作业：

1. 利用 9.2 节模型计算,若每份报纸的购进价为 0.75 元,售出价为 1 元,退回价为 0.6 元,需求量服从均值 500 份,均方差 50 份的正态分布,报童每天应购进多少份报纸才能使平均收入最高,这个最高收入是多少?

问题分析

众所周知，应该根据需求量来确定购进量。而需求量时随机变化的。我们可以通过求数学期望的方式，来确定最大期望值，进而确定购进量。

模型假设：

- 购进价、售出价、退回价稳定不变。
- 报童在当天晚上可以将剩下的报纸全部退回。
- 需求量满足正态分布。

符号说明：

符号	单位	含义
a	元	零售价
b	元	购进价
c	元	退回价
r	份	需求量
f（r）	-	需求量为 r 的概率
n	份	购进量
P（r）	-	需求量为 r 时对应正态分布曲线的值
G（n）	元	购进量为 n 时的收入

模型建立与求解：

我们知道 G（n）可能有两种情况，当 r <= n 时，报童的收入等于卖报收入减去购进费加上退回费；当 r ＞ n 时，报童的收入等于卖报收入减去购进费。写出 G（n）的数学期望表达式：

$$G(n)=\sum_{r=0}^{n}\{f(r)\times[ar+c\times(n-r)-bn]\}+\sum_{r=n+1}^{\infty}[f(r)\times(\mathrm{an}-\mathrm{bn})]$$

将 r 视为连续量，便于分析和计算，这时概率 f(r)转化为 P(r)×dr，G(n)转化为：

$$G(n)=\int_0^n[ar+c\times(n-r)-bn]P(r)dr+\int_n^{\infty}(\mathrm{an}-\mathrm{bn})\mathrm{P}(\mathrm{r})\mathrm{dr}$$

求导得$\frac{dG}{dn}$，由 $\frac{dG}{dn}=0$ 得：

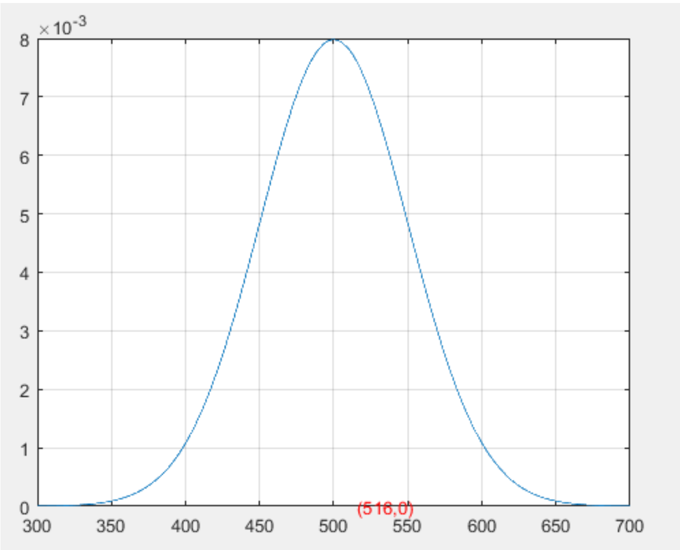
$$\frac{\int_0^n p(r)dr}{\int_n^{\infty} p(r)dr}=\frac{a-b}{b-c}$$

带入给定的数据，得：

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{a-b}{b-c}=\frac{1-0.75}{0.75-0.6}=\frac{5}{3}$$

又由题意可得均值为 500，均方差为 50，绘制出正态分布曲线并根据上述关系，由 Matlab 可以求出购进量 n 的值为：

$$\mathrm{n}=515.9320$$



收入 G(n)为：

$$G(n)=\int_0^n[(a-b)r-(b-c)(n-r)]p(r)dr+\int_n^{\infty}(a-b)np(r)dr=117$$

模型分析：

本模型采用报童模型的形式，由题设给出条件建立优化模型求解。本题中结果的得出主要通过逆累积分布函数 norminv 来通过对积分比例的逆运算在给定均值的条件下计算出结果。

但是本模型仍然存在一些不足，如图像的噪声消除问题，可以很容易看出，本题在图像形成方面，如在正态分布的顶端图像上，由于噪声干扰的缘故，不能得出很直观的图像

Matlab 代码：

```
A=5/(3+5);
n=norminv(A,500,50);
x = 300:0.01:700;
y = normpdf(x, 500, 50);
plot(x,y);
a=0;
n=ceil(n);
text(n,a,['(',num2str(n),',',num2str(a),')'],'color','r');
grid on;
```