Нейронки для экономистов и вообще

Ульянкин Филипп

3 октября 2019 г.

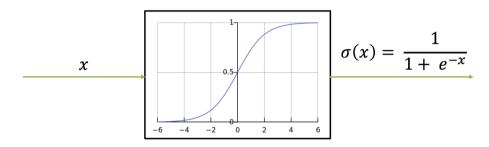
Посиделка 4: эвристики для обучения сеток

Agenda

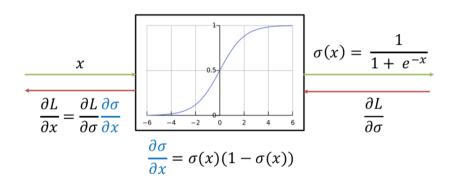
- Какими бывают функции активации
- Инициализация весов в нейросетках
- Нормализация по батчам
- Dopout
- Другие эвристики, используемые при обучении нейронных сетей

Какими бывают функции активации и как через них пробросить градиент

Sigmoid activation



Sigmoid activation



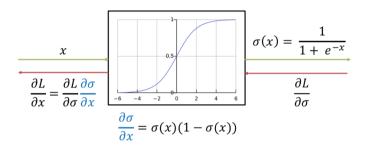
Паралич сети

- В случае сигмоиды $\sigma'(x) = \sigma(x) \cdot (1 \sigma(x))$
- Сигмоида принимает значения на отрезке [0;1], значит максимальное значение её производной это $\frac{1}{4}$
- Если сеть очень глубокая, происходит затухание градиента
- Градиент затухает экспоненциально ⇒ сходимость замедляется, более ранние веса обновляются дольше, более глубокие веса быстрее ⇒ значение градиента становится ещё меньше ⇒ наступает паралич сети
- В сетях с небольшим числом слоёв этот эффект незаметен

Центрирование

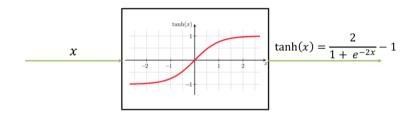
- Сигмоида не центрирована относительно нуля
- Выход слоя мы обычно находим как $o_i = \sigma(h_i)$, он всегда положительный, значит градиент по весам, идущим на вход в текущий нейрон тоже положительные \Rightarrow они обновляются в одинаковом направлении
- Сходимость идёт медленнее и зигзагообразно, но идёт

Sigmoid activation



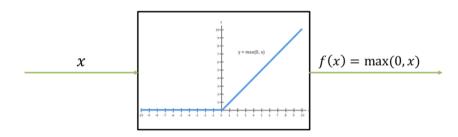
- Способствует затухание градиента
- Не центрирована относительно нуля
- Вычислять e^x дорого

Tanh activation



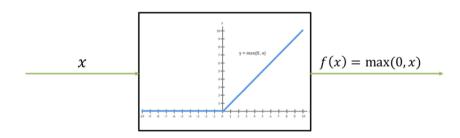
- Центрирован относительно нуля
- Всё ещё похож на сигмоиду
- $f'(x) = 1 f(x)^2 \Rightarrow$ затухание градиента

ReLU activation



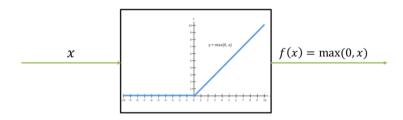
- Быстро вычисляется
- Градиент не затухает
- Сходимость сеток ускоряется

ReLU activation



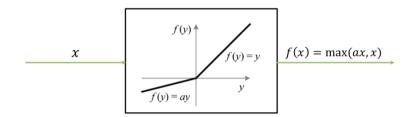
- Сетка может умереть, если активация занулится на всех нейронах
- Не центрирован относительно нуля

Зануление ReLU



- $f(x) = \max(0, w_0 + w_1 \cdot h_1 + \dots + w_k \cdot h_k)$
- Если w_0 инициализировано большим отрицательным числом, нейрон сразу умирает \Rightarrow надо аккуратно инициализировать веса

Leaky ReLU activation



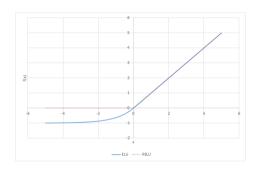
- Как ReLU, но не умирает, всё ещё легко считается
- Производная может быть любого знака
- Важно, чтобы $a \neq 1$, иначе линейность

Что же выбрать

- Обычно начинают с ReLU, если сетка умирает, берут LeakyReLU
- ReLU стандартный выбор для свёрточных сетей
- В рекурентных сетках чаще всего предпочитается tanh
- На самом деле это не очень важно, нужно держать в голове свойства функций, о которых выше шла речь и понимать, что от перебора функций обычно выигрыш в качестве довольно низкий
- Но есть и исключения ...

Краткий обзор функций активаций: https://arxiv.org/pdf/1804.02763.pdf

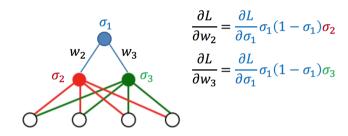
ELU activation



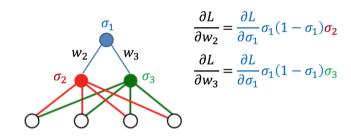
- ELU улучшает сходимость для глубоких сеток

$$f(x) = \begin{cases} x, x \ge 0 \\ \alpha \cdot (e^x - 1), x < 0 \end{cases}$$

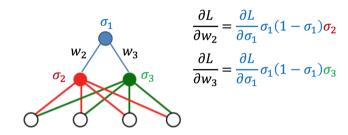
https://arxiv.org/pdf/1511.07289.pdf



- Что будет, если инициализировать веса нулями?

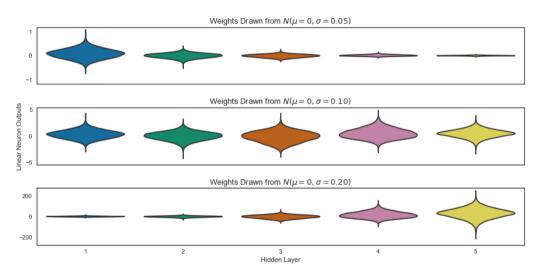


- Что будет, если инициализировать веса нулями?
- σ_1 и σ_2 будут обновляться одинаково



- Хочется уничтожить симметрию
- Обычно инициализируют маленькими рандомными числами из какого-то распределения (нормальное, равномерное)

Симметричный случай



- Наши признаки X пришли к нам из какого-то распределения
- Выход слоя f(XW) будет принадлежать другому распределению
- Если инициализировать веса неправильно, дисперсия распределения може от слоя к слою затухать (сигнал будет теряться) либо наоброт, возрастать (сигнал будет рассеиваться)
- Эмпирически было выяснено, что это может портить сходимость для глубоких сеток
- Хочется контролировать дисперсию

- Посмотрим на выход нейрона перед активацией:

$$h_i = w_0 + \sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i$$

- Дисперсия \boldsymbol{h}_i выражается через дисперсии \boldsymbol{x} и \boldsymbol{w}
- Она не зависит от константы w_{0}
- Будем считать, что веса $w_1,\dots,w_k\sim iid$, наблюдения $x_1,\dots,x_n\sim iid$, а ещё x_i и w_i независимы между собой

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] = \end{aligned}$$

- Если функция активации симметричная, тогда $E(x_i)=0$. Будем инициализировать веса с нулевым средним, тогда $E(w_i)=0$.

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i) \end{aligned}$$

- Если функция активации симметричная, тогда $E(x_i)=0$. Будем инициализировать веса с нулевым средним, тогда $E(w_i)=0$.

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i) = \textit{Var}(x) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \end{aligned}$$

- Хотим, чтобы зелёная штука была равна единице, тогда у потока будет всегда постоянная дисперсия, совпадающая с Var(x).

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i) = \textit{Var}(x) \cdot \underbrace{[n_{in} \cdot \textit{Var}(w)]}_{=1} \end{aligned}$$

Плохая инициализация весов

Пущай

$$w_i \sim U\left[-\frac{1}{\sqrt{n_{in}}}; \frac{1}{\sqrt{n_{in}}}\right],$$

тогда

$$\mathit{Var}(w_i) = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{n_{in}}} + \frac{1}{\sqrt{n_{in}}}\right)^2 = \frac{1}{3n_{in}} \Rightarrow Var(h_i) = \frac{1}{3}$$

Получаем затухание!

Немного лучше

Пущай

$$w_i \sim U \left[-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}}; \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}} \right] \,,$$

тогда

$$\mathit{Var}(w_i) = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}} \right)^2 = \frac{1}{n_{in}} \Rightarrow Var(h_i) = 1$$

Немного лучше

Пущай

$$w_i \sim U\left[-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}}; \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}}\right],$$

тогда

$$\mathit{Var}(w_i) = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{in}}} \right)^2 = \frac{1}{n_{in}} \Rightarrow Var(h_i) = 1$$

При forward pass на вход идёт n_{in} набобдений, при backward pass на вход идёт n_{out} градиентов \Rightarrow канал с дисперсией может быть непостоянным, если число весов от слоя к слою сильно колеблется

Инициализация Ксавье (Глорота)

Для неодинаковых размеров слоёв невозможно удволетворить обоим условиям, поэтому обычно усредняют:

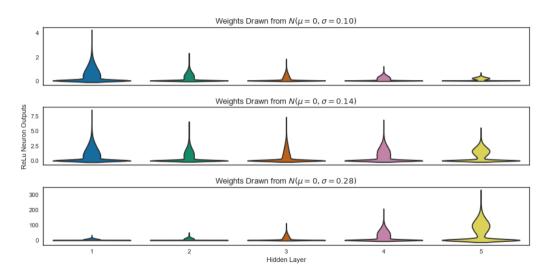
$$w_i \sim U \left[-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{out} + n_{in}}}; \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n_{out} + n_{in}}} \right],$$

Такая инициализация называется инициализацией Ксавие (или Глоро)

По аналогии можно найти формулу для дисперсии нормального распределения, но это уже семинарская задачка :)

http://proceedings.mlr.press/v9/glorot10a/glorot10a.pdf

Несимметричный случай



$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] \end{aligned}$$

- Когда нет симметрии, можно занулить только второе слагаемое

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i) = \sum_{i=1}^{n_{out}} \textit{Var}(w_i) \cdot \textit{E}(x_i^2) \end{aligned}$$

- Когда нет симметрии, можно занулить только второе слагаемое

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= \textit{Var}(\sum_{i=1}^{n_{in}} w_i x_i) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \textit{Var}(w_i x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + [\textit{E}(w_i)]^2 \cdot \textit{Var}(x_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i)] = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{in}} [\textit{E}(x_i)]^2 \cdot \textit{Var}(w_i) + \textit{Var}(x_i) \cdot \textit{Var}(w_i) = \sum_{i=1}^{n_{out}} \textit{Var}(w_i) \cdot \textit{E}(x_i^2) = \\ &= \textit{E}(x^2) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= E(x_i^2) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \\ x_i &= \textit{max}(0; h_{i-1}) \end{aligned}$$

Инициализация Хе

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= E(x_i^2) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \\ x_i &= \textit{max}(0; h_{i-1}) \end{aligned}$$

Если h_{i-1} симметрично распределён относительно нуля, тогда:

$$\begin{split} E(x_i^2) &= \frac{1}{2} \cdot \textit{Var}(h_{i-1}) \\ \textit{Var}(h_i) &= \frac{1}{2} \cdot \textit{Var}(h_{i-1}) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \\ \textit{Var}(w_i) &= \frac{2}{n_{in}} \end{split}$$

https://arxiv.org/pdf/1502.01852.pdf

Инициализация Хе

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= E(x_i^2) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \\ x_i &= \textit{max}(0; h_{i-1}) \end{aligned}$$

Если h_{i-1} симметрично распределён относительно нуля, тогда:

$$E(x_i^2) = \frac{1}{2} \cdot \textit{Var}(h_{i-1})$$

$$Var(w_i) = \frac{2}{n_{in}}$$

https://arxiv.org/pdf/1502.01852.pdf

Инициализация Хе

$$\begin{aligned} \textit{Var}(h_i) &= E(x_i^2) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \\ x_i &= \textit{max}(0; h_{i-1}) \end{aligned}$$

Если h_{i-1} симметрично распределён относительно нуля, тогда:

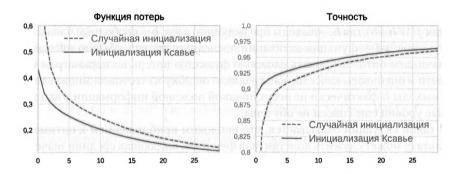
$$\begin{split} E(x_i^2) &= \frac{1}{2} \cdot \textit{Var}(h_{i-1}) \\ \textit{Var}(h_i) &= \frac{1}{2} \cdot \textit{Var}(h_{i-1}) \cdot [n_{in} \cdot \textit{Var}(w)] \\ \textit{Var}(w_i) &= \frac{2}{n_{in}} \end{split}$$

https://arxiv.org/pdf/1502.01852.pdf

Кратикие итоги

- Для симметричных функций с нулевым средним используйте инициализацию Ксавье init="glorot_uniform" или
- Для ReLU и им подобным инициализацию Xe init="he_uniform" или init="he_nomal"
- Эти две инициализации корректируют параметры распределений в зависимости от входа и выхода слоя так, чтобы поддерживать дисперсию равной единице

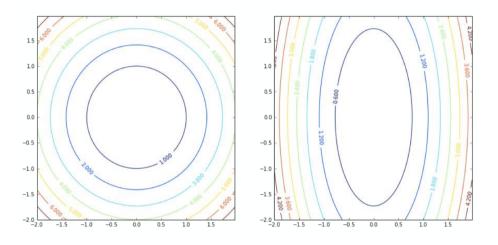
Эксперимент с MNIST



Источник: Николенко, страница 149

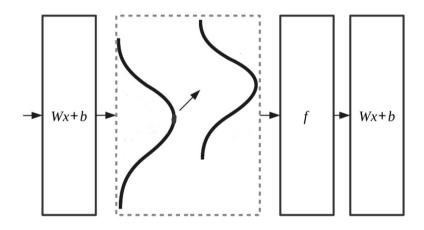
Батч-нормализация

Стандартизация

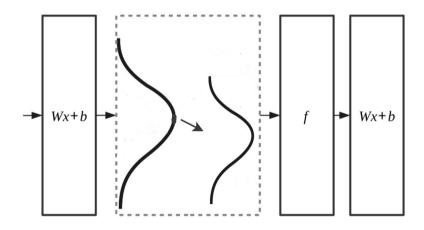


Какая из ситуаций лучше для SGD?

А что внутри?



А что внутри?



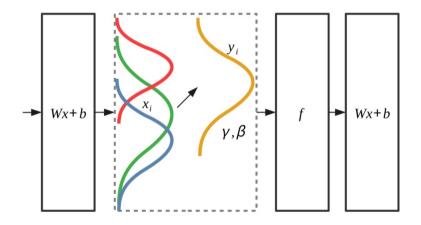
Проблема

- Давайте вместо X на входе использовать $\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$
- Даже если мы стандартизовали вход X, внутри сетки может произойти несчастье и скрытый слой окажется нестандартизован
- Скрытые представления h=f(XW) могут менять своё распределение в процессе обучения, это усложняет его

Проблема

- Давайте вместо X на входе использовать $\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$
- Даже если мы стандартизовали вход X, внутри сетки может произойти несчастье и скрытый слой окажется нестандартизован
- Скрытые представления h=f(XW) могут менять своё распределение в процессе обучения, это усложняет его
- Давайте на каждом слое вместо h использовать $\hat{h} = \frac{h \mu_h}{\sigma_h}$
- На выход будем выдавать $\beta \cdot \hat{h} + \gamma$, для того, чтобы у нас было больше свободы, параметры β и γ тоже учим

Batch norm (2015)



Batch norm (2015)

- Откуда взять μ_h и σ_h ?
- Оценить по текущему батчу!

$$\begin{split} \mu_h &= \alpha \cdot \bar{x}_{batch} + (1 - \alpha) \cdot \mu_h \\ \sigma_h^2 &= \alpha \cdot \hat{s}_{batch}^2 + (1 - \alpha) \cdot \sigma_h^2 \end{split}$$

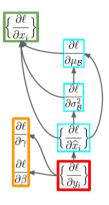
- Коэффициенты β и γ оцениваются в ходе обратного распространения ошибки
- Обучение довольно сильно ускоряется, сходимость улучшается

https://arxiv.org/pdf/1502.03167.pdf

Forward pass

```
Input: Values of x over a mini-batch: \mathcal{B} = \{x_{1...m}\};
                              Parameters to be learned: \gamma, \beta
Output: \{y_i = BN_{\gamma,\beta}(x_i)\}
  \mu_{\mathcal{B}} \leftarrow \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} x_{i} \qquad \qquad \text{// mini-batch mean} \sigma_{\mathcal{B}}^{2} \leftarrow \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (x_{i} - \mu_{\mathcal{B}})^{2} \qquad \qquad \text{// mini-batch variance} \widehat{x}_{i} \leftarrow \frac{x_{i} - \mu_{\mathcal{B}}}{\sqrt{\sigma_{\mathcal{B}}^{2} + \epsilon}} \qquad \qquad \text{// normalize} y_{i} \leftarrow \gamma \widehat{x}_{i} + \beta \equiv \text{BN}_{\gamma,\beta}(x_{i}) \qquad \qquad \text{// scale and shift}
```

Backward pass



$$\frac{\partial \ell}{\partial \widehat{x}_{i}} = \frac{\partial \ell}{\partial y_{i}} \cdot \gamma$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \sigma_{\mathcal{B}}^{2}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \ell}{\partial \widehat{x}_{i}} \cdot (\mathbf{x}_{i} - \mu_{\mathcal{B}}) \cdot \frac{-1}{2} (\sigma_{\mathcal{B}}^{2} + \epsilon)^{-3/2}$$

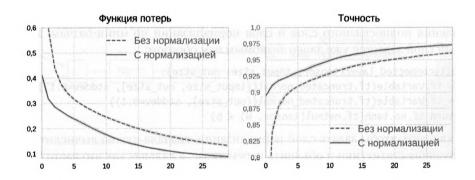
$$\frac{\partial \ell}{\partial \mu_{\mathcal{B}}} = \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \ell}{\partial \widehat{x}_{i}} \cdot \frac{-1}{\sqrt{\sigma_{\mathcal{B}}^{2} + \epsilon}}\right) + \frac{\partial \ell}{\partial \sigma_{\mathcal{B}}^{2}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} -2(x_{i} - \mu_{\mathcal{B}})}{m - 1}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_{i}} = \frac{\partial \ell}{\partial \widehat{x}_{i}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sigma_{\mathcal{B}}^{2} + \epsilon}} + \frac{\partial \ell}{\partial \sigma_{\mathcal{B}}^{2}} \cdot \frac{2(x_{i} - \mu_{\mathcal{B}})}{m - 1} + \frac{\partial \ell}{\partial \mu_{\mathcal{B}}} \cdot \frac{1}{m}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \ell}{\partial y_{i}} \cdot \widehat{x}_{i}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \ell}{\partial y_{i}}$$

Эксперимент с MNIST

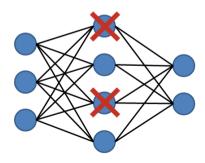


Источник: Николенко, страница 160

Трюки

- С батч-номрализацией нужно уменьшить силу Dropout и регуляризацию
- Не забывайте перемешивать обучающую выборку перед каждой новой эпохой, чтобы батчи были разнообразными

- С вероятностью p отключаем нейрон
- Делает нейроны более устойчивыми к случайным возмущениям
- Борьба с ко-адоптацией, не все соседи похожи, не все дети похожи на родителей



- forward pass:

$$o = f(X \cdot W + b)$$

forward pass:

$$\begin{split} o &= f(X \cdot W + b) \\ o &= D \cdot f(X \cdot W + b), \quad D = (D_1, \dots, D_k) \sim iidBern(p) \end{split}$$

forward pass:

$$\begin{split} o &= f(X \cdot W + b) \\ o &= D \cdot f(X \cdot W + b), \quad D = (D_1, \dots, D_k) \sim iidBern(p) \\ \\ o_i &= D_i \cdot f(wx_i^T + b) = \begin{cases} f(wx_i^T + b), p \\ 0, 1 - p \end{cases} \end{split}$$

Дропаут — это просто небольшая модификация функции активации

- forward pass:

$$\begin{split} o &= f(X \cdot W + b) \\ o &= D \cdot f(X \cdot W + b), \quad D = (D_1, \dots, D_k) \sim iidBern(p) \end{split}$$

- backward pass:

$$d = f'(h) \cdot W \cdot d$$
$$d = D \cdot f'(h) \cdot W \cdot d$$

- При обучении мы домножаем часть выходов на D_i , тем самым мы изменяем только часть параметров и нейроны учатся более независимо
- Dropout эквивалентен обучению 2^n сетей

- При обучении мы домножаем часть выходов на D_i , тем самым мы изменяем только часть параметров и нейроны учатся более независимо
- Dropout эквивалентен обучению 2^n сетей
- Что делать на стадии тестирования?

- При обучении мы домножаем часть выходов на D_i , тем самым мы изменяем только часть параметров и нейроны учатся более независимо
- Dropout эквивалентен обучению 2^n сетей
- Нам надо сымитировать работу такого ансамбля: можно отключать по очереди все возможные комбинации нейронов, получить 2^n прогнозов и усреднить их

- При обучении мы домножаем часть выходов на D_i , тем самым мы изменяем только часть параметров и нейроны учатся более независимо
- Dropout эквивалентен обучению 2^n сетей
- Нам надо сымитировать работу такого ансамбля: можно отключать по очереди все возможные комбинации нейронов, получить 2^n прогнозов и усреднить их
- Но лучше просто брать по дропауту математическое ожидание

$$o = p \cdot f(X \cdot W + b)$$

Обратный Dropout

- На тесте ищем математическое ожидание:

$$o = p \cdot f(X \cdot W + b)$$

Обратный Dropout

- На тесте ищем математическое ожидание:

$$o = p \cdot f(X \cdot W + b)$$

- Это неудобно! Надо переписывать функцию для прогнозов!

Обратный Dropout

- На тесте ищем математическое ожидание:

$$o = p \cdot f(X \cdot W + b)$$

- Это неудобно! Надо переписывать функцию для прогнозов!
- Давайте лучше будем домножать на $\frac{1}{p}$ на этапе обучения:

$$\begin{aligned} & \text{train: } o = \frac{1}{p} \cdot D \cdot f(X \cdot W + b) \\ & \text{test: } o = f(X \cdot W + b) \end{aligned}$$

Другие эвристики для обучения сеток

Предобучение

- Обучаем каждый нейрон на рандомной подвыборке, каждый нейрон впитает какие-то отдельные её особенности, после скрепляем все нейроны вместе и продолжаем обучение на всей выборке
- На будущее: обучаем на корпусе картинок автокодировщик, encoder благодаря этому учится выделять наиболее важные фичи, которые позволяют эффективно сжимать изображения. После срезаем decoder и на его месте достраиваем слои для решения нашей задаче, запускаем обычное дообучение.

Динамическое наращивание сети

- Обучение сети при заведомо недостаточном числе нейронов H
- После стабилизации функции потерь добавление нового нейрона и его инициализация путём обучения
 - либо по случайной подвыборке
 - либо по объектам с наибольшими значениями потерь
 - либо по случайному подмножеству входов
 - либо из различных случайных начальных приближений
- Снова итерации BackProp

Эмпирический опыт: Общее время обучения обычно лишь в 1.5-2 раза больше, чем если бы в сети сразу было итоговое число нейронов. Полезная информация, накопленная сетью не теряется при добавлении нейронов.

Прореживание сети

- Начать с большого количество нейронов и удалять незначимые по какому-нибудь критерию
- Пример: обнуляем вес, смотрим как сильно упала ошибка, сортируем все вязи по этому критерию, удаляем N наименее значимых
- После прореживания снова запускаем backprop
- Если качество модели сильно упала, надо вернуть последние удалённые связи

Другие хаки

Уже обсуждали

- l_1 и l_2 регуляризация
- Ранняя остановка
- Различные новые градиентные спуски, ускоряющие процедуру сходимости

Ещё обсудим

- Скип-конекшены
- Аугментация данных
- Более забубуенистые архитектуры