

## Examen PED junio 2014. GRADO

- Normas:**
- ♦ Tiempo para efectuar el ejercicio: **1 hora y 45 minutos**
  - En la cabecera de cada hoja **Y EN ESTE ORDEN** hay que poner: **APELLIDOS, NOMBRE**.
  - Cada pregunta se escribirá en hojas diferentes.
  - Las soluciones al examen se dejarán en el campus virtual.
  - Se puede escribir el examen con lápiz, siempre que sea legible
  - **Todas las preguntas tienen el mismo valor.**
  - Las fechas de “Publicación de notas” y “Revisión del examen teórico” se publicarán en el Campus Virtual.

1. a) Utilizando exclusivamente las operaciones constructoras generadoras de lista, definir la sintaxis y la semántica de la operación *sublista* que actúa sobre una lista de números naturales y devuelve la lista original en la que se han eliminado los elementos que ocupan las posiciones pares y también los elementos iguales a un número natural especificado que ocupan las posiciones impares.

Nota: se pueden utilizar todas las operaciones definidas para números naturales.

Dado el grafo no dirigido representado por la lista de adyacencia que se muestra a continuación:

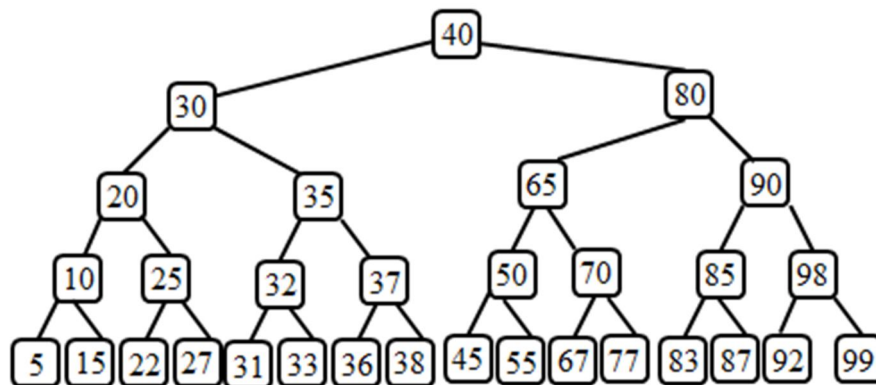
- b) Obtener DFS(1), el árbol extendido en profundidad partiendo del vértice 1 y la clasificación de las aristas.

- c) Define y calcula las componentes fuertemente conexas del grafo. ¿Es un grafo fuertemente conexo? Justifica tu respuesta

Nota: La lista de adyacencia de cada vértice se recorre de menor a mayor vértice para todos los casos del ejercicio. Las listas están desordenadas.

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 7$   
 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$   
 $3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 5$   
 $4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 3$   
 $5 \rightarrow 6 \rightarrow 1$   
 $6 \rightarrow 8 \rightarrow 9$   
 $7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10$   
 $8 \rightarrow 9$   
 $9 \rightarrow 10$   
 $11 \rightarrow 13$   
 $12 \rightarrow 11$   
 $14 \rightarrow 11$

2. Dado el siguiente árbol A:



- a) Realiza el borrado del ítem 40 del árbol A, suponiendo que este árbol es un árbol 234, indicando número y tipo de transformaciones utilizadas.

Criterio 1: Consultar el hermano de la izquierda.

Criterio 2: Si el ítem a borrar no está en una hoja, sustituir por el mayor de la izquierda.

- b) Realiza el borrado del ítem 80 del árbol A, suponiendo que este árbol es un árbol 23, indicando número y tipo de transformaciones utilizadas.

Criterio 1: Consultar el hermano de la izquierda.

Criterio 2: Si el ítem a borrar no está en una hoja, sustituir por el mayor de la izquierda.

- c) Considerando el árbol A un árbol binario de búsqueda, muestra la representación secuencial en forma de vector del árbol binario A. Indica brevemente cómo realizarías el borrado del ítem 65 en este árbol ABB con esta representación secuencial.

Criterio: Si el ítem a borrar no está en una hoja, sustituir por el mayor de la izquierda.

## Ejercicio 1

a)  $crear() \rightarrow lista$        $inscabeza(lista, item) \rightarrow lista$

sublista  $\rightarrow$  elimina pares y los iguales a un número  
 $\rightarrow$  devuelve una lista

$sublista(crear(), x) = crear()$

$sublista(In(crear(), y), x) =$  si  $(x == y)$  entonces  $crear()$   
 sino  $In(crear(), y)$

$sublista(In(In(lista1, y), z), x) =$  si  $(y == x)$  entonces  $sublista(lista1, x)$   
 sino  $In(sublista(lista1, x), z)$

*posición par*      *posición impar*

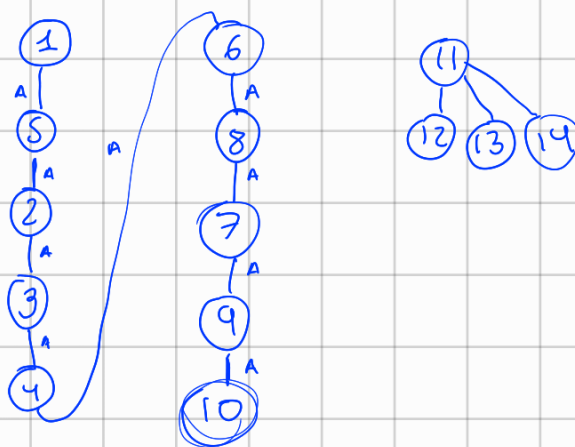
1      2

2      1

b)  $DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 7, 9, 10$

$DFS(11) = 11, 12, 13, 14$

Al ser no dirigido las aristas marcadas son de árbol (A) y el resto de retroceso.



c) Las componentes fuertemente conexas de un grafo son el conjunto maximal de vértices en el cual existe un camino que va desde cualquier vértice del conjunto hasta cualquier otro vértice del conjunto

Grafo fuertemente conexo: Aquel que sólo posee un componente fuertemente conexo

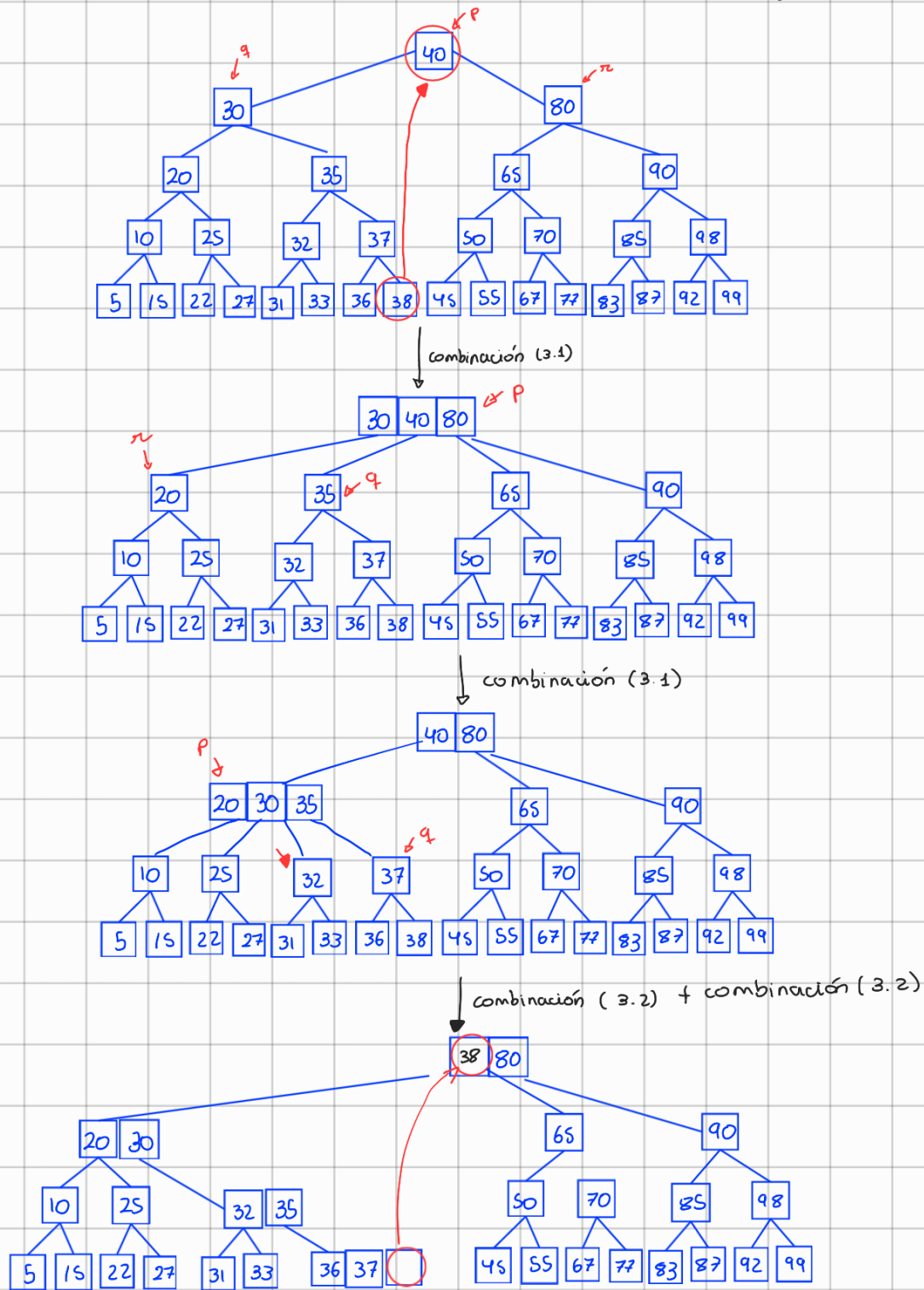
$C\#1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$C\# = \{10, 11, 12, 13\}$

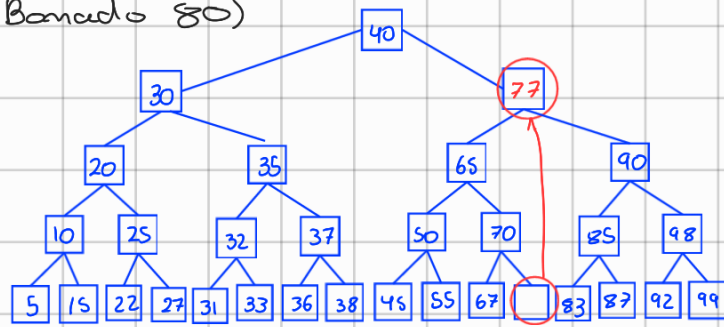
} No es un grafo fuertemente conexo

## Ejercicio 2

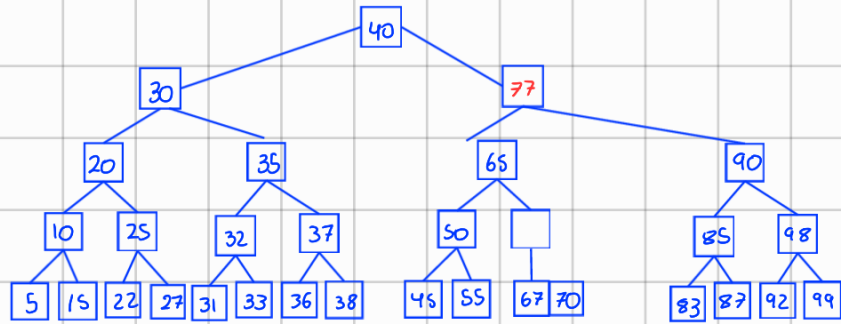
a) 2-3-4 (Bomado 40) hermano izquierda, mayor izquierda



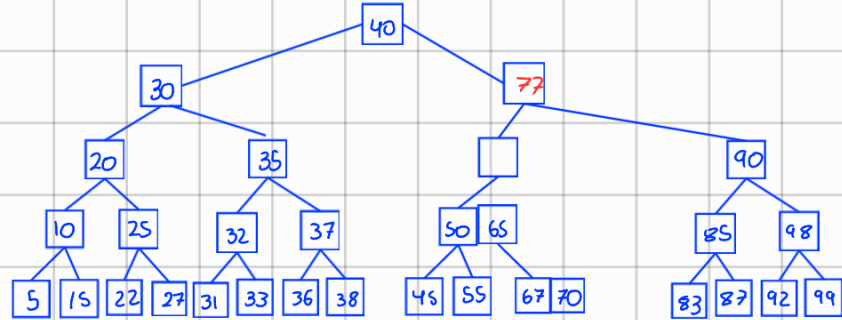
b) 2-3 (Bomardo 80)



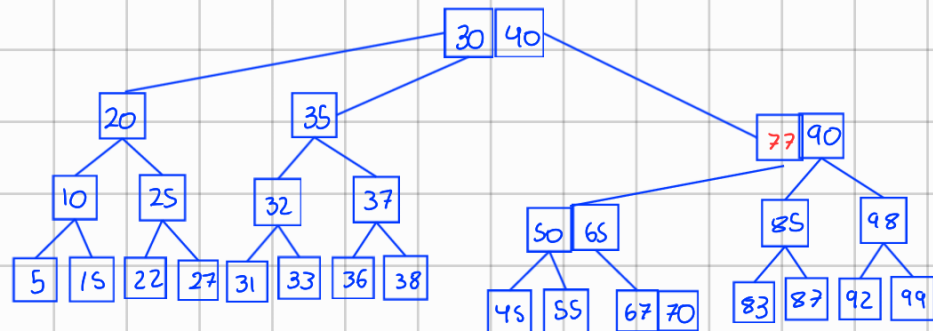
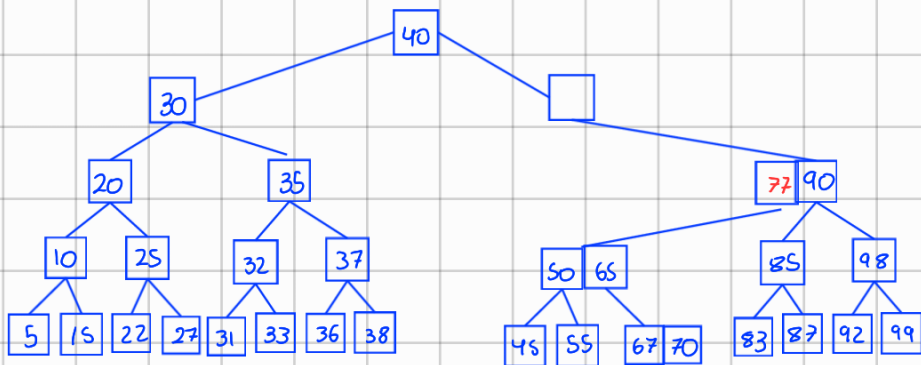
↓ combinación



↓ combinación



↓ combinación



### c) Representación secuencial (Bosch 65)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
40	30	80	20	35	65	90	10	25	32	37	50	70	85	98	5	15	22	27	31	33	36	38	45	55	67	77	83	87	92	99

Para acceder al hijo izquierdo de un nodo  $p(i)$  realizaremos  $2i$  y al hijo derecho

$2i+1$ . Para saber el padre dividiremos entre dos

1° Paso)  $65 > 40$  (hijo derecha)  $2i+1 \rightarrow 2 \cdot 1 + 1 = 3$

2° Paso)  $65 < 80$  (hijo izquierdo)  $2i \rightarrow 2 \cdot 3 = 6$

3° Paso) No nodo hoja, buscar mayor izquierda

4° Paso)  $2 \cdot 6 = 12$  (hijo izquierdo)

5° Paso)  $2 \cdot 12 + 1 = 25$  (mayor  $\rightarrow$  derecha)  $\rightarrow$  55 elemento por el que se sustituye

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
40	30	80	20	35	55	90	10	25	32	37	50	70	85	98	5	15	22	27	31	33	36	38	45	--	67	77	83	87	92	99

## Examen PED junio 2014. Soluciones

1.

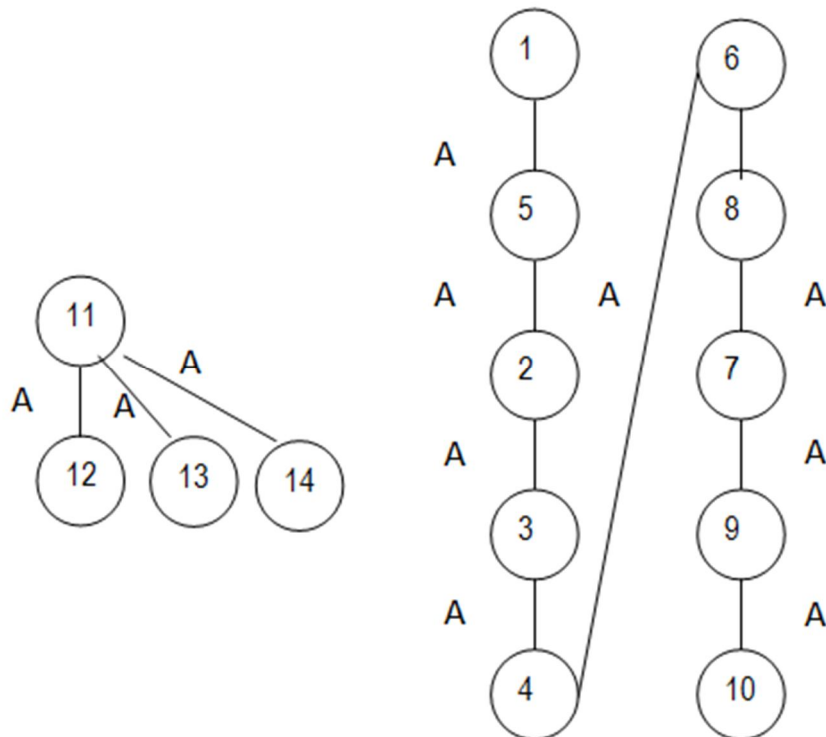
a)

```
sublista: lista , ítem → lista
Var l1:lista; x,y, Z:item;
sublista(crear_lista(),Z) = crear_lista()
sublista(IC(crear_lista(),x),Z) =
    si x==Z entonces crear()
    sino IC(crear_lista(),x)
sublista(IC(IC(l1,x),y),Z) =
    si y==Z entonces sublista(l1,Z)
    sino IC(sublista(l1,Z),y)
```

b)

DFS(1)=1,5,2,3,4,6,8,7,9,10. Se continúa por DFS(11)=11,12,13,14

Árbol extendido en profundidad. Las aristas marcadas son de árbol (A), el resto son de retroceso



c)

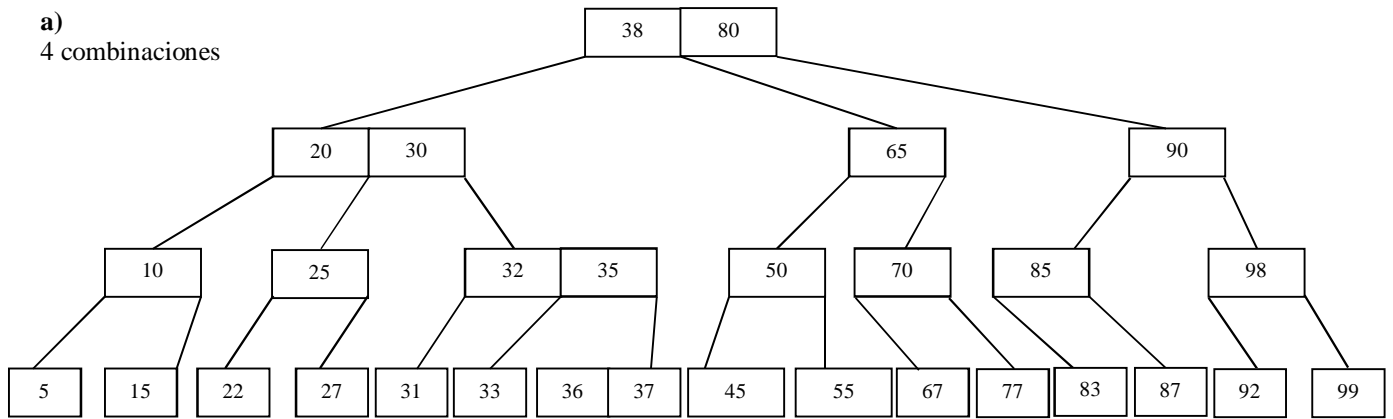
Componente Fuertemente conexa de un grafo: Conjunto maximal de vértices en el cual existe un camino que va desde cualquier vértice del conjunto hasta cualquier otro vértice también del conjunto.

GRAFO FUERTEMENTE CONEXO: aquel que tiene un sólo componente fuerte.

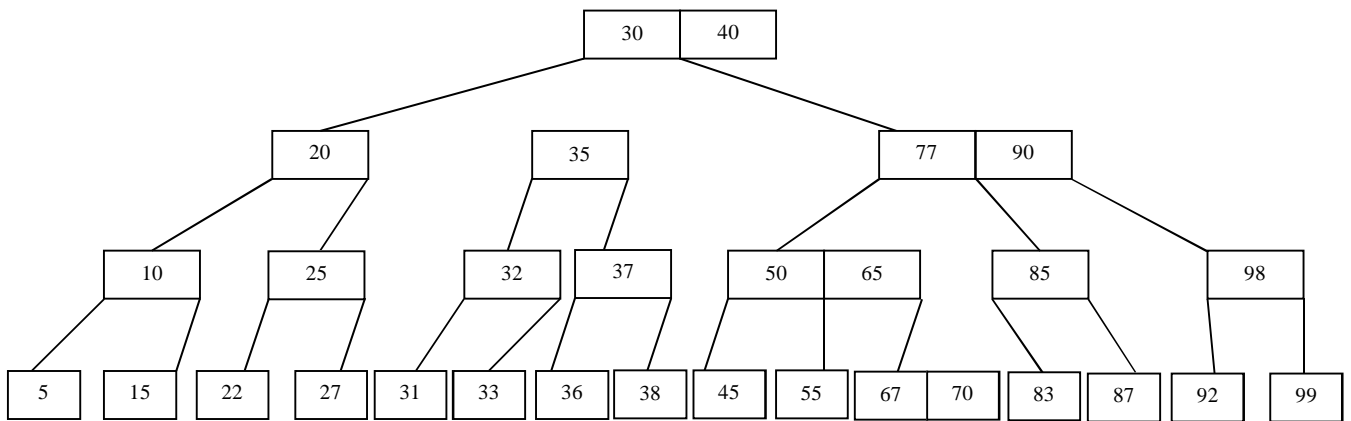
C1={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} y C2={11,12,13,14}. No es un grafo fuertemente conexo

2.

a)  
4 combinaciones



b)  
4 combinaciones



c)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
40	30	80	20	35	65	90	10	25	32	37	50	70	85	98	5	15	22	27	31	33	36	38	45	55	67	77	83	87	92	99

Para los movimientos descendentes, dada una casilla  $i$  del vector, se desplazará al hijo izquierda accediendo a la casilla  $2i$ , y al hijo derecho accediendo a  $2i+1$ . Para los movimientos ascendentes se accederá mediante la división entera por 2.

Para realizar el borrado del ítem 65, se comenzará en la raíz del ABB que está en la casilla 1 del vector y se seguirá el proceso de búsqueda habitual del ABB utilizando las fórmulas anteriormente descritas, hasta llegar al ítem 65. Puesto que dicha clave se encuentra en un nodo interior del árbol, se realizará la búsqueda del ítem mayor de su subárbol izquierdo y se procederá a su intercambio y posterior borrado, quedando el vector del siguiente modo:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
40	30	80	20	35	55	90	10	25	32	37	50	70	85	98	5	15	22	27	31	33	36	38	45	--	67	77	83	87	92	99