Prácticas de Producción

Autores: Francisco Vicente Suárez Bellón, Eric Luis López Tornas.

Tutores: Gemayqzel Bouza Allende,Yeneit Delgado Kios.

Resumen:

Durante las últimas décadas, la industrializaci ón ha contribuido al deterioro medioambiental. Como resultado de esto, existe una necesidad real de que las industrias sean cada vez más eficientes en consumo de recursos naturales para mantener e levados niveles de producción. El modelo matemático que describe esa situación se ha descrito en la literatura. Este tiene una estructura jerárquica en que un líder: el estado, fija los precios para promover el reciclaje, dado que los seguidores, las empresas, minimizan los costos asociados a la obtención del recurso que necesitan ya sea mediante el reciclaje o comprándolo al líder. Este proyecto posee como objetivo el estudio de dos algoritmos para resolver el modelo en cuestión , uno de tipo Gauss-Seidel y el método de Newton.

Palabras Claves: Eco-parque industrial, Optimización bi-nivel, MPCC, Teoría de Juegos.

Abstract:

Industrialization has led to significant environmental degradation in recent decades, highlighting the need for industries to become increasingly efficient in their consumption of natural resources. To address this issue, policies that promote recycling in industrial parks are being established. In this study, we propose a bi-level mathematical model that describes an industrial eco-park where the state acts as the leader and sets prices to incentivize recycling, while companies, acting as followers, minimize costs associated with obtaining resources through recycling or purchasing from the leader. The resulting bi-level model is relaxed using necessary optimality conditions, resulting in a complementarity problem. The objective of this project is to study specific algorithms for solving the model, including Gauss-Seidel and Newton's method, and to analyze their performance in finding solutions.

Introducción:

La modelación de los eco-parques industriales de intercambio de agua es un problema complejo con un número grande de variables como son la cantidad de agua que compra cada empresa al estado y la que es adquirida de otros procesos y empresas, además las restricciones a considerar como que tanto el agua a comprar por el líder como la adquirida por el reciclaje debe satisfacer las necesidades de cada proceso de cada empresa, siendo estas dos variables siempre positivas, además de controlar los parámetros de salida de contaminacián máxima asi como su análogo para la entrada, cumpliéndose que en para los casos en que sea aceptada la oferta hecha por parte de un provedor (otra empresa) o parte de esta, la cual es agua reciclada; la contaminación máxima de salida suministrada debe ser menor o igual que la cantidad máxima admitida por el comprador.

. La solución planteada en este documento está dada por encontrar un equilibrio de Nash en el costo del consumo de la muestra de procesos y empresas analizar.
(En este trabajo el análisis se centra en dos empresas con un proceso por cada una.)

Nomenclatura:

x: cantidad de agua que envía la empresa 1 a la empresa 2.

y: cantidad de agua que envía la empresa 2 a la empresa 1.

z_i: cantidad de agua que envía el estado a la empresa.

$C\max I_i$: cantidad máxima de contaminante a la entrada del proceso de la empresa i

$C\max O_i$: cantidad máxima de contaminante a la salida del proceso de la empresa i

h: cantidad de horas de trabajo anual del eco-parque.

α: precio del agua fresca.

β: precio de desechar el agua.

δ: precio de bombear agua contaminada.

M_i: carga de contaminante del proceso de la empresa i.

W_i: cantidad de agua necesaria para la empresa i.

W_{zi}: cantidad de agua ofertada por el estado a la empresa i.

W_{ji}: cantidad de agua ofertada por la empresa j a la empresa i.

Modelo Matemático:

Función de costo anual para la empresa i:

$$f(t_1, t_2, z_i) = h * (\alpha z_i + \beta(z_i + t_2 - t_1) + \tfrac{\delta}{2}(t_1 + t_2))$$

Función para optimizar el costo de la empresa 1:

$$G_1(x, y, z_1) = \begin{cases} mínf(x, y, z_1) \\ S.A \begin{cases} z_1 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ z_1 + y \geq x \\ C^1 \max O_1(z_1 + y) = C^2 \max O_2(y) + M_1 \end{cases} \end{cases}$$

Función para optimizar el costo de la empresa 2:

$$G_2(x, y, z_2) = \begin{cases} mínf(y, x, z_2) \\ S.A \begin{cases} z_2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ z_2 + x \geq y \\ C\max O_2 * (z_2 + x) = C\max O_1 * (x) + M_2 \end{cases} \end{cases}$$

Instrucciones de uso:

Para utilizar ambos algoritmos es necesario suministrar la información mediante un archivo.xlsx en la carpeta $Data_Base$, el archivo a rellenar con los siguientes parámetros:

Process (Nombre del proceso)
C Max in C Max out : (Concentración máxima de contaminante aceptado tanto en la entra como la concentración de contaminante máxima en la salida)
Process water consumption (Cantidad de agua que consume el proceso)
States maximum water supply (Cantidad de agua máxima a abastecer para el proceso)
Sale price of state water (Precio de venta del agua)
Discharge Water Price (Precio de descargar el agua) Time of the test (Esta es la cantidad ciclos que se quieren medir en esa ejecución ; no es lo mismo que el requisito de cuantas iteraciones que se pide al ejecutar el código)
Company To Send Water (Nombre de la compañía al la que se le oferta enviar el agua)
Process to send (Nombre del proceso de la compañía a la que se le oferta el agua)
Maximum water supply (Cantidad máxima de agua que se oferta para ese proceso)
Sales Price (Precio de venta del agua a ese proceso)
Con Contamination

Todas la unidades de medida de tiempo, capacidad o precios deben ser los mismos para todos los datos a rellenar.

La salida del algoritmo esta en archivos .xlsx en la carpeta *Output*

Módelo Computacional:

Algoritmo de optimización:

El algoritmo se centra en dado unos datos iniciales suministrados por un modelo en .xlsx en la carpeta $Data_Base$, el cual se computa para devolver las respuestas en un nuevo archivo .xlsx, en la carpeta Output donde empieza con la palabra Output y continua con el mismo nombre que tenía el archivo del cual se extrajo la información .

Se trata de un proceso iterativo, cada iteración optimiza el costo de una empresa y emplea el resultado como parámetro para la optimización de la siguiente empresa. Los parámetros iniciales son suministrados mediante un documento excel. Para optimizar el costo de la empresa i se toma como parámetro W_i ,W_{zi} ,W_{ji} ,α ,β, δ, h, $C\,\text{máx}\,I_i$, $C\,\text{máx}\,O_i$ y M_i . Primeramente se analiza que se cumplen las condiciones de factibilidad, de cumplir los parámetros con las restricciones $z_1 \geq 0$, $x \geq 0$, $z_1 + y \geq x$, $C^1\,\text{máx}\,O_1(z_1 + y) = C^2\,\text{máx}\,O_2(y)+M_1$ se suministrado al solver PulP. El cual devuelve un vector solución de cuatro componentes, el costo, z_i, el agua comprada a la empresa j y la oferta de venta de la empresa i a la empresa j. Este último componente se utiliza como parámetro para optimizar el costo de la empresa j. El ciclo de optimización se ejecutara la cantidad de veces indicada por el usuario siempre que los parámetros del problema cumplan las resticciones de sus respectivas funciones.

Nota:

La información antes obtenida se analiza por medio de algoritmos de programación lineal: PulP, antes de realizar dicha optimización se lleva a cabo la comprobación de las condiciones necesarias y suficientes como son: $C\,\text{máx}\,O_i <= C\,\text{máx}\,I_i \;\; i \neq j$; en caso de no cumplirse se toma la decisión de hacer dicha oferta como nula, análogamente se procede con después de analizado las condiciones anteriores a comprobar que: $z_i \geq 0$, $x \geq 0$, $z_j + y \geq Wi$ donde la empresa i serái la que se comenzá a analizar. El algoritmo analiza un proceso a la vez tomando como la oferta realizada al contrario será aceptada inicialmente, mientras que al final de cada ejecución este se re-calcula.
Como en este análisis solo utilizamos el caso de dos empresas con un solo proceso cada una cada vez que se quiere ejecutar un ciclo del anterior algoritmo el resultado por cada ciclo será el mismo, dado que cada iteración los valores de contaminación son los mismos.

Algoritmo numérico:

El método de optimización con Newton Raphson compara los datos de entradas y busca que tan cerca está dicha solución del valor óptimo, dado que dicho algoritmo siempre y cuando cumpla con las condiciones necesarias de convergencia de este.

Nota : El caso de parada es cuando la norma del vector del caso k y k-1 es menor que un epsilon (en este caso epsilon es igual 0.01).

Para la realización de este algoritmo se utilizaron las bibliotecas de numpy y sympy. El modelo matemático en el cuál se basa es en el de dado el sistema de ecuaciones que en este caso serían las derivadas de primer orden (M) del sistema que se muestra como modelo matemático conformándose un sistema de 12 ecuaciones igualadas todas a la solución homogénea. Dado que todavía no se tiene un sistema lineal de ecuaciones se procede a hallar la matriz jacobina del sistema anterior (Df). después para hallar el paso se procede a realizar por factorización PLU la resolución del sistema de ecuaciones del h= Df M(evaluada en el paso k) después al paso $k+1$=$k+h$ siendo un bucle este hasta que se cumpla la condición de parada o se realizan más de 50 iteraciones .

Ejemplos Númericos:

Parámetro	Caso					
	1		2		3	
	empresa 1	empresa 2	empresa 1	empresa 2	empresa 1	empresa 2
W_i	10000	10000	10000	10000	10000	10000
W_{zi}	10000	10000	10000	10000	10000	10000
W_{ji}	10000	10000	50000	50000	10000	10000
α	1	1	10	7.5	1	1
β	0.35	0.25	0.25	0.35	0.25	0.35
δ	1	4.5	1	1	1	1
h	10	10	10	10	10	10
$C\,\text{máx}\,I_i$	100	70	100	70	100	70
$C\,\text{máx}\,O_i$	200	90	200	90	200	90
M_i	75	50	75	50	20	25

Resultados:

Resultados	Caso		
	1	2	3
x	0	0	0
y	10000	10000	10000
z_1	0	0	0
z_2	10000	10000	100001
Costo para la empresa 1	200000	7500	75000
Costo para la empresa 2	75000	975000	500000

Debido a la dimensión del problema solo tomamos los resultados de la primera iteración del ciclo. El código se ejecuto en un PC HP Pavilion 15 con procesador AMD Ryzen 3 2300U 2.00 GHz, 12.0 GB de memoria RAM en el sistema operativo Windows 10 con configuración de 64 bits.

Método Numérico:

A continuación se expone la solución del problema de optimización usando el método de Newton. Este se encuentra implementado en la función Newton Raphson, la cual recibe como parámetros un vector de 12 componentes $f(x)$, halla la matriz jacobiana del sistema de ecucaciones y su descomposión LU usando los métodos jacobian y LUsolve respectivamente. Esta última se representará por A. El método tomara una aproximación de la solución $x^{(k)}$ para encontrar una aproximación $x^{(k+1)}$ usando la ecuación :

$$\text{A} * (x^{(k+1)} - x^{(k)}) = -f(x^{(k)}) \quad \text{k} = 0,1,2...$$

donde $x^{(0)}$ es el vector 0_{12}. El método tendrá como condición de parada $||x^{(k+1)} - x^{(k)}|| < e_1$ y $|| \frac{x^{(k+1)} - x^{(k)}}{x^{(k+1)}} || < e_2$.

Ejemplos Númericos :

Resultados	Casos		
	1	2	3
x	0	0	0
y	0.000021	0.000021	0.000021
z_1	0	0	0
z_2	0.000021	0.000021	0.000021

Bibliografía:

(1) Ramos, Manuel(2016): Water integration in eco-industrial parks using a multi-leader-follower approach.