

问题分析：

选取了本校较为代表性的三个食堂：玫瑰园、京元、虚静阁。结合同学之间的评价以及这三个食堂的实际状况，从餐饮价格、教学楼和食堂的位置关系、宿舍与食堂的位置关系、食堂的菜式数目、餐饮卫生情况、餐饮口味六个准则出发，运用层次分析法，建立层次结构模型并且构造成对比较矩阵，通过计算权向量以及最大特征值，通过一致性检验，最后计算组合权向量并做组合一致性检验，最后得出综合评价。

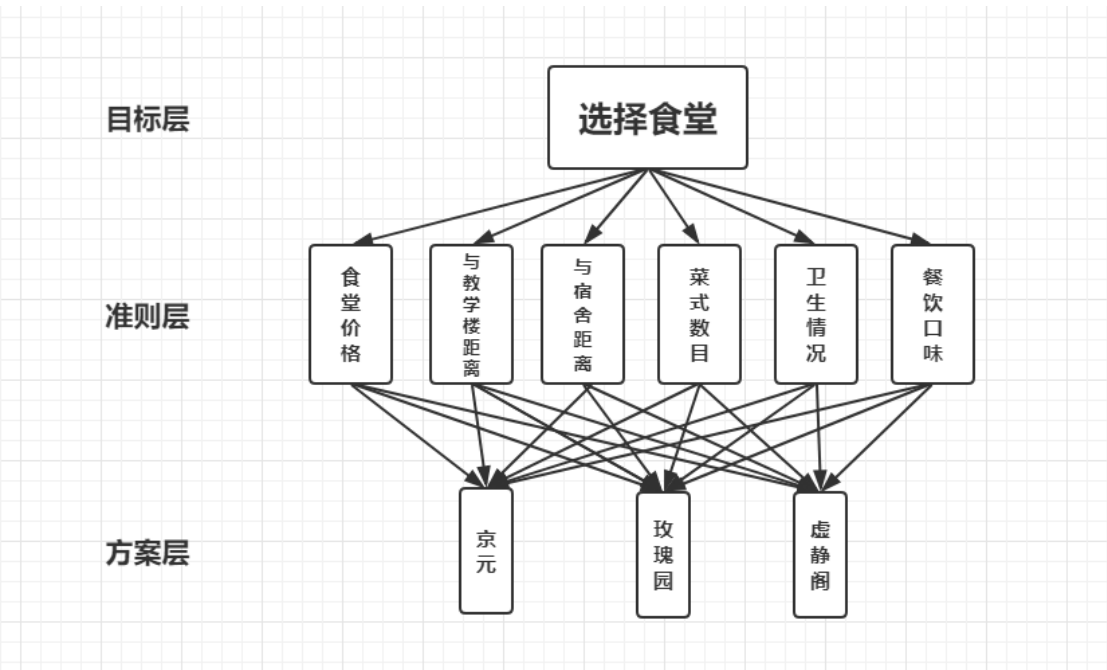
模型假设：

为了保证模型的准确性和各准则之间的隔离线作出以下假设：

- 1. 假设七个准则之间相互独立，且具有可比较性。
- 2. 假设食堂基本情况不会大幅度改变。

模型构成：

首先将决策问题分解为三个层次：



符号说明：

符号	备注
A	准则层 A 对目标层的成对比较矩阵
B_i	方案层 B 对准则层 A 的成对比较矩阵； $i=1,2,3,4,5,6$
C_i	准则层 B 中的各个因素
a_{ij}	准则层中 C_i 因素和 C_j 因素的影响之比
λ_i	矩阵 i 的最大特征值
ω	权向量

模型求解：

首先通过两两互相对比的方式建立成对比较矩阵 A。
编号为：

准则	食堂价格	与教学楼距离	与宿舍距离	菜式数目	卫生情况	餐饮口味
编号	1	2	3	4	5	6

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 & 1/3 & 1/2 \\ 1/4 & 1 & 1/3 & 1/2 & 1/12 & 1/7 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 2 & 1/2 & 1 & 1/6 & 1/4 \\ 3 & 12 & 3 & 6 & 1 & 2 \\ 2 & 8 & 2 & 4 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

通过 MATLAB 求出特征值以及特征向量：

```
lamda =  
  
6.0864
```

```
y_n_lamda =  
  
0.1276  
0.0344  
0.1276  
0.0638  
0.4027  
0.2441
```

最大特征值 $\lambda_A=6.6084$

归一化后的特征向量

$$\omega^{(2)} = (0.1276, 0.0344, 0.1276, 0.0638, 0.4027, 0.2441)^T$$

$$\text{一致性指标CI}^{(2)} = \frac{\lambda - n}{n - 1} = 0.01728$$

$$\text{一致性比率CR}^{(2)} = \frac{CI}{RI} = 0.0139 < 0.1$$

所以不一致程度在允许范围。

通过两两互相对比的方式建立成对比较矩阵 B_i 。(i=1,2,3,4,5,6)
编号：

方案	玫瑰园	京元	虚静阁
编号	1	2	3

B_i 矩阵如下所示：

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1/3 & 1 & 2 \\ 1/4 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/4 \\ 2 & 1 & 1/2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1/2 & 1 & 2 \\ 1/4 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 1/3 & 1 & 2 \\ 1/6 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_6 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1/2 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}$$

通过 MATLAB 求出各个矩阵的特征值以及特征向量：

编号	w^{k1}	w^{k2}	w^{k3}
1	0.6250	0.2385	0.1365
2	0.1429	0.2857	0.5714
3	0.5714	0.2857	0.1429
4	0.6667	0.2222	0.1111
5	0.1634	0.5396	0.2970
6	0.2857	0.5714	0.1429

K	1	2	3	4	5	6
λ_k	3.0183	3.0000	3.0000	3.0000	3.0092	3.0000
CI_k	0.0092	0	0	0	0.0046	0

方 案 一 权 重 $P_1 = 0.6250 * 0.1276 + 0.1429 * 0.0344 + 0.5714 * 0.1276 + 0.6667 * 0.0638 + 0.1634 * 0.4027 + 0.2857 * 0.2441 = 0.3357$

方 案 二 权 重 $P_2 = 0.2385 * 0.1276 + 0.2857 * 0.0344 + 0.2857 * 0.1276 + 0.2222 * 0.0638 + 0.5396 * 0.4027 + 0.5714 * 0.2441 = 0.4477$

方 案 三 权 重 $P_3 = 0.1365 * 0.1276 + 0.5714 * 0.0344 + 0.1429 * 0.1276 + 0.1111 * 0.0638 + 0.2970 * 0.4027 + 0.1429 * 0.2441 = 0.2166$

最终得出组合权向量

$$\omega^{(3)} = (0.3357, 0.4477, 0.2166)^T$$

再通过组合一致性检验

得出组合一致性比率 $CR^{(3)}$

$$CR^{(3)} = \frac{[CI_1^{(2)}, \dots, CI_n^{(2)}] * \omega^{(2)}}{[RI_1^{(2)}, \dots, RI_n^{(2)}] * \omega^{(2)}} = 0.0026 < 0.1$$

所以满足组合一致性检验， $\omega^{(3)}$ 可以作为最终评价指标。

即结果为京元最高，玫瑰园其次，虚静阁再次。

模型分析：

由上述分析以及建模，首先层次分析模型是一个系统化的模型，将目标的选取系统地分解为多个准则的比较判断，最后再以一种综合的角度分析结果。模型简洁且实用。

但是层次分析法仍然具有一定的缺陷，人的主观因素的影响难以避免。只调查了舍友及部分班级同学的数据，数据量较为片面，不具有全面的代表性，可以通过问卷调查的形式解决。

Matlab 代码：

```
A=[1, 4, 1, 2, 1/3, 1/2;  
    1/4, 1, 1/3, 1/2, 1/12, 1/7;  
    1, 4, 1, 2, 1/3, 1/2;  
    1/2, 2, 1/2, 1, 1/6, 1/4;  
    3, 12, 3, 6, 1, 2;  
    2, 8, 2, 4, 1/2, 1];  
[x, y]=eig(A);  
eigenvalue=diag(y);  
lamda=eigenvalue(1)  
y_lamda = x(:, 1);  
y_n_lamda=y_lamda./sum(y_lamda)
```