

נ

$$a, b = b_0 \pm t_{n-2, 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{MS_E \cdot \left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{S_{xx}} \right]}$$

$$8.1 \pm 2.069 \sqrt{22.112 \cdot \frac{1}{25} + \frac{(6.5)^2}{245}}$$

$$t_{23, 0.975} = 2.069$$

$$a = 3.616$$

$$b = 12.584$$

$$b_0 = \frac{\sum y_i}{n} - b_1 \cdot \frac{\sum x_i}{n}$$

$$8.1 = 3.55 - 0.7 \bar{x}$$

$$(3.616 < \beta_0 < 12.584) = 0.95$$

שאלה 5

שני הסעיפים הבאים בלתי תלויים זה בזה.

א. x_1, x_2, \dots, x_n מדגם מקרי בגודל n מאוכלוסייה שהתפלגותה מתוארת על ידי פונקציית הצפיפות הבאה:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}} & x \geq 0 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases} \quad \theta > 0$$

עליכם למצוא אומד נראות מקסימלית ל- θ .

ב. מכונה למילוי בקבוקים בתרופה מסוימת מכוונת למלא בממוצע 150 מ"ג לבקבוק עם סטיית תקן 5 מ"ג. בתהליך ביקורת איכות נהוג לקחת מדגם ולבדוק את תקינות התהליך. מהו המדגם המינימלי שצריך לקחת אם רוצים שאורך הרווח לא יעלה על 1 מ"ג וזאת ברמת סמך (ברמת ביטחון) 95%.

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{x_i}{\theta} e^{-\frac{x_i^2}{2\theta^2}} = \frac{x_1}{\theta} e^{-\frac{x_1^2}{2\theta^2}} \times \frac{x_2}{\theta} e^{-\frac{x_2^2}{2\theta^2}} \dots \frac{x_n}{\theta} e^{-\frac{x_n^2}{2\theta^2}}$$

$$= \frac{\prod x_i}{\theta^n} \cdot e^{-\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{2\theta^2}}$$

$$\ln L(\theta) = \ln \left(\frac{\prod x_i}{\theta^n} \cdot e^{-\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{2\theta^2}} \right) = \ln \prod x_i - \ln \theta^n - \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{2\theta^2} =$$

$$\ln \prod x_i - n \ln \theta - \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{2\theta^2} =$$

$$\frac{d \ln L(\theta)}{d\theta} = -n \cdot \frac{1}{\theta} + \sum_{i=1}^n x_i^2 \times \frac{1}{\theta^3} = 0$$