به نام خدا

پروژه هفتم درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها

فاطمه‌زهرا برومندنیا-۸۱۰۱۰۰۰۹۴

بخش اول

$$R\frac{di(t)}{dt} + L\frac{d^۲ i(t)}{dt^۲} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau = v_{in}(t)$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}} RsI(s) + I(s)Ls^۲ + \frac{1}{C}I(s) = sV(s)$$

$$\xrightarrow{\text{از سری}} v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau \xrightarrow{\mathcal{L}} v_C(s) = \frac{1}{C}\times\frac{1}{s}\times I(s)$$

ب) $$I(s) = \frac{sV(s)}{Ls^۲ + Rs + \frac{1}{C}}$$

ج) $$\xrightarrow[y(t) = v_C(t)]{x(t) = v_{in}(t)} Y(s) = \frac{1}{C}\,\frac{X(s)}{Ls^۲ + Rs + \frac{1}{C}}$$

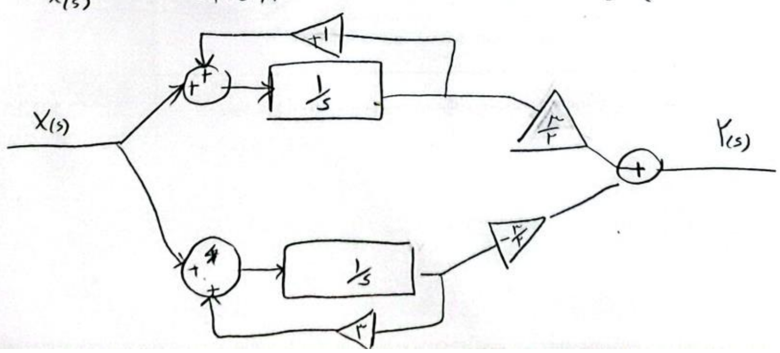
د) $$\xrightarrow[L = \frac{1}{۴},\ R = 1]{C = \frac{۴}{۳}} \xrightarrow{H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}} H(s) = \frac{\frac{۳}{۲}}{s+1} + \frac{-\frac{۳}{۲}}{s+۳}$$

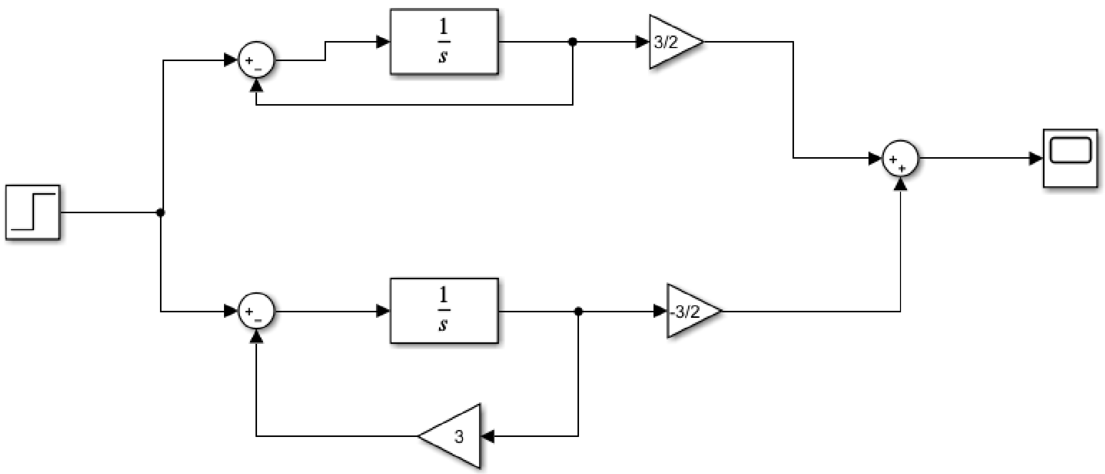
$$H(s) = \frac{۳}{(s+1)(s+۳)}$$

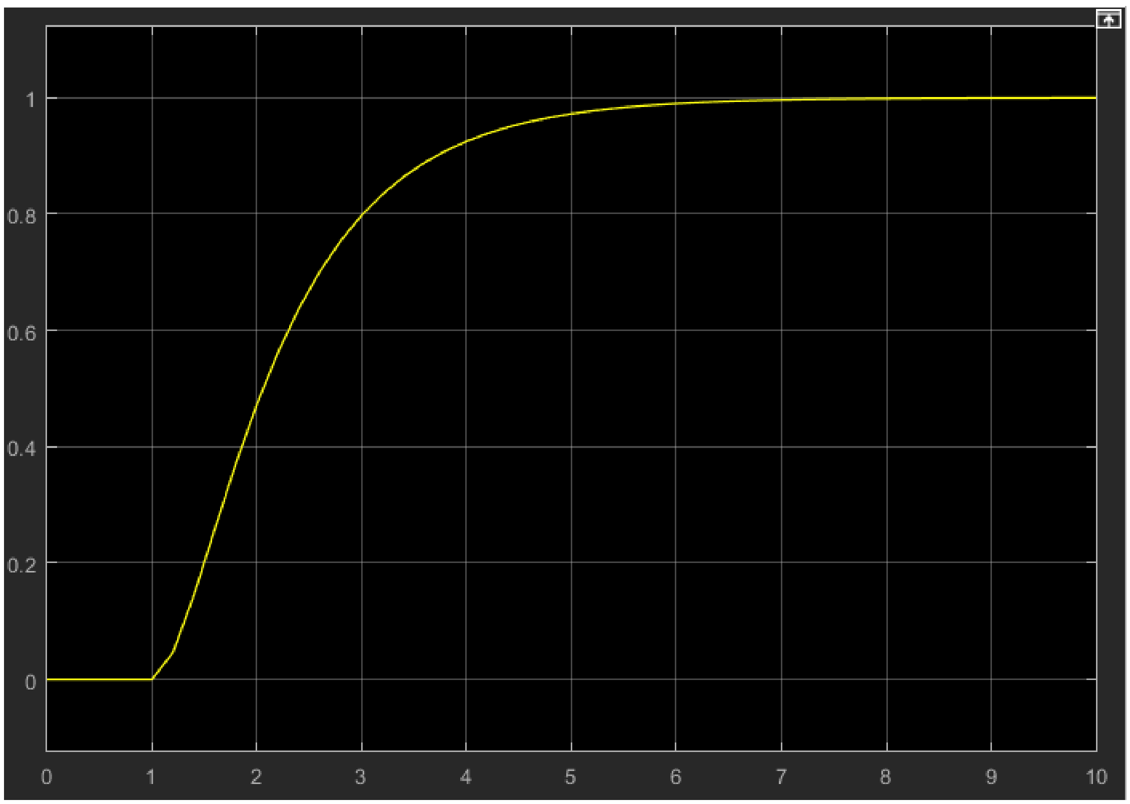
و) $$\xrightarrow[x(t) = u(t)]{\text{با فرض}} X(s) = \frac{1}{s} \longrightarrow H(s)X(s) = \frac{۳}{s(s+1)(s+۳)} \overset{\text{تجزیه کسر}}{=} \frac{-\frac{۳}{۲}}{s+1} + \frac{\frac{1}{۲}}{s+۳} + \frac{1}{s}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}\{\}} y(t) = -\frac{۳}{۲}e^{-t}u(t) + \frac{1}{۲}e^{-۳t}u(t) + u(t)$$

ه) $$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{۳}{s^۲ + ۴s + ۳} \longrightarrow Y(s) = -\frac{۴}{s}Y(s) + \frac{۳}{s^۲}\left(Y(s) - X(s)\right)$$







بله پاسخ به دست آمده در متلب با جواب نوشته شده تطابق دارد. جوابی که نوشته شده، همان طور که مشخص است یک پله با جمع دو e^-mt (که mضرایب متفاوتی است و یکی منفی است و دیگری مثبت) در نتیجه باید چیزی شبیه پله ببینیم که کمی در ابتدا از تیزی آن به خاطر دو جمله اکسپوننشال کم شده باشد. و همین را در خروجی مشاهده می‌کنیم.

بخش دوم

(۲–

2) $k\left(x(t) - y(t)\right) + B\left(\frac{dx(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt}\right) = M\,\frac{d^2 y(t)}{dt^2}$

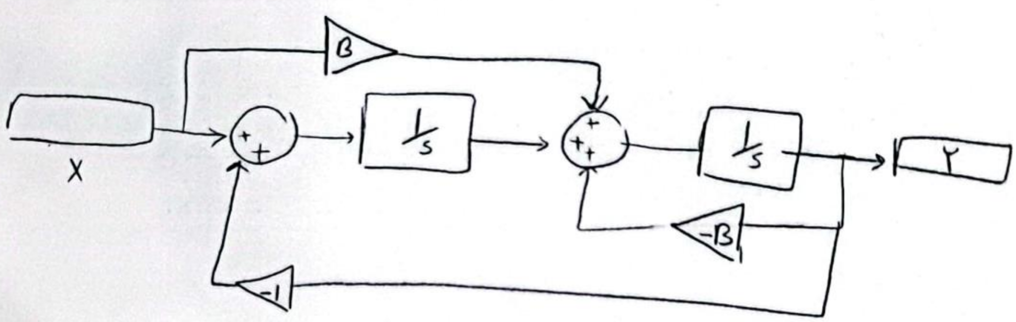
$$\xrightarrow{M=k=1} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B\,\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) + B\,\frac{dx(t)}{dt}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}} s^2 Y(s) + Bs\,Y(s) + Y(s) = X(s) + Bs\,X(s)$$

$$Y(s)\left(s^2 + Bs + 1\right) = X(s)\left(1 + Bs\right)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1 + Bs}{s^2 + Bs + 1}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s^2}\left(X(s) - Y(s)\right) + \frac{1}{s}\left(BX(s) - BY(s)\right)$$



ج)

$$\xrightarrow{} \xrightarrow{B=0} H(s) = \frac{1}{s^2+1} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \boxed{h(t) = \sin(t)}$$

د)

$$s = \frac{1 \pm \sqrt{B^2 - 4}}{2} \xrightarrow{\text{حقیقی شدن}} B^2 - 4 > 0$$

B حداقل باید دو باشد

$$B^2 > 4 \longrightarrow |B| > 2$$

$$H(s) = \frac{1 + 2s}{s^2 + 2s + 1} = \frac{A}{s+1} + \frac{C}{(s+1)^2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \boxed{-e^{-t}(t-2)\,u(t)}$$

$A = 2\,,\ C = -1$

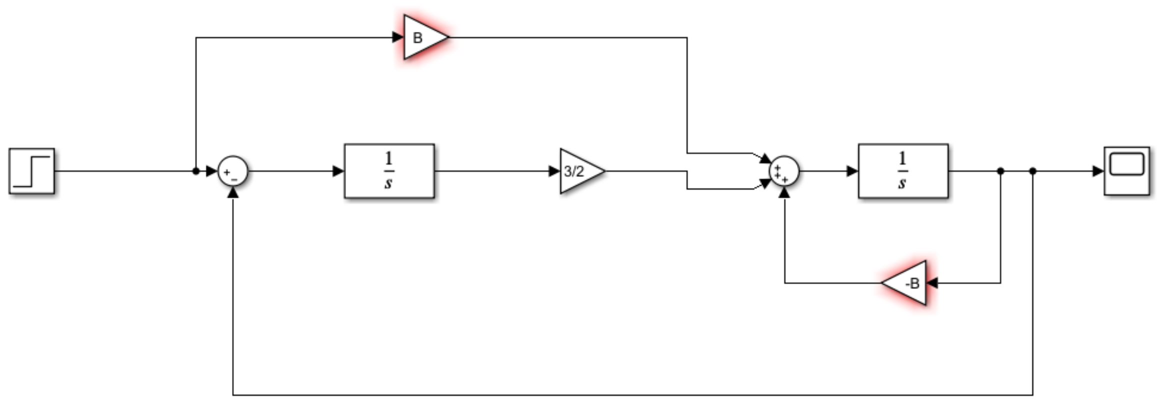
و)

$$H(s) = \frac{1+100s}{s^2+100s+1} \simeq \frac{1+100s}{(s+100)(s+0.01)} = \frac{A}{(s+100)} + \frac{C}{(s+0.01)}$$

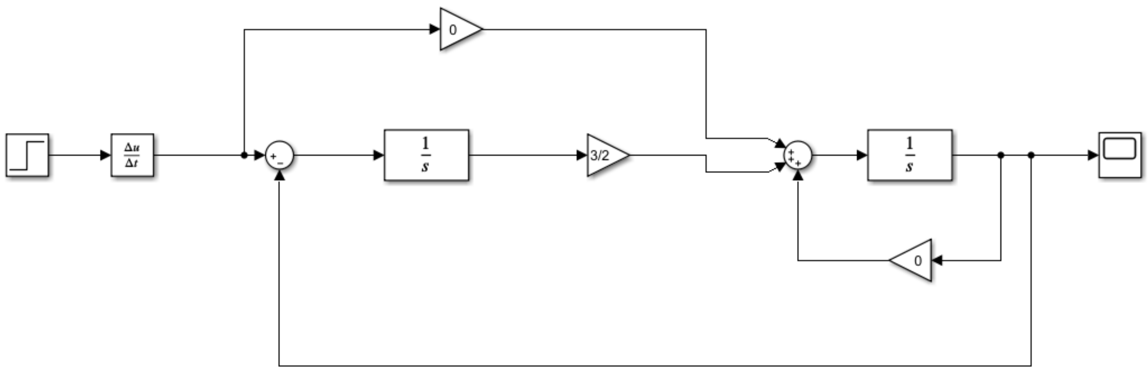
$$C = 0 \,,\; A = 100$$

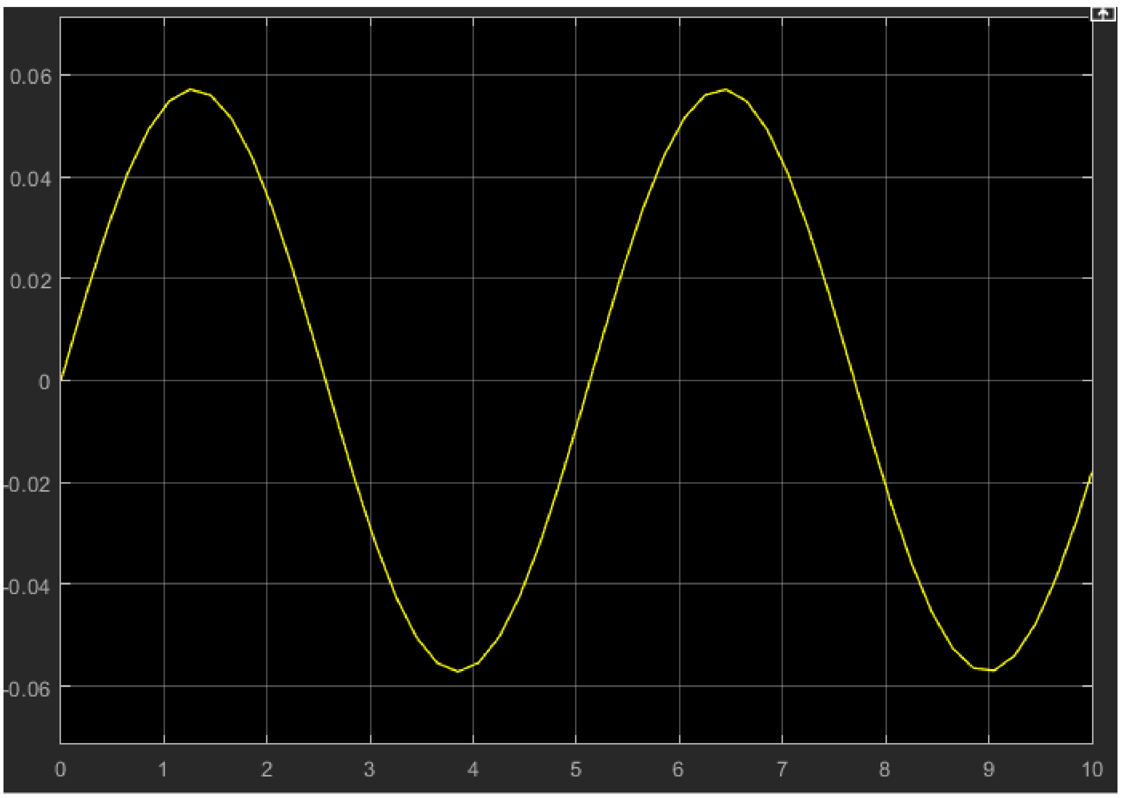
$$H(s) = \frac{100}{100+s} \longrightarrow \boxed{h(t) = 100\, e^{-100t} u(t)}$$

ب)



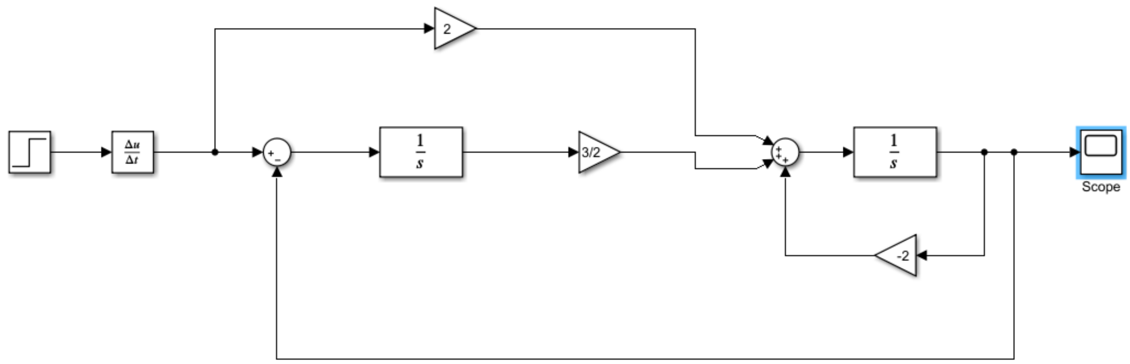
ج)

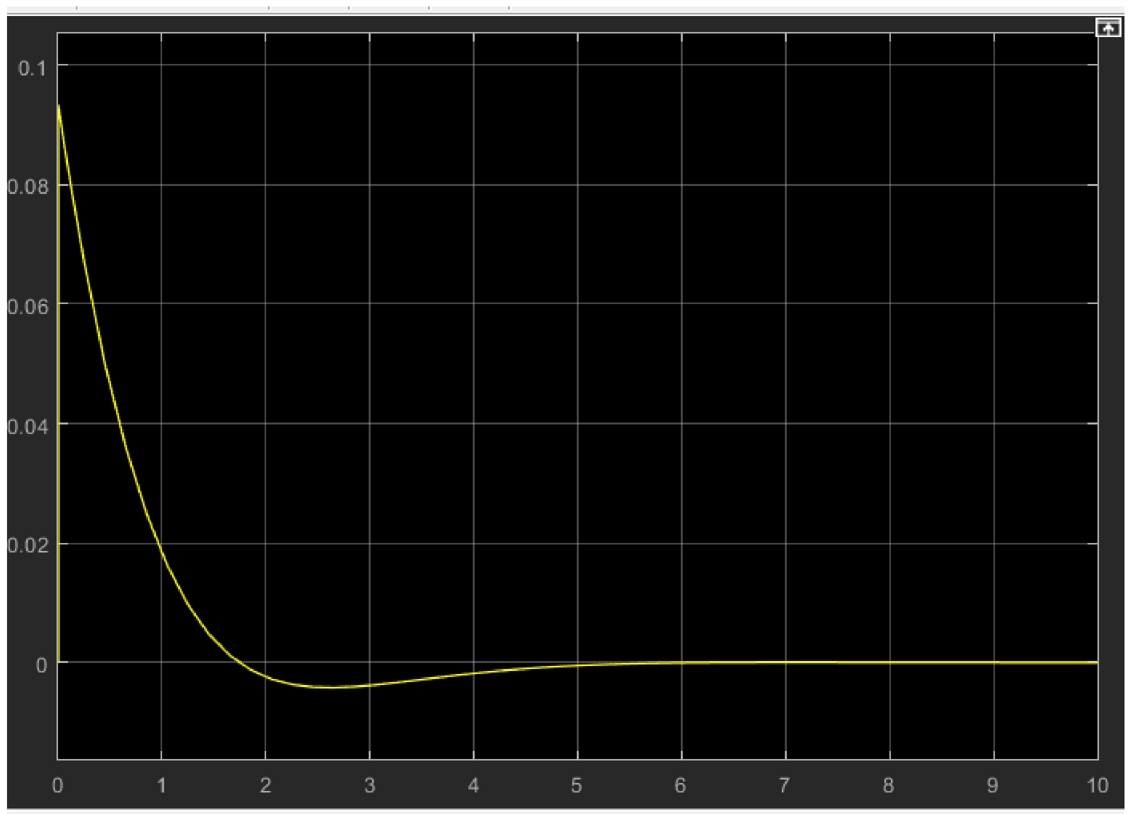




همان طور که پیداست، در صورت صفربودن ضریب یعنی عدم وجود تعدیل‌کننده، تمام ضربات ناگهانی بدون آن که لرزش آن ها گرفته شود به صورت سینوسی و متناوب ، بالارونده و پایین‌رونده، به کابین منتقل می‌شود و اثر ضربه‌گیری را به هیچ وجه مشاهده نمی‌کنیم و مدام دچار نوسان می‌شویم.

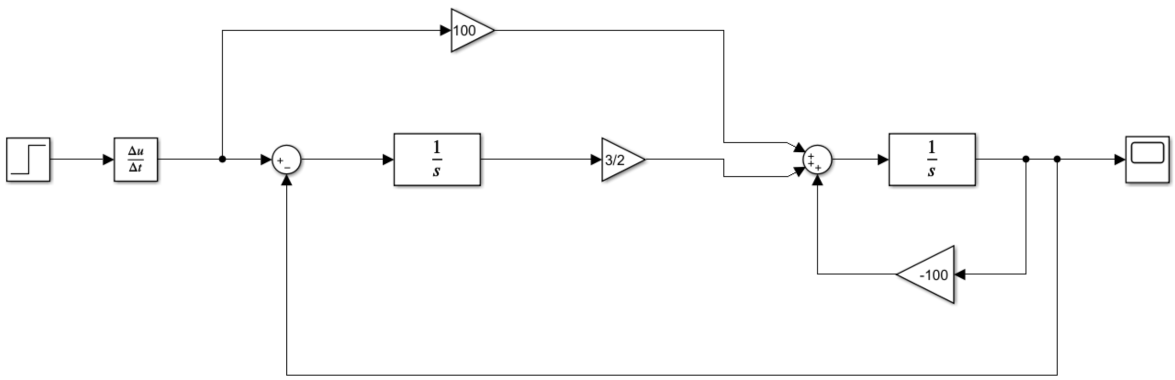
د)

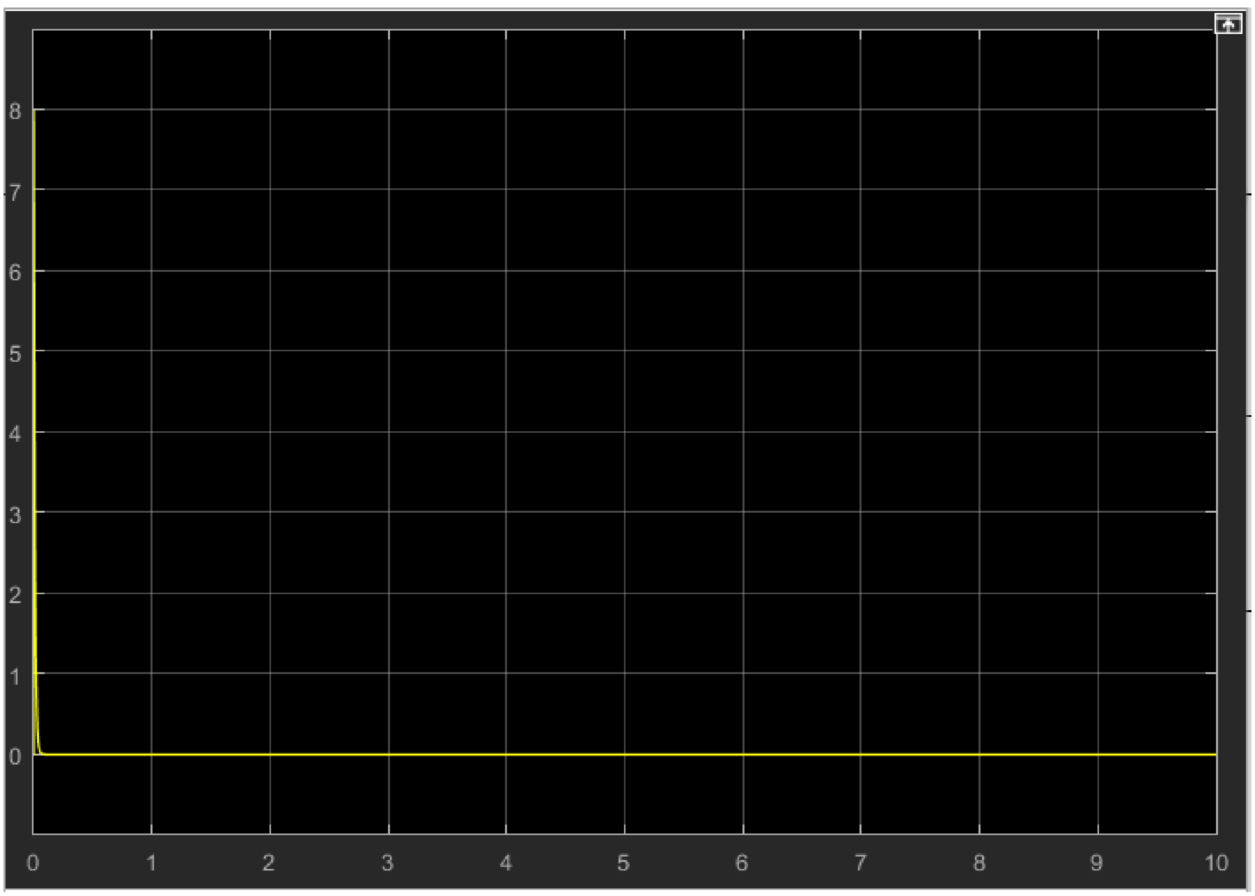




در این حالت، کابین ابتدا یک حرکت بالارونده را حس می‌کندو سپس به آرامی در یک حرکت نسبتا آرام به سمت پایین می‌آید و در ادامه هم مثل قبل خبری از تناوب های سینوسی و بالاپایین‌رفتن‌های مداوم نیست.

و)





در این حالت که ضریب برابر با ۳۰ گرفته شده، سیستم نوسان را با شتاب بیشتر و ناگهانی‌ت خنثی می‌کند، برای لحظه‌ای کابین به شدت بالا می‌رود و ناگهانی پایین می‌آید. در مجموع صورت خروجی به حالت بی مساوی با دو نزدیک‌تر است.

ه) به نظر انتخاب ضریب b=2 بین این سه گزینه بهتر باشد، چون هم مشکل سینوسی بودن و عملا نگرفتن نوسان بخش ج را ندارد، هم به دلیل اینکه در آن میرایی به آرامی رخ می‌دهد و نوسان دفع می‌شود، مشکل فرود ناگهانی قسمت و را ندارد.

بخش سوم

$$3)\ \xrightarrow[\text{یک طرفه}]{\text{لاپلاس}}\ s^{۲}Y(s)-sy(0^-)-y'(0^-)+۳sY(s)-۳y(0^-)+۲Y(s)=X(s)$$

$$Y(s)=\frac{X(s)}{s^{۲}+۳s+۲}+\frac{s+۴}{s^{۲}+۳s+۲}$$

$$\xrightarrow[x(t)=۵u(t)]{X(s)=۵/s}\ \text{جاگذاری}\quad Y(s)=\frac{۵}{s(s^{۲}+۳s+۲)}+\frac{s+۴}{\cancel{s^{۲}+۳s+۲}\ (s+۲)(s+۱)}$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه کسر}}\ Y(s)=\frac{۵/۲}{s}+\frac{۵/۲}{(s+۲)}+\frac{-۵}{(s+۱)}+\frac{-۲}{s+۲}+\frac{۳}{s+۱}$$

$$=\frac{۵/۲}{s}+\frac{۱/۲}{s+۲}+\frac{-۲}{s+۱}$$

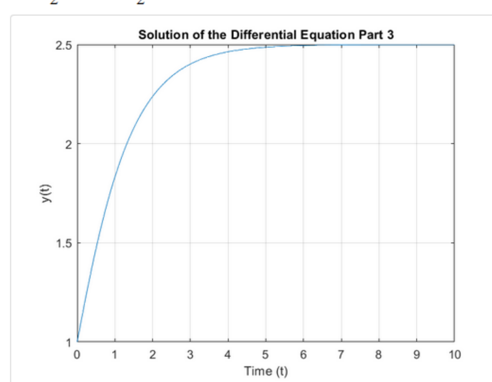
$$\xrightarrow{y(t)}\ \boxed{\frac{e^{-۲t}}{۲}-۲e^{-t}+\frac{۵}{۲}}$$

ب)

```
syms y(t) x(t)
Dy = diff(y);

x(t)=5 * step(tf(1,1));
ode = diff(y,t,2)+ 3*diff(y,t,1)+2*y == 5 * step(tf(1,1));

cond1 = y(0) == 1;
cond2 = Dy(0) == 1;
conds = [cond1 cond2];
ySol(t) = dsolve(ode,conds);
ySol = simplify(ySol)

m=0:0.05:10;
plot(m, ySol(m));
title('Solution of the Differential Equation Part 3');
xlabel('Time (t)');
ylabel('y(t)');
grid on;
```

ySol(t) =

$$\frac{e^{-2t}}{2}-2e^{-t}+\frac{5}{2}$$



بله، همان طور که در سمت راست تصویر مشخص است جوابی که از حل دستی معادله به دست آمده با جواب محاسبات متلب یکسان است.