

Zadanie 1.**ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV****Zadanie:**

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku nižšie.

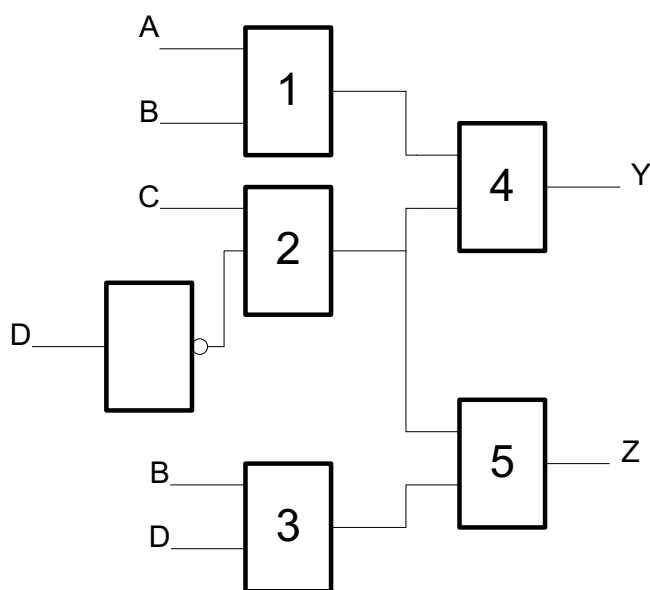
1. Zo známej štruktúry obvodu:

- Odvodte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najsôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najsôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

Typy použitých logických členov: 1. AND, 2. NAND, 3. NOR, 4. XNOR, 5. XOR



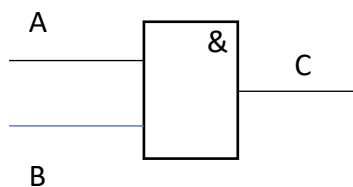
Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

1. $A+B = B+A$ Komutatívnosť
 $A.B = B.A$
2. $A+(B+C) = (A+B)+C$ Asociatívnosť
 $A.(B.C) = A.(B.C)$
3. $A+B.C = (A+B).(A+C)$ Distributívnosť
 $A.(B+C) = A.B+A.C$
4. $A+A+...+A = A$
 $A.A....A = A$
5. $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$ de Morganové pravidlá
 $\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$
6. $\overline{\overline{A}} = A$ Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii
 $\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$
7. $A + \overline{A} = 1$ Pravidlá o komplemente
 $A.\overline{A} = 0$
8. $A+1 = 1$ Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1
 $A.0 = 0$
9. $A+0 = A$ Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1
 $A.1 = A$
10. $(A+B).(\overline{A}+B) = B$ Pravidlá spojovania
 $A.B + \overline{A}.B = B$
11. $A+A.B = A$ Pravidlá absorpcie
 $A.(A+B) = A$
12. $A + \overline{A}.B = A + B$
 $A.(\overline{A} + B) = A.B$
13. $A.B + \overline{A}.C + B.C = A.B + \overline{A}.C$ Konsenzus teorem
 $(\overline{A} + \overline{B}).(\overline{B} + \overline{C}).(A + \overline{C}) = (\overline{A} + \overline{B}).(A + \overline{C})$

Logické členy použité v obvodu**AND**

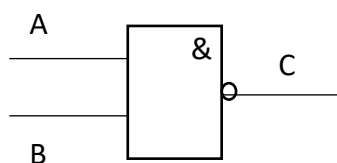
$$C = A.B$$

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**NAND**

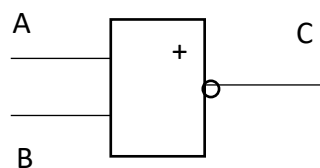
$$C = \overline{A.B}$$

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

**NOR**

$$C = \overline{A+B}$$

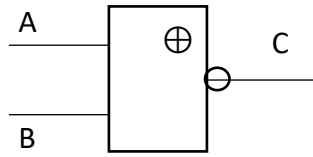
A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



XNOR

$$C = \overline{A \oplus B}$$

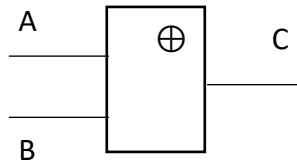
A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



XOR

$$C = A \oplus B$$

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



1. Boolovské funkcie pre výstupy Y a Z

$$Y = S \leftrightarrow T \quad \rightarrow S = A.B \quad T = C \uparrow \overline{D}$$

$$Y = (A.B) \leftrightarrow (C \uparrow \overline{D}) \quad \rightarrow Y = ((\overline{A.B}) + (\overline{C \uparrow \overline{D}})) \cdot ((A.B) + (C \uparrow \overline{D}))$$

$$Z = P \oplus Q \quad \rightarrow P = C \uparrow \overline{D} \quad Q = B \downarrow D$$

$$Z = (C \uparrow \overline{D}) \oplus (B \downarrow D) \quad \rightarrow Z = ((\overline{C \uparrow \overline{D}}) \cdot (B \downarrow D)) + ((C \uparrow \overline{D}) \cdot (\overline{B \downarrow D}))$$

1. Funkcia Y**a) Funkcia Y - DNF****Postup**

$$\begin{aligned} Y &= (A.B) \leftrightarrow (C \uparrow \overline{D}) \\ &= (A.B) \leftrightarrow (\overline{C.D}) \\ &= (\overline{A.B} + \overline{C.D}) \cdot ((A.B) + \overline{C.D}) \\ &= (\overline{A.B} + \overline{C.D}) \cdot ((A.B) + (C.\overline{D})) \\ &= ((\overline{A} + \overline{B}) + (\overline{C} + \overline{D})) \cdot ((A.B) + (C.\overline{D})) \\ &= (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot ((A.B) + (C.\overline{D})) \\ &= (A.B.D) + (B.A.\overline{A}) + (A.B.\overline{B}) + (A.B.\overline{C}) \\ &\quad + (C.D.\overline{D}) + (C.\overline{A}.\overline{D}) + (C.\overline{B}.\overline{D}) + (C.\overline{C}.\overline{D}) \\ &= (A.B.D) + (B.0) + (A.0) + (A.B.\overline{C}) + (C.0) \\ &\quad + (C.\overline{A}.\overline{D}) + (C.\overline{B}.\overline{D}) + (D.0) \\ &= (A.B.D) + (A.B.\overline{C}) + (C.\overline{A}.\overline{D}) + (C.\overline{B}.\overline{D}) \end{aligned}$$

aplikujem $A \uparrow B = \overline{A.C}$

aplikujem $A \leftrightarrow B = (\overline{A} + B) \cdot (A + \overline{B})$

aplikujem pravidlo o dvojitej negácii $\overline{\overline{A}} = A$

aplikujem De Morgan. pravidlo $\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$

aplikujem pravidlo o dvojitej negácii $\overline{\overline{A}} = A$

prepíšem – roznásobím 3a

aplikujem pravidlo o komplemente $A.\overline{A} = 0$ (7b)

0 odstránim – vzniká DNF

DNF

Počet použitých logických členov: 9 (4x NOT, 4x AND, 1 OR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 20 (4 do NOT, 3 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 3 do AND a 4 do OR)

		C		D	
		0	1	0	0
	0	0	1	0	0
	1	1	0	1	1
	0	0	1	0	0
B	A				
		Y			

b) Funkcia Y – KNF z DNF**Postup**

$$A.B.D + A.B.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D} + C.\bar{B}.\bar{D}$$

$$= (A.B.D + A.B.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D}) + C.\bar{B}.\bar{D}$$

aplikujem zátvorku na prvé tri súčiny
rozpíšem/roznásobím

$$= ((A.B.D + A.B.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D}) + C) .$$

$$((A.B.D + A.B.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D}) + \bar{B}) .$$

$$((A.B.D + A.B.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D}) + \bar{D})$$

odstránim zátvorky

$$=(A.B.D + A.B.\bar{C} + \color{red}{C.\bar{A}.\bar{D} + C}) .$$

$$(A.B.D + A.B.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D} + \bar{B}) .$$

$$(A.B.D + A.B.\bar{C} + \color{red}{C.\bar{A}.\bar{D} + \bar{D}})$$

uplatním pravidlo č. 11a, v ktorom
platí $A + A.B = A$ a komutatívnosť

$$=(A.B.D + \color{red}{A.B.\bar{C} + C}) .$$

$$(A.B.D + \color{red}{A.B.\bar{C} + \bar{B}} + C.\bar{A}.\bar{D}) .$$

$$(\color{red}{A.B.D + \bar{D}} + A.B.\bar{C})$$

uplatním pravidlo o komutatívnosti
a pravidlo č. 12a, v ktorom
platí $A + \bar{A}.B = A + B$

$$=(A.B.D + A.B + C) . (\color{red}{A.D.B + \bar{B}} + A.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D}) .$$

$$(A.B + \bar{D} + A.B.\bar{C})$$

opäť uplatním pravidlo 12a a
komutatívnosť

$$=(\color{red}{A.B.D + A.B + C}) . (A.D + \bar{B} + A.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D}) .$$

$$(\bar{D} + \color{red}{A.B + A.B.\bar{C}})$$

uplatním pravidlo č. 11a, v ktorom
platí $A + A.B = A$

$$=(AB + C) . (AD + \bar{B} + A.\bar{C} + C.\bar{A}.\bar{D}) .$$

$$(AB + \bar{D})$$

použijem zátvorky

$$=(AB + C) . ((\color{red}{AD + \bar{B} + A.\bar{C}}) + C.\bar{A}.\bar{D}) .$$

$$(AB + \bar{D})$$

použijem 3a a komutatívnosť

$$=(AB + C).(AB + \bar{D}).((AD + \bar{B} + A.\bar{C}) + C) .$$

$$((AD + \bar{B} + A.\bar{C}) + \bar{A}) . ((AD + \bar{B} + A.\bar{C}) + \bar{D})$$

odstránim zátvorky

$$=(AB + C).(AB + \bar{D}).(AD + \bar{B} + \color{red}{A.\bar{C} + C}) .$$

$$(AD + \bar{B} + \color{red}{A.\bar{C} + \bar{A}}) . (AD + \bar{B} + A.\bar{C} + \bar{D})$$

pravidlo 12a a komutatívnosť

$$=(AB + C).(AB + \bar{D}).(AD + \bar{B} + A + C) .$$

$$(\color{red}{AD + \bar{A}} + \bar{B} + \bar{C}).(\color{red}{AD + \bar{D}} + \bar{B} + A.\bar{C})$$

pravidlo 12a

$$=(AB + C).(AB + \bar{D}).(\color{red}{AD + A} + \bar{B} + C) .$$

$$(D + \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}).(\color{red}{A + A.\bar{C}} + \bar{D} + \bar{B})$$

pravidlo 11a

$$=(\color{red}{AB + C}).(\color{red}{AB + \bar{D}}).(A + \bar{B} + C) .$$

$$(D + \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}).(A + \bar{D} + \bar{B})$$

roznásobím – pravidlo 3a

komutatívnosť

pravidlo 11b: $A \cdot (A+B) = A$

KNF

Počet použitých logických členov: 10 (4x NOT, 5x OR, 1x AND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 21 (4 do NOT, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 4 do OR a 5 do AND)

Diagram illustrating a 2D convolution operation. The input matrix is labeled **A** (green vertical line). The kernel is labeled **B** (blue vertical line). The output is labeled **C** (orange horizontal line). The kernel **B** is a 2x2 matrix with values $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. The input **A** is a 4x4 matrix with values $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. The output **C** is a 4x4 matrix with values $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

2. Funkcia Z

a) Funkcia Z – DNF

$$Z = (C \uparrow \overline{D}) \oplus (B \downarrow D)$$

$$= C \cdot \overline{D} \oplus \overline{(B + D)}$$

$$= (\overline{C \cdot D} \cdot \overline{B + D}) + (\overline{C \cdot D} \cdot B + D)$$

$$= (\overline{C \cdot \bar{D}} \cdot (B + D)) + ((C \cdot \bar{D}) \cdot \overline{B + D})$$

$$=((\bar{C} + \bar{D}) \cdot (B + D)) + ((C \cdot \bar{D}) \cdot (\bar{B} \cdot \bar{D}))$$

$$=((\bar{C} + D). (B + D)) + ((C.\bar{D}). (\bar{B}. \bar{D}))$$

$$=((\bar{C} + D). (B + D) + (C.\bar{D}.\bar{D}.\bar{B}))$$

$$=((\bar{C} + D). (B + D)) + (C.\bar{D}.\bar{B}))$$

$$=(\text{D.D})+(B.D)+(B.\bar{C})+(D.\bar{C}) + (C.\bar{D}.\bar{B})$$

$$= D + (B \cdot D) + (B \cdot \bar{C}) + (D \cdot \bar{C}) + (C \cdot \bar{D} \cdot \bar{B})$$

$$= D + (D \cdot B) + (B \cdot \bar{C}) + (D \cdot \bar{C}) + (C \cdot \bar{D} \cdot \bar{B})$$

$$= D + (\overline{D} \cdot \overline{C}) + (\overline{B} \cdot \overline{C}) + (\overline{C} \cdot \overline{D} \cdot \overline{B})$$

$$= D + (B.\bar{C}) + (C.\bar{D}.\bar{B})$$

$$= D + (C.\overline{D}.\overline{B}) + (B.\overline{C})$$

$$= D + (\overline{D} \cdot C \cdot \overline{B}) + (B \cdot \overline{C})$$

$$= D + (C.\overline{B}) + (B.\overline{C})$$

Počet použitých logických členov: 5 (2x NOT, 2x AND, 1x OR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 9 (2 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 3 do OR)

	C	B
D	0	1
A	1	1

Z



Postup

aplikujem $A \uparrow B = \overline{A \cdot B}$ a taktiež

$$A \downarrow B = \overline{A + B}$$

aplikujem $A \leftrightarrow B = (\bar{A} \cdot B) + (A \cdot \bar{B})$

aplikujem pravidlo o dvojitej negácii $\overline{\overline{A}} = A$

aplikujem De Morganove pravidlá $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

$$a \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

aplikujem pravidlo o dvojitej negácii $\overline{\overline{A}} = A$

aplikujem pravidlo o komutatívnosti

aplikujem pravidlo $X.X=X$ na \overline{D}

prepíšem (roznásobím) – pravidlo 3a

aplikujem pravidlo $X.X=X$ na D

aplikujem komutatívnosť $B.D=D.B$

aplikujem absorpciu $X + (X.Y) = X$

a komutatívnosť

aplikujem absorpciu $X + (X.Y) = X$

aplikujem pravidlo o komutatívnosti

aplikujem pravidlo o komutatívnosti

aplikujem pravidlo o absorpcii (redukcii)

DNF

		C		B	
	0	1	0	1	
D	1	1	1	1	

Z

b) Funkcia Z – KNF

$$\begin{aligned} &= D + (C.\overline{B}) + (B.\overline{C}) \\ &= (D + (C.\overline{B})) + (B.\overline{C}) \\ &= ((D + C.\overline{B}) + B) . ((D + C.\overline{B}) + \overline{C}) \\ &= (D + \textcolor{red}{C}.\overline{\textcolor{red}{B}} + B) . (D + \textcolor{red}{C}.\overline{\textcolor{red}{B}} + \overline{\textcolor{red}{C}}) \\ &= (D + C + B) . (D + \overline{B} + \overline{C}) \\ &= (\textcolor{blue}{B} + \textcolor{blue}{C} + \textcolor{blue}{D}) . (D + \overline{\textcolor{blue}{B}} + \overline{\textcolor{blue}{C}}) \end{aligned}$$

Postup

pridám zátvorky na prvé dva výrazy

pravidlo 3a: $A+B.C = (A+B).(A+C)$

odstránim zátvorky

pravidlo 12a: $A + \bar{A}.B = A.B$

komutativnosť

KNF

Počet použitých logických členov: 5 (2x NOT, 2x OR, 1x AND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 10 (2 do NOT, 3 do OR, 3 do OR, 2 do AND)

	0	1	0	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
0	1	0	1	1

	C		B
	0	1	0
	1	1	1
D	1	1	1
Z	1	1	1



Zhodnotenie:

Cieľom tohto zadania bolo zostrojenie logického obvodu a jeho realizácia v programe Logisim, a taktiež úprava pôvodnej boolovskej funkcie na MDNF a MKNF (aj tieto som zrealizoval v Logisime). Správnosť úprav som si overil tak, že som zostrojil Karnafove mapy, ktoré boli zhodné, a tak viem, že úpravy boli správne. Stavbu daného obvodu je vhodnejšie realizovať cez DNF pre oba výstupy (Y a Z), pretože pri DNF je potrebných menej logických členov a vstupov.

