほとんど影響を及ぼしていない．

Table 2 Size of the Piezoelectric Bimorph

Shim (Phosphor bronze)		
Length	Width	Thickness
105[mm]	13[mm]	0.1[mm]
Piezo ceramics (C-6, Fujicermics)		
Length	Width	Thickness
100[mm]	13[mm]	0.32[mm]

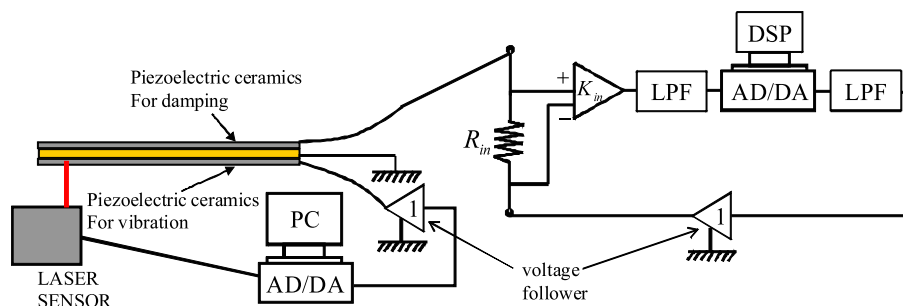


Fig. 12 Experimental Setup

Table 3 Identified Parameters

$C_p$	$\omega_1$	$\omega_1^D$
69.1[nF]	259.7[rad/s]	264.9[rad/s]
$ \bar{\psi}_1 $	$\zeta_1$	
0.0137[N/V√kg]	0.0063 [-]	

## 4. 実験

### 4.1 実験装置

実験では、はり状のバイモルフ型圧電素子(富士セラミックス, PM100-13-0.65(C-6)105-0.1P-Y)の一端を万力で固定し、片持ちはりとして使用した。圧電素子の寸法を表 2 に示す。

また、図 12 に、実験装置の概要を示す。圧電素子はバイモルフ型であるので一方を加振用、もう一方をシャント回路に接続する制振用に用いる。制振用の圧電セラミックスには仮想インピーダンス回路が接続される。また、加振用の圧電セラミックスに外乱用の電圧を加え、制振効果をみる。振動の振幅はレーザ変位計によって計測する。実験装置のパラメータの測定法は以下の通りである。まず、キャパシタンスはテスタを用いて測定する。10 回の測定の結果を平均し、 $C_p = 69.1$  [nF] と求めた。なお、この圧電素子の誘電損失はカタログ値で  $\tan \delta = 0.021$  と小さく、加えてインピーダンス計測を用いた予備実験により圧電素子の内部抵抗の影響はほとんど無視できることを確認している。続いて、圧電素子の一次モードの共振周波数を測定する。加振用圧電セラミックスにファンクションジェネレータを接続して正弦波電圧を加えて加振し、圧電素子の振動をレーザセンサを通してオシロスコープで読み取り最大値となる周波数を共振周波数とする。共振周波数は短絡の場合と開放の場合の 2 種類を測定する。短絡とは制振用圧電セラミックスをグランドに接続することであり、開放とは制振用圧電セラミックスに何も接続しないで開放状態にすることとする。短絡時の共振周波数は  $\omega_1 = 259.7$  [rad/s]、開放時の共振周波数  $\omega_1^D = 264.9$  [rad/s] と測定された。圧電素子のキャパシタンス、短絡時と開放時の共振周波数を用いて 1 次モード電気機械結合係数  $|\bar{\psi}_1|$  は以下の式で求められる<sup>(9)</sup>。

$$|\bar{\psi}_1| = \sqrt{C_p((\omega_1^D)^2 - \omega_1^2)} \quad (24)$$

この式から  $|\bar{\psi}_1| = 0.0137$  と決定される。最後に、減衰比  $\zeta_1$  は自由振動の応答から対数減衰率を用いて求めた。以上の各パラメータを表 3 にまとめる。

本実験の条件ではシャント回路に流れる電流は非常に小さく最大で約  $20\mu\text{A}$  であった。そこで、電流計測用の抵抗値  $R_{in}$  は S/N 比向上のためにある程度大きな値が望ましいが、最適値を実現する観点からは  $R_{fp}$  より小さな値が望ましいというトレードオフがあるため、約  $1\text{k}\Omega$  とする。計装アンプの倍率  $K_{in}$  については、 $R_{in}$  に加わる電圧がたかだか  $20\text{mV}$  程度であるため、出力電圧が AD コンバータの入力レンジである  $10\text{V}$  以内になるよう考慮して約 10 倍に設定する。表 4 に  $K_{in}$  と  $R_{in}$  の値を示す。また DSP についてはサンプリング周波数を  $10\text{kHz}$  に設定

Table 4 Designed Parameters for the Shunt Impedance

$K_{in}$	$R_{in}$
9.98[-]	989[Ω]
$L_{fp}$	$R_{fp}$
206.2[H]	14175[Ω]

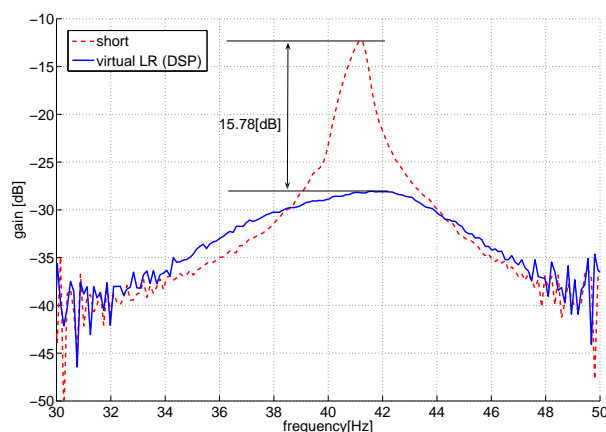


Fig. 13 Experimental Frequency Response (Gain)

して使用する．したがってアンチエイリアシングのためのアナログローパスフィルタはナイキスト周波数である 5kHz 以上の入力信号をカットできるようにカットオフ周波数 4077[Hz] の 4 次バターワース型ローパスフィルタを用いる．DSP の DA 側のディジタル信号平滑化のためのアナログローパスフィルタにも同じものを接続する．

#### 4.2 実験方法

まず DSP にプログラムする伝達関数  $K(s)$  を式 (23) のように設計する．代入する各パラメータは表 4 に示す．なお LR シャント最適素子値  $R_{fp}, L_{fp}$  は式 (14) を用いて決定する．またバンドパスフィルタの伝達関数  $F(s)$  は MATLAB(MathWorks) の butter コマンドを用いて 3.3 節で示したように設計する．

実験手順は、まず Simulink と Real-Time Workshop を用いて DSP に伝達関数  $K(s)$  をプログラムする． $K(s)$  の離散化には Simulink によるオイラー法 (ode1) を用いた．次に加振用圧電セラミクスに入力信号を加え、圧電素子の変位をレーザ変位計によって計測する．加振電圧は 1V 振幅、30Hz から 50Hz のスイープ正弦波である．その加振入力信号とレーザ変位計の出力信号を同時にサンプリング周波数 1000Hz で計測用パソコンに取り込む．これを続けて 3 回行い、得られた信号に FFT をかけ、それらの平均をとることによって周波数応答を求める<sup>(11)</sup>．同様の実験をシャント回路を開放した場合と短絡した場合についても行う．

#### 4.3 実験結果

DSP の入出力間の伝達関数  $K(s)$  を式 (20) としたときには系は不安定となったが、式 (23) を用いる場合には系は安定であった．実験で得られた短絡状態、仮想 LR シャントの 2 つの場合について周波数応答のゲインを図 13 に示す．短絡状態とのピークゲインの比で  $-15.78[\text{dB}]$  という大きな制振効果がシミュレーションと同様に得られた．なお表 1 に示した制振性能のシミュレーション結果と比較すると  $3.96[\text{dB}]$  制振性能が劣化している．これは系のパラメータ同定の精度が良くなかったため、回路の最適な素子値  $L_{fp}, R_{fp}$  とはずれていたことが原因の一つだと考えられる．

### 5. お わ り に

圧電シャント制振において、ディジタル制御された仮想インピーダンスに LR 回路を模擬する単純な制御則を適用した場合の安定性解析と、簡易な安定化補償法について議論した．受動素子を用いる場合とは異なり、ディジタル制御ではアンチエイリアシングフィルタやスパイク電流を防ぐ平滑化フィルタが必要となるが、それにより系

が不安定になることを示した．解析によって，不安定化の原因は開ループ伝達特性が微分特性をもち高周波でゲインが高いことにあり，通常のデジタル制御では無視することが多いアンチエイリアシングフィルタやむだ時間などのわずかな位相遅れが問題となることを明らかにした．そして，デジタル制御されたインピーダンスの簡易な設計法として，理想とするインピーダンスに安定化補償のためのバンドパスフィルタを直列にかけるという方法を提案した．さらに実験を行い，安定化補償を行ったデジタル仮想インピーダンスを用いた場合のシャント制振の制振性能を確認した．なお，実験では圧電バイモルフはりを用いたが，はり以外の一般的な圧電構造物についても提案する手法は同様に適用できると考えられる．また，デジタル制御の自由度の高さを活かして制御工学に基づく系統的な制御系設計法を適用することなど，デジタル仮想インピーダンスによる圧電シャント制振の今後の発展が期待される．

## 文 献

- (1) 安達和彦, “圧電ダンパを用いた構造物の制振”, 計測と制御, Vol. 42, No. 9 (2003), pp. 763-769.
- (2) Hagood, N.W., von Flotow, A., “Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, No. 2, (1991), pp. 243-268.
- (3) 高木賢太郎, 長瀬賢二, 大嶋和彦, 早川義一, 市川浩幸, “圧電素子を用いたパッシブ制振におけるロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の最適化”, 日本機械学会論文集 C 編, vol. 69, No. 688 (2003), pp. 3183-3190.
- (4) Fleming, A.J., Moheimani, S.O.R., “Optimization and Implementation of Multimode Piezoelectric Shunt Damping Systems”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 7, No. 1, (2002), pp. 87-93.
- (5) 瀧上唯夫, 富岡隆弘, “ピエゾ素子を用いた鉄道車両の弾性振動低減：特性変化による性能劣化防止に関する検討”, Dynamics and Design Conference 2004, No. 543 (2004).
- (6) 瀧上唯夫, 富岡隆弘, Joel, H., “ピエゾ素子を用いた鉄道車両の弾性振動低減：新幹線車体 1/5 模型による検討”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 704, (2005), pp. 1254-1262.
- (7) Moheimani, S.O.R., Fleming, A.J., *Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping*, (2006), Springer.
- (8) Takigami, T., Tomioka, T., “Bending Vibration Suppression of Railway Vehicle Carbody with Piezoelectric Elements : Experimental Results of Excitation Tests with a Commuter Car”, *Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics*, Vol. 1, No. 1, (2008), pp. 111-121.
- (9) 高木賢太郎, 井上剛志, 中島健太郎, 瀧上唯夫, “近似微分による仮想インピーダンスを用いた圧電シャントダンピングについて”, Dynamics and Design Conference 2009, No. 127 (2009).
- (10) Hagood, N.W., Chung, W.H., von Flotow, A., “Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 1, (1990), pp. 327-354.
- (11) 安田仁彦, モード解析と動的設計, (1993), コロナ社.
- (12) *MATLAB Signal Processing Toolbox User's Guide*, (1996), The Math Works.