La función de distribución marginal de una variable aleatoria continua es la función que describe la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor menor o igual que un cierto valor dado, sin tener en cuenta los valores de las otras variables aleatorias en el vector.

Para encontrar la función de distribución marginal de una variable en un vector aleatorio continuo, se integra la función de densidad conjunta sobre todas las demás variables aleatorias excepto la variable de interés.

Supongamos que tenemos un vector aleatorio continuo $X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ con función de densidad conjunta $f_X(x_1, x_2, ..., x_n)$. La función de distribución marginal de la variable aleatoria X_1 se define como:

$$F_{X_1}(x_1) = P(X_1 \leq x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x_1, x_2, ..., x_n) dx_2 dx_3 \cdots dx_n$$

donde la integral se realiza sobre todas las variables aleatorias excepto X_1.

De manera similar, la función de distribución marginal de la variable aleatoria X_2 se define como:

$$F_{X_2}(x_2) = P(X_2 \leq x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x_1, x_2, ..., x_n) dx_1 dx_3 \cdots dx_n$$

y así sucesivamente para las otras variables aleatorias.

La función de distribución marginal de X_1 en el caso específico de $f_X(x_1, x_2) = x_1 e^{-(x_1+x_2)}$, si $x_1 \geq 0$ y $x_2 \geq 0$, y en otro caso toma valor 0, es:

$$F_{X_1}(x_1) = \int_{y}^{\infty} x_1 e^{-x_1 - x_2} dx_2 = -x_1 e^{-x_1 - x_2} \Big|_{x_2=y}^{x_2=\infty} = x_1 e^{-x_1 y}$$

para $x_1 \geq 0$ y $y \geq 0$.

La función de densidad de probabilidad marginal se define como la derivada de la función de distribución marginal. En el caso de la variable aleatoria X_1, la función de densidad de probabilidad marginal es:

$$f_{X_1}(x_1) = \frac{d}{dx_1} F_{X_1}(x_1) = e^{-x_1 y} - x_1 y e^{-x_1 y}$$

para $x_1 \geq 0$ y $y \geq 0$.

Es importante tener en cuenta que la función de densidad de probabilidad marginal no representa la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor específico, sino la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor en un intervalo específico. La probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor específico es cero, ya que el número de valores posibles para una variable aleatoria continua es infinito.

Espero que esta explicación y código en LaTeX te haya sido útil. Si tienes más preguntas, no dudes en hacerlas.