Informe de la Tarea Investigativa II, presentado por los estudiantes del equipo No. 30

Francisco Vicente Suárez Bellón C-212
Max Bengochea C-211

December 2022

Título: PERIODIC SOLUTIONS FOR SMALL AND LARGE DELAYS IN A TUMOR-IMMUNE SYSTEM MODEL

Autores del articulo:
RADOUANE YAFIA

Revista:
Electronic Journal of Differential Equations

Año:
2006

Impacto: 1.282

1 Introduction

En este articulo se hace referencia a un modelo de tumor inmune que expresa su comportamiento mediante ecuaciones diferenciales en este se centran principalmente en su análisis de estabilidad y su estudio de soluciones periódicas. Para ello se hace uso de la teoría de la estabilidad de Lyapunov. El sistema el cual analizan en profundidad es un sistema de ecuaciones diferenciales no ordinarias las cuales se salen del objeto de este trabajo las cuales son:

Ecuaciones no ordinarias

$$\frac{dx}{dt} = \sigma + \omega x(t-\tau)y(t-\tau) - \delta x$$
$$\frac{dy}{dt} = \alpha y(1-\beta y) - xy$$

Sin embargo tambien nos proporcionan otro sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias las cuales son el objeto de estudio en este trabajo

Sistema a trabajar

$$\frac{dx}{dt}=\sigma+\omega xy-\delta x$$
$$\frac{dy}{dt}=\alpha y(1-\beta y)-xy$$

2 Metodología

Para poder analizar este sistema no lineal de ecuaciones diferenciales ordinarias usaremos los recursos numericos como Runge- Kutta 4 y el método de Euler Modificado además de utilizar recursos computacionales para ilustar los resultados obtenidos mediante gráficas.
Comenzamos buscando los posibles puntos de equilibrio de este sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias para ello buscamos para que valores ambas ecuaciones se hacen cero simultáneamente luego para obtener su análisis de estabilidad usaremos el teorema de Hartman–Grobman
Para aplicar las hipótesis del teorema antes descrito es necesario "linealizar" el sistema dado que este no es lineal por lo que se hace uso de la siguiente matriz de jacobiano del sistema respecto a x y y respectivamente

Matriz de jacobiano

$$\begin{pmatrix} y\omega-\delta & x\omega \\ -y & -x-y\alpha\beta+\alpha(-y\beta+1) \end{pmatrix}$$

Nos centraremos en el análisis en el punto de equilibrio $(0,0)$ dado que en dicho punto la matriz se convierte en una matriz diagonal lo cual facilita mucho el análisis de estabilidad de este punto de equilibrio.

Matriz jacobina en (0,0)

$$\begin{pmatrix} -\delta & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

Análisis de estabilidad: TEOREMA 2 Estabilidad de sistemas casi lineales

Sean $\lambda 1$ y $\lambda 2$ los eigenvalores de la matriz de coefiecientes del sistema lineal dado asociado con el sistema casi lineal. Entonces:
1. Si $\lambda 1 = \lambda 2$ son eigenvalores reales e iguales, por consiguiente el punto crítico (0, 0) es un nodo o un punto espiral, y es asintóticamente estable si $\lambda 1 = \lambda 2 < 0$, e inestable si $\lambda 1 = \lambda 2 > 0$.
2. Si $\lambda 1$ y $\lambda 2$ son imaginarios puros, entonces (0, 0) es un centro o un punto espiral, y puede ser asintóticamente estable, estable o inestable.

3. En caso contrario —esto es, que $\lambda 1$ y $\lambda 2$ no sean reales e iguales o imaginarios puros—, el punto crítico (0, 0) del sistema casi lineal es del mismo tipo y con la misma estabilidad que el punto crítico (0, 0) del sistema lineal asociado

3 Resultados

El tipo de estabilidad del punto (0,0) dependerá de los valores de: δ y α

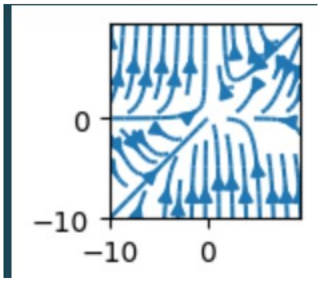
3.1 δ=1 y α=-1

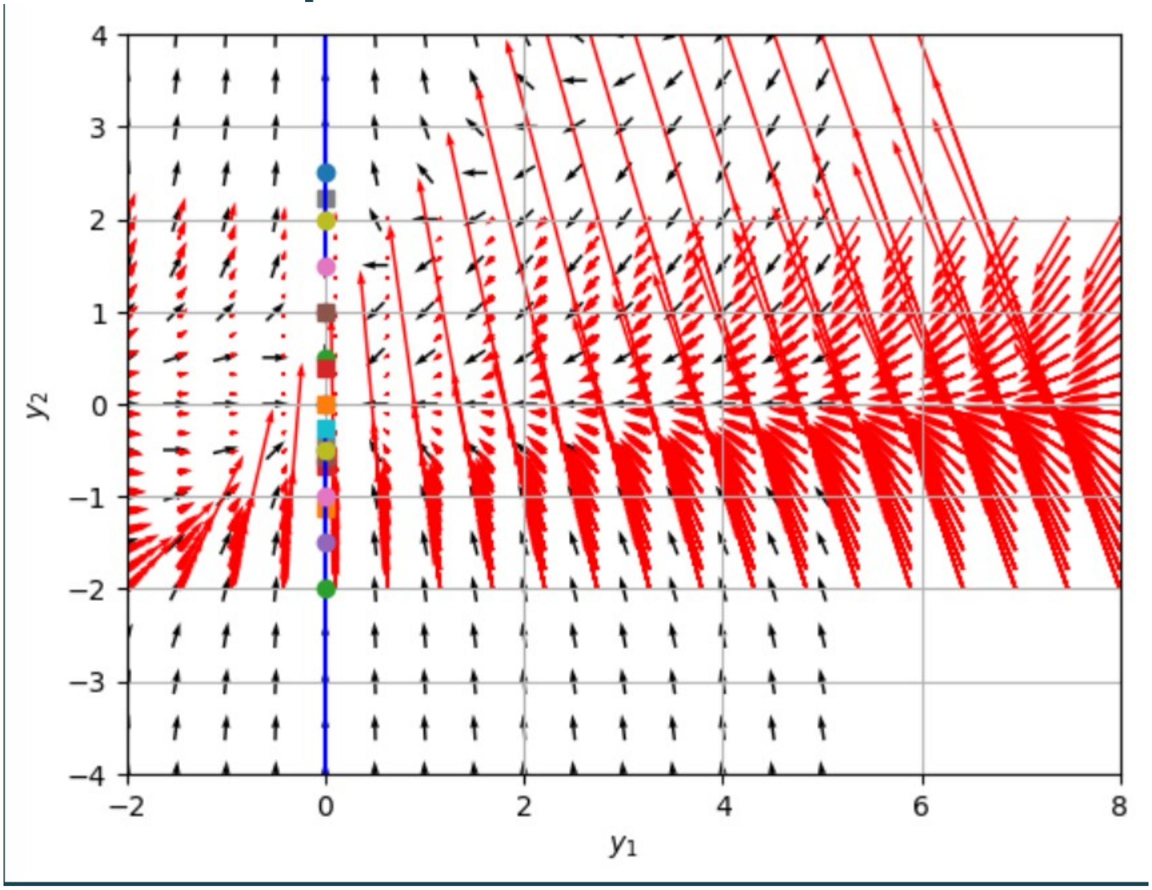
La matriz del jacobiano quedaria

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Con lo que es un nodo o punto espiral y asintóticamente estable

Planos Fase del punto





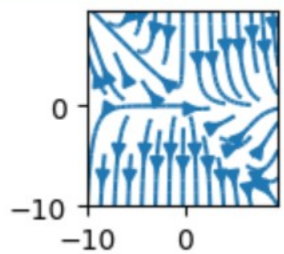
δ=-1 y α=1

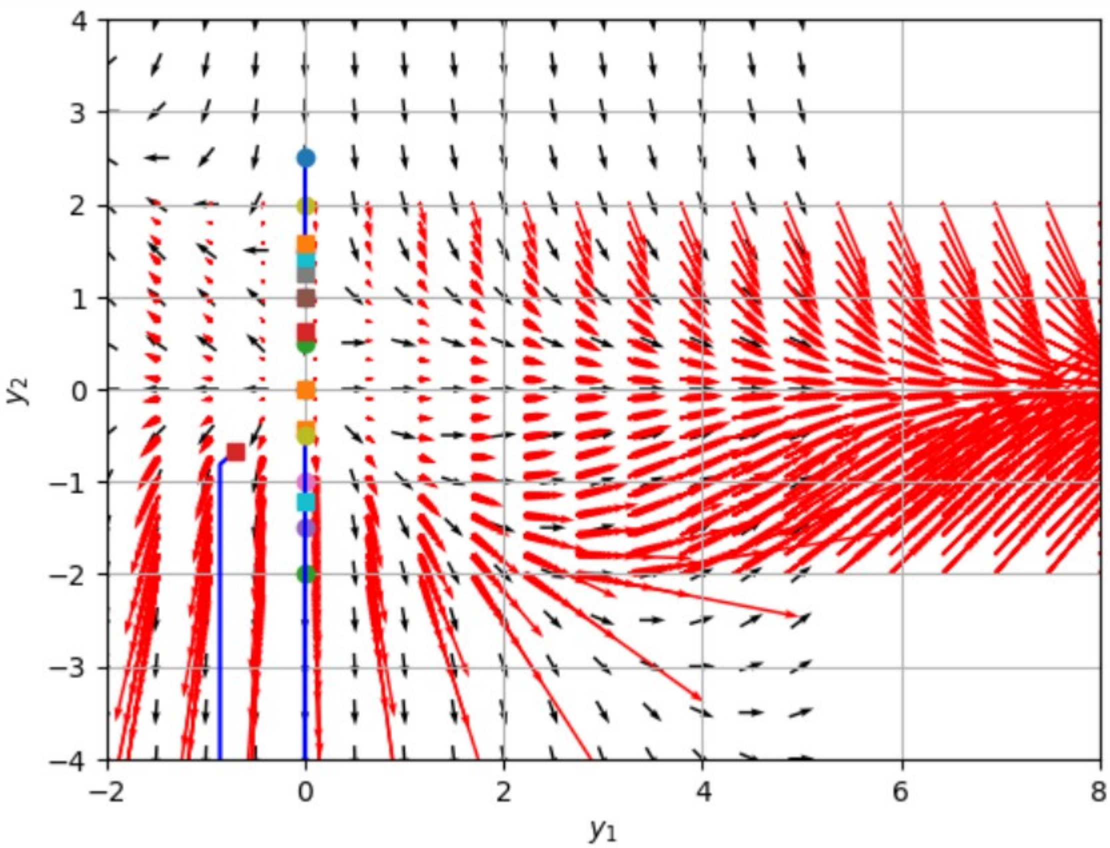
El tipo de estabilidad del punto (0,0) dependerá de los valores de: δ y α La matriz del jacobiano quedaría

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Con lo que es un nodo o punto espiral y asintóticamente inestable

Planos Fase del punto





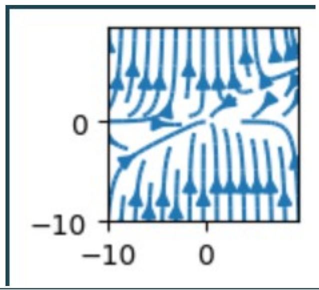
δ=1 y α=-2

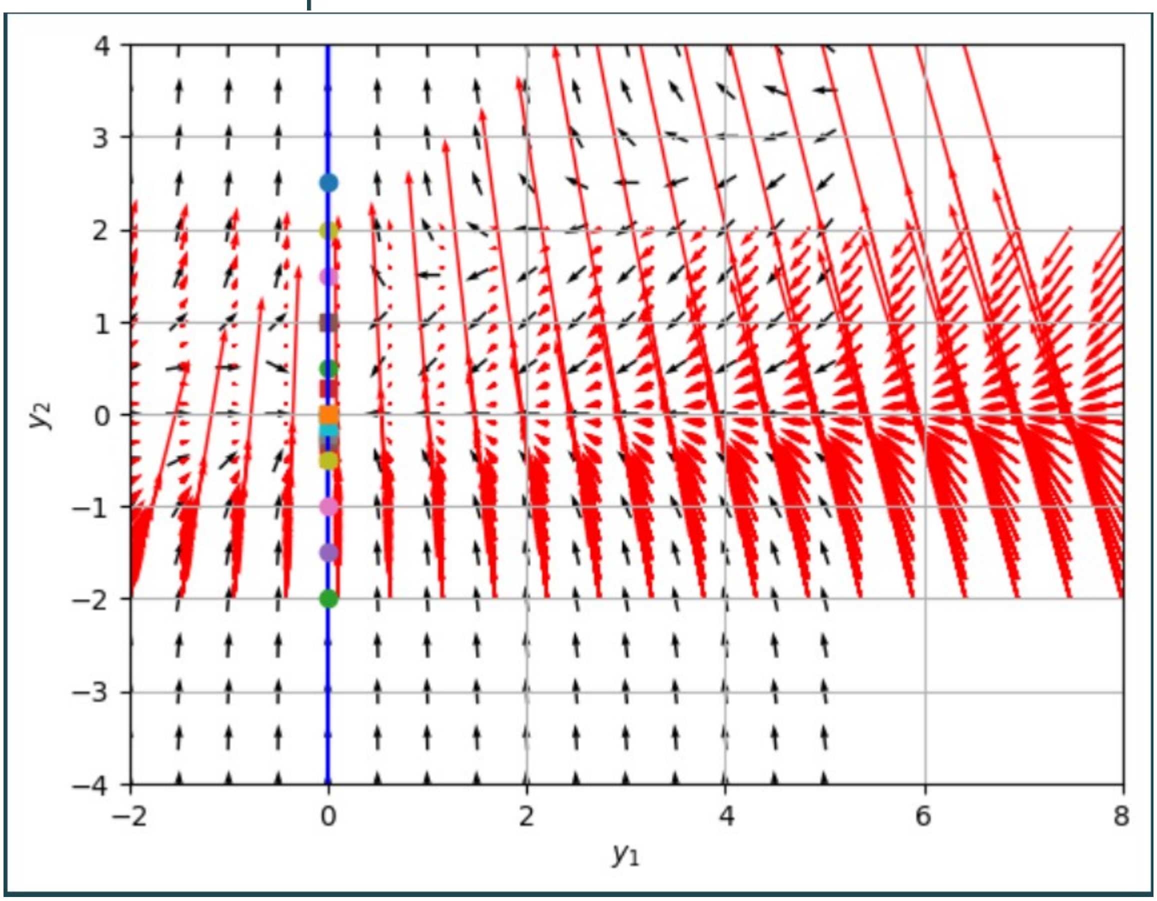
La matriz del jacobiano quedaría

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Con lo que es un nodo impropio estable

Planos Fase del punto





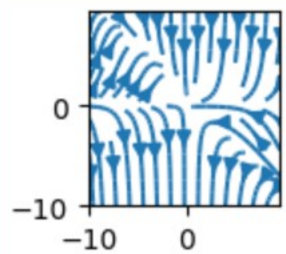
δ=1 y α=1

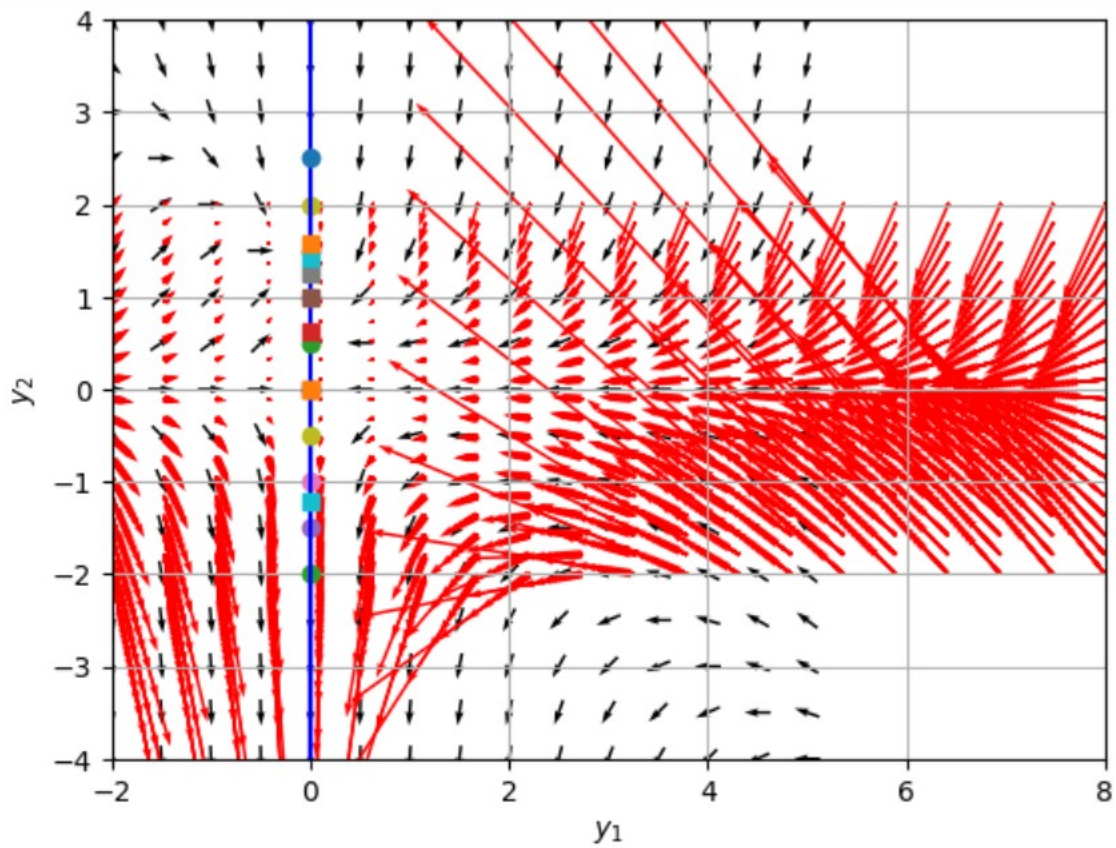
La matriz del jacobiano quedaría

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Punto silla inestable

Planos Fase del punto





δ=1 y α=1

La matriz del jacobiano quedaría

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nodo impropio inestable

Planos Fase del punto