שלב 2 - הוצאת ln:

נוריד החזקות

$$\ln L(p)=\ln\left(p^{\sum_{i=1}^{n}x_i}\cdot(1-p)^{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}\right)=\ln p^{\sum_{i=1}^{n}x_i}+\ln(1-p)^{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot\ln p+\left(n-\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\cdot\ln(1-p)$$

שלב 3 - מציאת מקסימום ע״י נגזרת ל- $\ln L(\theta)$, השוואה ל-0 ובידוד θ (בדוגמה שלנו $\hat{p}$)

$$\frac{\ln L(p)}{dp}=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot\frac{1}{p}+\left(n-\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\cdot\frac{-1}{(1-p)}=0$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i-p\cdot n=0$$

$$\hat{p}=\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\bar{X}}$$

(הפ׳ נוסחה שציינתי למעלה)

הביטוי המתקבל הוא א.נ.מ (אומד נראות מקסימלית) ונסמנו ב- $\hat{\theta}$ (אצלנו בדוגמה $\hat{p}$)

→ כשנתונה לנו הסתברות מסויימת נציק את מה שמצאנו מהתוחלת של אותה הסתברות ונשווה לסיכום ל-$\bar{X}$

מציאת חסם תחתון:

לדוגמה: $f(x)=\theta\cdot e^{-\theta x}$

מצא חסם תחתון לשונות של האומד לפרמטר θ.

כשיונה ממציאה אומד בשיטת נראות-מקס אין צורך לבנות פונקציית נראות

1) $f(x)=\theta\cdot e^{-\theta x}$

2) $\ln[f(x)]=\ln\theta-\theta x$

3) $\dfrac{d\ln[f(x)]}{d\theta}=\dfrac{1}{\theta}-x$

4) $\left[\dfrac{d\ln[f(x)]}{d\theta}\right]^2=\left(\dfrac{1}{\theta}-x\right)^2=\left(\dfrac{1-\theta x}{\theta}\right)^2$

5) $E\left[\dfrac{d\ln[f(x)]}{d\theta}\right]^2=E\left(\dfrac{1-\theta x}{\theta}\right)^2=\ldots\ldots\ \dfrac{1}{\theta^2}$

6) $\dfrac{1}{n\cdot E\left[\dfrac{d\ln[f(x)]}{d\theta}\right]^2}=\dfrac{1}{n\cdot\frac{1}{\theta^2}}=\dfrac{\theta^2}{n}$

↓

$$\boxed{Var(\hat{\theta})\geq\frac{\theta^2}{n}}$$