

# Глава 1

## Кто такой Марков и почему он размахивает цепями

Спокойствие — ложь, есть только страсть.  
Со Страстью я приобретаю Силу.  
С Силой я приобретаю Власть.  
С Властью я приобретаю Победу.  
С Победой я разорву свои цепи,  
И Великая Сила освободит меня.

Кодекс ситхов

### 1.1 Ещё парочка интересных задач

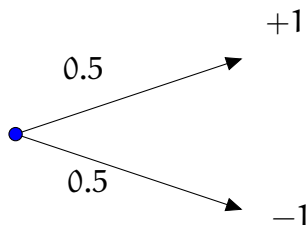
Игра Паррондо. В игре А вы с вероятностью 0.45 выигрываете один рубль и с вероятностью 0.55 проигрываете один рубль.

Игра В чуть более хитрая. Если сумма в вашем кошельке делится на три, то вы выигрываете один рубль с вероятностью 0.1 и проигрываете один рубль с вероятностью 0.9. Если же сумма в вашем кошельке не делится на три, то вы выигрываете один рубль с вероятностью 0.74 и проигрываете один рубль с вероятностью 0.26.

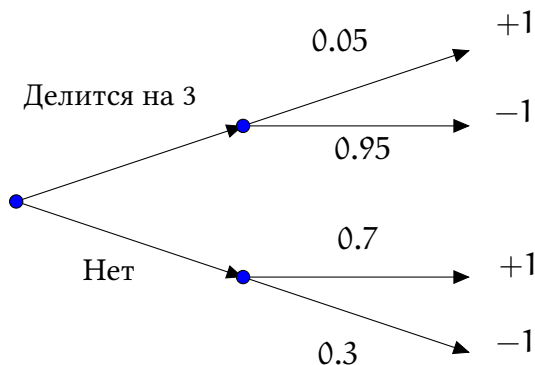
Изначально у вас в кошельке 100 рублей. Что произойдёт с вашим состоянием, если:

1. Вы будете бесконечное количество раз играть в игру А?
2. Вы будете бесконечное количество раз играть в игру В?
3. Вы будете бесконечное количество раз равновероятно выбирать игру А или игру В?

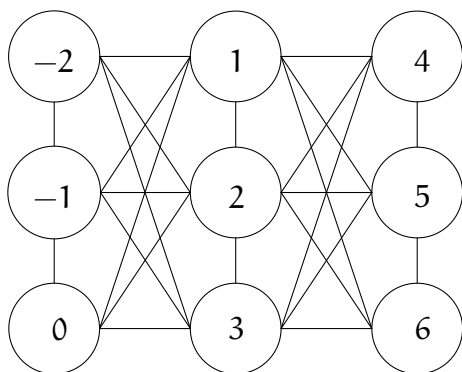
Посмотрим на игру А. Ожидаемый выигрыш в ней отрицательный. Если долго-долго играть в неё, то результат явно будет не в нашу пользу.



Посмотрим на игру В и попытаемся понять в нашу ли она пользу. Когда мы играем в неё, мы сначала показываем организатору содержимое своего кошелька.



Сумма денег в нашем кошельке — это состояние в большой марковской цепи. Пусть я могу брать деньги в кредит и у меня в кошельке лежит два рубля, тогда получаем красивую цепь, очень напоминающую по своей зарисовке нейросеть. Тем не менее, это не нейросеть, а цепь Маркова! Не надо вестись на красивые картинки.



Пусть я стартую с суммы в два рубля. После двух ходов я никак не смогу попасть в состояние «У меня в кошельке три рубля». Я либо за два хода перескочу её, либо попаду в неё, а после вернусь назад, в прежнее состояние.

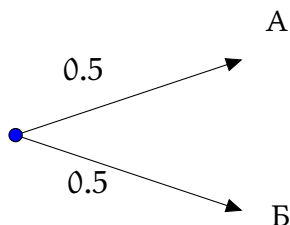
Разобьём все наши подбрасывания в блоки по три. Логично, что бесконечно долго находиться в стартовой тройке (числа 0, 1, 2) нельзя. С вероятностью единица, я рано или поздно покину стартовую тройку. Докажем это. Пусть мне не повезло три раза подряд. Это выкинуло меня за левую границу. Вероятность этого точно не меньше 0.3. Например, если мы живём в тройке, то  $P(- - -) = 0.95 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \geq 0.3^3$ . По аналогии, вероятность трёх побед подряд не превысит  $0.05^3$ ,  $P(+ + +) \geq 0.05^3$ . Получается, что вероятность выйти за изначальную тройку за три броска,  $p$ , будет больше, чем  $0.3^3 + 0.05^3$ .

Разобьём все подбрасывания на блоки по три. Каждый раз меня с положительной вероятностью  $0 < p < 1$  может перекинуть в новую тройку. Значит вероятность того, что меня никогда не перекинет в новую тройку будет равна

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - p)^n = 0.$$

Доделать? Изменить веса на более маленькие? При больших не работает. Что-то какое-то сложное чудо

Таким образом, мы видим, что игра Б всегда проигрышная. Посмотрим на игру С.



Попробуем написать на R код, который сыграет в рассмотренные игры.

Как его по-человечески вставить?!

В итоге, прогнав этот код, можно получить следующие траектории бюджетов. Красная траектория отвечает за игру С, синяя и розовая за игры А и В.

