

2. ידוע, כי הטמפרטורה בחורף מתפלגת נורמלית עם טמפרטורה ממוצעת ליום 10 מעלות וסטית תקן 1° . נטען, כי השנה היה **החורף חם במיוחד**. לבדיקת העניין נלקח מדגם של 36 ימים מימות החורף. נמצא, כי הטמפרטורה הממוצעת הייתה 10.3° מעלות.
- א. האם הטענה נכונה ברמות מובהקות של 1%, 3%, 5%, 10%.
- ב. אם אכן הטמפרטורה באותה שנה גבוהה יותר והיא שווה ל- 10.3° – מה ההסתברות לטעות מסוג שני. מהי העוצמה? ($\alpha=0.05$)
- ג. מה תהיה מסקנתך לגבי נכונות הטענה אם המדגם מתייחס ל-49 ימים מימות החורף. הסבר ללא חישוב עבור $\alpha=0.1$.

פרמטרים	אנפוסים
$n = 36$	$\mu = 10$
$\bar{x} = 10.3$	$\sigma = 1$

ה) $H_0: \mu \leq 10$

$H_1: \mu > 10$

$Z_{\bar{x}} = Z_1 - \hat{\alpha}$

$Z_{\bar{x}} = \frac{10.3 - 10}{1/\sqrt{36}} = \frac{9}{5} = 1.8$

$1 - \hat{\alpha} = 1.8$

$1 - \hat{\alpha} = 0.9641$

$\hat{\alpha} = 0.0359 = 3.59\%$

מציאת $\hat{\alpha}$
כלל החלטה:
דוחים את H_0 אם
 $\alpha \geq \hat{\alpha}$

לדוגמה: $\alpha = 0.05$ ו- $\alpha = 0.1$ –
נבדקת את ההשערה.

לדוגמה: $\alpha = 0.03$ ו- $\alpha = 0.01$ –
נבדקת את ההשערה.

ה) $\alpha = 0.05 \rightarrow 1 - \alpha = 0.95 \rightarrow Z_{0.95} = 1.645$

השערה חד צדדית ימנית: $H_1: \mu_1 > \mu_0$

$$1 - \beta = P(R/H_1) = P(Z_{\bar{x}} > Z_{1-\alpha}/H_1) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > Z_{1-\alpha}/H_1\right) = P\left(\bar{x} > \mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}/H_1\right)$$

$$= P\left(\frac{\bar{x} - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{\left(\mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = 1 - P\left(Z_{\bar{x}} \leq \frac{\mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$\beta = P(\bar{R}/H_1) = P\left(Z_{\bar{x}} \leq \frac{\mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$