

$$MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 = VAR(\hat{\theta}) + [E(\hat{\theta}) - \theta]^2 \rightarrow \text{ד. נ. כ } \hat{\beta}_1$$

$$E(\hat{\theta}) = \theta \Rightarrow MSE(\hat{\theta}) = VAR(\hat{\theta}) \rightarrow \text{ד. נ. כ } \hat{\beta}_2$$

$$MSE(\hat{\beta}_1) = \frac{(\beta - 2)^2}{12} + \left[\frac{2 + \beta}{2} - \beta \right]^2 = \frac{(\beta - 2)^2}{12} + \left[\frac{2 + \beta - 2\beta}{2} \right]^2 =$$

$$\frac{(\beta - 2)^2}{12} + \left(\frac{2 - \beta}{2} \right)^2 = \frac{(\beta - 2)^2}{12} + \frac{(2 - \beta)^2}{4} = \frac{(\beta - 2)^2}{12} + \frac{3(\beta - 2)^2}{12} =$$

$$\frac{4(\beta - 2)^2}{12} = \frac{(\beta - 2)^2}{3} //$$

$$MSE(\hat{\beta}_2) = \frac{(\beta - 2)^2}{9} //$$

9. א. חברת תרופות הוציאה לשוק תרופה חדשה. לתרופה השפעת לוואי של כאב ראש. נלקחו שני מדגמים אקראיים:

מדגם של 500 חולים שקיבלו את התרופה, מתוכם 65 קיבלו כאב ראש.

מדגם שני של 450 חולים שקיבלו תרופת דמה (שהכילה מים וסוכר בלבד), מתוכם 14 קיבלו כאב ראש. בדוק ברמת מובהקות של 0.01 האם אחוז תופעת הלוואי גדול יותר בין אלה שמקבלים את התרופה לעומת תרופת הדמה.

ב. בונים רווח סמך להפרש פרופורציות של שתי אוכלוסיות (מדגמים גדולים). הראה את פיתוח הנוסחה למציאת גודל המדגם המינימלי הדרוש לבניית הרווח n בהנחה $n = n_2 = n_1$. הנח שאורך הרווח הוא L ורמת הסמך של הרווח היא $1 - \alpha$.

$$H_0: p_1 - p_2 \leq 0$$

$$H_1: p_1 - p_2 > 0$$

$$R = \{Z_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} > Z_{1-\alpha}\}$$

$$\alpha = 0.01 \rightarrow 1 - \alpha = 0.99$$

$$Z_{0.99} = 2.33$$

קיבול את התרופה

$$n = 500$$

$$\hat{p}_1 = \frac{65}{500} = 0.13 \quad \text{קיבול כאב ראש}$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{500 \times 0.13 + 400 \times 0.031}{400 + 500} = 0.083$$

קיבול תרופת דמה

$$n = 450$$

$$Z_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.13 - 0.031}{0.083(1 - 0.083)\left(\frac{1}{500} + \frac{1}{400}\right)} = 5.349$$

קיבול כאב ראש

$$\hat{p}_2 = \frac{14}{450} = 0.031$$