

# 福州大学 2017~2018 学年第二学期考试 A 卷

课程名称 数值计算方法 考试日期 \_\_\_\_\_

考生姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 专业或类别 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	总分	累分人签名
题分	20	20	30	30	100	
得分						

考生注意事项：1、本试卷共 4 页，请查看试卷中是否有缺页。

2、考试结束后，考生不得将试卷、答题纸和草稿纸带出考场。

## 一、（每空填空 2 分，共 20 分）

得分	评卷人

1. 已知  $x^*=0.3012 \times 10^5$  是经过四舍五入得到的近似数，其绝对误差限是 \_\_\_\_\_。

2. 用牛顿迭代法用于求重根具有 \_\_\_\_\_ 收敛速度。

3. 用于数值求积的科茨公式的代数精度为 \_\_\_\_\_。

4. 设  $f(x)=x^5-3x^3+x-1$  求差商  $f[3^0, 3^1]=$  \_\_\_\_\_,  $f[3^0, 3^1, \dots, 3^5]=$  \_\_\_\_\_

5.  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $\|A\|_\infty =$  \_\_\_\_\_,  $x = (0, -3, -4)^T$ , 则  $\|x\|_2 =$  \_\_\_\_\_  $\|x\|_\infty =$  \_\_\_\_\_

6. 用欧拉方法求解常微分初值问题  $\frac{dy}{dx} = y(2-y)$ ,  $y(0) = 1$  时, 若选择步长为  $h=0.1$ , 则  $y(0.1)$

的近似值为 \_\_\_\_\_,  $y(0.2)$  的近似值为 \_\_\_\_\_。

## 二、 计算题(共 20 分， 每题 4 分)

得分	评卷人

1. 用区间二分法求方程  $x^5 - x - 1 = 0$  在  $[1, 2]$  的近似根，误差小于  $10^{-3}$  至少要二分多少次？

2. 设  $f(x) = x^4$  用拉格朗日余项定理写出  $-1, 0, 1, 3$  为节点的三次插值多项式。

3. 已知方程  $x^3 - x^2 - 1 = 0$  在  $x_0 = 1.5$  附近有一个根判断其迭代格式  $x_{k+1} = \sqrt{\frac{1}{x_k - 1}}$  是否收敛。

4. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$  的数据表，用三点公式计算  $f'(x)$  在  $x=1.0, 1.1, 1.2$  的值。

x	1.0	1.1	1.2
f(x)	0.2500	0.2268	0.2066

5. 对  $\int_0^3 f(x) dx$  构造一个至少有 3 次代数精度的求积公式。

### 三、计算题(30 分， 每题 10 分)

得分	评卷人

1.用列主元高斯消去法求解方程组(用三位有效数字计算)

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = -1 \\ 5x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

2.用杜利特尔分解法解线性方程组并计算系数矩阵的行列式。

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix}$$

3.证明给定线性方程组雅克比迭代发散，而高斯-赛德尔迭代收敛。

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

#### 四、计算题(30 分， 每题 10 分)

得分	评卷人

1. 给定函数  $y=\ln x$  在两点 10、11 的值如下表，试用线性插值求  $\ln 10.5$  的近似值并估计截断误差。

x	10	11
y	2.303	2.398

2. 用最小二乘法确定经验曲线  $y=ae^{bx}$  中的参数  $a$ ， $b$ ，使得该曲线与下列数据相拟合

$x_i$	1	2	3	4
$y_i$	60	30	20	15

3. 用梯形公式和辛普森公式求积分  $\int_0^1 e^x dx$ 。与精确值比较，两个方法得到近似值各有几个有效数字。