

$$\hat{\theta}_2 = E\left(\frac{2x_1 + x_4 - x_3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot E(2x_1 + x_4 - x_3) = \frac{1}{2} (2 \cdot E(x_1) + E(x_4) - E(x_3))$$

$$= \frac{1}{2} (2\mu + \mu - \mu) = \frac{2\mu}{2} = \mu \rightarrow \text{אנחנו רוצים את הממוצע}$$

$$MSE(\hat{\theta}_2) = Var(\hat{\theta}_2) = Var\left(\frac{2x_1 + x_4 - x_3}{2}\right) = \frac{1}{2^2} \cdot Var(2x_1 + x_4 - x_3) =$$

$$\frac{1}{4} \cdot (4\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2) = \frac{6\sigma^2}{4} = \frac{3\sigma^2}{2}$$

$$MSE(\hat{\theta}_2) > MSE(\hat{\theta}_1) \Rightarrow \frac{3\sigma^2}{2} > \frac{\sigma^2}{2}$$

האם $\hat{\theta}_1$ קרוב יותר ל- μ מאשר $\hat{\theta}_2$?

3. נניח ש $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3$ הם אומדים לפרמטר θ (הסתברותי)

$$E(\bar{\theta}_1) = E(\bar{\theta}_2) = \theta, E(\bar{\theta}_3) \neq \theta$$

נתון

$$V(\bar{\theta}_1) = 12, V(\bar{\theta}_2) = 10, E(\bar{\theta}_3 - \theta)^2 = 6$$

השווה בין שלושת האומדים. איזה מהם עדיף ולמה?

$$MSE(\hat{\theta}_1) = Var(\hat{\theta}_1) = 12$$

$$MSE(\hat{\theta}_2) = Var(\hat{\theta}_2) = 10$$

$$MSE(\hat{\theta}_3) = E(\hat{\theta}_3 - \theta)^2 = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} MSE(\hat{\theta}_1) = 12 \\ MSE(\hat{\theta}_2) = 10 \\ MSE(\hat{\theta}_3) = 6 \end{array} \right\} MSE(\hat{\theta}_1) > MSE(\hat{\theta}_2) > MSE(\hat{\theta}_3)$$

$MSE(\hat{\theta}_3)$ הוא הנמוך ביותר לכן הוא (האומדן הטוב ביותר)

$$MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 = VAR(\hat{\theta}) + [E(\hat{\theta}) - \theta]^2$$

$$E(\hat{\theta}) = \theta \Rightarrow MSE(\hat{\theta}) = VAR(\hat{\theta})$$