

8. שלוש חברות מייצרות מוצרי חשמל. בחברה הראשונה ההסתברות שהמכשיר תקין היא P , בחברה השנייה ההסתברות שהמכשיר תקין P^2 ובחברה השלישית ההסתברות שהמכשיר תקין היא $2P$.

דוגמים 20 מכשירים מכל חברה. נסמן ב- X את מספר המכשירים התקינים שיוצרו על ידי החברה הראשונה, Y את מספר המכשירים התקינים שיוצרו על ידי החברה השנייה, ו- Z את מספר המכשירים התקינים שיוצרו על ידי החברה השלישית. נגדיר שלושה אומדים עבור P :

$$T_1 = \frac{X+Z}{60} \quad T_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{X}{10} + \frac{Z}{20} \right) \quad T_3 = \frac{X+Y+Z}{70}$$

האם האומדים שהוגדרו הם חסרי הטיה? מהי פונקציית ההפסד של כל אחד מבין האומדים?

$$X \sim B(20, p) \quad Y \sim B(20, p^2) \quad Z \sim B(20, 2p) \quad E(X) = n \cdot p$$

תקין בחברה 1 ת.נ.ק בחברה 2 ת.נ.ק בחברה 3

$$E(X) = 20p$$

$$E(Y) = 20p^2$$

$$E(Z) = 40p$$

$$E(T_1) = E\left(\frac{X+Z}{60}\right) = \frac{E(X)+E(Z)}{60} = \frac{20p+40p}{60} = \frac{60p}{60} = p \xrightarrow{\text{ה.נ.ק } T_1} p - \delta$$

$$E(T_2) = E\left(\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{X}{10} + \frac{Z}{20}\right)\right) = \frac{E(X)}{40} + \frac{E(Z)}{80} = \frac{20p}{40} + \frac{40p}{80} = p \xrightarrow{\text{ה.נ.ק } T_2} p - \delta$$

$$E(T_3) = E\left(\frac{X+Y+Z}{70}\right) = \frac{E(X)+E(Y)+E(Z)}{70} = \frac{20p+20p^2+40p}{70} = \frac{20p^2+60p}{70} \xrightarrow{\text{ה.נ.ק } T_3} p - \delta$$

$$mse(T_1) = Var(T_1) = Var\left(\frac{X+Z}{60}\right) = \frac{1}{60^2} \cdot (Var X + Var Z)$$

$$\# Var X = n \cdot p \cdot (1-p) = 20p \cdot (1-p)$$

$$\# Var Y = n \cdot p \cdot (1-p) = 20p^2 \cdot (1-p^2)$$

$$\# Var Z = n \cdot p \cdot (1-p) = 40p \cdot (1-2p)$$

$$\frac{1}{3600} \cdot (20p \cdot (1-p) + 40p \cdot (1-2p)) = \frac{1}{3600} \cdot (20p - 20p^2 + 40p - 80p^2)$$