作业：

1. 一商店拟出售甲商品，已知每单位甲商品成本为 50 元，售价为 70 元，如果售不出去，每单位商品将损失 10 元。 已知甲商品销售量 k 服从参数 $\lambda=6$（即平均销售量为 6 单位）的泊松分布 $p(k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$， $k=0.1,2,\cdots$。问该商店订购量应为多少单位时，才能使平均收益最大？

问题分析

众所周知，应该根据销售量来确定订购量。而销售量时随机变化的。我们可以通过求数学期望的方式，来确定最大期望值，进而确定订购量。

模型假设：

- 成本、售价、损失稳定不变。
- 只考虑一次购进。
- 需求量满足泊松分布。

符号说明：

符号	单位	含义
a	元	售价
b	元	成本
c	元	损失
r	份	销售量
f（r）	-	销售量为 r 的概率
n	份	订购量
P（r）	-	销售量为 r 时对应泊松分布曲线的值
G（n）	元	订购量为 n 时的收入

模型建立与求解：

我们知道 G（n）有两种情况，当 r <= n 时，商店收入等于收入减去购进费减损失费；当 r > n 时，商店的收入等于收入减去购进费。写出 G（n）的数学期望表达式：

$$\mathbf{G}(n)=\sum_{r=0}^{n}\{f(r)\times[ar+(\mathbf{b}-\mathbf{c})\times(n-r)-bn]\}+\sum_{r=n+1}^{\infty}[f(r)\times(\mathbf{an}-\mathbf{bn})]$$

将 r 视为连续量，便于分析和计算，这时概率 f(r)转化为 P(r)×dr，G(n)转化为：

$$\mathbf{G(n)} = \int_0^n [ar-(\mathbf{b}-c)\times(n-r)-bn]P(r)dr+\int_n^{\infty}(\mathbf{an}-\mathbf{bn})\mathbf{P}(\mathbf{r})\mathbf{dr}$$

求导得$\frac{dG}{dn}$，由 $\frac{dG}{dn}=0$ 得：

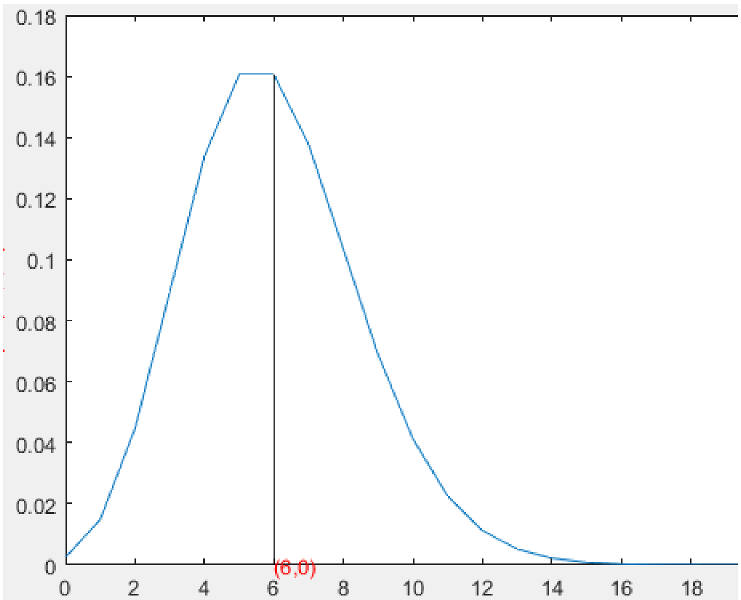
$$\frac{\int_0^n p(r)dr}{\int_n^{\infty} p(r)dr}=\frac{a-b}{b-c}$$

带入给定的数据，得：

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{a-b}{b+c}=\frac{70-50}{50-10}=2$$

又由题意可得,服从参数 $\lambda=6$（即平均销售量为 6 单位）的泊松分布 $p(k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$，$k=0.1,2,\cdots$ 绘制出正态分布曲线并根据上述关系，由 Matlab 可以求出购进量 n 的值为 6

n = 6



模型分析：

本模型采用报童模型的形式，将概率函数由正态分布函数转换为泊松分布函数，再由题设给出条件建立优化模型求解。本题中结果的得出主要通过逆累积分布函数 poissinv 来通过对积分比例的逆运算在给定均值的条件下计算出结果。

但是本模型仍然存在一些不足，如图像的噪声消除问题，可以很容易看出，本题在图像形成方面，如在泊松分布的顶端图像上，由于噪声干扰的缘故，不能得出很直观的图像。

Matlab 代码：

```
A=2/(1+2);
n=poissinv(A,6);
x = 0:1:18;
y = poisspdf(x,6);
plot(x,y);
a=0;
n=ceil(n);
text(n,a,['(',num2str(n),',',num2str(a),')'],'color','r');
grid on;
```