

5.

משקל תפוז מתפלג נורמלית בקירוב עם ממוצע של 80 גרם וסטית תקן של 20 גרם. שיטת השקיה חדשה (שאינה משפיעה על סטית התקן של משקל התפוז) – אמורה להעלות את המשקל הממוצע ל-85 גרם. לבדיקת ההשערות על משקל התפוז בשיטת ההשקיה הישנה והחדשה, נלקח מדגם מקרי של 100 תפוזים והוחלט, בשל שקולים כלכליים, להכניס לשימוש את שיטת ההשקיה החדשה אם ממוצע המדגם שיתקבל יהיה מעל 84 גרם.

- מהי רמת המובהקות של המבחן?
- מהי ההסתברות לטעות מסוג שני?
- אם יוחלט להשאיר את כלל ההחלטה להכנסת השיטה החדשה לשימוש, אך הניסוי יעשה על 400 תפוזים – כיצד תשפיע עובדה זו על רמת המובהקות ועל ההסתברות לטעות מסוג שני שחשבת בסעיפים א' ו-ב'.
- אם רמת המובהקות עבור  $N=100$  היא 5%, מה יהיה כלל ההחלטה להכנסת השיטה החדשה ומה תהיה ההסתברות לטעות מסוג שני?

ב)  $\alpha = ?$   
 $H_0: \mu \leq 80$   
 $H_1: \mu > 80$

פרמטרים	אנלוגיה
$n = 100$	$\mu = 80$
$\bar{x} = 84$	$\sigma = 20$

$$R = \{Z_{\bar{x}} > Z_{1-\alpha}\}$$

$$Z_{\bar{x}} = \frac{84 - 80}{20/\sqrt{100}} = 2$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = Z_{1-\alpha} \Rightarrow 0.9772 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 0.0228 \quad \alpha > \hat{\alpha}$$

השערה חד צדדית ימנית:  $H_1: \mu_1 > \mu_0$

ג)  $\beta = 1 - \beta = P(R/H_1) = P(Z_{\bar{x}} > Z_{1-\alpha}/H_1) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > Z_{1-\alpha}/H_1\right) = P\left(\bar{x} > \mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}/H_1\right) \quad \mu_1 = 85$

$$= P\left(\frac{\bar{x} - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{(\mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \sigma/\sqrt{n}) - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = 1 - P\left(Z_{\bar{x}} \leq \frac{\mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \sigma/\sqrt{n} - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$\beta = P(\bar{R}/H_1) = P\left(Z_{\bar{x}} \leq \frac{\mu_0 + Z_{1-\alpha} \times \sigma/\sqrt{n} - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(Z_{\bar{x}} \leq \frac{80 + 2 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}} - 85}{\frac{20}{\sqrt{100}}}\right) = 0.3086$$

ד)  $Z_{\bar{x}} = \frac{84 - 80}{20/\sqrt{400}} = 4$

$n = 400$ : 2,31 ו-1

$$Z_{1-\alpha} = 4 \Rightarrow 1 - \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$\beta = P\left(Z_{\bar{x}} \leq \frac{80 + 4 \cdot \frac{20}{\sqrt{400}} - 85}{\frac{20}{\sqrt{400}}}\right) = 0.1587$$