

福州大学 2019~2020 学年第一学期考试 A 卷

课程名称: _____ 数值计算方法

考试日期: _____ 2019.12.27

考生姓名: _____ 学号: _____

专业类别: _____

题号	一	二	三	总分	累分人签名
题分	30	40	30	100	
得分					

考生注意事项: 1. 试卷共 4 页, 请查看试卷中是否有缺页。

2. 考试结束后, 考生不得将试卷、答题纸和草稿纸带出考场。

教师注意事项: 如果整门课程由一个教师评卷, 只需在累分人栏目签名, 题首的评分栏目可不签名。

得分	评卷人

一、填空题 (每空 3 分, 共 30 分)

1. 已知 $x^* = 1.25 \times 10^{-2}$ 是经过四舍五入得到的近似数, 则其相对误差限是 _____。
2. 用牛顿迭代法求 $(x - 3.4)^3(x + 2) = 0$, 在求根 $x = -2$ 时, 它具有 _____ 阶收敛速度。
3. 在计算机中计算 $2 - \sqrt{3.99}$ 时, 为了提高精度, 应将表达式改写成 _____。
4. 对矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1.2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, 用 l_∞ 范数计算的条件数是 _____。若在解 $Ax = b$ 时, b 有相对误差 0.01, 则 x 的相对误差上限为 _____。
5. $l_k(x)$, $k = 0, 1, \dots, n$ 是对应于插值点 $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ 的拉格朗日插值基函数。设 $n > 2$, 则对任意 x , $\sum_{k=0}^n l_k(x)x^2 =$ _____。
6. 设差商 $f[1, 4, 3, -2] = 5$, $f[3, 1, 4, -5] = 2$, 则差商 $f[1, 4, 3, -2, -5] =$ _____。
7. 在插值点 $x = -1, 0, 2$ 处对 $f(x) = 2x^3 + 2x + 1$ 进行插值, 则得到的插值多项式是 _____。
8. 用欧拉方法求解常微分初值问题 $\frac{dy}{dx} = 2y + x$, $y(0) = 1$ 时, 若取步长为 $h = 0.1$, 则 $y(0.1)$ 的近似值为 _____, $y(0.2)$ 的近似值为 _____。

得分	评卷人

二、解答题（每题 8 分，共 40 分）

1. 证明方程 $x^4 - 4x^2 + x + 1 = 0$ 在区间 $[0, 1]$ 上有根。用区间二分法求方程它在 $[0, 1]$ 的近似根，误差小于 10^{-3} 至少要二分多少次？

2. 用 LU 分解法求解方程组

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \\ 7 \end{bmatrix}$$

3. 设 $f(x)$ 是一个连续方程, 且 $f(x)$ 在 $x = -2, 0, 1, 3$ 的值 $2, 0, -1, 1$ 。写出对应的牛顿插值公式, 并以此近似计算 $f(1.5)$ 的值。

4. 给定以下数据，用最小二乘法拟合 $y = \frac{a}{1+bx}$ 。

x	0	1	3
y	-0.5	1	0.5

5. 给出一个数值积分公式计算 $\int_{-1}^3 e^x dx$, 使得它起码有 3 阶代数精度。

得分	评卷人

三、解答题（共 30 分）

1. 设方程 $2x^3 + 2x - 3e^x + 1 = 0$ 在 $x_0 = 2.3$ 附近有一个根。给出一个收敛的不动点迭代求根公式，并解释为什么该迭代公式收敛。

2. 用高斯迭代法解下面方程组，写出迭代公式，并讨论算法的收敛性

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$

3. 用梯形公式和辛普森公式求积分 $\int_0^1 e^x dx$ 。与精确值比较，两个方法得到的近似值各有几个有效数字。