

Тервер

① Tip-Boo ən. սշացօք

$\mathcal{W} = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ np.-bo ən. uxogob

A \subset Ω - субдом

Управление (класс. вер-Тб)

$$\mathfrak{L} = \{ \cdot : \cdot \}$$

A - behaño retíralo recro

$$A = \{ \cdot : \cdot : \cdot : \cdot \} \subset \mathfrak{L}$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(w_i) = \frac{1}{n}$$

Банкнота 1000:

→ tags heeft creatief

→ ratio разомерности нет

\Rightarrow алгебраика

Supplementary (Rev. 1994)

1. 2ac 09:00 - 10:00

Саша
Кася



Какова всп.

• Бүгөн ?

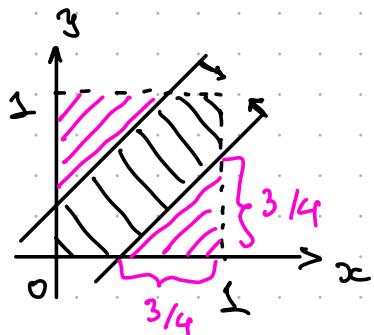
$$\Omega = [0; 1] \times [0; 1]$$

$$A = \{(x,y) \in Q : |x - y| \leq 0.25\}$$

$$|x-y| \leq \frac{1}{4}$$

$$x > y \quad x - y \leq \frac{1}{4} \quad y \geq x - \frac{1}{4}$$

$$x < y \quad y - x \leq \frac{1}{4} \quad y \leq x + \frac{1}{4}$$



$$P(A) = \frac{S_A}{S_{\Omega}} =$$

- Помимо Ω и $A \subset \Omega$ считаются события?
Чтобы не всегда писать F
- Как правило можно определить P ?
 (Ω, F, P) $P: F \rightarrow [0; 1]$
вероятностная
тройка + аксиомы

② Сигма-алгебра

σ -алгебра — список мн-в, которые мы считаем событиями
заранее?

→ моделирование наяву реальности и т.д.

→ для технических целей в теоремах

Оп. 1 (удобное)

Набор F называется σ -алгеброй, если

1) $\Omega \in F$

2) Если события $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots \in F$ то есть

$\forall n$ конъюнкция $(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)^c$ тоже в F

Оп. 2 (формальное)

$$1) \Omega \in \mathcal{F}$$

$$2) A \in \mathcal{F} \Rightarrow A^c = \Omega \setminus A \in \mathcal{F}$$

$$3) A_1, \dots, A_n, \dots \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$$

математический
кадор
Требования

Иллюстрация

$$\Omega = \{ \cdot, : \cdot, \cdot : \cdot, \cdot \cdot, \cdot : \cdot : \cdot, \cdot : \cdot : \cdot : \cdot \}$$

Баch имеет смысл
во трёх

\mathcal{F} - кадор событий, которые
он может

знает остаток от
девятки на три

$$\mathcal{F} = \left\{ \{ \cdot, : \cdot \}, \{ \cdot : \cdot, \cdot \cdot \}, \{ \cdot : \cdot, \cdot : \cdot \}, \emptyset, \Omega, \right.$$

$$\left. \{ \cdot, : \cdot, \cdot, \cdot : \cdot \}, \{ \cdot : \cdot, \cdot : \cdot \}, \{ \cdot : \cdot, \cdot : \cdot, \cdot : \cdot \} \right\}$$

$$\{ \cdot \}$$

$\{ : \}$ нет виду

$$\{ \cdot, : \cdot \} \quad \mathcal{F}$$

$$\{ \cdot, : \cdot, \cdot : \cdot \}$$

самая базовая : Ω
 σ -алгебра : 2

самая базовая : $\{\emptyset, \Omega\}$
 σ -алгебра

Всегда 3 самых маленьких кадор есть в, который
помогает σ -алгебре

$$\mathcal{F} = \sigma(\{ \cdot, : \cdot \}, \{ \cdot : \cdot, \cdot \cdot \}, \{ \cdot : \cdot, \cdot : \cdot \})$$

$$A = \{a, b, c\} \quad |A| = 3 \quad |2^A| = 2^{|A|} = 8$$

$$2^A = \{\{a, b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \emptyset\}$$

③ Вероятность

$$P: \Omega \rightarrow [0; 1]$$

Аксиомы
Колмогорова

обладает:
свойствами:

$$\begin{array}{c|c} A \cup B & A \cup B \\ A \cap B = \emptyset & x \cdot z. npo \\ & A \cap B \end{array}$$

$$1) P(\Omega) = 1; P(\emptyset) = 0$$

$$2) P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$3) P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$4) P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Cб-Ба:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Зап.-е

Кубик

A - ред.

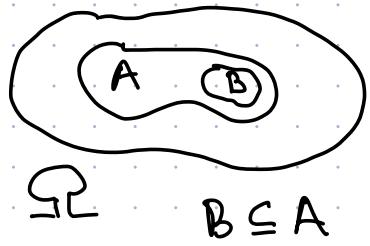
$$\left\{ \dots \dots \dots \dots \right\}$$

B - gen. на 3

$$\left\{ \dots \dots \dots \right\}$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

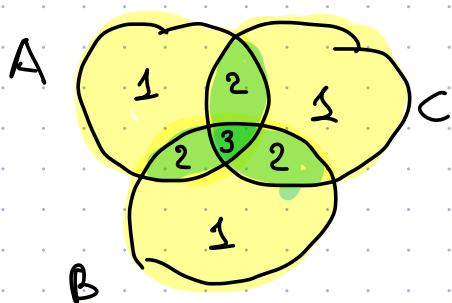


$$P(A) \geq P(B)$$

$$P(A \setminus B) = P(A) - P(B) \quad A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

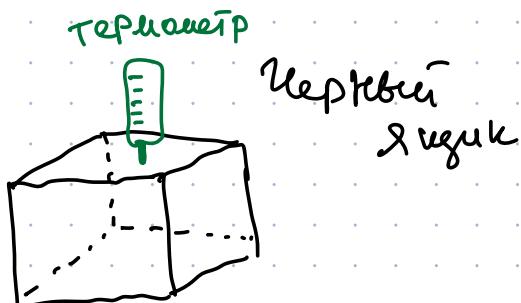
$$- P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$



Φ-ла Включений –
исключений

④ Статистические величины

$$X: F \rightarrow \mathbb{R}$$



дискретна

Ω	0	P
X	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Ω – дискретна

$$F = 2^{\Omega}$$

можно нарисовать

$f_X(x)$ Таинствы!

$$\Omega = \mathbb{R} ?$$

$$P(A) - ?$$



$$f_x(x) \cdot \Delta + O(\Delta)$$

||

$$\mathbb{P}(X \in [x; x+\Delta])$$

||

$$\mathbb{P}(A) = \int_A f_x(x) dx$$

$f_x(x)$ - mostkočis p.-x

$F_x(x)$ - q. pachpeg.-x

$$f_x(x) = F'_x(x)$$

$$F_x(x) = \int_0^x f_x(t) dt$$

||

$$\mathbb{P}(X \leq x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

$$f(x) = O(g(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x} = 0$$

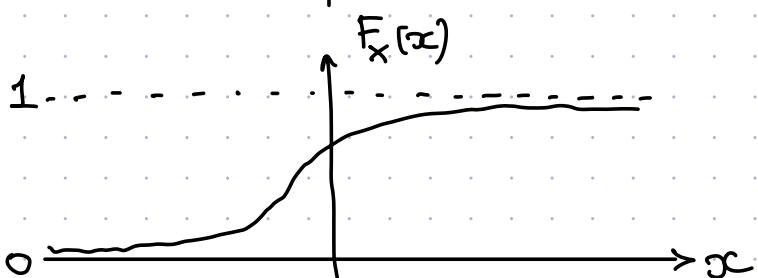
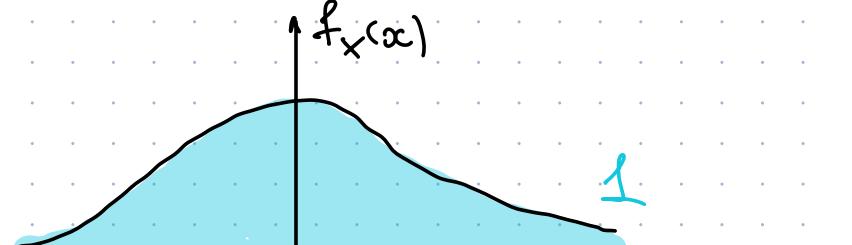
$$x^2 = O(x)$$

$x \rightarrow \infty$

$$\ln x << x << x^k << a^x << x! << x^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^x}{x^x} = 0$$

$$a^x = O(x^x)$$



$$X | x_1, \dots, x_k$$

$p_1 \dots p_k$

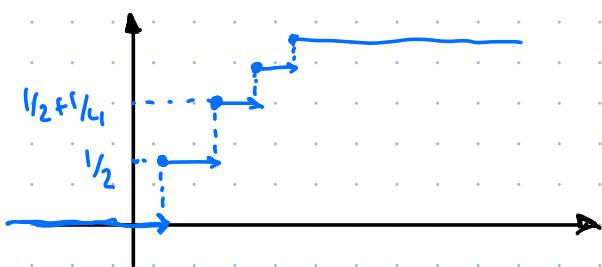
$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(t) dt = 1$$

Информатика

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$F_x(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & , x < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} & , 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} & , 3 \leq x < 4 \\ 1 & , x \geq 4 \end{cases}$$



$$E(X) = \sum_k P(X=k) \cdot k = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{8} \cdot 4 = \frac{7}{4}$$

$$\text{Var}(X) \stackrel{?}{=} E(X - E(X))$$

$$E(X - E(X)) = E(X) - E(E(X)) = 0$$

X	-1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\text{Var}(X) = E(X - E(X))^2 = E(X^2) - E^2(X)$$

X	-10	10
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

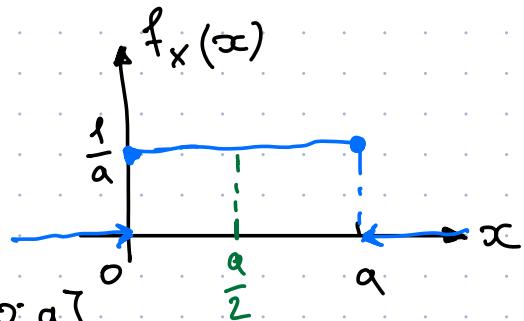
$$E(X^2) = \sum_k P(X=k) \cdot k^2$$

Методом сводки

$$E(X^2) = 1^2 \cdot \frac{1}{2} + 2^2 \cdot \frac{1}{4} + 3^2 \cdot \frac{1}{8} + 4^2 \cdot \frac{1}{8}$$

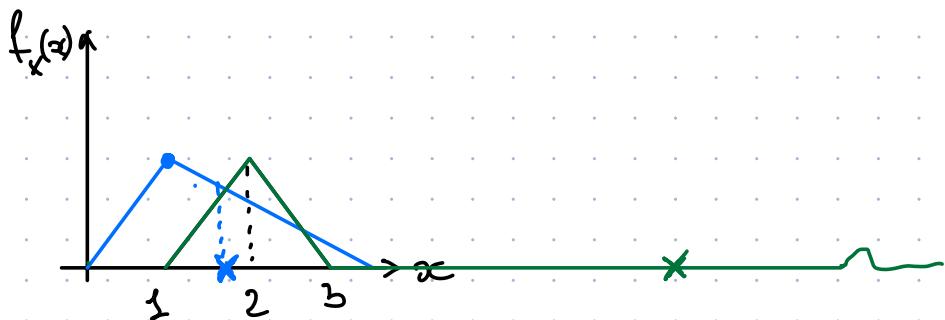
Unparametrische

$$X \sim U[0; a]$$

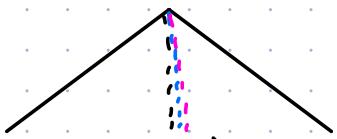


$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & x \in [0, a] \\ 0, & x \notin [0, a] \end{cases}$$

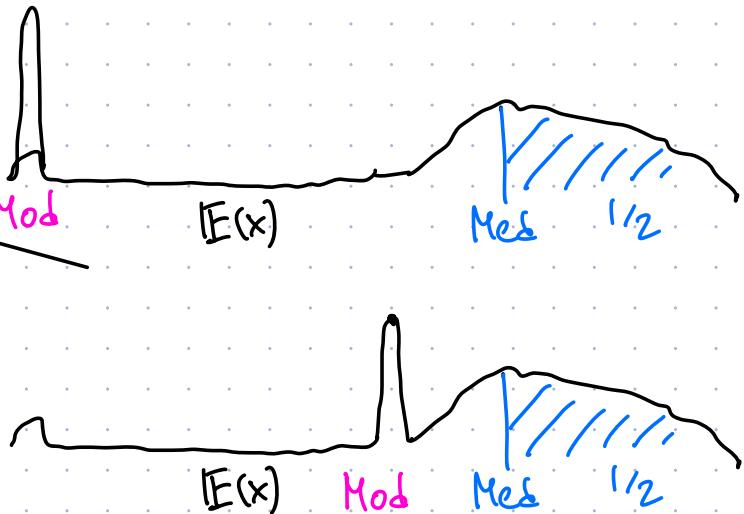
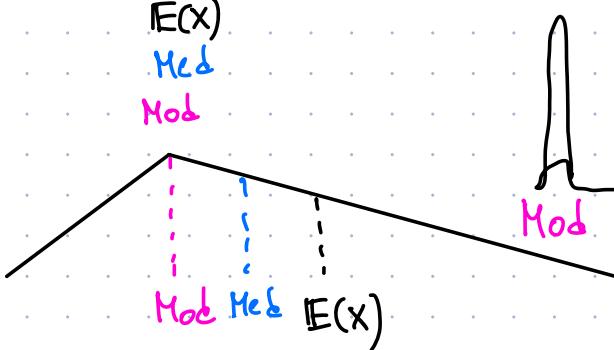
$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_X(t) dt = \int_0^a t \cdot \frac{1}{a} dt = \frac{1}{a} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^a = \frac{a}{2}$$



$$\frac{1}{2} = \mathbb{P}(X \geq \text{med}) = \mathbb{P}(X < \text{med})$$



$$\text{Mod} = \arg \max_t f_X(t)$$



$$E(X^2) = \int_0^a t^2 \cdot \frac{1}{a} dt = \frac{1}{a} \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^2}{3}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - 3a^2}{12} = \frac{a^2}{12}$$